

Modelo electromecánico de un cosechador aeroelástico de energía

Emmanuel Beltramo^{1,2}, Santiago Ribero^{1,2}, Juan Martín Hüemöller², José Enrique Stuardi² y Sergio Preidikman^{1,2}

¹*Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, CONICET, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina*

²*Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina*

Fecha de recepción del manuscrito: 15/03/2018

Fecha de aceptación del manuscrito: 26/09/2018

Fecha de publicación: 28/09/2018

Resumen— En los últimos años, el número de investigaciones asociadas al diseño de Vehículos Aéreos No Tripulados autónomos ha ido creciendo. Nuevas tecnologías permiten el desarrollo de alas multifuncionales como sistemas cosechadores de energía que aprovechan la vibración mecánica de su propia estructura (debidas a ráfagas o a oscilaciones de ciclo límite causadas por inestabilidades aeroelásticas como el flutter) como fuente principal de energía de entrada. La conversión de la energía de deformación mecánica en energía eléctrica puede llevarse a cabo mediante transductores piezoeléctricos y así alimentar a sensores y actuadores. En este trabajo se estudia una versión simplificada de un cosechador aeroelástico de energía, representado estructuralmente por una viga en voladizo y cuyas superficie superior e inferior se encuentran recubiertas por láminas piezoeléctricas. En el extremo libre de la viga se vincula un perfil aerodinámico simétrico, mientras que las cargas aerodinámicas no-lineales e inestacionarias se evalúan mediante la implementación de una versión ad-hoc del método de la red de vórtices. Las ecuaciones gobernantes se obtienen a través de las ecuaciones de Lagrange y se integran numéricamente en el dominio del tiempo implementando un método predictor-corrector. Entre los resultados obtenidos, se calculó el voltaje y la energía cosechada en función de la carga resistiva, se estudió la influencia de la resistencia eléctrica en la velocidad de flutter y se analizó el efecto que posee la ubicación de los parches piezoeléctricos en la potencia desarrollada.

Palabras clave—Cosecha de Energía, Aeroelasticidad, Materiales piezoeléctricos, Flutter, Aerodinámica inestacionaria.

Abstract— The development of autonomous Unmanned Aerial Vehicles has been subject of continuous interest during the last years. Energy-harvesting systems are among new technologies that enable the construction of multifunctional wings; they use the mechanical vibrations of the structure (due to wind gusts or limit-cycle oscillations caused by aeroelastic instabilities such as flutter) as the main source of input energy. By means of piezoelectric transducers, elastic strain energy can be converted into electrical energy to supply electricity to sensors and actuators. In this work, an aeroelastic energy harvester is modelled as a cantilever beam whose free end is attached to a symmetric aerodynamic airfoil; the upper and lower surfaces of the beam are covered by piezoelectric plates. The non-linear non-stationary aerodynamic forces are evaluated by means of an ad-hoc implementation of the vortex lattice method. The governing equations, which are obtained through the Lagrangian Method, are interactively solved in the time domain by means of the implementation of a predictor-corrector method. This work presents calculations of the voltage and the electric power of harvested energy as a function of resistive loads, studies the influence of electrical resistance in the computation of flutter velocity, and analyses the effect of the location of the piezoelectric patches in the power of harvested energy.

Keywords— Energy harvesting, Aeroelasticity, Piezoelectric materials, Flutter, Non-stationary aerodynamics.

INTRODUCCIÓN

El origen de los Vehículos Aéreos No Tripulados (UAVs) se remonta a principios del siglo XX. Inicialmente fueron construidos con fines militares, pero con el correr de los años el abanico de aplicaciones fue creciendo y se extendió más allá de esta área. Por ejemplo, en el año 1994 la NASA inició el programa ERAST

(Environmental Research Aircraft and Sensor Technology) cuya finalidad era el desarrollo de UAVs capaces de volar a elevadas altitudes y de gran alcance para realizar tareas de investigación atmosférica (Tsushima y Su, 2016). Actualmente, la empresa Amazon se encuentra probando un sistema de entrega de mercadería a través de la utilización de UAVs, con el objetivo de mejorar la seguridad y eficiencia del sistema de transporte.

En los últimos años, se desarrollaron nuevas tecnologías estructurales que podrían generar cambios revolucionarios en el diseño aeronáutico. Entre ellas se destacan las estructuras multifuncionales que tienen la capacidad de desempeñar múltiples funciones primarias y pueden

Dirección de contacto:

Emmanuel Beltramo, Pueyrredón 149 Córdoba Capital, X5000, Tel.: 3564593124, ebeltramo@unc.edu.ar

mejorar, potencialmente, la performance de la aeronave. Muchos trabajos de investigación se concentran en el diseño de UAVs autónomos y con la capacidad de “ahorrar” energía. Debido a que el concepto de multifuncionalidad se ha extendido a todo tipo de sistema material, es factible el desarrollo de estructuras alares multifuncionales que incluyan subsistemas de cosecha y almacenaje de energía, de sensado y de actuación. Las vibraciones mecánicas del ala, debidas a ráfagas o a oscilaciones de ciclo límite causadas por inestabilidades aeroelásticas durante el vuelo, constituyen la fuente principal de energía de entrada para el cosechador de energía. La conversión de las vibraciones ambientales y aeroelásticas en energía aprovechable puede llevarse a cabo utilizando mecanismos de transducción electromagnéticos, electrostáticos o piezoeléctricos.

El flutter es una inestabilidad de origen aeroelástico que acontece en estructuras flexibles inmersas en el flujo de un fluido y constituye sólo uno de los muchos mecanismos aeroelásticos que pueden ocurrir en el contexto de la interacción fluido-estructura. Tradicionalmente, la comunidad científica que trabaja en el área de la aeroelasticidad ha clasificado al flutter como un fenómeno destructivo, altamente no-lineal debido a la presencia de grandes deformaciones geométricas y a la aerodinámica, de naturaleza no-estacionaria. Desde hace algunas décadas investigadores realizan trabajos orientados en disminuir las vibraciones producidas por este fenómeno en sistemas de gran envergadura. Sin embargo, en los últimos años y desde una perspectiva diferente, este y otros fenómenos aeroelásticos han sido propuestos como una nueva fuente de energía para sistemas de pequeña escala (Abdelkefi, 2016).

Los materiales piezoeléctricos son cristales naturales o sintéticos que se caracterizan por producir una diferencia de potencial eléctrico cuando son deformados mecánicamente (efecto piezoeléctrico directo) o viceversa, sufrir una deformación mecánica al ser sometidos a la acción de un campo eléctrico (efecto piezoeléctrico inverso). En los cosechadores de energía integrados en un ala, el piezoeléctrico es embebido en la estructura alar que está inmersa en una corriente fluida y la cual es excitada hasta la velocidad de flutter de modo que experimente grandes oscilaciones de ciclo límite; estas oscilaciones pueden ser convertidas en energía eléctrica haciendo uso de los transductores piezoeléctricos. Por lo tanto, la cosecha de energía mediante piezoeléctricos resulta atractiva porque puede proporcionar fuentes alternativas de alimentación para sensores y actuadores de baja potencia, y quizás a un pequeño dispositivo de video como una cámara. Asimismo, permite reducir el peso total de un avión al eliminar circuitos eléctricos e hidráulicos.

El objetivo del presente trabajo consiste en el desarrollo de un modelo simplificado de un cosechador aeroelástico de energía a partir de la inestabilidad aeroelástica flutter. Se describe el modelo propuesto y se desarrollan las ecuaciones de movimiento, presentando el esquema de integración, los parámetros de simulación y los resultados alcanzados. Finalmente se resumen algunas conclusiones.

MODELO PROPUESTO

El cosechador de energía que se estudia en el presente trabajo se muestra en la Fig. 1. Se modela mediante una

viga en voladizo cuyas superficies superior e inferior están cubiertas parcial o totalmente por láminas piezoeléctricas. Éstas presentan sus electrodos paralelos al plano xz y se encuentran polarizados en la dirección y ; la conexión entre la lámina superior e inferior es en paralelo de modo tal que la diferencia de potencial inducida por deformaciones de signo contrario puedan ser sumadas. En el extremo libre de la viga se vincula, mediante un resorte torsional, un perfil aerodinámico simétrico. La resistencia eléctrica R es atravesada por una corriente de intensidad $\dot{q}_e(t)$.

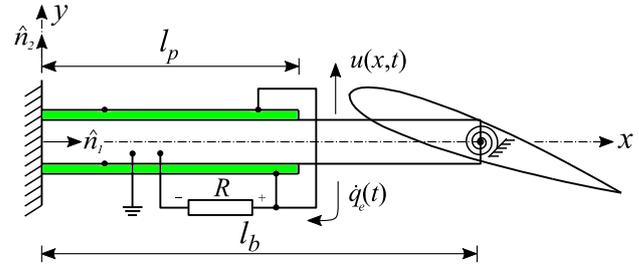


Fig. 1: Esquema del modelo del cosechador.

El campo de desplazamiento transversal de la viga se representa mediante $u(x,t)$ mientras que la posición angular del perfil $\beta(t)$ resulta de la suma de dos giros, el del extremo de la viga y el relativo entre el perfil y la viga $\theta(t)$. La longitud de esta última y de las láminas piezoeléctricas son l_b y l_2-l_1 respectivamente. El giro se considera positivo en sentido antihorario.

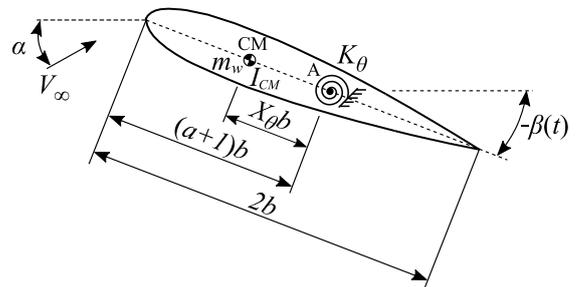


Fig. 2: Esquema del modelo del cosechador.

La Fig. 2 muestra en mayor detalle los parámetros que caracterizan al elemento sustentador, b es la semi-cuerda, X_θ es un parámetro adimensional utilizado para posicionar el punto de sujeción (A) del perfil respecto a su centro de masa (CM), a es otro parámetro adimensional que permite definir la distancia entre el borde de ataque y el punto A, I_{CM} es la inercia del perfil respecto a su CM y m_w su masa. V_∞ y α representan la velocidad de la corriente libre y su ángulo de incidencia respectivamente. La rigidez torsional del ala se modela a través del resorte K_θ .

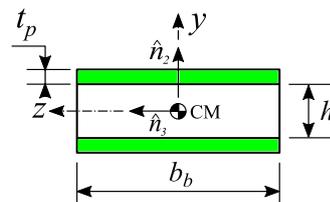


Fig. 3: Esquema del modelo del cosechador.

Por otro lado, en la Fig. 3 se muestra la nomenclatura utilizada en la descripción de la sección transversal, b_b

indica el ancho de la sección, h la altura del núcleo principal de la viga y t_p el espesor del piezoelectrico.

A pesar de la simplicidad del modelo presentado, se observa que el sistema conserva su característica multifísica ya que debe tratarse con diferentes esquemas el fenómeno elástico, el aerodinámico y el eléctrico. En consecuencia, se requiere la implementación de un mecanismo de acoplamiento entre los esquemas para estudiar el comportamiento del conjunto.

Modelo elástico

El comportamiento estructural del cosechador se modela mediante una viga de Euler-Bernoulli cuyo campo de desplazamiento transversal $u(x,t)$ se aproxima mediante el producto de una función admisible cúbica y una coordenada generalizada $q(t)$, tal como expresa la ec. (1).

$$u(x,t) = \phi(x) q(t) \tag{1}$$

El polinomio utilizado en la aproximación adopta un valor unitario en el extremo libre de la viga y está dado por la ec. (2).

$$\phi(x) = \left(\frac{x}{l_b}\right)^3 \tag{2}$$

Por otro lado, este modelo considera que la viga y las láminas constituyen una estructura continua, lo que permite asumir las hipótesis de Euler-Bernoulli para una viga en flexión. Asimismo, se desprecian los efectos del corte transversal y se supone una distribución lineal de las deformaciones a través de la sección transversal de la viga (Chopra y Sirohi, 2013). En consecuencia, la deformación en la dirección x (véase sistema de referencia definido en la Fig. 1) se puede aproximar como:

$$\varepsilon_{xx}(x,y,t) = -y \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \tag{3}$$

Llevando la ec. (2) a la ec. (1) y ésta a la ec. (3), la deformación se expresa como:

$$\varepsilon_{xx}(x,y,t) = -y \frac{6x}{l_b^3} q(t) \tag{4}$$

Modelo electromecánico

El modelo electromecánico relaciona desplazamiento eléctrico y deformación mecánica con campo eléctrico y tensión mecánica. En virtud del modelo elástico elegido, se asume que las láminas piezoelectricas se deforman en la dirección axial y se desprecia cualquier deformación transversal. Se adoptan relaciones constitutivas lineales y además los coeficientes que aparecen en ellas se consideran constantes e independientes de la tensión mecánica y del campo eléctrico. Teniendo en cuenta las expresiones que figuran en la obra de Chopra y Sirohi (2013) para cada lámina se tiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ E_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx}^D & -h_{yx} \\ -h_{yx} & \beta_{yy}^D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ D_y \end{Bmatrix}, \tag{5}$$

donde:

$$\begin{aligned} C_{xx}^D &= e_{yy}^\sigma / (-d_{yx}^2 + e_{yy}^\sigma s_{xx}^E) \\ h_{yx} &= d_{yx} / (-d_{yx}^2 + e_{yy}^\sigma s_{xx}^E) \\ \beta_{yy}^D &= s_{xx}^E / (-d_{yx}^2 + e_{yy}^\sigma s_{xx}^E) \end{aligned} \tag{6}$$

Aquí σ_{xx} es la tensión mecánica en dirección x , E_y es el campo eléctrico en la dirección del eje y , D_y el campo de desplazamiento eléctrico, ε_{xx} la deformación mecánica en dirección x , e_{yy}^σ es la permeabilidad eléctrica a tensión mecánica constante, s_{xx}^E es el acoplamiento elástico (igual a la inversa del módulo de elasticidad del material piezoelectrico) y d_{yx} el coeficiente piezoelectrico directo. El campo de desplazamiento eléctrico se aproxima como:

$$D_y(y,t) = \psi(y) q_e(t) \tag{7}$$

Donde $\psi(y)$ es una función de forma y $q_e(t)$ es la carga eléctrica generalizada. Para la mayoría de los casos prácticos es suficientemente preciso asumir un campo eléctrico constante entre los electrodos de las láminas piezoelectricas. En consecuencia, se adopta como función de forma a:

$$\psi(y) = \frac{1}{A_p}, \tag{8}$$

donde A_p es el área del electrodo.

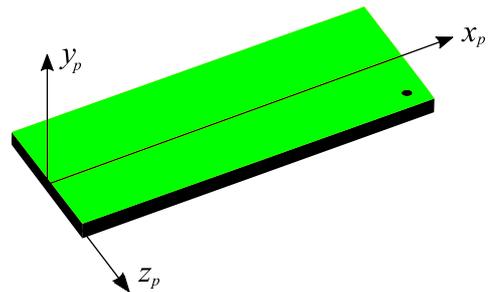


Fig. 4: Lámina de material piezoelectrico, el punto sobre su electrodo indica la dirección de polarización.

Resulta de interés destacar que la ec. (5) es válida si el sistema de ejes local (x_p, y_p, z_p) de los piezoelectricos tienen la misma dirección y sentido que el sistema de referencia presentado en la Fig. 1, caso contrario es necesario rotar la matriz constitutiva piezoelectrica. La Fig. 4 muestra una lámina junto a su sistema de referencia y un punto sobre su electrodo superior que indica la dirección de polarización.

Modelo aerodinámico

La determinación de las cargas aerodinámicas requiere la implementación de algún método para su evaluación. En este trabajo se adopta el método de la red de vórtices no-lineal e inestacionario (Preidikman, 1998) debido a que permite estimar la magnitud de las cargas aerodinámicas con adecuada precisión para evaluar el fenómeno de flutter. Este método asume flujo incompresible a alto número de Reynolds, lo que permite confinar toda la vorticidad en una pequeña región del dominio formada por la capa límite y la estela, mientras que el resto del fluido se lo considera como flujo potencial. Se trata a la capa límite como una sábana vorticiosa adherida en todo momento a la superficie del cuerpo y moviéndose con este, mientras que la estela se representa mediante una sábana vorticiosa libre.

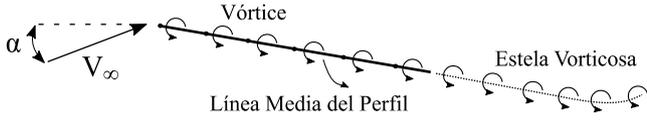


Fig. 5: Modelo aerodinámico, vórtices sobre línea media y estela.

Particularmente en este trabajo se modela un problema bidimensional adoptando un perfil aerodinámico simétrico que se idealiza mediante su línea media, véase Fig. 5. La malla aerodinámica es estructurada, está formada por n_{el} elementos de igual longitud y el número máximo de vórtices que integran la estela es n veces el número de elementos empleados en la discretización del perfil.

ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Se sabe que el campo $u(x,t)$ se aproxima a partir de una función de forma y una coordenada generalizada. Sin embargo, dos coordenadas adicionales deben añadirse para estudiar el comportamiento del conjunto. Una de ellas corresponde a la carga eléctrica $q_e(t)$, y la otra está asociada al giro relativo entre el perfil y la viga $\theta(t)$.

Para determinar las ecuaciones de movimiento que gobiernan la dinámica del sistema se aplican las ecuaciones de Lagrange. Una de las versiones de estas ecuaciones es la que se muestra en la ec. (9).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad \text{con } i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

T es la energía cinética del sistema, U la energía potencial total, q_i y Q_i corresponden a la i -ésima coordenada y carga generalizada respectivamente.

Para determinar la energía cinética del sistema se debe conocer la velocidad lineal y angular del CM del perfil, las cuales están dadas por la ec. (10) y (11) respectivamente.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{CM}(t) = & \left\{ X_{\theta} b \left[\phi'(l_b) \dot{q}(t) + \dot{\theta}(t) \right] \sin \left[\phi'(l_b) q(t) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \theta(t) \right] \right\} \hat{n}_1 + \left\{ \phi(l_b) \dot{q}(t) - X_{\theta} b \left[\phi'(l_b) \dot{q}(t) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \dot{\theta}(t) \right] \cos \left[\phi'(l_b) q(t) + \theta(t) \right] \right\} \hat{n}_2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{B}}(t) = \left[\phi'(l_b) \dot{q}(t) + \dot{\theta}(t) \right] \hat{n}_3 \quad (11)$$

La energía cinética del modelo se expresa como:

$$\begin{aligned} T(t) = & \frac{1}{2} \int_{V_b} \rho_b [u(x,t)]^2 dV_b + \frac{1}{2} \int_{V_{p1}} \rho_{p1} [u(x,t)]^2 dV_{p1} + \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_{p2}} \rho_{p2} [u(x,t)]^2 dV_{p2} + \frac{1}{2} m_w \mathbf{v}_{CM}(t) \cdot \mathbf{v}_{CM}(t) + \\ & + \frac{1}{2} I_{CM} \dot{\mathbf{B}}(t) \cdot \dot{\mathbf{B}}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

V_b indica el volumen de la viga, V_{p1} y V_{p2} el volumen de cada lámina piezoeléctrica y, ρ_{p1} y ρ_{p2} sus densidades. Considerando que las dos láminas son del mismo material y presentan las mismas dimensiones se obtiene:

$$\begin{aligned} T(t) = & \frac{1}{2} \int_{V_b} \rho_b [u(x,t)]^2 dV_b + \frac{1}{2} \int_{V_p} 2\rho_p [u(x,t)]^2 dV_p + \\ & + \frac{1}{2} m_w \mathbf{v}_{CM}(t) \cdot \mathbf{v}_{CM}(t) + \frac{1}{2} I_{CM} \dot{\mathbf{B}}(t) \cdot \dot{\mathbf{B}}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

Operando sobre la ec. (13) se llega a:

$$\begin{aligned} T(t) = & \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{l_b} \rho_b A_b \phi^2(x) dx \dot{q}(t)^2 + \right. \\ & \int_{l_1}^{l_2} 2\rho_p A_p \phi^2(x) dx \dot{q}(t)^2 + m_w \phi^2(l_b) \dot{q}(t)^2 + \\ & + m_w X_{\theta}^2 b^2 \phi'^2(l_b) \dot{q}(t)^2 + 2m_w X_{\theta}^2 b^2 \phi'(l_b) \dot{q}(t) \dot{\theta}(t) - \\ & - 2m_w X_{\theta} b \phi'(l_b) \phi(l_b) \cos \left[\phi'(l_b) q(t) + \theta(t) \right] \dot{q}(t)^2 - \\ & - 2m_w X_{\theta} b \phi'(l_b) \cos \left[\phi'(l_b) q(t) + \theta(t) \right] \dot{q}(t) \dot{\theta}(t) + \\ & \left. + m_w X_{\theta}^2 b^2 \dot{\theta}(t)^2 + \phi'^2(l_b) I_{CM} \dot{q}(t)^2 + \right. \\ & \left. 2\phi'(l_b) I_{CM} \dot{q}(t) \dot{\theta}(t) + I_{CM} \dot{\theta}(t)^2 \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

Nótese que el punto sobre las coordenadas generalizadas indica derivación respecto al tiempo, y el símbolo prima sobre la función de forma representa derivada respecto a la coordenada x . Por otro lado, la energía potencial total del sistema se expresa como:

$$\begin{aligned} U(t) = & \frac{1}{2} \int_{V_b} \sigma_b(x, y, t) \varepsilon(x, y, t) dV_b + \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_{p1}} \sigma_{p1}(x, y, t) \varepsilon(x, y, t) dV_{p1} + \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_{p1}} E_{y1}(x, y, t) D_{y1}(y, t) dV_{p1} + \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_{p2}} \sigma_{p2}(x, y, t) \varepsilon(x, y, t) dV_{p2} + \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_{p2}} E_{y2}(y, t) D_{y2}(y, t) dV_{p2} + \frac{1}{2} K_{\theta} [\theta(t)]^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Note que se desprecia la contribución del perfil a la energía potencial. Teniendo en cuenta que ambos parches piezoeléctricos son idénticos y están conectados en paralelo se obtiene:

$$\begin{aligned} U(t) = & \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{l_b} E_b I_b \phi''^2(x) dx q(t)^2 + \right. \\ & \int_{l_1}^{l_2} 2C_{xx}^D I_p \phi''^2(x) dx q(t)^2 + \int_{l_1}^{l_2} 2h_{yx} \lambda \phi''(x) dx q(t) q_e(t) + \\ & \left. \beta_{yy}^D \frac{t_p}{2A_p} q_e(t)^2 + K_{\theta} \theta(t)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

donde I_p es la inercia de cada piezoeléctrico y se determina a partir de la ec. (17), mientras que λ es un factor geométrico que aparece en el término de acoplamiento y se calcula mediante la ec. (18).

$$I_p = b_b \left[\frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} + t_p \right)^3 - \frac{h^3}{24} \right] \quad (17)$$

$$\lambda = b_b \left[\frac{t_p (h + t_p)}{2(l_2 - l_1)} \right] \quad (18)$$

El trabajo realizado por las cargas no conservativas se obtiene como sigue:

$$\delta W_{nc}(t) = Q_y \hat{n}_2 \cdot \delta u(l_b, t) \hat{n}_2 + Q_\beta \hat{n}_3 \cdot \delta \left[\frac{\partial u(l_b, t)}{\partial x} + \theta(t) \right] \hat{n}_3 + V \delta q_e(t) \quad (19)$$

Operando sobre la ec. (19) se obtiene:

$$\delta W_{nc}(t) = Q_y \phi(l_b) \delta q(t) + Q_\beta \left[\delta \theta(t) + \phi'(l_b) \delta q(t) \right] + V \delta q_e(t) \quad (20)$$

Finalmente, las cargas generalizadas son:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_y \phi(l_b) + Q_\beta \phi'(l_b) \\ Q_2 &= Q_\beta \\ Q_3 &= V, \end{aligned} \quad (21)$$

donde:

$$V = -R \dot{q}_e(t) \quad (22)$$

Q_y y Q_β son las cargas aerodinámicas que se estiman a través de la ec. (23).

$$\begin{aligned} Q_y(t) &= \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \cos \left[\phi'(l_b) q(t) + \theta(t) \right] c \left[\sum_{j=1}^{n_d} \Delta C p_j \right] \\ Q_\beta(t) &= \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c \left[\sum_{j=1}^{n_d} \Delta C p_j \xi_j \right] \end{aligned} \quad (23)$$

ξ es una coordenada que posiciona puntos asociados a cada elemento de la malla aerodinámica respecto del eje elástico del perfil, ρ_∞ la densidad de la corriente libre, c la longitud de cada elemento de la malla y $\Delta C p_j$ la variación del coeficiente de presión sobre el elemento j de la malla.

Reemplazando la ec. (14), ec. (16) y ec. (21) en las ecuaciones de Lagrange y teniendo en cuenta lo expresado por la ec. (24) se obtienen las ecuaciones que gobiernan la dinámica del sistema, tal como muestra la ec. (25).

$$q_1(t) = q(t); q_2(t) = \theta(t); q_3(t) = q_e(t) \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \dot{q}_e(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & 0 & \Theta \\ 0 & K_2 & 0 \\ \Theta & 0 & \frac{1}{c_p} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q(t) \\ \theta(t) \\ q_e(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Los términos másicos son:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{1}{7} \rho_b A_b l_b + \frac{2}{7 l_b^6} \rho_p A_p (l_2^7 - l_1^7) + m_w \phi^2(l_b) - \\ &- 2 m_w b X_\theta \phi'(l_b) \phi(l_b) \cos \left[\phi'(l_b) q(t) + \theta(t) \right] + \\ &+ m_w X_\theta^2 b^2 \phi'^2(l_b) \\ M_{12} &= m_w X_\theta^2 b^2 \phi'(l_b) + \phi'(l_b) I_{CM} - \\ &- m_w b X_\theta \phi'(l_b) \cos \left[\phi'(l_b) q(t) + \theta(t) \right] \\ M_{21} &= M_{12} \\ M_{22} &= I_{CM} + m_w X_\theta^2 b^2, \end{aligned} \quad (26)$$

los términos de rigidez son:

$$\begin{aligned} K_1 &= 12 \frac{E_b I_b}{l_b^3} + 24 (l_2^3 - l_1^3) \frac{C_{xx}^D I_p}{l_b^6} \\ K_2 &= K_\theta \end{aligned} \quad (27)$$

y el acoplamiento electromecánico y la capacitancia del sistema eléctrico se determinan como sigue:

$$\Theta = \frac{3 h_{yx} \lambda (l_2^2 - l_1^2)}{2 l_b^3} \quad (28)$$

$$C_p = \frac{2 A_p}{\beta_{yy}^D t_p}$$

Nótese que las ecuaciones se simplifican notablemente si el CM del perfil es coincidente con el punto de sujeción a la viga ya que el parámetro X_θ es nulo.

INTEGRACIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Las ecuaciones rectoras son integradas numéricamente en el dominio del tiempo implementando un código de computadora. Como consecuencia de la interacción que existe entre las cargas aerodinámicas y el movimiento de la estructura se aplica una metodología basada en el método predictor-corrector de cuarto orden de Hamming. Esto permite recalculer las cargas y la posición de la estructura dentro de un mismo paso de integración hasta que se satisfaga cierto criterio de convergencia. Un mayor detalle de esta metodología puede encontrarse en el trabajo de Preidikman (1998).

Para efectuar la integración se reescriben las ecuaciones rectoras como un sistema de primer orden. En virtud de ello, se define el vector de estado \mathbf{z} como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= [q(t) \quad \theta(t)] \\ \mathbf{z}_2 &= [\dot{q}(t) \quad \dot{\theta}(t) \quad q_e(t)] \\ \mathbf{z} &= [\mathbf{z}_1 \quad \mathbf{z}_2]^T \end{aligned} \quad (29)$$

Luego, el sistema a integrar queda según expresa la ec. (30).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = [\mathbf{z}_2(1) \quad \mathbf{z}_2(2)]^T \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{M}^{-1} \left\{ \mathbf{K} [\mathbf{z}_1(1) \quad \mathbf{z}_1(2) \quad \mathbf{z}_2(2)]^T + [Q_1 \quad Q_2 \quad 0]^T \right\} \end{cases} \quad (30)$$

Donde \mathbf{M} es la matriz de masa y \mathbf{K} la matriz de rigidez (véase ec. (25)).

VALORES NUMÉRICOS PARA LOS PARÁMETROS DEL MODELO

Para estudiar la respuesta del modelo se asignan valores numéricos a los parámetros sistema. Estos se resumen en la Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3.

TABLA 1. Parámetros eléctricos y mecánicos del sistema.

Parámetros mecánicos y eléctricos	Valor Numérico
Módulo elástico del núcleo de la viga, E_b	6.2×10^{10} [N/m ²]
Permeabilidad eléctrica, ϵ_{yy}^σ	3.365×10^{-8} [C ² /Nm ²]
Acoplamiento elástico, s_{xx}^E	1.6129×10^{-11} [m ² /N]
Coefficiente piezoelectrico directo, d_{yx}	-3.2×10^{-10} [C/N]
Densidad del aire, ρ_∞	1.2255 [Kg/m ³]
Masa del perfil, m_w	1.45 [Kg]
Inercia del perfil, I_{CM}	9×10^{-3} [Kg m ²]
Rigidez torsional del ala, K_θ	37 [Nm/rad]

TABLA 2. Parámetros geométricos del modelo.

Parámetros geométricos	Valor Numérico
Longitud de la viga, l_b	0.517 [m]
Ancho de la sección, b_b	0.0517 [m]
Altura núcleo de la viga, h	0.00517 [m]
Espesor láminas de piezoelectrico, t_p	0.0001905 [m]
Semi-cuerda, b	0.13 [m]
Parámetro adimensional, X_θ	0
Parámetro adimensional, a	0
Número de elementos malla aerodinámica, n_{el}	10
Ángulo de ataque, α	0 [°]

TABLA 3. Condiciones iniciales utilizadas en las simulaciones.

Condiciones iniciales	Valor Numérico
$q(0)$	0 [m]
$dq(0)/dt$	0 [m]
$q_e(0)$	0 [C]
$\theta(0)$	1 [°]
$d\theta(0)/dt$	0 [°/s]

Los valores que definen la geometría de la viga se asignaron para que el modelo aeroelástico tenga la velocidad de flutter de un problema conocido (Fung, 1993), mientras que el piezoelectrico es un PZT-5H de uso común en la literatura relacionada a la cosecha de energía. Es importante notar que no se han establecido valores para la velocidad de la corriente libre ni para la resistencia eléctrica ya que ambas son variables en este problema. Tampoco se asignaron valores para l_1 y l_2 ya que se analizarán diferentes casos.

RESULTADOS

Respuesta aeroelástica

La estimación de la respuesta aeroelástica, es decir, sin cosechador puede efectuarse mediante dos alternativas. Por un lado, es posible modificar las ecuaciones de movimiento (ec. (25)) para eliminar el acoplamiento electromecánico; y, por otro lado, se puede utilizar el modelo tal como fue desarrollado, pero adoptando un valor de resistencia eléctrica lo suficientemente grande tal que la corriente que circula tienda a cero. Como la potencia eléctrica es función del cuadrado de la corriente, la energía disipada por unidad de tiempo también tenderá a cero y el comportamiento se aproxima al del sistema sin cosechador, lo que equivale a abrir el circuito eléctrico. En este trabajo, se optó por la segunda alternativa ya que no requiere la modificación de las ecuaciones rectoras.

El flutter se estimó analizando la respuesta del sistema a medida que se incrementaba la velocidad del fluido; cuando ambos grados de libertad geométricos experimentan un ciclo límite el sistema está en condición de flutter. La Fig. 6 presenta la respuesta del sistema para un estado subcrítico, es decir, para una velocidad del fluido inferior a la velocidad de flutter. Se grafica el comportamiento de los dos grados de libertad geométricos en función del tiempo y su correspondiente proyección en el diagrama de fase. Puede notarse que las amplitudes disminuyen a medida que

transcurre el tiempo hasta que el sistema regresa a su posición de equilibrio.

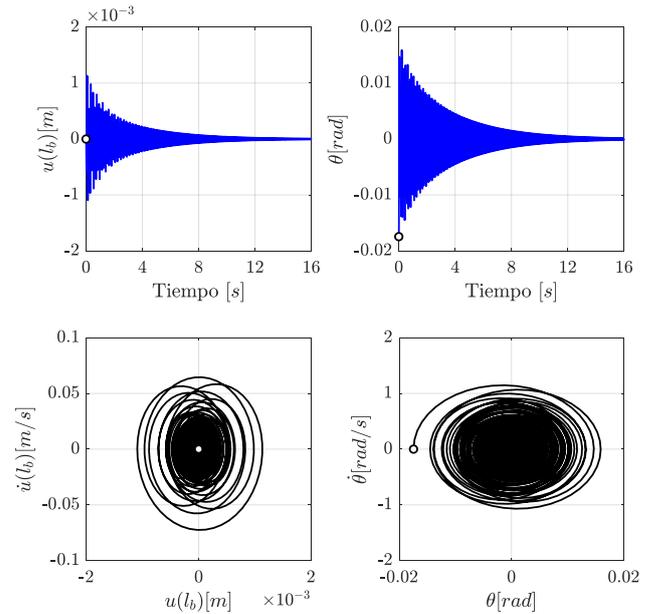


Fig. 6: Respuesta del modelo aeroelástico en estado subcrítico.

La Fig. 7 muestra la respuesta del modelo para el estado crítico, es decir, cuando la velocidad de la corriente coincide con la de flutter. La característica de este estado es que las dos coordenadas generalizadas describen ciclos límites, sus amplitudes se mantienen constantes en el tiempo. La velocidad de flutter se estima en el orden de 13.4 m/s.

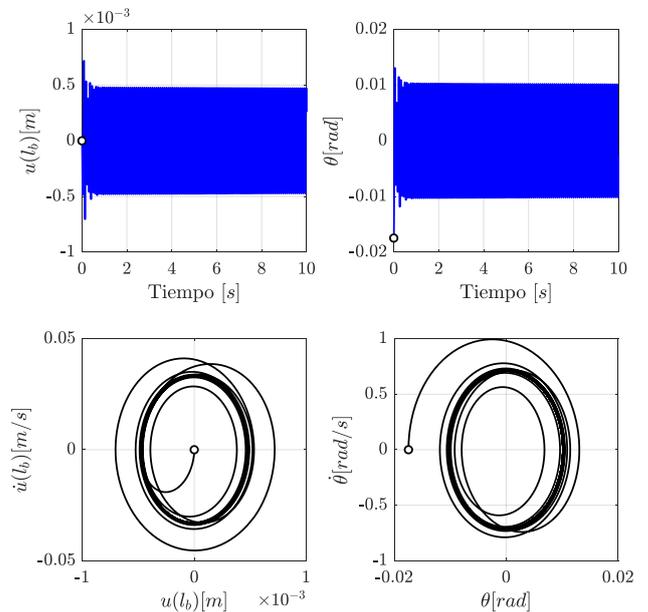


Fig. 7: Respuesta del sistema en estado crítico.

La Fig. 8 exhibe la respuesta del sistema en condición poscrítica, es decir, cuando la velocidad del fluido es superior a la de flutter. En este caso, las amplitudes de ambas coordenadas crecen con el tiempo y el sistema se desestabiliza.

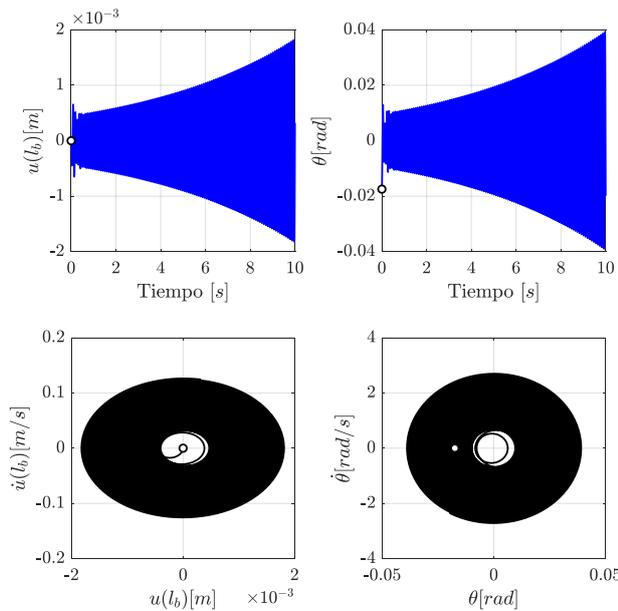


Fig. 8: Respuesta del sistema en estado poscrítico.

En la Fig. 9 se presenta la transformada rápida de Fourier (FFT) de los gráficos de las Fig. 6, Fig. 7 y Fig. 8, se grafica la amplitud de vibración normalizada respecto a su valor máximo en función de la frecuencia. Puede notarse que, por debajo de la velocidad crítica, las dos coordenadas poseen dos componentes de frecuencia, una de ellas de mayor intensidad en uno de los grados de libertad. A velocidad de flutter, la frecuencia de oscilación es única para ambas coordenadas y corresponde a la frecuencia de flutter, la cual toma una magnitud cercana a 69.75 rad/s. En estado poscrítico, la frecuencia de oscilación continúa siendo idéntica para ambas coordenadas generalizadas pero su magnitud disminuye con el incremento de la velocidad de la corriente.

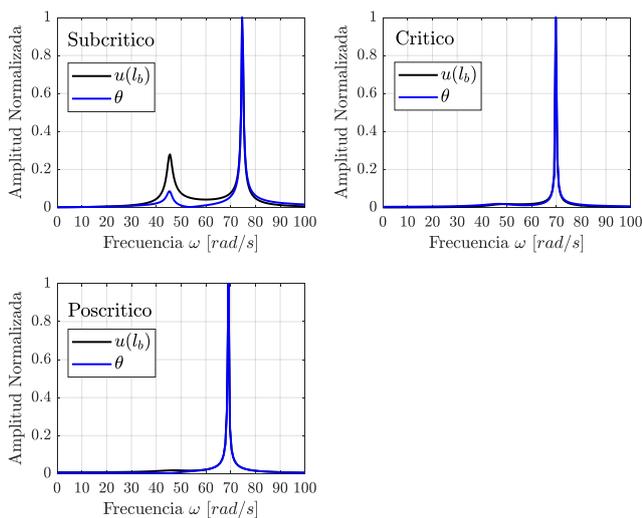


Fig. 9: Transformada rápida de Fourier para la respuesta de los casos subcrítico, crítico y poscrítico.

valor de ella, la velocidad de flutter siguiendo el mismo proceso que fue utilizado para el modelo aeroelástico. Concretamente, se pretende encontrar para cada resistor un ciclo límite con el objetivo de efectuar simulaciones durante largos períodos de tiempo, lo que permitirá conocer el desempeño del cosechador. Esto se realizó para tres configuraciones de láminas piezoeléctricas: cubriendo toda la viga, cubriendo la mitad inferior y cubriendo la mitad superior, en todos los casos utilizando dos parches tal como muestra la Fig. 1. La búsqueda de la velocidad crítica se realiza partiendo de la velocidad del modelo aeroelástico. De cada simulación se obtiene la evolución temporal de las coordenadas generalizadas que describen el movimiento de la estructura y el voltaje y potencia disipada por la resistencia eléctrica. Se consideran resistores ubicados entre 0.125 kΩ y 30kΩ.

En términos generales, las simulaciones muestran que la presencia de la carga resistiva permite extraer energía del fluido. Esto se evidencia en un incremento de la velocidad de flutter respecto de la del modelo aeroelástico. La velocidad crítica del cosechador no es única, sino que depende de la resistencia.

Como caso de aplicación se presenta la respuesta del cosechador para una carga resistiva de 5 kΩ y con las láminas piezoeléctricas cubriendo la mitad superior de la viga, es decir, con el parámetro l_1 igual a 0.2585 m y l_2 igual a 0.517 m. En la Fig. 10 se exhibe el progreso en el tiempo de los grados de libertad que describen el movimiento del ala y el correspondiente diagrama de fase, mientras que en la Fig. 11 se presenta la caída de voltaje en la resistencia y la potencia disipada. Para este caso, la velocidad de flutter es de 14.57 m/s, y en estado de régimen la tensión y potencia máxima desarrolladas son de 2.182 V y 0.96 mW respectivamente.

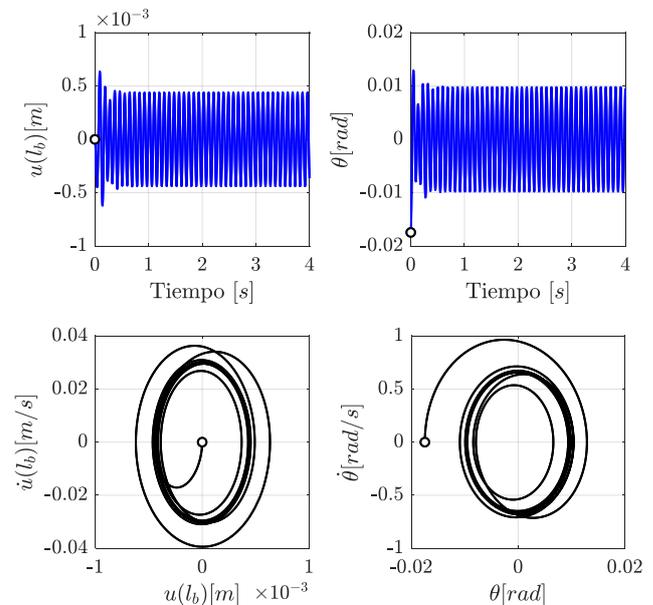


Fig. 10: Respuesta en condición crítica para una resistencia de 5 kΩ y láminas piezoeléctricas que recubren la mitad superior de la viga.

Respuesta electro-aeroelástica

Para evaluar la respuesta del cosechador se implementó como metodología práctica seleccionar a la resistencia eléctrica como variable paramétrica y determinar, para cada

Si la velocidad del fluido desciende por debajo de la crítica las amplitudes de movimiento y por ende las del voltaje y potencia disminuirán con el tiempo hasta desaparecer, sin embargo, para velocidades superiores a la crítica la desestabilización caracteriza al sistema.

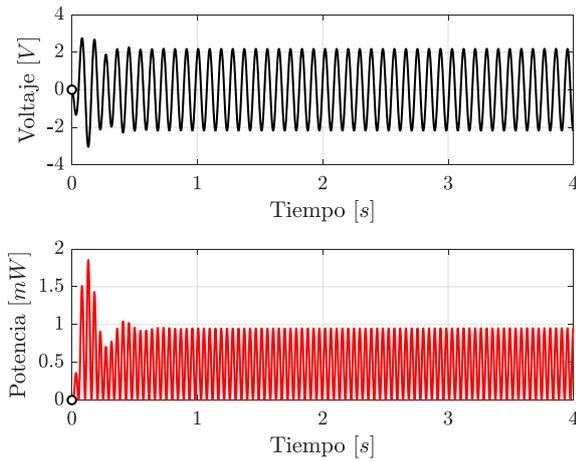


Fig. 11: Voltaje y potencia en función del tiempo para una resistencia de 5 kΩ, con l_1 y l_2 igual a 0.2585 m y 0.517 m respectivamente en flutter.

Para tener una perspectiva global del rendimiento del cosechador, se grafica en la Fig. 12 la potencia máxima disipada en función de la carga resistiva en condición de flutter. Nótese que hay tres curvas, que corresponden a los tres tipos de configuraciones piezoeléctricas analizadas.

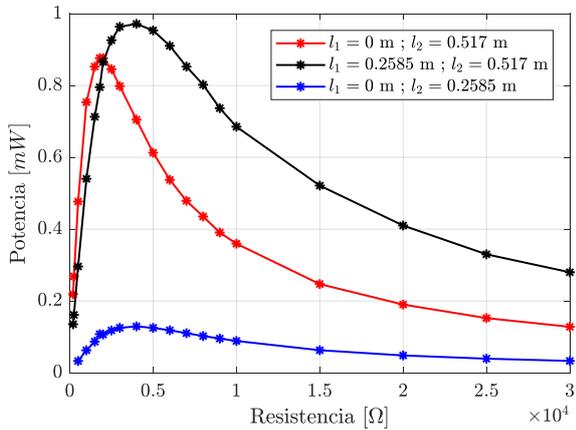


Fig. 12: Potencia máxima en función de la carga resistiva.

La Fig. 13 muestra el voltaje máximo en función de la resistencia eléctrica para las tres configuraciones.

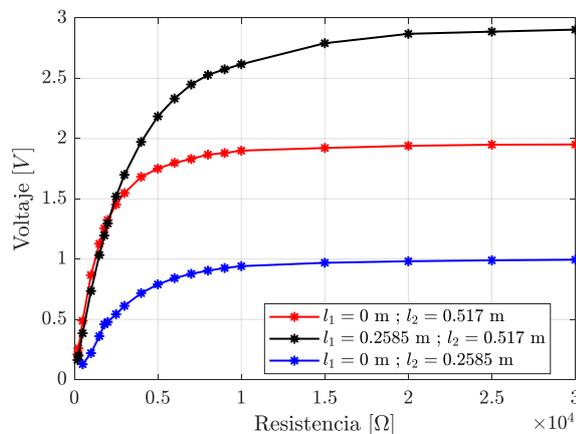


Fig. 13: Tensión máxima en función de la carga resistiva.

Observando la Fig. 12 puede notarse que, para las configuraciones analizada, el desempeño del cosechador se maximiza cuando la viga tiene cubierta por piezoeléctrico la mitad superior. Además, se observa que, para cada caso, la

potencia máxima se obtiene para diferentes magnitudes de resistencia. Si bien este análisis se encuentra fuera del alcance de este trabajo, la modificación de la posición de las láminas sobre la viga afecta al término de acoplamiento y a la capacitancia, y por ende a la potencia cosechada. El primero de ellos depende de la diferencia entre la magnitud que toma la pendiente de la función de forma en l_2 y en l_1 , mientras que la capacitancia es función de la longitud de la lámina piezoeléctrica. Por otro lado, analizando las curvas de la Fig. 13 se nota que el voltaje se incrementa a medida que aumenta el valor de la resistencia, tendiendo hacia un valor asintótico cuando la resistencia tiende hacia valores elevados. Este comportamiento se presenta en los tres casos, aunque, el voltaje máximo asintótico se consigue con la misma configuración que permite obtener la potencia máxima.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se estudió un modelo simplificado de un cosechador aeroelástico de energía. Estructuralmente, se representó mediante una viga en voladizo, y se vinculó en su extremo libre un perfil aerodinámico simétrico. Las cargas aerodinámicas se calcularon mediante la implementación del método de la red de vórtices no-lineal e inestacionario. Se obtuvieron las ecuaciones que permiten estudiar la dinámica del sistema mediante la aplicación de las ecuaciones de Lagrange, y posteriormente fueron integradas en el dominio del tiempo empleando un método predictor-corrector. Se estimó la velocidad de flutter para el modelo aeroelástico y para el electro-aeroelástico. Además, se analizaron tres configuraciones piezoeléctricas y, para cada caso, se determinó la potencia y voltaje máximo en función de la carga resistiva. El mejor desempeño se obtuvo cuando la viga tenía su mitad superior cubierta por piezoeléctrico, cosechando una potencia máxima en estado de régimen del orden de 0.96 mW para una carga resistiva de 5 kΩ.

Como conclusión de las simulaciones realizadas se puede decir que, independientemente del valor que adopte la carga resistiva dentro del rango analizado, su presencia permite extraer energía del fluido e incrementar la velocidad de flutter.

A pesar de su simplicidad, este modelo constituye el punto de partida para encarar futuros trabajos vinculados a esta temática.

REFERENCIAS

- [1] Abdelkefi, A. (2016), “Aeroelastic energy harvesting: a review”, en *International Journal of Engineering Science*, vol. 100, pp. 112-135.
- [2] Chopra, I. y Sirohi, J. (2013), “*Smart Structures Theory*”, Cambridge University Press, New York.
- [3] Fung, Y.C. (1993), “*An Introduction to The Theory of Aeroelasticity*”, Dover Publications Inc, New York.
- [4] Sergio Preidikman (1998), “Numerical Simulations of Interactions Among Aerodynamics”, Structural Dynamics, and Control Systems, Ph.D. Dissertation, *Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University*, Blacksburg, VA.
- [5] Tsushima, N. y Su, W. (2016), “Modeling of Highly Flexible Multifunctional Wings for Energy Harvesting”, en *Journal of Aircraft*, vol. 53, pp 1033-1044.

