



COMPORTAMIENTO DINÁMICO NO-LINEAL DE UNA TURBINA EÓLICA SOMETIDA A LA ACCIÓN CARGAS AERODINÁMICAS PERIÓDICAS

JORGE MURACT¹, SERGIO PREIDIKMAN^{1,2}, JULIO MASSA¹

¹Universidad Nacional de Córdoba

Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales
Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina

²CONICET – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Av. Rivadavia 1617, 1033 Buenos Aires, Argentina

(Recibido 12 de agosto de 2011, para publicación 8 de octubre de 2011)

Resumen – En este trabajo se presenta el desarrollo de simulaciones numéricas que permiten estudiar los aspectos que caracterizan la respuesta dinámica no-lineal de la estructura de una turbina eólica de eje horizontal sometida a la acción de las cargas aerodinámicas que actúan sobre el rotor. En la primera parte de este trabajo se derivan las ecuaciones de movimiento usando las ecuaciones de Lagrange, considerando restricciones del tipo no-holonómicas que son incorporadas de forma explícita a través de la introducción de multiplicadores de Lagrange. El modelo numérico incluye: (i) las palas que conforman el rotor de la turbina eólica, (ii) la barquilla, y (iii) la torre o estructura portante. Se considera a las palas como un conjunto de múltiples cuerpos rígidos vinculados perfectamente entre sí en el cubo o nariz del rotor. La barquilla y la torre se modelan como cuerpos con parámetros concentrados, incluyéndose la inercia rotacional de estos dos componentes. Las cargas aerodinámicas provenientes de la acción del viento sobre las palas que conforman el rotor se modelan como una carga distribuida de forma espacialmente invariante y con una magnitud variable en el tiempo. Los factores que gobiernan el cambio en magnitud de las cargas aerodinámicas son: (i) la velocidad de rotación del rotor y (ii) la variación de la velocidad del viento en altura por efecto de la rugosidad del terreno (presencia de la capa límite terrestre). Además de las cargas aerodinámicas, se consideran las cargas provenientes del amortiguamiento electromagnético, y de un momento de control proveniente del generador eléctrico. Este último es comúnmente utilizado como parámetro de control de la velocidad de rotación del rotor.

Palabras clave – Energía eólica, aerogeneradores, turbinas eólicas, aerodinámica, simulaciones numéricas.

1. INTRODUCCIÓN

Una parte significativa de la población rural de Sudamérica no dispone ni dispondrá, en un corto plazo, de energía eléctrica. Esto se debe a la baja rentabilidad que poseen los sistemas de distribución convencionales en regiones de escasa densidad poblacional, de difícil acceso debido a las grandes distancias o accidentes geográficos, y a los bajos consumos de electricidad en las viviendas rurales. Una solución a este problema, en zonas donde se dispone de vientos regulares, es la utilización de aerogeneradores [1,2]. Esto ha fomentado la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías destinadas a mejorar la calidad de los mismos y hacerlos económicamente competitivos como fuente de energía alternativa.

El presente trabajo es parte de un proyecto que se está desarrollando en forma conjunta en varias universidades del país y del extranjero, partiendo de una propuesta innovadora [3,4] orientada al desarrollo de modelos, técnicas y herramientas computacionales que permitan estudiar a los aerogeneradores de manera integral, considerando la interacción entre el aire, el rotor, la estructura portante y los aspectos que caracterizan la respuesta dinámica no-lineal de un aerogenerador a cargas de origen aerodinámico, como un único sistema dinámico.

La estrategia para abordar el problema contempla elegir y desarrollar un modelo aerodinámico inestacionario y no-lineal [5,6], un modelo estructural híbrido multicuerpo [7,8], un sistema de control

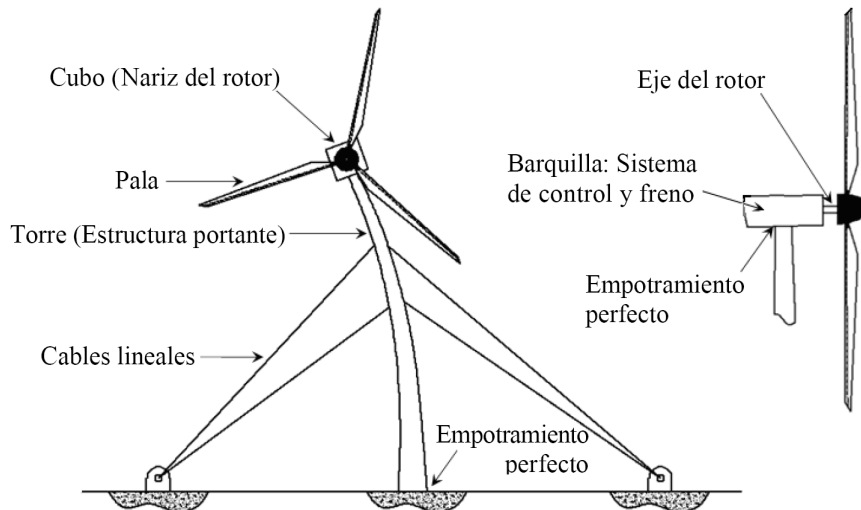


Fig. 1. Esquema mostrando las componentes del sistema estudiado.

que permita optimizar la extracción de energía o que suprima las respuestas indeseadas, y un esquema de interacción que permita acoplar de manera fuerte todos los modelos propuestos, y finalmente integrar las ecuaciones gobernantes en el dominio del tiempo.

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ESTUDIADO

En la Fig. 1 se esquematizan las partes componentes del aerogenerador y se especifican algunas hipótesis simplificativas bajo las cuales se modeló el sistema en estudio.

El rotor está formado por tres palas ubicadas cada 120° y perfectamente vinculadas entre sí a través del cubo o nariz del rotor. Las palas se consideran como un conjunto de múltiples cuerpos rígidos y tienen, en general, diferente envergadura, cuerda, momento de inercia y masa, diferencias causadas por defectos de fabricación y/o montaje.

La barquilla contiene el generador eléctrico, el sistema de frenado, el sistema de control y la caja multiplicadora de velocidades. La barquilla es el nexo estructural entre la torre y el rotor. A este conjunto de múltiples elementos se lo representa, de manera simplificada, por medio de parámetros concentrados teniendo en cuenta la inercia rotacional del mismo con respecto al eje del rotor. El sistema de frenado se modela por medio de un amortiguador de tipo viscoso que actúa entre el eje del rotor y la barquilla. El sistema de control se tiene en cuenta a través de un momento torsor de control que actúa, también, entre el eje del rotor y la barquilla. La respuesta del sistema de control frente a las cargas de origen aerodinámico no se tiene en cuenta en este modelo numérico. Como trabajo futuro está previsto desarrollar un modelo integral que acople el sistema de control, con el modelo estructural aquí presentado y las cargas aerodinámicas de naturaleza inestacionaria y no lineal.

La torre es una estructura reticular de 20 metros de altura, empotrada en la base y vinculada al suelo por medio de un conjunto de cables pretensados. Debido a que los cables están sometidos a una alta pretensión y la torre no tiene una altura significativa, se asume que los cables trabajan en régimen lineal. Las cargas debidas a la acción del viento sobre los cables y la torre no son tenidas en cuenta en este trabajo [9-11]. La matriz de rigidez del sistema estructural se determinó mediante el uso del programa SAP 2000 y se llevó a cabo un proceso de condensación estática de la rigidez considerando, solamente, los grados de libertad que describen la configuración del centro de la barquilla, según se indica en la Fig. 2a.

Las cargas aerodinámicas provenientes de la acción del viento sobre el rotor se modelan como una carga distribuida de forma espacialmente invariante cuya magnitud depende de la posición (altura relativa al terreno) de cada una de las palas y de su velocidad relativa respecto de la corriente de aire sin perturbar.

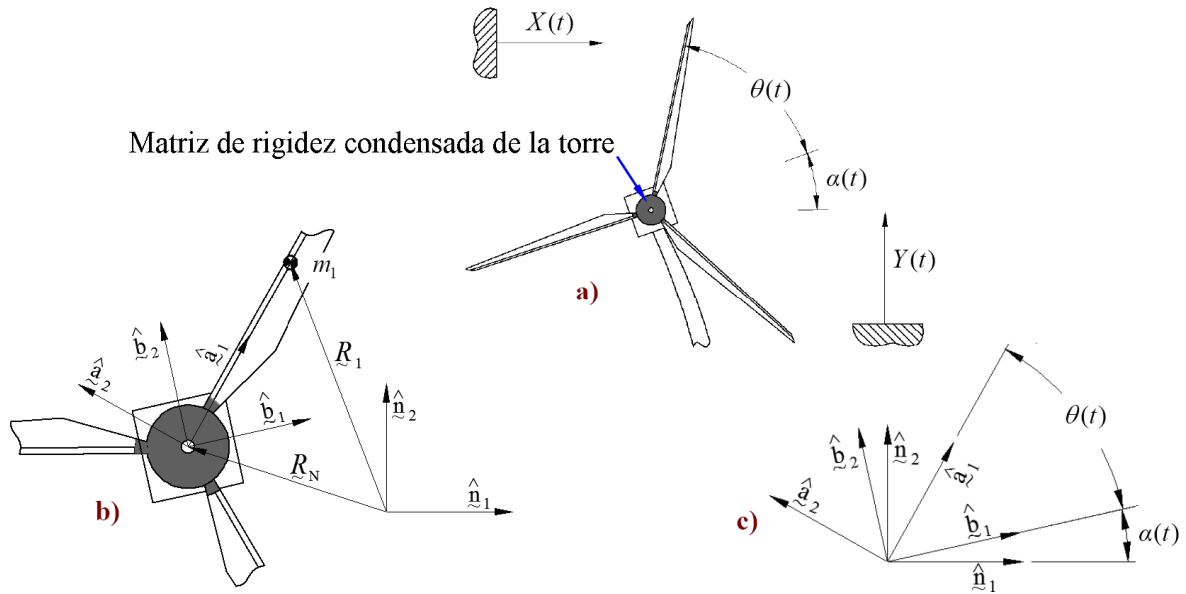


Fig. 2. a) Modelo estructural de la turbina eólica. (b) y (c) Sistemas de referencia.

La forma de esta carga se obtiene ajustando una curva a una serie de puntos obtenidos experimentalmente. Como se mencionó anteriormente, los factores que gobiernan el cambio en magnitud de las cargas aerodinámicas son, la velocidad de rotación del rotor y la variación de la velocidad del viento con la altura por efecto de la presencia de la capa límite terrestre, la que depende de la rugosidad del terreno. La acción del viento sobre la torre y la barquilla no es tenida en cuenta; asimismo se ignora la interacción aerodinámica entre estos dos elementos y las palas. Los vórtices de puntera y de borde de fuga generados por las tres palas tampoco son incluidos en este modelo [12].

Las ecuaciones de movimiento se obtienen a través de las ecuaciones de Lagrange. Para un estudio detallado del modelo estructural del aerogenerador se imponen explícitamente una serie de restricciones no-holónicas que son introducidas, en las ecuaciones de movimiento, por medio de multiplicadores de Lagrange [13].

Las ecuaciones de movimiento del sistema se integran en el dominio del tiempo de manera interactiva mediante un integrador numérico de 4º orden que posee, entre otras características, la propiedad de no introducir amortiguamiento de origen numérico [14]. Además, con el fin de corroborar que las soluciones no dependen del método de integración utilizado, se realizan otras simulaciones utilizando el integrador numérico basado en la técnica de Runge Kutta de 4º orden [15].

3. ECUACIONES DE MOVIMIENTO

3.1. Generalidades

Para derivar las ecuaciones de movimiento se utilizan las ecuaciones de Lagrange. Este método requiere expresiones de: la energía cinética T , la energía potencial V , y la función de disipación Rayleigh F . Por otro lado, es necesario calcular las expresiones de las cargas generalizadas Q_j , provenientes de las fuerzas externas no conservativas, excepto las de origen viscoso que son incluidas a través de la función de disipación Rayleigh F .

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, \quad j = 1, 2, 3, 4. \quad (1)$$

donde q_j denota la coordenada generalizada j .

3.2. Modelado del sistema

En este trabajo se utiliza un modelo simplificado de la turbina eólica que sólo posee cuatro grados de libertad: el desplazamiento lateral de la barquilla ($q_1 = X$), el desplazamiento vertical de la barquilla ($q_2 = Y$), el giro de la barquilla con respecto a una horizontal causado por la flexión de la torre portante ($q_3 = \alpha$), y el giro del rotor con respecto a la barquilla ($q_4 = \theta$). En la Fig. 2 se esquematiza el modelo y los sistemas de referencia utilizados.

3.3. Cálculo de la energía cinética del sistema

Para el cálculo de la energía cinética del sistema, se asume que el rotor está formado por tres palas rígidamente conectadas entre sí a través del cubo del rotor. Las palas se consideran como un conjunto de cuerpos rígidos que poseen diferente envergadura (L_i), cuerda (c_i), masa (m_i), distancia desde el eje del rotor al centro de masa de la pala (r_i) e inercia másica rotacional respecto del eje del rotor ($I_i = m_i r_i^2$, $i=1,2,3$.) causadas por defectos de fabricación y por defectos de montaje. Por este motivo, la energía cinética y potencial que aporta cada una de las palas es diferente. En la expresión para la energía cinética correspondiente a la barquilla, M y J indican respectivamente la masa y el momento de inercia másico de ésta. La expresión para la energía cinética de cada una de las palas y de la barquilla esta dada por:

$$\begin{aligned} T_{Pala1} &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_1 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + m_1 [r_1 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})] (\dot{Y} \cos \phi_1 - \dot{X} \sin \phi_1) \\ T_{Pala2} &= \frac{1}{2} m_2 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + m_2 [r_2 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})] (\dot{Y} \cos \phi_2 - \dot{X} \sin \phi_2) \\ T_{Pala3} &= \frac{1}{2} m_3 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_3 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + m_3 [r_3 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})] (\dot{Y} \cos \phi_3 - \dot{X} \sin \phi_3) \\ T_{Barquilla} &= \frac{1}{2} M (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

donde las orientaciones de las palas están dadas por los ángulos ϕ_i ($i=1,2,3$) que varían, de manera predeterminada, en el tiempo:

$$\phi_1(t) = \theta(t) + \alpha(t) \quad \phi_2(t) = \theta(t) + \alpha(t) + \frac{2\pi}{3} \quad \phi_3(t) = \theta(t) + \alpha(t) + \frac{4\pi}{3} \quad (3)$$

La energía cinética total del sistema se obtiene sumando las contribuciones provenientes de las palas y de la barquilla:

$$T = T_{Pala1} + T_{Pala2} + T_{Pala3} + T_{Barquilla} \quad (4)$$

3.4. Cálculo de la energía potencial del sistema

La energía potencial gravitatoria del sistema, V_g , está dada por la siguiente expresión:

$$V_g = [Y(M + m_1 + m_2 + m_3) + m_1 r_1 \sin \phi_1 + m_2 r_2 \sin \phi_2 + m_3 r_3 \sin \phi_3] g \quad (5)$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Como se mencionó anteriormente, la torre se modela como un cuerpo flexible con parámetros concentrados con tres grados de libertad (q_1, q_2, q_3) = (X, Y, α) asociados a los desplazamientos y rotación de su extremo. Las palas, por ser consideradas como perfectamente rígidas, no contribuyen a la energía potencial elástica V_e . La contribución de la elasticidad de la torre a la energía potencial elástica del sistema está dada por:

$$V_e = \frac{1}{2} \{ X \ Y \ \alpha \} \underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de Rigidez de la torre}} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Para el cálculo de la matriz de rigidez, se modeló la torre como un reticulado de acero mediante el uso del programa comercial SAP2000. Este reticulado, empotrado perfectamente sobre una base de cemento y soportado por medio de cables, posee, después de un proceso de condensación estática, tres grados de libertad: X , Y y α . Se considera a los cables trabajando en régimen lineal. Los desplazamientos y giros de la torre son muy pequeños, por ende el modelo propuesto se ajusta muy bien con un modelo lineal.

3.5. Cálculo de las cargas aerodinámicas

Las cargas aerodinámicas provenientes de la acción del viento sobre el rotor se modelan como una carga distribuida de forma espacialmente invariante y de una magnitud que depende de la posición de cada una de las palas y su velocidad relativa a la corriente de aire sin perturbar. En la Fig. 3a se esquematiza el perfil de viento, V_z , variable con la altura, z , actuante sobre el aerogenerador. En la Fig. 3b se muestran los sistemas de referencia utilizados para definir las cargas distribuidas $F_1(\eta_1, t)$, $F_2(\eta_2, t)$ y $F_3(\eta_3, t)$ sobre cada una de las palas, mientras que en la Fig. 3c se indica la coordenada z correspondiente a la altura de un punto genérico P de una pala que forma un ángulo ϕ .

La forma de la carga distribuida a lo largo de la envergadura de las palas se obtuvo ajustando una curva a puntos obtenidos experimentalmente para el coeficiente de sustentación C_l . Los datos experimentales y la curva que ajusta estos datos, se muestran en la Fig. 4. La curva de ajuste obtenida es la siguiente:

$$C_l(\eta) = \frac{a + c\eta + e\eta^2}{1 + b\eta + d\eta^2} \quad (7)$$

donde: $a = 0,0007787$; $b = 14,044712$; $c = 2,7391$; $d = -15,011829$ y $e = -2,7398852$.

La acción del viento sobre la torre y la barquilla no es tenida en cuenta y también se ignora la interacción aerodinámica entre estos dos elementos y las palas. Las estelas vorticosas generados por las tres palas no son incluidas en el modelo numérico [11]. Por lo tanto los factores que gobiernan el cambio en magnitud de las cargas aerodinámicas son (i) la velocidad de rotación del rotor ($\dot{\theta}(t) + \dot{\alpha}(t)$), (ii) la variación de la velocidad del viento con la altura por efecto de la rugosidad del terreno (V_z), (iii) la densidad promedio del aire (ρ), (iv) la cuerda de las palas (c_i), (v) el largo de las palas (L_i) y (vi) la distribución de la sustentación (C_l). Las expresiones de las cargas generalizadas se obtienen sumando la contribución de las tres palas ubicadas cada 120° , ver ecuación (3):

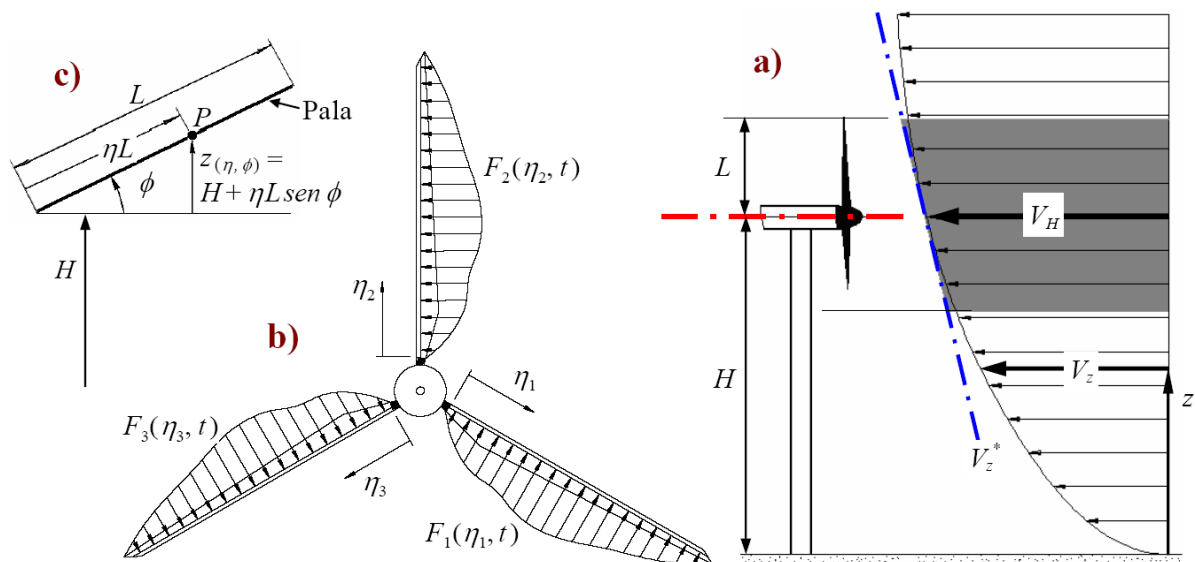


Fig. 3. Modelo de las cargas aerodinámicas.

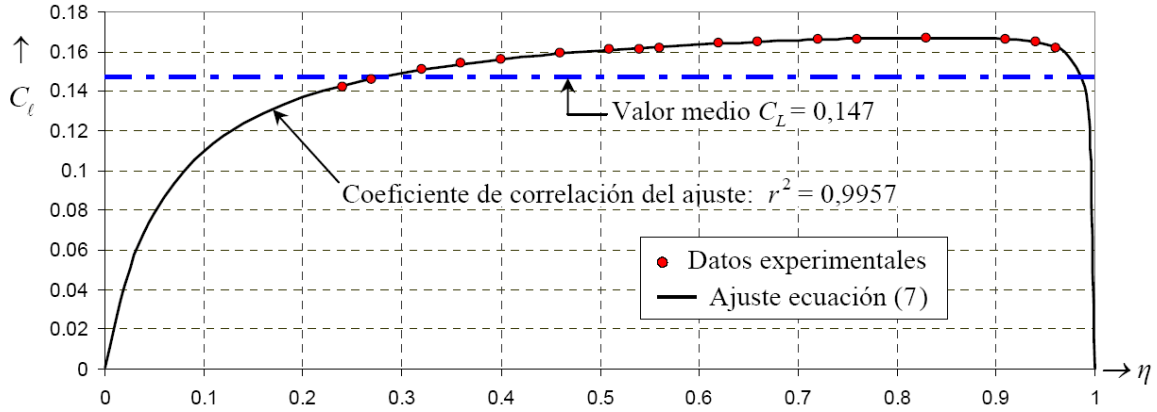


Fig. 4. Datos de la carga aerodinámica sobre el perfil obtenidos experimentalmente.

$$\begin{cases} Q_X = -\sum_1^3 q_i L_i C_{L_i} \Omega_i \text{sen } \phi_i & Q_\alpha = \sum_1^3 q_i L_i C_{M_i} \Omega_i \\ Q_Y = \sum_1^3 q_i L_i C_{L_i} \Omega_i \text{cos } \phi_i & Q_\theta = \sum_1^3 q_i L_i C_{M_i} \Omega_i - M_c \end{cases} \quad (8)$$

donde M_c es el momento de control proveniente del generador eléctrico utilizado para controlar la velocidad de rotación del rotor. C_L , C_M y Ω son factores de forma de las cargas aerodinámicas que se obtienen por integración a lo largo de la envergadura de cada una de las palas (variable η). Para cada pala se tiene:

$$q = \frac{1}{2} \rho c (V_H)^2 \quad C_L = \int_0^1 C_\ell d\eta \quad C_M = \int_0^1 \eta C_\ell d\eta \quad (9)$$

donde V_H es la velocidad del viento a la altura del rotor, que se toma como referencia, y C_ℓ está definido por la ecuación (7). El factor Ω proviene de tener en cuenta el perfil de velocidad del viento variable con la altura z (ver Fig. 3a):

$$\Omega = \int_0^1 (V_z / V_H)^2 d\eta \quad (10)$$

Como el objetivo de este trabajo es mostrar que la variación de la velocidad del viento con la altura introduce no linealidades, a continuación se harán una serie de simplificaciones adicionales en el cálculo de las cargas aerodinámicas. Asumiendo que el largo de las palas L es bastante menor que la altura de la torre H , podemos aproximar el perfil del viento, en la zona barrida por las palas, mediante una recta V_z^* tangente al perfil de viento en la altura correspondiente al rotor (ver Fig. 3a):

$$L \ll H \Rightarrow V_z \cong V_z^* = V_H \left[1 + \varepsilon \frac{2(z-H)}{L} \right], \quad \text{donde: } \varepsilon \ll 1 \quad (11)$$

Cuando una pala está inclinada un ángulo ϕ respecto a la horizontal, como se indica en la Fig. 3c, la altura de un punto P perteneciente a la pala, definido por la coordenada η , resulta:

$$z_{(\eta,\phi)} = H + \eta L \text{sen } \phi \Rightarrow V_z^* = V_H (1 + 2\varepsilon \eta \text{sen } \phi) \quad (12)$$

Introduciendo la velocidad aproximada V_z^* dada en (12) en la integral (10) se tiene:

$$\Omega \cong \int_0^1 (1 + 2\varepsilon \eta \sin \phi)^2 d\eta = 1 + 2\varepsilon \sin \phi + \frac{4}{3} \varepsilon^2 \sin^2 \phi \quad (13)$$

Dado que ε es pequeño comparado con la unidad, el trinomio que figura en la ecuación (13) se puede aproximar por un cuadrado perfecto, y se tiene:

$$\Omega \cong (1 + \varepsilon \sin \phi)^2 \quad (14)$$

A los fines de simplificar el modelo se asume que todas las palas tienen la misma envergadura L y se utiliza la aproximación (14). Bajo estas hipótesis, las cargas generalizadas se reducen a:

$$\begin{cases} \bar{Q}_X = -3LqC_L [\varepsilon - 0,25 \varepsilon^2 \sin(3\theta + 3\alpha)] \\ \bar{Q}_Y = -3LqC_L [0,25 \varepsilon^2 \cos(3\theta + 3\alpha)] \\ \bar{Q}_\alpha = 3LqC_M (1 + 0,5 \varepsilon^2) \\ \bar{Q}_\theta = 3LqC_M (1 + 0,5 \varepsilon^2) - M_c \end{cases} \quad (15)$$

donde se manifiesta la incidencia de la variación debida a la altura a través del parámetro ε . Se observa una excitación alterna axial \bar{Q}_Y que actúa sobre la torre cuya frecuencia es el triple de la frecuencia de rotación del rotor $[\cos(3\theta + 3\alpha)]$ y una carga armónica, \bar{Q}_X , $[\sin(3\theta + 3\alpha)]$ superpuesta a una componente constante que flexiona la torre transversalmente respecto a la dirección del viento.

3.6. Ecuaciones de movimiento

Introduciendo las expresiones para las energías cinéticas dadas por las ecuaciones (2), las energías potenciales dadas por las ecuaciones (5) y (6) y las expresiones de las cargas generalizadas Q_j ($j=X, Y, \alpha, \theta$) dadas por las ecuaciones (8) en las ecuaciones de Lagrange (1), se obtiene el siguiente sistema acoplado de ecuaciones diferenciales de movimiento:

$$\begin{cases} (m+M)\ddot{X} - A(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) - B(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + K_{11}X + K_{21}Y + K_{13}\alpha = Q_X \\ (m+M)\ddot{Y} + B(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) - A(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + K_{22}Y + K_{21}X + K_{23}\alpha = Q_Y - g(m+M) \\ -A\ddot{X} + B\ddot{Y} + (I+J)\ddot{\alpha} + I\ddot{\theta} + K_{33}\alpha + K_{13}X + K_{23}Y = Q_\alpha - gB \\ -A\ddot{X} + B\ddot{Y} + I(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + C\dot{\theta} = Q_\theta - gB \end{cases} \quad (16)$$

donde C es el factor de amortiguamiento viscoso utilizado para modelar el sistema de freno. Además, en el sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento se introdujo la notación:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3, & A &= m_1 r_1 \sin \phi_1 + m_2 r_2 \sin \phi_2 + m_3 r_3 \sin \phi_3, \\ m &= m_1 + m_2 + m_3, & B &= m_1 r_1 \cos \phi_1 + m_2 r_2 \cos \phi_2 + m_3 r_3 \cos \phi_3 \end{aligned} \quad (17)$$

El modelo dado por el sistema de ecuaciones (16) ofrece muchas ventajas prácticas debido a su generalidad, permitiendo simular entre otros: (i) la rotura parcial de una o más palas, y/o (ii) defectos de fabricación y/o montaje. No obstante, en lo que resta del presente trabajo se asume que todas las palas tienen la misma envergadura, masa e inercia porque ayuda a reducir las ecuaciones de movimiento, además se usan las cargas simplificadas \bar{Q}_j dadas en la ecuación (15).

$$\left\{ \begin{array}{l} (m+M)\ddot{X} + K_{11}X + K_{21}Y + K_{31}\alpha = C_L L[-3\varepsilon + 0,75\varepsilon^2 \text{sen}(3\theta + 3\alpha)] \\ (m+M)\ddot{Y} + K_{22}Y + K_{21}X + K_{32}\alpha = C_L L[-0,75\varepsilon^2 \text{cos}(3\theta + 3\alpha)] - g(m+M) \\ (I+J)\ddot{\alpha} + I\ddot{\theta} + K_{33}\alpha + K_{13}X + K_{32}Y = C_M L(3+1,5\varepsilon^2) \\ I(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + C\dot{\theta} = C_M L(3+1,5\varepsilon^2) - M_c \end{array} \right. \quad (18)$$

En (18) se observa que las cargas aerodinámicas dependientes de la posición de las palas, introducen en la ecuación de movimiento los términos no-lineales $\text{sen}(3\theta + 3\alpha)$ y $\text{cos}(3\theta + 3\alpha)$.

3.7. Simplificación del modelo: Uso de restricciones no-holonómicas

Como el objetivo de este trabajo es focalizar el estudio en el efecto de las no-linealidades introducidas por las cargas aerodinámicas se pueden simplificar los cálculos reduciendo el modelo con 4 grados de libertad (X , Y , α y θ) a otro con 2 grados de libertad (X , α), sin cometer errores importantes según se explica a continuación.

A los fines de acelerar el proceso de integración se puede restringir el grado de libertad Y , debido a que las oscilaciones axiales de la torre son de alta frecuencia comparadas con las oscilaciones de los restantes grados de libertad asociados a la flexión. Además, debido a la particular estructura de la matriz de rigidez del sistema estudiado, el grado de libertad vertical no está acoplado elásticamente a los demás grados de libertad. Por lo tanto se puede imponer una restricción de desplazamiento nulo:

$$\forall t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad Y(t) = 0, \quad \dot{Y}(t) = 0, \quad \ddot{Y}(t) = 0 \quad (19)$$

Además, para tener un mejor control sobre la velocidad de rotación del rotor ($\dot{\theta}$) y poder simular estados de cargas particulares, se puede imponer al grado de libertad θ restricciones de naturaleza no-holonómica:

$$\forall t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \theta(t) = f(t) = \text{Prescripto} \quad \dot{\theta}(t) = \dot{f}(t) \quad \ddot{\theta}(t) = \ddot{f}(t) \quad (20)$$

Utilizando la técnica de los multiplicadores de Lagrange para imponer las restricciones dadas por las ecuaciones (19) y (20) sobre las ecuaciones de movimiento (18) se llega finalmente a las ecuaciones de movimiento (21) correspondientes a un modelo de 2 grados de libertad (X , α).

$$\left\{ \begin{array}{l} (m+M)\ddot{X} + K_{11}X + K_{13}\alpha = C_L L[-3\varepsilon + 0,75\varepsilon^2 \text{sen}(3f + 3\alpha)] \\ (I+J)\ddot{\alpha} + K_{33}\alpha + K_{13}X = C_M L(3+1,5\varepsilon^2) - \ddot{f}I \end{array} \right. \quad (21)$$

y a las ecuaciones (22) que expresan las fuerzas generadas sobre los grados de libertad Y y θ debido a las restricciones impuestas:

$$\begin{aligned} \lambda_Y &= -K_{21}X - K_{23}\alpha - C_L L[3\varepsilon - 0,75\varepsilon^2 \text{sen}(3f + 3\alpha)] - g(m+M) \\ \lambda_\theta &= -(\ddot{\alpha} + \ddot{f})I - C\dot{f} + C_M L(3+1,5\varepsilon^2) - M_c \end{aligned} \quad (22)$$

Observando las ecuaciones de movimiento resultantes (21) se puede concluir que la no-linealidad es introducida en la ecuación de movimiento por el término $\text{sen}(3\theta + 3\alpha)$, correspondiente al grado de libertad X que por medio de la matriz de rigidez condensada de la torre se acopla elásticamente al grado de libertad α .



Fig. 5. Generador eólico montado en el predio de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

Tabla 1. Datos estimados de la barquilla.

Momento de Inercia de la barquilla (J)	3,01 kg m ²
Masa de la barquilla (M)	151 kg

Tabla 2. Datos estimados de la torre.

Altura de la torre (H)	20 m
Rigidez de la torre K_{11}	$8,97 \times 10^5$ N/m
Rigidez de la torre K_{22}	$3,49 \times 10^7$ N/m
Rigidez de la torre K_{33}	$-2,64 \times 10^4$ N-m/rad
Rigidez de la torre K_{12} (igual a K_{21})	0
Rigidez de la torre K_{23} (igual a K_{32})	0
Rigidez de la torre K_{13} (igual a K_{31})	$1,322 \times 10^9$ N/rad

4. SIMULACIONES

4.1. Datos del sistema a simular

Como caso de estudio se simula el comportamiento de generador eólico montado en el predio de la Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina, mostrado en la Fig. 5. El mecanismo de control introducido por la cola del generador que se observa en las fotos no fue considerado en las simulaciones. La torre es una estructura reticular de 20 m de altura arriostrada en dos niveles con 4 cables en cada nivel, posicionados a 90 grados uno de otro.

Los datos adicionales de esta estructura y las condiciones de funcionamientos consideradas durante las simulaciones se detallan en las Tablas 1, 2, 3 y 4.

Tabla 3. Datos estimados del rotor.

Longitud de las palas (L)	3 m
Masa de las tres palas ($m = m_1 + m_2 + m_3$)	17,64 kg
Inercia rotacional de las 3 palas (I)	13,52 kg m ²
Cuerda de las palas (c)	0,2 m

Tabla 4. Condiciones de funcionamiento.

Velocidad del viento a la altura del rotor (V_H)	10 m/s
Densidad del aire (ρ)	1,225 Kg /m ³
Pendiente de la tangente del perfil del viento (ε)	0,03
Momento de control M_c	0 N m
Amortiguamiento electromagnético C	0 N m s ²

4.2. Valores calculados

$$\text{Ecuación (9)} \rightarrow q = 0,5 \times 1,225 \times 0,2 \times 10^2 = 12,25 \text{ N/m}$$

$$\text{Ecuaciones (7) y (9)} \rightarrow C_L = \int_0^1 C_\ell d\eta = 0,147 \quad C_M = \int_0^1 \eta C_\ell d\eta = 0,0797$$

4.3. Frecuencias naturales del sistema linealizado

El lado izquierdo del sistema de ecuaciones de movimiento (18) (correspondiente a una turbina eólica trabajando en vacío) es lineal (las no linealidades son introducidas por las cargas aerodinámicas). Con los datos del generador eólico de la Universidad Nacional de Río Cuarto presentados en las Tablas 1 hasta 4, se calcularon las frecuencias naturales del sistema:

$$\omega_1 = 46,72 \text{ rad/seg} \quad \omega_2 = 554,29 \text{ rad/seg} \quad (23)$$

4.4. Simulaciones con el modelo de 4 grados de libertad

Los resultados de las simulaciones expuestos en esta sección fueron obtenidas integrando numéricamente el sistema de ecuaciones de movimiento (18) asumiendo que tanto el momento de control M_c como el amortiguamiento electromagnético C son nulos.

En la Fig. 6 se muestra la evolución temporal de cada uno de los 4 grados de libertad. En los grados de libertad X y α , acoplados elásticamente por medio de la matriz de rigidez, luego de 6 a 8 seg de comenzado el arranque del aerogenerador se observa una variación en su magnitud. Este efecto se produce cuando la velocidad angular de las palas $\dot{\theta}$ coincide con 1/3 de la primera frecuencia natural del sistema ($\dot{\theta} = \omega_1/3 = 15,57 \text{ rad/seg}$). Además, se observa que dicha variación en magnitud de los grados de libertad X y α es altamente dependiente del signo y magnitud de la aceleración angular del rotor, $\ddot{\theta}$. Por este motivo y a los fines de tener un mayor control sobre el grado de libertad θ se impusieron a las ecuaciones de movimiento (18) restricciones de naturaleza no-holonómica reduciendo el sistema de ecuaciones al dado por (21).

Por otro lado, y como se mencionó anteriormente, debido a la estructura de la matriz de rigidez, el grado de libertad Y está elásticamente desacoplado de los demás grados de libertad. Se observa que la oscilación de este grado de libertad es de alta frecuencia comparada con las oscilaciones de los restantes grados de libertad. Esta diferencia en frecuencia genera que los intervalos de tiempo necesarios para llevar a cabo la integración numérica sean muy pequeños si se quieren captar las variaciones del grado de libertad Y . Por otro lado, a los fines de captar el comportamiento de los restantes grados de libertad, es necesario integrar sobre una ventana muy grande de tiempo; la combinación de estos dos factores

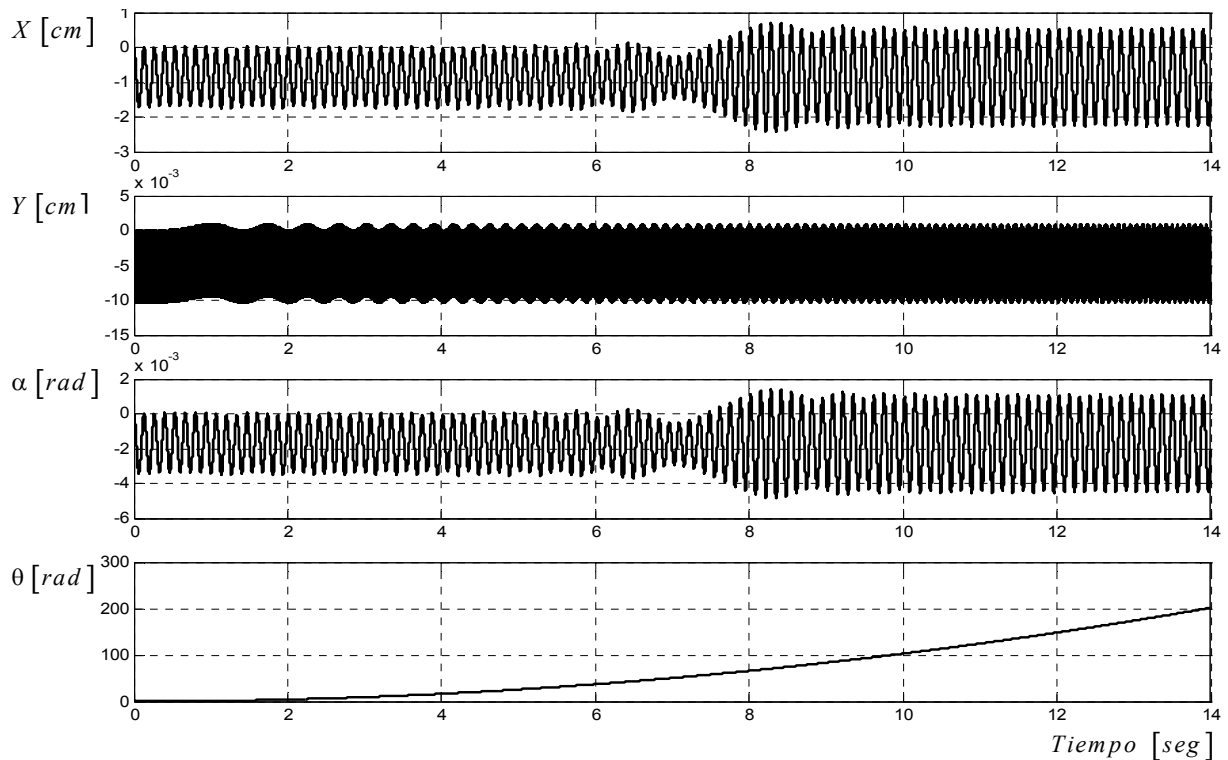


Fig. 6. Resultados de la simulación numérica con el modelo de 4 GDL de las ecuaciones (18).

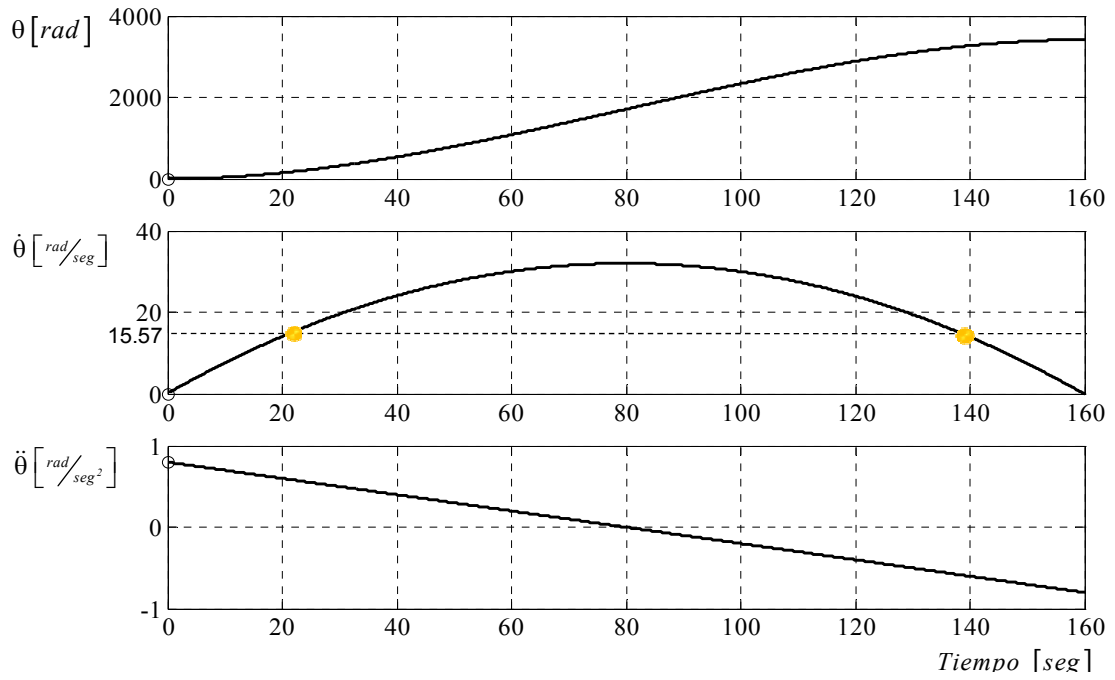
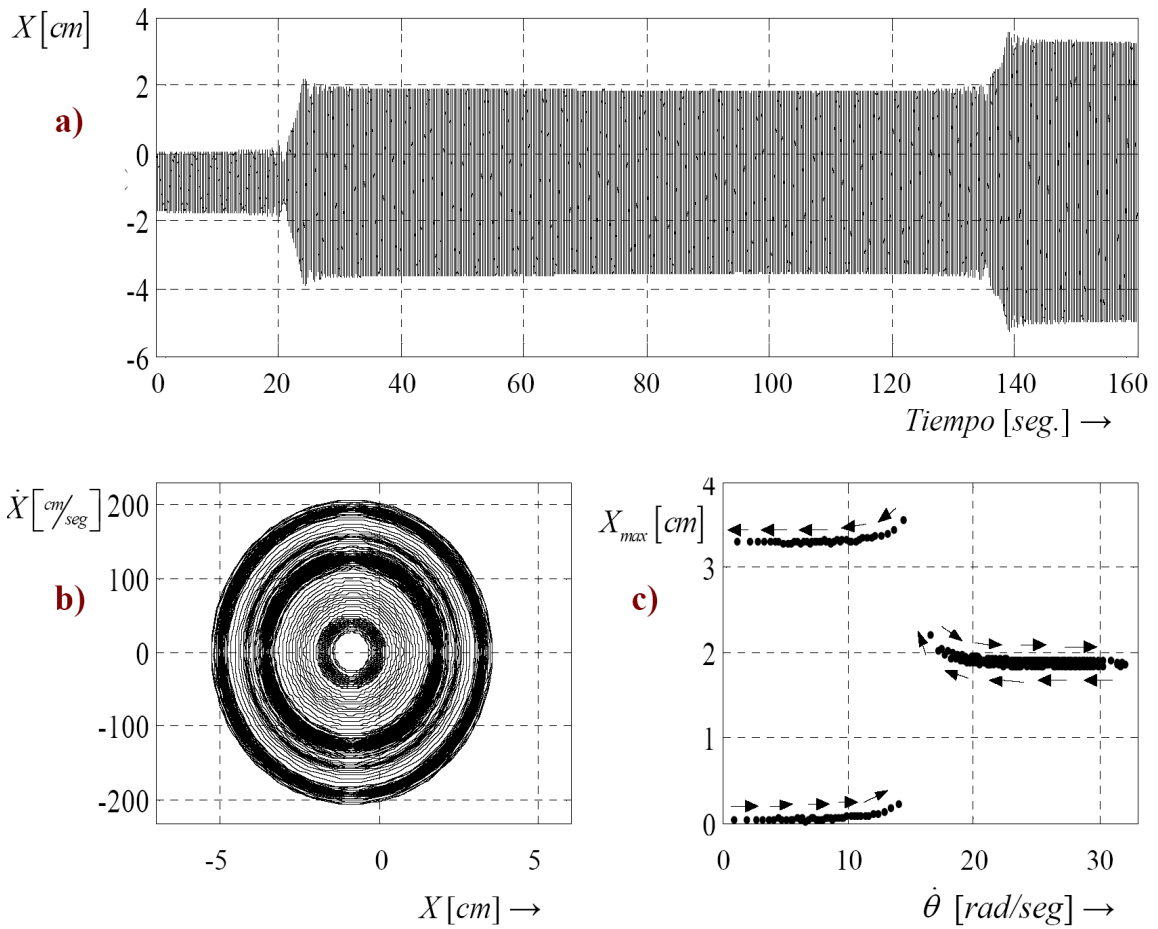
conlleva a incrementar el número de puntos de integración con el consiguiente aumento en el tiempo de cálculo. Por lo expuesto y a los fines de disminuir el tiempo computacional de cada simulación, se impusieron sobre el grado de libertad Y restricciones de origen no-holónicas reduciendo las ecuaciones de movimiento a las expuestas en (21).

4.5. Simulaciones con el modelo simplificado de 2 grados de libertad

A los fines de acelerar el proceso de cálculo y tener un mayor control sobre el grado de libertad θ , que demostró tener una gran implicancia sobre los efectos no-lineales, se realizaron simulaciones con el sistema de ecuaciones (21), bajo condiciones de arranque y frenado del aerogenerador. Para tal fin se asume que la velocidad angular de las palas, $\theta(t)$, y sus derivadas están dadas por las funciones que se muestran en la Fig. 7. La velocidad angular de las palas aumenta en forma parabólica hasta llegar a su máximo a los 80 seg, pasando por el valor de 15,57 rad/seg, el cual coincide con 1/3 de la primera frecuencia natural del sistema, a los 20 seg aproximadamente. Luego de alcanzar la máxima velocidad angular, la aceleración angular cambia de signo y comienza a frenar el rotor. La velocidad angular del rotor comienza a disminuir hasta llegar a 0 pasando nuevamente por el valor de 15,57 rad/seg, a los 140 seg aproximadamente, esta vez con aceleración angular negativa.

La variación del grado de libertad X en función del tiempo, mostrada en la Fig. 8a, indica que la amplitud de las oscilaciones se incrementa cuando el tiempo llega a un valor cercano a los 20 seg, coincidente con el valor de la velocidad angular de rotación de 15,57 rad/seg presentado en la Fig. 7. Otro cambio en amplitud es observado cuando el tiempo alcanza un valor cercano a los 140 seg; nuevamente coincide con el valor de 15,57 rad/seg de la velocidad angular presentado en la Fig. 7, esta vez durante la etapa de desaceleración del rotor.

En las Figuras 8b y 8c se presenta una manera alternativa de visualizar y analizar los resultados mostrados en la Fig. 8a. La Fig. 8c muestra la variación de las amplitudes máximas de X en función de la velocidad angular de rotación. Las flechas del gráfico describen la dirección “temporal” de esta variación desde el

Fig. 7. Variación del grado de libertad θ y de sus derivadas.Fig. 8. (a) Grado de libertad X en función del tiempo, (b) diagrama de fase del grado de libertad X y (c) amplitudes máximas en función de la velocidad angular del rotor.

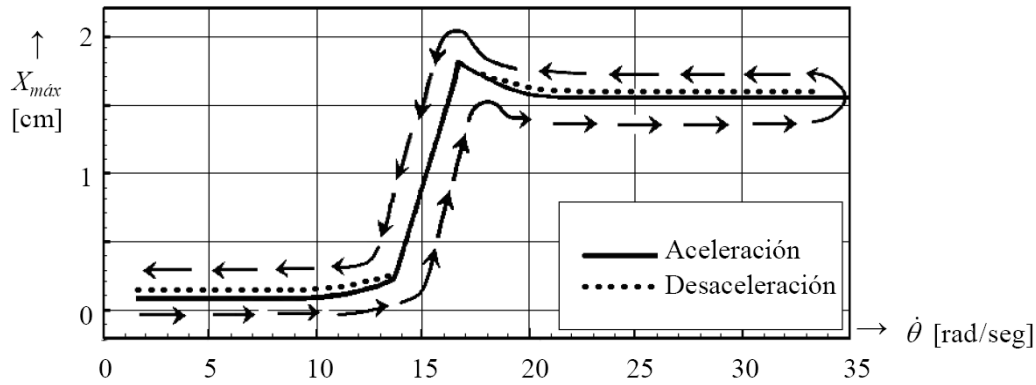


Fig. 9. Amplitud de X vs. $\dot{\theta}$ para bajos incrementos de $\dot{\theta}$.

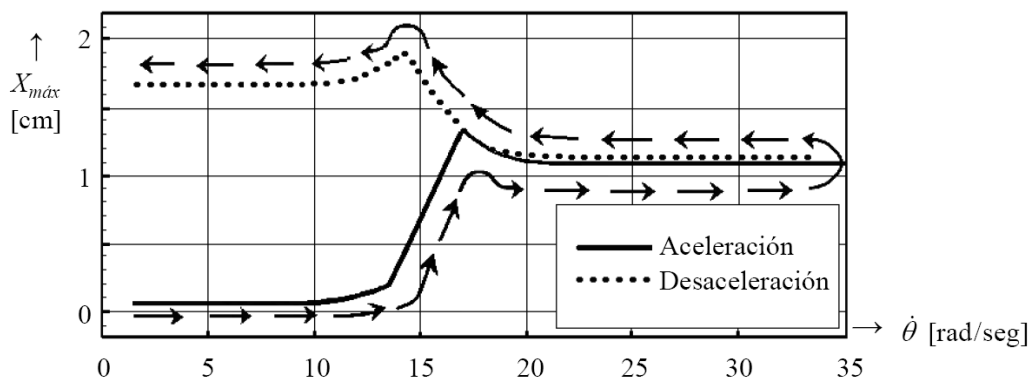


Fig. 10. Amplitud de X vs. $\dot{\theta}$ para altos incrementos de $\dot{\theta}$.

reposo, acelerando hasta la máxima velocidad, y luego el período de desaceleración hasta llegar nuevamente a la condición inicial de reposo. Nuevamente, se puede observar que a los 15,57 rad/seg se produce un salto o amplificación en la amplitud durante la etapa de aceleración. Luego de llegar a la velocidad angular máxima de 32 rad/seg comienza la etapa de desaceleración. Lo esperado en un sistema lineal es que el movimiento sea perfectamente simétrico, respecto de este punto de máxima velocidad angular, y la amplitud siga la misma tendencia durante el período de desaceleración. Sin embargo esto no ocurre en este caso; cuando la velocidad angular llega nuevamente a los 15,57 rad/seg la amplitud se vuelve a incrementar.

Una discusión sobre comportamiento del grado de libertad α no fue incluida en este análisis ya que se observó que tiene el mismo comportamiento que el grado de libertad X y su magnitud esta dentro de valores prácticamente aceptables, no aportando ninguna información adicional.

Para analizar en detalle la fuente de la bifurcación responsable de estos saltos en la amplitud de la respuesta, y los factores intervinientes, se realizaron dos simulaciones numéricas utilizando dos pendientes distintas para la recta de aceleración angular. La Fig. 9 corresponde a la simulación con la pendiente de aceleración menor, y se observa que la amplitud de las oscilaciones no bifurca; las trayectorias de aceleración y desaceleración son las mismas. Sin embargo sigue estando presente el aumento de amplitud a los 15,57 rad/seg.

La Fig. 10 corresponde a la simulación donde la pendiente de la aceleración es mayor que la del caso anterior. Aquí se observa una bifurcación a los 15,57 rad/seg cuya amplitud depende del signo de la aceleración angular del rotor de la turbina eólica.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron y analizaron resultados obtenidos con una herramienta computacional desarrollada para predecir, en el dominio del tiempo, el comportamiento dinámico no-lineal de turbinas eólicas de eje horizontal sometidas a la acción de cargas aerodinámicas periódicas.

Los resultados obtenidos permiten extraer algunas conclusiones que ayudan a comprender el comportamiento dinámico estructural de los generadores eólicos, fenómeno de alta complejidad. En primer lugar se observó el efecto no-lineal inducido sobre la estructura por un perfil de viento con velocidades variables con la altura, debido a la rugosidad del terreno. Este efecto no-lineal genera una bifurcación de la amplitud de la respuesta cuando la velocidad angular de rotación de las palas de la turbina coincide con 1/3 de la primera frecuencia natural del sistema estructural. La amplitud de la bifurcación es directamente proporcional a la pendiente de la curva de aceleración y desaceleración del rotor.

Si bien la herramienta aquí presentada es un buen punto de partida, en trabajos futuros se debería incorporar (i) un modelo de cargas aerodinámicas que tuviera en cuenta el efecto de la “sombra” de la torre y la barquilla, (ii) el comportamiento estructural no-lineal de la torre, (iii) los sistemas de control y (iv) las condiciones ambientales altamente complejas que tienen lugar en las zonas donde normalmente se emplazan estos equipos.

Adicionalmente al estudio presentado en este trabajo, la generalidad del modelo permite predecir los esfuerzos y deformaciones sobre la estructura debidas a la presencia de cargas desbalanceadas generadas por: (i) la rotura parcial de una o más palas, y/o (ii) defectos de fabricación o montaje. Esos aspectos deberán ser explotadas en trabajos futuros.

REFERENCIAS

- [1] IMPSA WIND, *Tecnología nacional en energías renovables a gran escala*, Industrias Metalúrgicas Pescarmona S.A.I.C. & F., Mendoza, Argentina (1998)
- [2] González, J.A., *Importancia de la energía eólica en el desarrollo*, Portal energético internacional (2005)
- [3] Gebhardt, C., Preidikman, S., Massa, J., *Análisis aeroservoelástico de generadores eólicos de gran potencia y eje horizontal: Una nueva metodología*, Memorias del Segundo Congreso Iberoamericano “Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía”, HYFUSEN 2009, San Juan, Argentina (2009)
- [4] Preidikman, S., Gebhardt, C., Brewer, A., Rocca, B., “Aeroservoelastic analysis of large horizontal-axis wind turbines: A new methodology”, 11th Pan American Congress of Applied Mechanics, PACAM XI, Foz do Iguacu, Paraná – Brazil (2010)
- [5] Gebhardt, C., Preidikman, S., Massa, J., Della Barca, A., “Interacciones aerodinámicas no-lineales e inestacionarias en turbinas eólicas de eje horizontal y de gran potencia”, *Mecánica Computacional*, **28**, 1489-1505 (2009)
- [6] Gebhardt, C.G., Preidikman, S., Massa, J.C., “Numerical simulations of the aerodynamic behavior of large horizontal-axis wind turbines”, *International Journal of Hydrogen Energy*, **35**(11), 6005-6011 (2010)
- [7] Muract, J., Jeandrevín, G., Preidikman, S., *Simulaciones numéricas del comportamiento dinámico no-lineal de un generador eólico*, XII Congreso Sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, ENIEF 2001, Córdoba, Argentina (2001)
- [8] Gebhardt, C., Veluri B., Preidikman, S., Jensen, H., Massa, J., “Numerical simulations of the aeroelastic behavior of large horizontal-axis wind turbines: The drivetrain case”, *Mecánica Computacional*, **29**, 949-967 (2010)
- [9] Buchholdt, H.A., Moosavinejad, S., Iannuzzi, A., “Non-Linear dynamic analysis of guyed masts subject to wind guy ruptures”, Structural Engineering group, Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, **81**, 353-395 (1986)
- [10] Peil, U., Nölle, H., Wang, Z.H., “Non-Linear dynamic behavior of guys and guyed masts under turbulent wind load”, *Journal of the international association for shell and spatial structures*, IASS, Proc. **37**(121), 77-88 (1996)
- [11] McCaffrey, R.J., Hartmann, A.J., “Dynamic of guyed towers”, *Journal of the Structural Division*, **98**(ST6), 1309-1323 (1972)

- [12] Wilson, R.E., "Wind-Turbine Aerodynamics", *Journal of Industrial Aerodynamics*, **5**, 357-372 (1980)
- [13] Garrad, A.D., Quarton, D.C., "Symbolic computing as a tool in wind turbine dynamic", *Journal of Sound and Vibration*, **109**(1), 65-78 (1986)
- [14] Preidikman, S., Mook, D.T., "Time-domain simulations of linear and nonlinear aeroelastic behavior", *Journal of Vibration and Control*, **6**(8), 1135-1175 (2000)
- [15] Gupta, K.K., "Formulation of numerical procedures for dynamic analysis of spinning structures", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **23**(10), 2347-2357 (1986)

NON-LINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF A WIND TURBINE UNDER AERODYNAMIC PERIODIC LOADS

Abstract – Numerical simulations for studying the structural dynamics behavior of a three-bladed horizontal-axis wind turbine under aerodynamic loads are developed in this paper with the objective of studying the non-linear characteristics of such response. The equations of motion are derived using Lagrange Equations and considering non-holonomic constraints which are incorporated explicitly through the use of Lagrange Multipliers. The numerical model includes: *(i)* three blades, *(ii)* the nacelle; and *(iii)* the tower. The blades are considered as a set of multiple rigid bodies, perfectly attached to the hub, which connects them to the generator rotating shaft. The nacelle and the tower are modeled as bodies with concentrated parameters, including rotational inertia. Aerodynamics loads acting on the blades are modeled as space-invariant distributed load with a time-varying magnitude. Changes on the aerodynamic load magnitude depend on the following factors: *i)* rotor speed and *ii)* wind speed variation with height, which depends on the surface roughness. Besides, not only aerodynamic loads are considered in the model, but also electromagnetic damping and a control moment coming from the electrical generator. This moment is the parameter normally used to control the rotor angular speed.

Keywords – Eolic energy, Wind turbines, Nonlinear dynamics, Aerodynamics, numerical simulations.