

Diseño de sistemas de amortiguamiento para líneas eléctricas usando diferentes enfoques

Marcelo A. Ceballos^{1,2} y José E. Stuardi¹

¹Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba,
Vélez Sarsfield 1611, X5016GCA, Córdoba, Argentina, www.portal.efn.uncor.edu

²Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, C1033AAJ,
Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina, www.conicet.gov.ar

Fecha de recepción del manuscrito: 24/11/2017

Fecha de aceptación del manuscrito: 31/07/2018

Fecha de publicación: 28/09/2018

Resumen — Las vibraciones inducidas por el viento, asociadas al fenómeno de desprendimiento de vórtices, tienen un fuerte impacto en la vida útil de conductores eléctricos en líneas de alta tensión debido a la ocurrencia de potencialmente elevadas tensiones de fatiga. Una forma habitual de evitar fallas por fatiga en los conductores eléctricos es colocar amortiguadores del tipo “Stockbridge” en cercanía de los extremos de los vanos, lo que consigue reducir las tensiones de fatiga por debajo de los niveles considerados inseguros. El objetivo de este trabajo es presentar y comparar diferentes modelos analíticos y numéricos que pueden utilizarse para definir el tipo, la posición y la cantidad de amortiguadores necesarios. Las comparaciones de los resultados se asocian a modelos con diferentes grados de detalle. El problema planteado se torna marcadamente complejo debido a las incertidumbres originadas por el carácter aleatorio de la fuente de excitación y al comportamiento no-lineal de los amortiguadores, entre otros factores. Se analiza la influencia de las hipótesis habitualmente adoptadas en el cálculo de la respuesta dinámica de la línea, incluyendo la definición de sus propiedades mecánicas y la de los amortiguadores. En este contexto, este trabajo aporta un análisis esclarecedor de la performance de los distintos procedimientos.

Palabras clave — líneas de alta tensión, vibraciones inducidas por viento, verificación a fatiga, amortiguadores tipo “Stockbridge”.

Abstract — Wind-induced vibrations, associated with vortex-shedding phenomenon, have a strong impact on the lifetime of electrical conductors in high-voltage lines due to the occurrence of potentially high fatigue stresses. A common way to avoid fatigue failures in electrical conductors is to place “Stockbridge” dampers near the span ends, enabling a reduction of fatigue stresses below unsafe levels. The objective of this paper is to present and compare different analytical and numerical models that can be used to define the type, the position and the quantity of required dampers. Result comparisons are associated with models with different degrees of detail. The problem becomes considerably complex due to the uncertainties caused by the random nature of the excitation source and the non-linear behavior of the dampers, among other factors. The influence of typically-adopted assumptions, including the definition of the mechanical properties of the electrical line and the parameters of the dampers, is analyzed. In this context, this work provides a clarifying analysis of the performance of the different procedures.

Keywords — High-voltage lines, wind induced vibrations, fatigue verification, “Stockbridge” type dampers.

INTRODUCCIÓN

Los problemas dinámicos en conductores de líneas de alta tensión (LAT) son variados y pueden responder a diferentes fenómenos físicos. El viento causa principalmente dos tipos de acciones que pueden reducir en forma considerable la vida útil de los conductores. El fenómeno de galope se produce en climas fríos por la formación de hielo sobre el conductor, que cambia su forma induciendo vibraciones de alta amplitud y baja frecuencia.

El fenómeno de desprendimiento de vórtices produce las denominadas vibraciones eólicas, que son muy peligrosas dado que las amplitudes son prácticamente imperceptibles a simple vista, y en un tiempo relativamente corto puede alcanzarse un elevado número de ciclos que provoca fallas por fatiga. Las vibraciones producidas, que resultan de baja amplitud y alta frecuencia son las que se analizan en el presente trabajo. Los absorbedores tipo Stockbridge son los más utilizados para tratar este fenómeno debido a su capacidad de disipar las vibraciones en un amplio rango de frecuencias.

La temática empezó a ser estudiada en detalle en la década de 1950 por medio de analogías mecánicas-eléctricas y del acoplamiento de impedancias dinámicas. A pesar de su aparente simplicidad, el cálculo y el diseño revisten una elevada complejidad dando lugar a diferentes tesis de

Dirección de contacto:

Marcelo A. Ceballos, Av. Vélez Sarsfield 1611, Ciudad Universitaria,
X5016CGA. Tel: 5353800 interno 718, marcelo.cebillos@unc.edu.ar

posgrado, algunas incluso bastante recientes (por ejemplo: Vecchiarelli, 1997; Kasap, 2012; Barry, 2014; Martins dos Santos, 2015).

Hipótesis de Cálculo

Este trabajo se centra en el análisis de líneas con conductores únicos en una misma fase (un sólo subconductor) con vanos y flechas habituales de las LAT. Se excluye el tratamiento de líneas con subconductores múltiples vinculados entre sí a través de separadores, dado que estos casos requieren un tratamiento especial. Las hipótesis básicas que se adoptan, y que han sido verificadas experimentalmente, son que la magnitud de la flecha no tiene una influencia relevante en el comportamiento dinámico del sistema, y que el movimiento se considera que ocurre sólo en el plano vertical que contiene al conductor. Otras hipótesis importantes que también suelen utilizarse en los cálculos de verificación a fatiga se describen a continuación.

Condiciones de apoyo del conductor

La hipótesis normalmente aceptada durante la estimación de tensiones y deformaciones respecto a las condiciones de apoyo es que el conductor está totalmente restringido en los extremos. En los modelos que asumen nula la rigidez flexional del conductor, esta hipótesis implica que los desplazamientos en los extremos del conductor son nulos. Los modelos que consideran la rigidez flexional también suelen adoptar giros nulos en los extremos.

Algunos autores también analizan la influencia que puede tener la flexibilidad de los apoyos tanto en la respuesta del conductor como en la eficiencia de los amortiguadores (Markiewicz, 1995).

Rigidez flexional del conductor

Este parámetro tiene poca influencia sobre las máximas oscilaciones que produce el viento sobre el conductor. Sin embargo, resulta ser el parámetro fundamental para el cálculo de las deformaciones específicas por flexión y las tensiones asociadas. Por esta razón, una estrategia ampliamente difundida para la verificación a fatiga consiste en calcular las amplitudes máximas de vibración del conductor asumiendo que se comporta como una cuerda ideal, y luego estimar las deformaciones específicas en las secciones críticas a través de fórmulas de perturbación.

El conductor está conformado estructuralmente por varias capas de hilos, cuya capacidad de deslizamiento relativo se encuentra restringida por la fricción, que a su vez depende fuertemente de la carga axial del conductor. El valor real de la rigidez flexional se encuentra entre dos valores límites. La cota inferior (EI_{\min}) resulta de asumir que hay un deslizamiento perfecto entre los hilos, por lo que la rigidez total se obtiene como la suma de la rigideces flexionales de cada uno de los hilos. La cota superior (EI_{\max}) se obtiene considerando que no hay deslizamiento entre los hilos, por lo que la rigidez se obtiene considerando el momento de inercia de la sección completa. Ambos valores extremos difieren en más de un orden de magnitud, pero algunos expertos en el área han demostrado que los valores determinados experimentalmente oscilan entre 0.3 y 0.5 de EI_{\max} (CIGRE, 2005).

Contribución del amortiguador

El movimiento del conductor provocado por la acción del viento produce que el punto de sujeción del amortiguador se mueva verticalmente y gire. Estudios analíticos y experimentales muestran que este giro es irrelevante en la determinación de las amplitudes máximas de vibración que alcanza el conductor, aunque puede ser importante en las tensiones máximas que se producen en el punto de sujeción, especialmente para amortiguadores asimétricos (Hagedorn, 1982).

Algunos autores han realizado estudios detallados sobre la influencia de la rotación de los amortiguadores y recomiendan caracterizar la contribución de los amortiguadores a través de matrices de impedancia mecánica de 2×2 (Leblond, 1999; Diana et al., 2003a; Diana et al., 2003b). De todas formas, las normas internacionales vigentes establecen los lineamientos para la determinación de las propiedades dinámicas del absorbedor (Ensayo de Caracterización) sólo para el grado de libertad vertical, restringiendo totalmente la rotación (IEEE Standard 664, 1993; Norma española UNE-EN 61897, 2000; Norma Australiana 1154.1, 2009).

Comportamiento no-lineal del amortiguador

Las propiedades de rigidez y amortiguamiento de los amortiguadores resultan notoriamente dependientes de las amplitudes de vibración. La Fig. 1 que fue extraída de la publicación de CIGRE (2005) muestra distintas curvas paramétricas de rigidez dinámica de un amortiguador, que corresponden a distintas velocidades de vibración para el Ensayo de Caracterización del amortiguador. Se observa un comportamiento marcadamente no-lineal de la respuesta, por lo que el modelo lineal utilizado exige asumir rigideces dinámicas equivalentes suficientemente representativas. Las normas recomiendan utilizar durante los ensayos a la velocidad como parámetro de control de las amplitudes de respuesta del sistema para todo el rango de frecuencias de análisis. Las amplitudes impuestas en la grapa de sujeción del amortiguador, o en el punto de máxima respuesta del conductor, oscilan entre 100 mm/s y 300 mm/s.

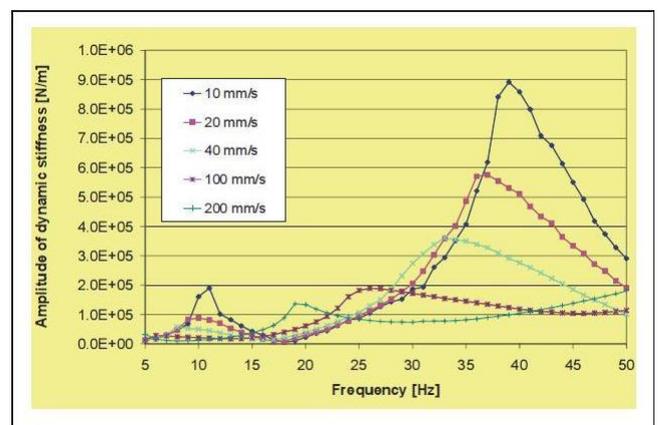


Fig. 1a. Variación típica de la rigidez dinámica de un amortiguador en función de la velocidad de vibración (módulo).

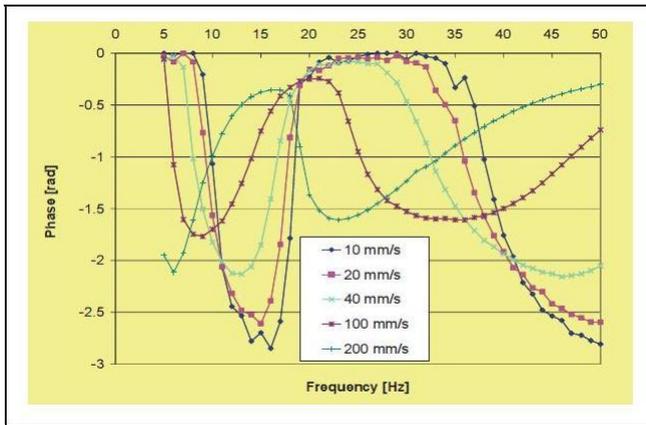


Fig. 1b. Variación típica de la rigidez dinámica de un amortiguador en función de la velocidad de vibración (fase).

Objetivos planteados para este trabajo

El presente trabajo presenta y compara modelos analíticos y numéricos que pueden utilizarse para diseñar el amortiguamiento de una línea eléctrica. El objetivo final es definir convenientemente el tipo, la posición y la cantidad de amortiguadores necesarios para lograr que la deformación específica de los conductores permanezca acotada dentro de la vida útil prevista para el conductor. Se analiza la influencia de las hipótesis habitualmente adoptadas en el cálculo de la respuesta dinámica de la línea, incluyendo la definición de sus propiedades mecánicas y la de los absorbedores, esta última realizada normalmente por medio de ensayos de laboratorio normados. Se estudian los procedimientos propuestos en las normas, respecto de la incorporación de dispositivos absorbedores en las LAT, su diseño y los criterios de aceptación respecto al límite de fatiga del conductor. Especial atención es puesta en el análisis de la influencia de la rigidez flexional del conductor en su respuesta dinámica y el diseño del amortiguamiento de la línea. Esto conlleva a una mejor comprensión en relación a la eficacia y aplicabilidad de los métodos analíticos y numéricos disponibles en la literatura, normas y revistas de la especialidad.

MÉTODO DEL BALANCE ENERGÉTICO

La verificación a la fatiga de los conductores comienza con la determinación de las amplitudes máximas de vibración producidas por el viento, ya sea sin o con amortiguadores. El cálculo de estas amplitudes se realiza habitualmente recurriendo al Método de Balance Energético (MBE). El trabajo de CIGRE (1989) presenta una descripción completa del procedimiento que se usa para la verificación a fatiga de los conductores. El trabajo de Wolf (2008) presenta información adicional sobre la aplicación práctica de este procedimiento.

El MBE se basa en la siguiente expresión

$$P_w(A) = P_c(A) + \sum_n P_D^n(A) \quad (1)$$

donde P_w es la potencia suministrada por el viento, P_c es la potencia disipada por el propio conductor, y P_D^n es la potencia disipada por cada uno de los n amortiguadores montados sobre el conductor. El balance energético

indicado en la ec. (1) se realiza para cada frecuencia de análisis, donde cada uno de los términos de potencia es función de la amplitud de vibración A .

Potencia suministrada por el viento (P_w)

La potencia inducida por el viento se representa de la siguiente forma

$$P_w(A) = L f^3 D^4 fnc(A/D) \quad (2)$$

donde L es la longitud del vano, f es la frecuencia de análisis y D es el diámetro del conductor. La función de potencia reducida $fnc(A/D)$ se define en forma empírica, y presenta importantes variaciones según las condiciones adoptadas para los ensayos experimentales de los cuales proviene. La Fig. 2 muestra las curvas presentadas por los investigadores más reconocidos en la materia.

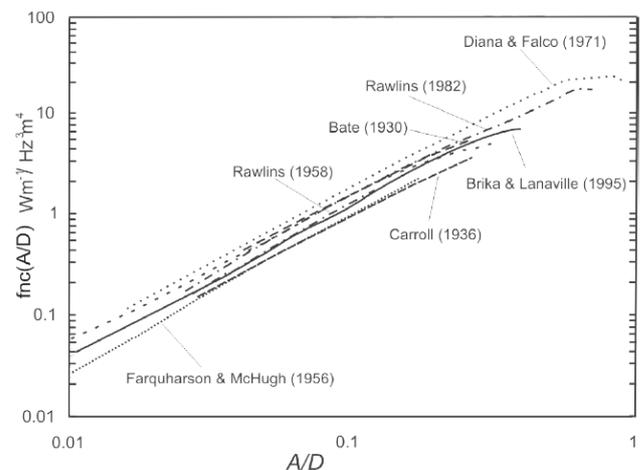


Fig. 2. Función de potencia reducida en función de la amplitud de vibración relativa.

Potencia disipada por el propio conductor (P_c)

La potencia disipada por el amortiguamiento propio del conductor puede determinarse a través de fórmulas empíricas recopiladas en CIGRE (1998), y que han sido propuestas por distintos investigadores. Las expresiones sugeridas poseen la siguiente forma

$$P_c(A) = LK \frac{A^l f^m}{T^n} \quad (3)$$

donde K es una constante que depende de las características del conductor y T es la carga axial del conductor. Los exponentes l , m y n son constantes que se obtienen en forma experimental, y dependen del conductor utilizado y de las condiciones de ensayo adoptadas. Téngase en cuenta que, dependiendo de las distintas condiciones de ensayo y métodos de cálculo, los exponentes en la ec. (3) varían para distintos investigadores: l entre 1.9 a 2.5; m entre 3.8 a 6.0 y n entre 1.9 a 3.0. Debido a la fuerte dependencia de P_c con las hipótesis adoptadas, la norma IEEE Standard 563 (1978) sugiere realizar ensayos específicos para cada caso y establece los requerimientos necesarios para definir la capacidad de disipación de energía del propio conductor.

Potencia disipada por los amortiguadores (P_D)

La potencia disipada por un amortiguador puede determinarse de diferentes formas, cada una presentando ciertas ventajas y desventajas. Un modelo analítico del amortiguador permite calcular la potencia disipada del dispositivo en función del movimiento de su grapa de suspensión. Sin embargo, la dificultad de este procedimiento radica en disponer de las propiedades mecánicas que puedan reproducir adecuadamente el comportamiento real del amortiguador, teniendo en cuenta su marcada no-linealidad y la dificultad de representar el amortiguamiento del cable mensajero para un cierto rango de amplitudes y frecuencias.

Una alternativa efectiva consiste en obtener experimentalmente la impedancia mecánica del amortiguador en un banco de ensayo donde se excita la grapa de suspensión con niveles de amplitud convenientes, de acuerdo con el "ensayo de caracterización" de la IEEE Standard 664 (1993). Posteriormente se obtiene la potencia disipada a partir de la impedancia considerando al amortiguador como un sistema de un único grado de libertad. Una mejor aproximación al comportamiento real del amortiguador se consigue midiendo en laboratorio la potencia disipada por el amortiguador montado en un vano reducido, lo que constituye un "ensayo de eficiencia" (IEEE Standard 664, 1993). A pesar de ser más costoso y complejo, este ensayo permite obtener una respuesta más realista del amortiguador por encontrarse próximo a las condiciones normales de operación. Sin embargo, el ensayo no está exento de dificultades de orden práctico en su implementación y en la exactitud de sus resultados.

CASO PRÁCTICO ANALIZADO

En este trabajo se estudia la respuesta dinámica de un vano reducido de conductor de 30 m de longitud con una carga axial de $T = 21000$ N (20% de la carga de rotura del conductor). Esta longitud de conductor corresponde al vano mínimo sugerido por la norma de aplicación citada para el ensayo de eficiencia. El conductor usado resulta de tipo ACSR modelo Pysalac 300/50, de acuerdo con la norma IRAM 2187. Posee una conformación de hilos de acero en el alma e hilos de aluminio de recubrimiento, con una masa total por unidad de longitud de $m = 1.21$ kg/m. En los casos en los que se considera la rigidez flexional, el valor utilizado fue el ajustado en el laboratorio por los autores de este trabajo durante la ejecución de ensayos de eficiencia: $EI = 450$ Nm².

MODELO ANALÍTICOS

En esta sección se analizan modelos analíticos aplicables a sistemas de un vano con un único amortiguador montado en el conductor. En la Fig. 3 se muestra la representación de un conductor en un vano simple con un amortiguador en el nudo 1.

La ecuación diferencial completa para el cálculo de la respuesta $u(x,t)$ del conductor es la siguiente

$$EIu^{iv}(x,t) - Tu''(x,t) + m\ddot{u}(x,t) = q(x,t) + d(x,\dot{x},t) \quad (4)$$

donde EI es la rigidez flexional del conductor, T es la carga axial, m la masa por unidad de longitud, $q(x,t)$ la fuerza del viento, y $d(x,\dot{x},t)$ la fuerza del amortiguamiento propio por unidad de longitud del conductor.

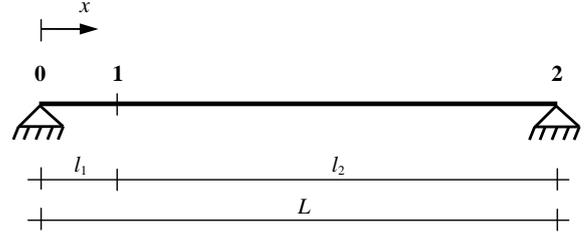


Fig. 3. Esquema elemental de un conductor con un amortiguador en la sección 1.

En esta sección se adoptan las hipótesis utilizadas por Hagedorn (1980) asumiendo al conductor como una cuerda ideal (EI nulo) y sólo considerando la componente vertical de la impedancia mecánica del amortiguador. En la sección siguiente se analiza la influencia de la rigidez flexional utilizando modelos numéricos.

Cuerda ideal de longitud finita

Una alternativa para determinar las amplitudes de la respuesta del conductor consiste en desprestigiar la influencia de la rigidez flexional y del amortiguamiento propio del conductor, y excitar el conductor a través de un desplazamiento impuesto en uno de sus extremos en lugar de aplicar en forma directa la acción del viento

$$Tu''(x,t) = m\ddot{u}(x,t) \quad (5)$$

La ec. (5) toma la forma de la ecuación de la onda, y puede utilizarse para modelar e interpretar los resultados de los ensayos de eficiencia del amortiguador (IEEE Standard 664, 1993). La solución en cada sub-tramo puede expresarse como una combinación de ondas que se transmiten de izquierda a derecha, y de derecha a izquierda

$$\begin{cases} u_1(x,t) = U_1(x)e^{i\omega t} & \text{entre nudos 0 y 1} \\ u_2(x,t) = U_2(x)e^{i\omega t} & \text{entre nudos 1 y 2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} U_1(x) = A_1 e^{-ikx} + B_1 e^{ikx} \\ U_2(x) = A_2 e^{-ikx} + B_2 e^{ikx} \end{cases} \quad (7)$$

Los parámetros que intervienen en estas expresiones son los siguientes

$$\begin{cases} \omega & \text{frecuencia excitatriz} \\ c = \sqrt{T/m} & \text{velocidad de prop. de ondas} \\ k = \omega/c & \text{número de onda} \\ \lambda = 2\pi/k & \text{longitud de onda} \end{cases} \quad (8)$$

La fuerza producida por el amortiguador en el nudo 1 se expresa como

$$F_D(l_1,t) = Z_D(\omega)\dot{u}_1(l_1,t) = i\omega Z_D(\omega)U_1(l_1)e^{i\omega t} \quad (9)$$

donde la impedancia mecánica del amortiguador Z_D se representa de diferentes formas

$$Z_D(\omega) = Z(\omega)e^{i\alpha(\omega)} = Z_R(\omega) + iZ_I(\omega) \quad (10)$$

$$\begin{cases} Z = \sqrt{Z_R^2 + Z_I^2} \\ \alpha = \arctan(Z_I/Z_R) \end{cases} \quad \begin{cases} Z_R = Z \cos(\alpha) \\ Z_I = Z \sin(\alpha) \end{cases} \quad (11)$$

Las condiciones en los extremos para cualquier instante con un desplazamiento impuesto $W_2 e^{i\omega t}$ en el nudo 2 son las siguientes

$$U_1(0) = 0 \Rightarrow A_1 + B_1 = 0 \quad (12)$$

$$U_2(L) = W_2 \Rightarrow A_2 e^{-ikL} + B_2 e^{ikL} = W_2 \quad (13)$$

La condición de continuidad del desplazamiento en el nudo 1 requiere

$$U_1(l_1) = U_2(l_1) \Rightarrow A_1 e^{-ikl_1} + B_1 e^{ikl_1} - A_2 e^{-ikl_1} - B_2 e^{ikl_1} = 0 \quad (14)$$

La condición de equilibrio de fuerzas verticales simplificando $e^{i\omega t}$ resulta

$$F_D(l_1, t) = T(U^+)' - T(U^-)' \quad (15)$$

$$i\omega Z_D (A_1 e^{-ikl_1} + B_1 e^{ikl_1}) = \dots \quad (16)$$

$$ikT (A_1 e^{-ikl_1} - B_1 e^{ikl_1} - A_2 e^{-ikl_1} + B_2 e^{ikl_1})$$

El sistema a resolver para la determinación de las constantes de integración es el siguiente

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-ikL} & e^{ikL} \\ e^{-ikl_1} & e^{ikl_1} & -e^{-ikl_1} & -e^{ikl_1} \\ (\omega Z_D) e^{-ikl_1} & (\omega Z_D) e^{ikl_1} & kT e^{-ikl_1} & -kT e^{ikl_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ W_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

De esta forma, la respuesta en cada sub-tramo resulta

$$U_1(x) = W_2 \frac{\sin(kx)}{\sin(kL) + iz \sin(kl_1) \left(\frac{\cos(kl_1) \sin(kL) - \dots}{\sin(kl_1) \cos(kL)} \right)} \quad (18)$$

$$U_2(x) = W_2 \frac{\sin(kx) + iz \sin(kl_1) \left(\frac{\cos(kl_1) \sin(kx) - \dots}{\sin(kl_1) \cos(kx)} \right)}{\sin(kL) + iz \sin(kl_1) \left(\frac{\cos(kl_1) \sin(kL) - \dots}{\sin(kl_1) \cos(kL)} \right)} \quad (19)$$

donde

$$z = \frac{Z_D}{\sqrt{Tm}} = z_R + iz_I \quad \text{con} \quad z_R = \frac{Z_R}{\sqrt{Tm}} ; z_I = \frac{Z_I}{\sqrt{Tm}} \quad (20)$$

Reemplazando la ec. (20) en las ecs. (18) y (19), y separando las partes real e imaginaria, se obtiene

$$U_1(x) = \frac{W_2}{U_D} \left[\begin{matrix} (S_{1R} \sin(kx) + \dots) \\ (C_{1R} \cos(kx)) \end{matrix} \right] + i \left[\begin{matrix} (S_{1I} \sin(kx) + \dots) \\ (C_{1I} \cos(kx)) \end{matrix} \right] \quad (21)$$

$$U_2(x) = \frac{W_2}{U_D} \left[\begin{matrix} (S_{2R} \sin(kx) + \dots) \\ (C_{2R} \cos(kx)) \end{matrix} \right] + i \left[\begin{matrix} (S_{2I} \sin(kx) + \dots) \\ (C_{2I} \cos(kx)) \end{matrix} \right] \quad (22)$$

donde

$$U_D = \sin(kL)^2 + \dots + (z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^2 \left(\frac{\sin(kl_1) \cos(kL) - \dots}{\cos(kl_1) \sin(kL)} \right)^2 + \dots \quad (23)$$

$$2z_I \sin(kl_1) \sin(kL) \left(\frac{\sin(kl_1) \cos(kL) - \dots}{\cos(kl_1) \sin(kL)} \right) S_{1R} = (1 - z_I \sin(kl_1) \cos(kl_1)) \sin(kL) + \dots + z_I \sin(kl_1)^2 \cos(kL) \quad (24)$$

$$C_{1R} = 0 \quad (25)$$

$$S_{1I} = z_R \sin(kl_1) (\sin(kl_1) \cos(kL) - \cos(kl_1) \sin(kL)) \quad (26)$$

$$C_{1I} = 0 \quad (27)$$

$$S_{2R} = \sin(kL) - \dots$$

$$\begin{aligned} & (z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^2 \cos(kl_1) \left(\frac{\sin(kl_1) \cos(kL) - \dots}{\cos(kl_1) \sin(kL)} \right) + \dots \\ & z_I \sin(kl_1) (\sin(kl_1) \cos(kL) - 2 \cos(kl_1) \sin(kL)) \end{aligned} \quad (28)$$

$$C_{2R} = (z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^3 \left(\frac{\sin(kl_1) \cos(kL) - \dots}{\cos(kl_1) \sin(kL)} \right) + \dots \quad (29)$$

$$z_I \sin(kl_1)^2 \sin(kL)$$

$$S_{2I} = z_R \sin(kl_1)^2 \cos(kL) \quad (30)$$

$$C_{2I} = -z_R \sin(kl_1)^2 \sin(kL) \quad (31)$$

El módulo del desplazamiento en el tramo 2 se calcula como

$$|U_2(x)| = \frac{W_2}{U_D} \sqrt{(S_{2R} \sin(kx) + C_{2R} \cos(kx))^2 + \dots + (S_{2I} \sin(kx) + C_{2I} \cos(kx))^2} \quad (32)$$

Los valores extremos de la respuesta se encuentran en las siguientes coordenadas

$$\begin{cases} x_{\max} \rightarrow \max \left[\begin{matrix} (S_{2R} \sin(kx) + C_{2R} \cos(kx))^2 + \dots \\ (S_{2I} \sin(kx) + C_{2I} \cos(kx))^2 \end{matrix} \right] \\ x_{\min} \rightarrow \min \left[\begin{matrix} (S_{2R} \sin(kx) + C_{2R} \cos(kx))^2 + \dots \\ (S_{2I} \sin(kx) + C_{2I} \cos(kx))^2 \end{matrix} \right] \end{cases} \quad (33)$$

obteniéndose las siguientes amplitudes para los antinodos (máximas) y nodos (mínimas)

$$U_A = U_2^{\max} = \frac{W_2}{U_D} \sqrt{(S_{2R}^2 + S_{2I}^2) f_0 + f_N \sqrt{f_0}} \quad (34)$$

$$U_N = U_2^{\min} = \frac{W_2}{U_D} \sqrt{(S_{2R}^2 + S_{2I}^2) f_0 - f_N \sqrt{f_0}} \quad (35)$$

donde

$$\begin{aligned} f_0 &= (S_{2R}^2 + S_{2I}^2)^2 + 2(S_{2R} C_{2R} + S_{2I} C_{2I})^2 + \dots \\ & (C_{2R}^2 + C_{2I}^2)^2 - 2(S_{2R} C_{2I} - S_{2I} C_{2R})^2 \end{aligned} \quad (36)$$

$$f_N = (S_{2R}^2 + S_{2I}^2)^2 + (S_{2R}C_{2R} + S_{2I}C_{2I})^2 - \dots \quad (37)$$

$$(S_{2R}C_{2I} - S_{2I}C_{2R})^2$$

$$f_D = S_{2R}^2 + S_{2I}^2 - C_{2R}^2 - C_{2I}^2 \quad (38)$$

La potencia disipada por el amortiguador de acuerdo al Método de la Onda Estacionaria (designado con las siglas ISWR en IEEE Standard 664, 1993) se obtiene como

$$P_D^{ISWR} = \frac{1}{2} \sqrt{Tm} |V_A|^2 \left| \frac{U_N}{U_A} \right| \quad (39)$$

Esta expresión involucra dos parámetros de gran relevancia en el estudio de las vibraciones eólicas en conductores con amortiguadores, y que se referencian en los análisis realizados más adelante. La “impedancia característica del conductor” se define como

$$Z_C = \sqrt{Tm} \quad (40)$$

y ya fue utilizada en la ec. (20) para adimensionalizar la impedancia mecánica del amortiguador. Por otra parte, la “eficiencia del amortiguador” se define como la relación entre la amplitud del nodo y la del antinodo

$$e_D = \left| \frac{U_N}{U_A} \right| \quad (41)$$

La velocidad del antinodo V_A se relaciona con el desplazamiento de este punto como

$$V_A = i\omega U_A \quad (42)$$

por lo que la ec. (39) puede expresarse de la siguiente forma

$$P_D^{ISWR} = \frac{1}{2} \omega^2 \sqrt{Tm} |U_A| |U_N| \quad (43)$$

La potencia disipada usando el Método de la Potencia (MP en IEEE Standard 664, 1993) resulta

$$P_D^{MP} = \frac{1}{2} |V_2| |F_2| \cos(\theta_v) = \frac{1}{2} \omega W_2 |\text{Im}(F_2)| \quad (44)$$

donde θ_v es el ángulo entre la velocidad V_2 y la fuerza F_2 , mientras que

$$V_2 = i\omega U_2(L) = i\omega W_2 \quad (45)$$

$$F_2 = T |U_2(x)'|_{x=L} \quad (46)$$

$$U_2(x)' = k \frac{W_2}{U_D} \left[(S_{2R} \cos(kx) - C_{2R} \sin(kx)) + \dots \right] \quad (47)$$

De esta forma

$$F_2 = kT \frac{W_2}{U_D} \left[(S_{2R} \cos(kL) - C_{2R} \sin(kL)) + \dots \right] \quad (48)$$

$$F_2 = \omega W_2 \sqrt{Tm} \frac{F_{2R} + i F_{2I}}{U_D} \quad (49)$$

$$F_{2R} = S_{2R} \cos(kL) - C_{2R} \sin(kL) \quad (50)$$

$$F_{2I} = S_{2I} \cos(kL) - C_{2I} \sin(kL) \quad (51)$$

Luego

$$P_D^{MP} = \frac{1}{2} \omega^2 \sqrt{Tm} \left| \frac{F_{2I}}{U_D} \right| W_2^2 \quad (52)$$

La aplicación de las expresiones de potencia disipada de ecs. (43) y (52) para los distintos casos simulados muestra que ambas presentan exactamente los mismos resultados. Esto demuestra que si el conductor se comportara como una cuerda ideal y el amortiguador sólo respondiera verticalmente, ambas expresiones serían equivalentes. Las diferencias que se observan en los ensayos responden a que al menos estas condiciones no se cumplen.

Cuerda ideal semi-infinita

La hipótesis adoptada en este caso es que la longitud L del conductor de la Fig. 3 es infinita, con lo cual todas las frecuencias de análisis resultan frecuencias de resonancia. Esta hipótesis propuesta por Hagedorn (1980) se justifica por el hecho que las frecuencias naturales de un conductor real se encuentran sumamente próximas (separadas en el orden de 0.1 Hz), y que el fenómeno de desprendimiento de vórtices que genera las vibraciones eólicas produce un efecto de sincronización forzada en correspondencia con las frecuencias resonantes.

La hipótesis de longitud semi-infinita requiere resolver el sistema de la ec. (17) sin la condición de desplazamiento en el nudo 2, y dejando todo expresado en función de la constante B_2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ e^{-ikl_1} & e^{ikl_1} & -e^{-ikl_1} \\ (\omega Z_D) e^{-ikl_1} & (\omega Z_D) e^{ikl_1} & kT e^{-ikl_1} \\ -kT & +kT & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = B_2 \begin{bmatrix} 0 \\ e^{ikl_1} \\ kT e^{ikl_1} \end{bmatrix} \quad (53)$$

De esta forma, la respuesta en cada sub-tramo resulta

$$U_1(x) = W_2 \frac{\sin(kx)}{1 + iz \sin(kl_1) (\cos(kl_1) - i \sin(kl_1))} \quad (54)$$

$$U_2(x) = W_2 \frac{\sin(kx) + iz \sin(kl_1) (\cos(kl_1) \sin(kx) - \dots)}{1 + iz \sin(kl_1) (\cos(kl_1) - i \sin(kl_1))} \quad (55)$$

donde se define

$$W_2 = 2iB_2 \quad (56)$$

Reemplazando la ec. (20) en las ecs. (54) y (55), y separando las partes real e imaginaria, se obtiene

$$U_1(x) = \frac{W_2}{U_D} \left[(S_{1R} \sin(kx) + C_{1R} \cos(kx)) + \dots \right] \quad (57)$$

$$U_2(x) = \frac{W_2}{U_D} \left[(S_{2R} \sin(kx) + C_{2R} \cos(kx)) + \dots \right] \quad (58)$$

que poseen la misma forma que las ecs. (21) y (22), aunque ahora

$$U_D = 1 + (z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^2 + \dots \quad (59)$$

$$2 \sin(kl_1) (z_R \sin(kl_1) - z_I \cos(kl_1))$$

$$S_{1R} = 1 + \sin(kl_1) (z_R \sin(kl_1) - z_I \cos(kl_1)) \quad (60)$$

$$C_{1R} = 0 \quad (61)$$

$$S_{1I} = -\sin(kl_1) (z_R \cos(kl_1) + z_I \sin(kl_1)) \quad (62)$$

$$C_{1I} = 0 \tag{63}$$

$$S_{2R} = 1 + (z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^2 \cos(kl_1)^2 + \dots \tag{64}$$

$$z_R \sin(kl_1)^2 - 2z_I \sin(kl_1) \cos(kl_1)$$

$$C_{2R} = -(z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^3 \cos(kl_1) + z_I \sin(kl_1)^2 \tag{65}$$

$$S_{2I} = (z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^3 \cos(kl_1) - z_I \sin(kl_1)^2 \tag{66}$$

$$C_{2I} = -\sin(kl_1)^2 \left((z_R^2 + z_I^2) \sin(kl_1)^2 + z_R \right) \tag{67}$$

En este caso, la potencia disipada sólo puede calcularse a través del Método de la Onda Estacionaria (ISWR) introduciendo las ecs. (59) a (67) en las ecs. (34) a (38) y aplicando la ec. (43). Valuando estas expresiones para diferentes casos se observa que la potencia disipada por el amortiguador para una amplitud dada en el antinodo resulta independiente de que el cable sea finito o infinito, es decir, la potencia disipada se torna independiente de la longitud del cable.

Esta observación confirma que el desplazamiento impuesto en el nudo 2 (es lo que se hace durante el ensayo de eficiencia) es representativo de lo que ocurre en servicio a los efectos de estimar la potencia disipada por los amortiguadores. Por lo tanto, puede utilizarse esta forma de excitación para calcular las deformaciones flexionales en los modelos numéricos.

Parámetros óptimos del amortiguador

Una primera aproximación para maximizar la eficiencia de un amortiguador consiste en colocarlo en un antinodo donde los desplazamientos son máximos. Definiendo la distancia l_1 desde la grapa de suspensión coincidente con la ubicación del primer antinodo se obtiene

$$l_1 = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow kl_1 = \frac{\pi}{2} \tag{68}$$

El valor óptimo de la impedancia mecánica del amortiguador en este caso es puramente real e igual a la impedancia característica del conductor definida en la ec. (40) para todo el rango de frecuencias.

En un caso real, la posición del amortiguador no puede cambiarse para cada frecuencia de análisis, y en esta situación Hagedorn (1980) demuestra que los parámetros óptimos para una posición l_1 genérica previamente establecida del amortiguador resultan

$$Z_{\text{óptimo}} = \sqrt{Tm} / \sin(kl_1) \tag{69}$$

$$\alpha_{\text{óptimo}} = \pi/2 - kl_1 \tag{70}$$

que se tornan dependientes de la frecuencia por ser función del número de onda k (ver ec. (8)). La variación de estos parámetros es difícil de aproximar en la práctica por la impedancia real de un dispositivo amortiguador. Sin embargo, estas últimas expresiones pueden tomarse como referencia para el diseño eficiente de un amortiguador adecuado para una determinada LAT.

Las Figs. 4 y 5 muestran la impedancia mecánica del amortiguador óptimo para el conductor analizado con $l_1 = 1.20$ m, junto con la impedancia mecánica de un amortiguador real modelo Electro Córdoba JES de 3 kg de peso. Este último amortiguador resulta apto para el

conductor analizado con una impedancia característica de 159.4 Ns/m.

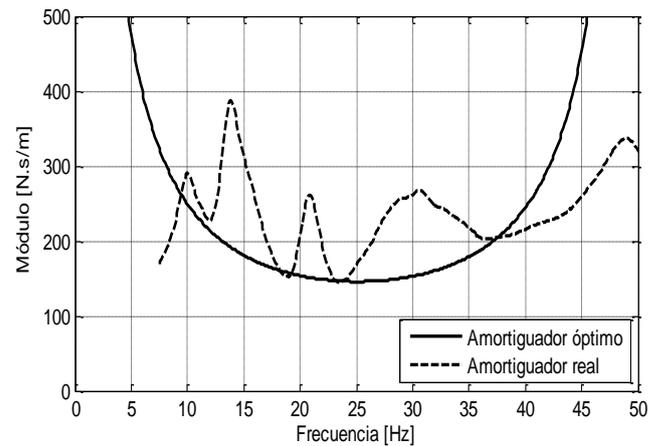


Fig. 4. Módulo de la impedancia mecánica de los amortiguadores analizados.

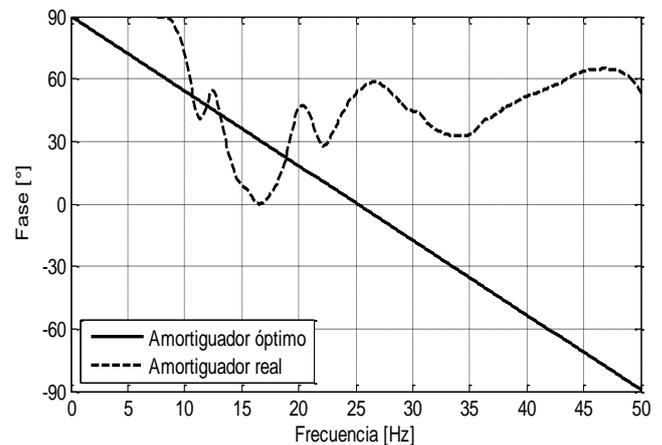


Fig. 5. Fase de la impedancia mecánica de los amortiguadores analizados.

Forma general de la respuesta

La Fig. 6 muestra la respuesta del caso práctico analizado para una excitación que consiste en un desplazamiento armónico impuesto de 0.5 mm en el extremo derecho con una frecuencia excitatriz igual a la frecuencia natural del 7° modo del conductor sin el amortiguador montado (15.37 Hz). El conductor no posee amortiguamiento propio ni rigidez flexional. El montaje en la posición $l_1 = 1.20$ m de un amortiguador ficticio con la impedancia característica definida en la ec. (40) produce una respuesta típica que se observa durante la ejecución de los ensayos de eficiencia de este amortiguador (IEEE Standard 664, 1993). La medición de las amplitudes de los nodos y antinodos permite calcular la potencia disipada para cada frecuencia excitatriz a través de la ec. (43).

El reemplazo de este amortiguador por un amortiguador óptimo con las características descritas en ecs. (69) y (70) produce la respuesta que se muestra en la Fig. 7. Desde la posición del amortiguador hacia el centro del vano, el módulo de la respuesta se torna constante, no pudiendo distinguirse entre nodos y antinodos. En este caso, la

eficiencia del amortiguador definida en la ec. (41) resulta máxima.

La Fig. 8 muestra la potencia disipada por el amortiguador de impedancia característica usando tanto el Método de la Onda Estacionaria como el Método de Potencia. Esta potencia está calculada para una velocidad del antinodo de 200 mm/s. Se observa que la potencia disipada pasa por un máximo cuando la impedancia característica definida en la ec. (40) coincide con la impedancia óptima definida en la ec. (69) (adoptando fase nula). En efecto, el amortiguador queda en la posición óptima para la frecuencia

$$f_{\text{óptimo}} = \frac{1}{4l_1} \sqrt{\frac{T}{m}} = 27.45 \text{ Hz} \quad (71)$$

Obsérvese además la total coincidencia para la potencia disipada calculada usando ambos métodos descritos (ecs. (43) y (52)).

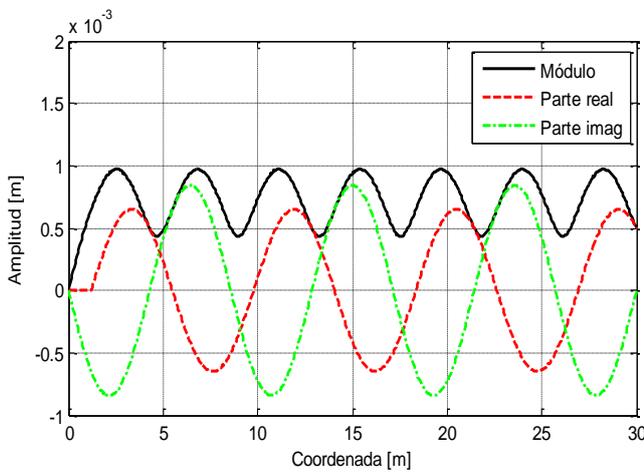


Fig. 6. Respuesta de un conductor provisto de un amortiguador ficticio.

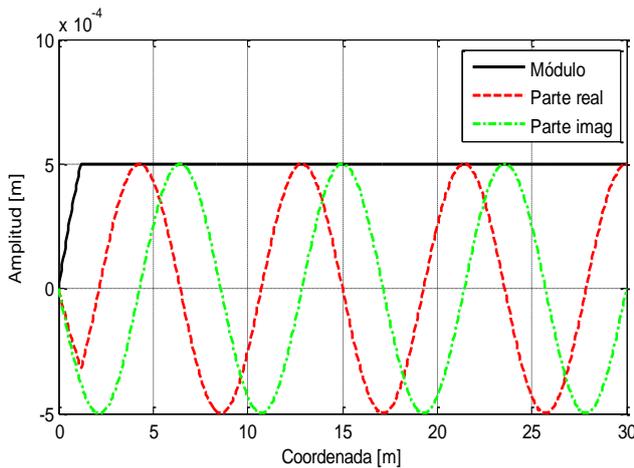


Fig. 7. Respuesta de un conductor provisto de un amortiguador óptimo.

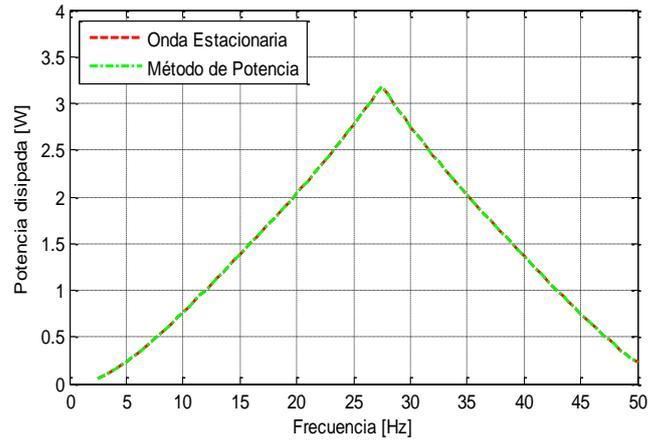


Fig. 8. Potencia disipada por un amortiguador ficticio.

MODELOS NUMÉRICOS

Los modelos analíticos presentan resultados asequibles bajo la hipótesis de utilizar sólo un amortiguador con impedancia dinámica exclusivamente vertical y despreciando la rigidez flexional del conductor. El agregado de algún elemento más al modelo lo torna sumamente complejo perdiendo su utilidad práctica. De todas maneras, la importancia de los modelos analíticos se mantiene vigente para establecer criterios de diseño y controlar la precisión de los modelos numéricos desarrollados en esta sección.

El objetivo principal de los modelos numéricos desarrollados en este trabajo consiste en contrastar el grado de precisión de las deformaciones específicas en secciones críticas del conductor que se obtiene con las fórmulas de perturbación propuestas por Hagedorn (1980). El criterio de verificación a fatiga propuesto por IEEE (1966) establece que la limitación de las deformaciones flexionales a 75 $\mu\text{m/m}$ produce que las tensiones de fatiga sean irrelevantes para toda la vida útil de los conductores. Adicionalmente, se estudia la influencia de la rigidez flexional del conductor en la respuesta dinámica.

Conductor considerado como cuerda ideal

Un primer modelo numérico se construye a través del ensamble de elementos finitos de cable, utilizando una matriz clásica de rigidez geométrica y una matriz de masa consistente, y despreciando la rigidez flexional. La discretización con elementos de longitud $dl = 0.025 \text{ m}$ permitió reproducir satisfactoriamente los resultados de las figuras de la sección anterior.

Influencia de la rigidez flexional

A continuación, se agrega la matriz de rigidez con las componentes flexionales utilizando la teoría clásica de vigas. La Fig. 9 muestra la respuesta del conductor con los mismos parámetros usados para la Fig. 7, pero agregándole rigidez flexional. Se observa que el módulo de la respuesta deja de ser constante debido a la rigidez flexional del conductor. Esto ocurre porque el amortiguador con las características descritas en las ecs. (69) y (70) ha dejado de ser el óptimo para este caso.

La Fig. 10 muestra la potencia disipada por un amortiguador ficticio con la impedancia mecánica del conductor, calculada con las ecs. (43) y (44) de la Onda Estacionaria y Método de Potencia, respectivamente. Para esto se obtuvieron los desplazamientos de nodo y antinodo, y la fuerza en el apoyo 2, en forma numérica, considerando el efecto de la rigidez flexional. Ambas curvas presentan discrepancias relativamente pequeñas entre sí, mientras que las diferencias con las curvas para el caso de la cuerda ideal (Fig. 8) se acentúan para las altas frecuencias. Esto último se debe al incremento del efecto de la rigidez flexional para longitudes de onda más pequeñas. Nótese además el incremento de la frecuencia de máxima potencia disipada a aproximadamente 30 Hz.

Las Figs. 11 y 12 muestran las deformaciones específicas calculadas en distintas secciones del conductor con el mismo amortiguador con impedancia característica usado en la sección anterior para una amplitud de vibración de 200 mm/s en el antinodo. Las curvas analíticas corresponden a las fórmulas de perturbación propuestas en el trabajo de Hagedorn (1980) mientras que las curvas numéricas se obtienen con los modelos desarrollados en el presente trabajo. Se observa una buena concordancia entre las curvas analíticas (calculadas con la respuesta de una cuerda ideal) y las numéricas teniendo en cuenta la rigidez flexional.

Un comentario particular merecen las deformaciones específicas calculadas en el apoyo más alejado del amortiguador. Dado que en los casos reales la excitación no se produce a través del desplazamiento impuesto en uno de sus extremos, esta aproximación es más precisa para frecuencias próximas a las de resonancia, donde el desplazamiento impuesto se torna insignificante frente a los desplazamientos producidos en el centro del tramo. Por lo tanto, sólo pueden considerarse como representativos los valores máximos de esta curva vinculados a las frecuencias de resonancia. Esta es la razón por la que la curva analítica derivada de un cable semi-infinito (con frecuencias naturales con separaciones infinitesimales) representa una cota superior de la curva numérica (Hagedorn, 1982).

Obsérvese que las curvas sobrepasan el valor de 75 $\mu\text{m/m}$ recomendado por las normas para ignorar los efectos de fatiga. Sin embargo, las curvas fueron calculadas para una amplitud conservadora del antinodo de 200 mm/s, que suele ser menor luego de estimar las amplitudes de vibración a través del método balance energético.

Las Figs. 13 y 14 muestran las deformaciones específicas producidas en distintas secciones del conductor utilizando el amortiguador real con las características mostradas en las Figs. 4 y 5. La amplitud de vibración se fija en 200 mm/s para el antinodo. En este caso también se comprueba que a los fines prácticos las fórmulas de perturbación resultan razonablemente precisas.

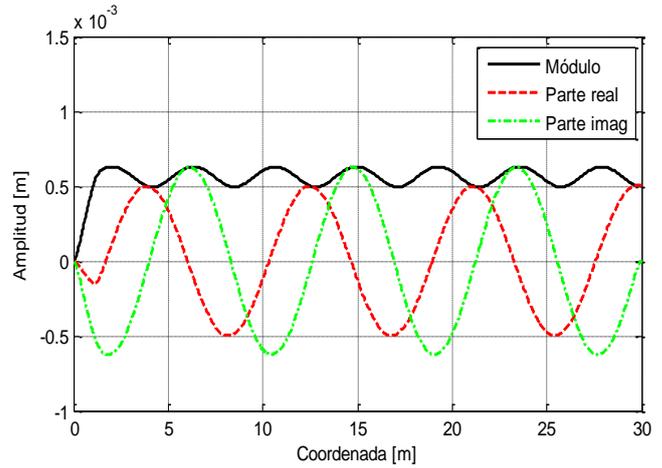


Fig. 9. Respuesta de un conductor con rigidez flexional y el amortiguador óptimo para cuerda ideal.

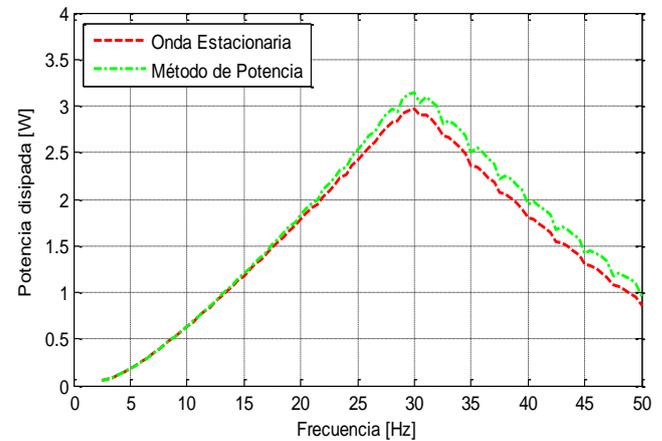


Fig. 10. Potencia disipada por un amortiguador ficticio montado sobre un conductor con rigidez flexional.

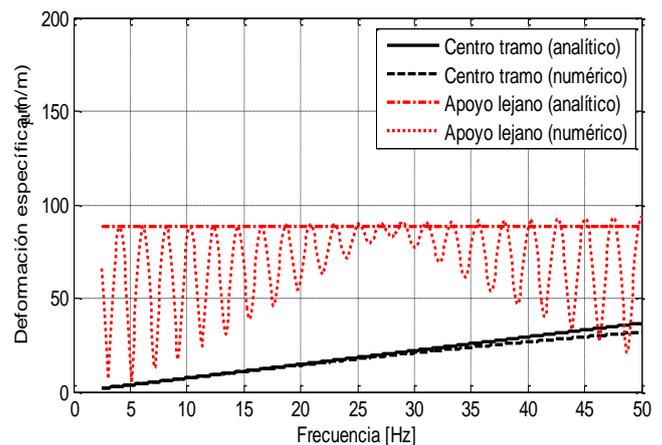


Fig. 11. Deformaciones específicas lejos de un amortiguador ficticio.

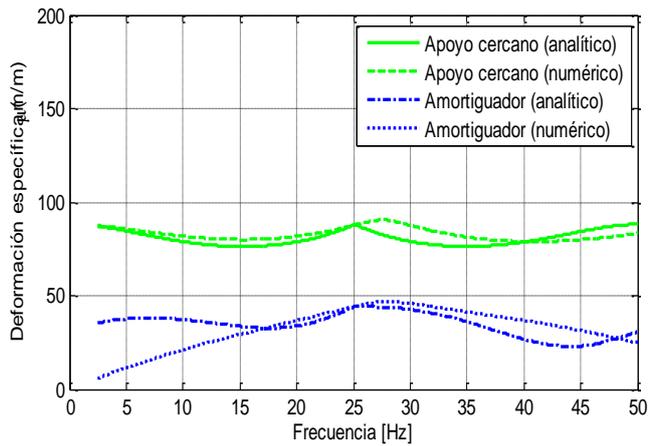


Fig. 12. Deformaciones específicas cerca de un amortiguador ficticio.

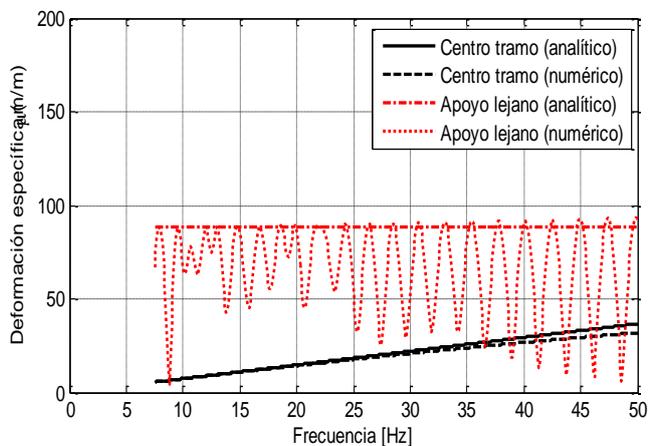


Fig. 13. Deformaciones específicas lejos de un amortiguador real.

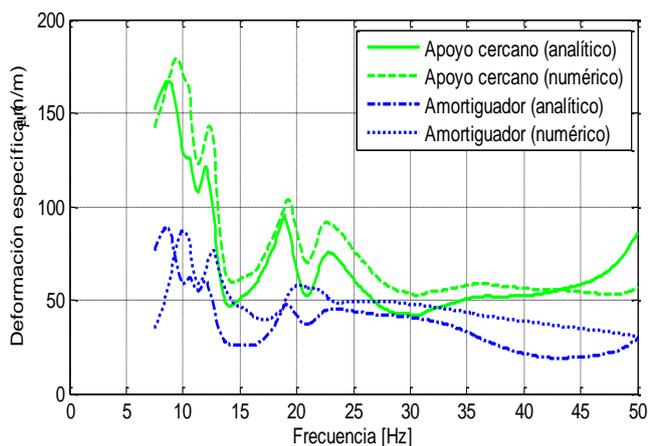


Fig. 14. Deformaciones específicas cerca de un amortiguador real.

CONCLUSIONES

El presente trabajo revisa el problema de la determinación del amortiguamiento necesario en las líneas aéreas de transmisión para evitar problemas de fatiga de conductores por efecto de la acción del viento. Específicamente, se propone el agregado de amortiguadores del tipo Stockbridge como forma de proteger a los

conductores de los efectos eólicos. Se discute la exactitud, conveniencia y aplicabilidad del método de balance energético implementado en una versión analítica y otra numérica. Adicionalmente, los procedimientos propuestos en las normas para la determinación experimental de las potencias disipadas tanto por la línea como por el amortiguador son también revisados basándose en el análisis de fórmulas analíticas, lo que ha permitido justificar las hipótesis adoptadas y su aplicación.

La comparación de los resultados provenientes de fórmulas analíticas de cuerda ideal y de modelos numéricos incluyendo la rigidez flexional ha demostrado que ambas formulaciones resultan válidas para aplicar el MBE. Por simplicidad, esto justifica que se utilice un modelo de cuerda ideal, que permite utilizar fórmulas analíticas cerradas. De todas formas, el modelo numérico puede resultar imprescindible para realizar satisfactoriamente la verificación a fatiga en casos más complejos con varios amortiguadores instalados a diferentes distancias.

Dado que la ecuación de la cuerda ideal no incluye deformaciones por flexión, para evaluar las deformaciones específicas en los puntos más críticos sobre el conductor resulta necesario recurrir a fórmulas de perturbación. Las comparaciones realizadas entre las deformaciones específicas muestran que estas fórmulas son bastante satisfactorias a los efectos prácticos.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte de las actividades auspiciadas tanto por el CONICET como por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba. Los autores agradecen el financiamiento brindado.

REFERENCIAS

- [1] Australian Standard 1154.1 (2009), *Insulator and conductor fittings for overhead power lines*.
- [2] Barry O.R. (2014), *Vibration Modeling and Analysis of a Single Conductor with Stockbridge Dampers*, PhD Thesis, University of Toronto.
- [3] CIGRE SC22 WG01 (1989), "Report on Aeolian Vibration", *Electra* N° 124.
- [4] CIGRE SC22 WG11 (1998), "Modelling of Aeolian Vibration of Single Conductors: Assessment of the Technology", *Electra* N° 181.
- [5] CIGRE TF B2.11.01 (2005), "Modelling of Aeolian Vibrations of a Single Conductor plus Damper: Assessment of Technology", *Electra* N° 223.
- [6] Diana G., Cigada A., Belloli M. and Vanali M. (2003), "Stockbridge-Type Damper Effectiveness Evaluation: Part I – Comparison between Tests on Span and on the Shaker", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, N° 4, pp. 1462-1469.
- [7] Diana G. Manenti A., Pirotta C. and Zuin A. (2003), "Stockbridge-Type Damper Effectiveness Evaluation: Part II – The Influence of the Impedance Matrix Terms on the Energy Dissipated", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, N° 4, pp. 1470-1477.
- [8] Hagedorn P. (1980), "Ein einfaches Rechenmodell zur Berechnung winderregter Schwingungen an Hochspannungsleitungen mit dämpfen", *Ingenieur-Archiv* 49, pp. 161-177.
- [9] Hagedorn P. (1982), "On the Computation of Damped Wind-Excited Vibrations of Overhead Transmission Lines", *Journal of Sound and Vibration*, 83(2), pp. 263-271.
- [10] IEEE Committee Report (1966), "Standardization of Conductor Vibration Measurements", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, N° 1.

- [11] IEEE Standard 563 (1978, reaffirmed 2007), *IEEE Guide on Conductor Self-Damping Measurements*.
- [12] IEEE Standard 664 (1993, reaffirmed 2007), *IEEE Guide for Laboratory Measurement of the Power Dissipation Characteristics of Aeolian Vibration Dampers for Single Conductors*.
- [13] Kasap H. (2012), *Investigation of Stockbridge Dampers for Vibration Control of Overhead Transmission Lines*, MSc Thesis, Middle East Technical University.
- [14] Leblond A. and Hardy C. (1999), "On the Estimation of a 2x2 Complex Stiffness Matrix of Symmetric Stockbridge-Type Dampers", *3rd International Symposium on Cable Dynamics*, Norway.
- [15] Markiewicz M. (1995), "Optimum Dynamic Characteristics of Stockbridge Dampers for Dead-End Spans", *Journal of Sound and Vibration*, 188(2), pp. 243–256.
- [16] Martins dos Santos J.M. (2015), *Modelling and Analysis of Wind-Excited Vibrations of Transmission Lines*, PhD Thesis, University of Porto.
- [17] Norma española UNE-EN 61897 (2000), *Requisitos y ensayos para amortiguadores de vibraciones eólicas tipo "Stockbridge" para líneas eléctricas*.
- [18] Vecchiarelli J. (1997), *Aeolian Vibration of a Conductor with a Stockbridge-Type Damper*, PhD Thesis, University of Toronto.
- [19] Wolf H., Adum B., Semenski D. and Pustaic D. (2008), "Using the Energy Balance Method in Estimation of Overhead Transmission Line Aeolian Vibrations", *Journal for the Theory and Application in Mechanical Engineering* (Strojarstvo, Croatia), 50(5), pp. 269-276.