

ANÁLISIS TERMOHIDRODINÁMICO DE COJINETES CORTOS

Gustavo G. Vignolo^{a,c}, Daniel O. Barilá^c, Lidia M. Quinzani^b

^a *Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av Alem 1253 – 8000 – Bahía Blanca - Buenos Aires, ARGENTINA, gvignolo@plapiqui.edu.ar*

^b *Planta Piloto de Ingeniería Química (PLAPIQUI), Universidad Nacional del Sur – CONICET Camino La Carrindanga km. 7 – CC 717 - Bahía Blanca - Buenos Aires, ARGENTINA, lquinzani@plapiqui.edu.ar*

^c *Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, Ruta Prov. N° 1, Km. 4 – 9000 – Comodoro Rivadavia - Chubut, ARGENTINA, dbarila@unpata.edu.ar*

Palabras Clave: Lubricación Termohidrodinámica, Cojinete, Temperatura de Mezcla.

Resumen: La teoría de lubricación hidrodinámica isotérmica es extensamente utilizada para determinar el comportamiento de cojinetes hidrodinámicos. No obstante, a medida que se van incrementando las necesidades desde el punto de vista tecnológico, las condiciones de operación se hacen más severas. Esto implica mayor carga unitaria y velocidad de rotación, ocasionando que la temperatura del fluido lubricante varíe notablemente como consecuencia de la disipación de energía por efectos viscosos. Dado que las propiedades del fluido son funciones de la temperatura (fundamentalmente la viscosidad), cuanto más severas sean las condiciones de operación de un cojinete, menos certera será la predicción de su funcionamiento utilizando la hipótesis de flujo isotérmico. Por ende, se necesita la solución en conjunto de los balances de cantidad de movimiento, masa y energía para poder obtener los perfiles de presión y temperatura.

En este trabajo se presenta la solución numérica semi-acoplada de las ecuaciones de conservación para el caso del cojinete corto lubricado con un fluido Newtoniano. Tanto la densidad como capacidad calorífica del lubricante se consideran constantes, mientras que su viscosidad varía exponencialmente con la temperatura.

El tratamiento del sistema de ecuaciones presenta la novedad de la incorporación de la temperatura de mezcla (“bulk temperature”) como variable, con el objetivo de disminuir el grado de no-linealidad.

Hasta el presente se han comparado los resultados obtenidos mediante esta formulación con datos experimentales y numéricos de otros autores, logrando buenas predicciones en las distribuciones de presión y temperatura de la película fluida.

1 INTRODUCCIÓN

El diseño de cojinetes hidrodinámicos es de suma importancia para el desarrollo de maquinaria rotatoria. En su forma más elemental, un cojinete consta de un eje que gira (muñón) contenido dentro de un cilindro de ajuste estrecho (cojinete), cuyas superficies están separadas por una pequeña película de lubricante de espesor, h , del orden de la milésima del radio del muñón. El propósito fundamental de un cojinete es proporcionar soporte radial a un eje giratorio. Bajo carga, los centros del muñón y del cojinete no son coincidentes, sino que muestran cierta excentricidad, e (Figura 1). Esto genera una geometría convergente-divergente en la película fluida que, junto con el movimiento relativo entre el muñón y el cojinete, permite que se desarrolle presión por efectos viscosos en la misma, logrando así capacidad para soportar carga. De esta manera, al evitar el contacto metal-metal, estos cojinetes funcionan con desgaste nulo y logran, en teoría, una vida útil infinita (Norton, 1999; Shigley y Mischke, 1999). Asimismo, estos cojinetes presentan otras dos cualidades igualmente importantes: consumen poca potencia y tienen la capacidad de amortiguar cargas dinámicas en una amplia gama de condiciones (J. Frêne *et al.*, 1997; Hamrock *et al.*, 2004).

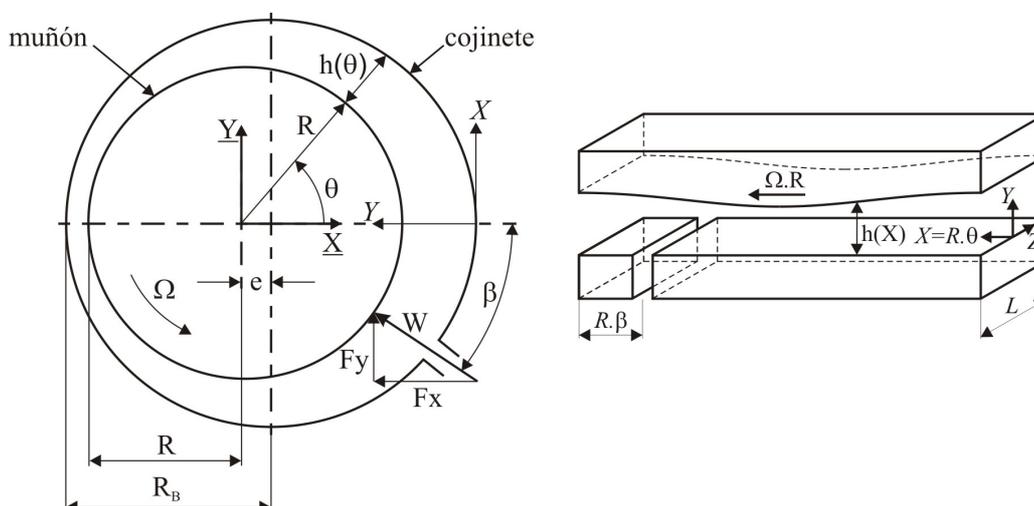


Figura 1: Geometría de un cojinete hidrodinámico y de su equivalente en coordenadas cartesianas

La teoría de la lubricación hidrodinámica surge del estudio del flujo del lubricante dentro del cojinete. Para ello, es necesario resolver los balances de cantidad de movimiento, masa y energía del fluido. La complejidad del sistema de ecuaciones resultante hace que sólo se conozcan soluciones analíticas a situaciones idealizadas de geometría y lubricante (S.M. Chun, 2004; Vignolo *et al.*, 2007). Esto es, flujo isotérmico de un lubricante Newtoniano (o ley de la potencia) y cojinete de longitud infinita ($L/D \rightarrow \infty$) o cojinete de longitud nula ($L/D \rightarrow 0$). Bajo otras consideraciones, se requiere el uso de métodos numéricos. La solución analítica del cojinete de longitud infinita se conoce como solución de Sommerfeld, mientras que la del de longitud nula se conoce como solución de Ocvirk.

En este trabajo se presenta una aproximación a la solución acoplada de los balances de conservación para cojinetes cortos no isotérmicos, a través de un balance de energía al que se incorpora la temperatura de mezcla como variable.

2 ECUACIONES DE CONSERVACIÓN

Si se considera que el fluido es Newtoniano, con densidad, ρ , y capacidad calorífica, C_v , constantes, y que el huelgo, $c=R_B-R$, entre el eje y el cojinete es varios órdenes de magnitud

menor que el diámetro, $D=2R$, los términos dominantes de las ecuaciones de conservación adimensionales son:

$$\text{Balance de Masa: } 0 = \frac{1}{\pi} \frac{\partial u}{\partial \Theta} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (1)$$

$$\text{Balance de Cantidad de Movimiento } (\Theta): 0 = -\frac{1}{\pi} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \frac{\partial p}{\partial \Theta} + f \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (2)$$

$$\text{Balance de Cantidad de Movimiento } (z): 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (3)$$

$$\text{Balance de Energía: } \left(\frac{u}{\pi} \frac{\partial t}{\partial \Theta} + v \frac{\partial t}{\partial y} + w \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + f \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{L}{R} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right], \quad (4)$$

donde $\lambda = \frac{kR}{Uc^2 \rho C_v}$, k es la conductividad del fluido y U la velocidad tangencial del eje.

El Balance de Cantidad de Movimiento en dirección y es de orden de magnitud c/R menor que los balances en las otras direcciones, por lo que puede asumirse que la presión no depende de la coordenada y . En estas expresiones se ha supuesto, además, que la viscosidad en la película fluida tampoco depende de esta coordenada, quedando definida como $\mu = \mu_0 f$, donde la función $f = f(\Theta, z)$ depende de la ley de variación de la viscosidad escogida y μ_0 es la viscosidad a la temperatura T_0 . Las variables adimensionales se definen como:

$$p = \frac{P}{P_{REF}} \text{ con } P_{REF} = \frac{\mu_0 U}{R} \left(\frac{R}{c}\right)^2 \left(\frac{L}{R}\right)^2, \quad t = \frac{T - T_0}{T_{REF}} \text{ con } T_{REF} = \frac{\mu_0 U}{\rho C_v R} \left(\frac{R}{c}\right)^2, \quad (5)$$

$$\Theta = \frac{\theta}{\pi}, \quad y = \frac{Y}{c}, \quad z = \frac{Z}{L}, \quad u = \frac{V_\Theta}{U}, \quad v = \frac{V_y}{U} \frac{R}{c}, \quad \text{y } w = \frac{V_z}{U} \frac{R}{L}.$$

2.1 Condiciones de Borde

Dado que ni $p = p(\Theta, z)$ ni $f = f(\Theta, z)$ dependen de la coordenada y , las ecuaciones de conservación pueden integrarse fácilmente en el espesor de la película fluida. Para llevar a cabo esta operación se requieren las condiciones de borde sobre las superficies del eje ($y = \tilde{h}(\Theta)$) y del cojinete ($y = 0$). Así, para las componentes de la velocidad se tiene:

$$u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=\tilde{h}(\Theta)} = 1, \quad v|_{y=0} = 0, \quad v|_{y=\tilde{h}(\Theta)} = \frac{1}{\pi} \frac{dh(\Theta)}{d\Theta}, \quad w|_{y=0} = 0, \quad \text{y } w|_{y=\tilde{h}(\Theta)} = 0 \quad (6)$$

$$\text{donde } \tilde{h}(\Theta) = \frac{h(\Theta)}{c} = 1 + \eta \cos(\pi\Theta) \text{ y } \eta = \frac{e}{c}.$$

Para la temperatura, las condiciones de borde no resultan tan simples. El mecanismo de transmisión de calor entre el lubricante y las paredes que lo contienen puede expresarse de diversas formas. Hay cierta cantidad de calor que se transmite desde el lubricante al cojinete, el cual es conducido por el cuerpo de éste hasta alguna interfase en la que otro fluido lo recibe

y transporta (aire del ambiente o fluido de refrigeración). En general, el valor de este flujo de calor suele ser pequeño si se lo compara con el que es transportado por convección por el mismo lubricante. Por ello, en este trabajo se considera que el cojinete es adiabático. Esto es:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (7)$$

Del otro lado de la capa lubricante se encuentra la superficie del muñón. Dado que éste se mueve a alta velocidad tangencial y que la conductividad del eje suele ser elevada comparada con la del lubricante, puede asumirse que el muñón es isotérmico. Esto se debe a que un mismo punto de la superficie atraviesa zonas de distinta temperatura en un breve lapso de tiempo, alcanzando una temperatura “media” de la vuelta, T_M . Esto plantea, sin embargo, un problema cuando se desea determinar el flujo de calor entre el lubricante y el muñón. Como el eje es cilíndrico y su temperatura exterior es constante, cabe esperar que las isoterms dentro del mismo sean círculos concéntricos. Esto indicaría que la derivada de la temperatura del muñón respecto de la coordenada radial es constante para cualquier ángulo que se considere. Aplicando la ley de Fourier se tendría entonces que el flujo de calor entre el lubricante y el eje debería ser el mismo para cualquier valor de Θ , por lo que la derivada de la temperatura del fluido lubricante respecto de la coordenada y sería constante en toda la periferia del eje. Sin embargo, esto es poco factible y el argumento de temperatura constante sobre el eje se torna difícil de sostener sin la existencia de una capa límite térmica sobre el muñón en la que se compatibilicen las temperaturas y sus derivadas entre el fluido lubricante y la superficie móvil. Sin dudas, representar esta condición matemáticamente es una tarea compleja. Una alternativa viable, utilizada en este trabajo, es recurrir a una condición de borde de tipo convectiva en donde la densidad de flujo de calor interfacial se expresa como el producto de un coeficiente medio superficial de transmisión de calor, α , y la diferencia de temperaturas entre la interfase, T_M , y el seno del fluido, T_b . Así, se tiene:

$$t(\Theta, \tilde{h}(\Theta), z) = t_M \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{\tilde{h}(\Theta)} = \left(\frac{1}{k} \right) k \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{\tilde{h}(\Theta)} = - \left(\frac{1}{k} \right) \alpha (t_M - t_b), \quad (8)$$

$$\text{donde: } t_b = \frac{T_b - T_0}{T_{REF}} \quad \text{y} \quad t_M = \frac{T_M - T_0}{T_{REF}}.$$

Para poder determinar los campos de presión y temperatura son necesarias, además, condiciones de contorno en las coordenadas Θ y z , en las que se especifican la presión y temperatura de suministro, presión exterior y las condiciones de simetría:

$$t(-\beta, y, z) = 0, \quad p(-\beta, z) = 0, \quad p(\Theta, 1/2) = 0, \quad \left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{(\Theta, y, 0)} = 0 \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{(\Theta, 0)} = 0 \quad (9)$$

donde β es el ángulo entre el origen de coordenadas y el punto de aplicación de la carga y suministro de aceite (Figura 1).

Si se resuelve el sistema de ecuaciones con las condiciones de borde mostradas, la presión calculada presenta valores positivos para $0 < \Theta < 1$ y negativos para $1 < \Theta < 2$, con magnitudes absolutas iguales en ambas zonas. En la realidad, el fluido no es capaz de soportar una presión negativa de importancia sin mostrar cambios físicos (vaporización del fluido y/o incorporación de aire desde el exterior por los laterales). Por ello la ecuación suele evaluarse

sólo en $0 \leq \Theta \leq 1$, y se aproxima el valor de P en la otra mitad de la circunferencia como igual a la presión exterior. Esta condición de borde es conocida como condición de Gumbel. Otra condición de borde que suele utilizarse es la denominada condición de Reynolds, que considera que la presión se hace nula en algún valor de Θ entre 1 y 2, denominado Θ^* , pero asumiendo que la derivada de la presión respecto Θ en ese punto también es nula (O. Pinkus, 1961).

En este trabajo se utiliza una condición de borde tipo Gumbel y se asume que en la zona divergente del flujo la presencia de gas, ya sea aire o vapor del lubricante, afecta sólo a la presión (T. Suganami y A.Z. Szeri, 1979).

2.2 Integración de los balances en el espesor de la capa lubricante

Al integrar las ecuaciones de conservación en el espesor de la película, utilizando las condiciones de borde (6-8), se tiene:

$$\text{del BCM}(\Theta): u = \frac{1}{2\pi f} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \frac{\partial p(\Theta, z)}{\partial \Theta} (y^2 - h(\Theta)y) + \frac{y}{h(\Theta)}, \quad (10)$$

$$\text{del BCM}(z): w = \frac{1}{2\pi f} \frac{\partial p(\Theta, z)}{\partial z} (y^2 - h(\Theta)y), \quad (11)$$

$$\text{del BM}: \int_0^{h(\Theta)} \frac{dy}{dy} dy = -\frac{1}{\pi} \int_0^{h(\Theta)} \frac{du}{d\Theta} dy - \int_0^{h(\Theta)} \frac{dw}{dz} dy = \frac{1}{\pi} \frac{dh(\Theta)}{d\Theta}. \quad (12)$$

Antes de integrar el BE (ec. (4)), se recurre a las propiedades de la derivación de productos, tal que:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial t}{\partial \Theta} &= \frac{\partial}{\partial \Theta} (t u) - t \frac{\partial u}{\partial \Theta}, \\ v \frac{\partial t}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} (t v) - t \frac{\partial v}{\partial y}, \\ w \frac{\partial t}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} (t w) - t \frac{\partial w}{\partial z}. \end{aligned} \quad (13)$$

Combinando (1), (4) y (13) se logra un BE con el mismo alcance que (4), pero cuyo término convectivo contiene derivadas de productos de temperatura y velocidad. Integrando en el espesor, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_0^{h(\Theta)} \frac{\partial}{\partial \Theta} (t u) dy + \int_0^{h(\Theta)} \frac{\partial}{\partial y} (t v) dy + \int_0^{h(\Theta)} \frac{\partial}{\partial z} (t w) dy &= \lambda \int_0^{h(\Theta)} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dy + f \int_0^{h(\Theta)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{L}{R} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \\ \Rightarrow \frac{1}{\pi} \int_0^{h(\Theta)} \frac{\partial}{\partial \Theta} (t u) dy + (t v) \Big|_0^{h(\Theta)} + \int_0^{h(\Theta)} \frac{\partial}{\partial z} (t w) dy &= \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_0^{h(\Theta)} + f \int_0^{h(\Theta)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{L}{R} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy, \end{aligned} \quad (14)$$

donde pueden aplicarse las condiciones de borde (7) y (8).

3 TEMPERATURA DE MEZCLA (BULK TEMPERATURE)

En general, los coeficientes de transferencia de calor como el empleado en (8) se usan para describir el transporte entre una interfase y el seno del fluido (bulk). Cuando el fluido se extiende una distancia indefinida desde la interfase y la temperatura alcanza un valor constante, la temperatura, T_b , que debe considerarse para determinar el intercambio de calor es simplemente ese valor lejano. Sin embargo, en flujos confinados, donde no existe una extensión “infinita”, es necesario emplear algún tipo de promedio para hallar T_b (W.M. Deen, 1998). Para ello, se analiza el transporte de energía en este tipo de flujo, donde, si se considera que la convección es el medio principal de transporte, el flujo de calor por unidad de tiempo a través de un área, df , es:

$$dQ = \rho C_v |\vec{V}| T df, \quad (15)$$

siendo \vec{V} la velocidad absoluta del fluido en el punto considerado. Integrando sobre la sección transversal, se obtiene el flujo de calor a través del área dada, por unidad de tiempo.

$$Q = \int_f \rho C_v |\vec{V}| T df. \quad (16)$$

La temperatura media en la sección, T_b , debe ser tal que:

$$Q = T_b \int_f \rho C_v |\vec{V}| df. \quad (17)$$

Dividiendo (16) sobre (17) y suponiendo que ρ y C_v son constantes, resulta:

$$T_b = \frac{\int_f |\vec{V}| T df}{\int_f |\vec{V}| df}, \quad (18)$$

donde T_b (bulk temperature), se conoce como temperatura media isentálpica (V. Isachenko *et al.*, 1979). El denominador de (18) es igual al caudal volumétrico que atraviesa la sección transversal. Si todo el fluido que pasa por una posición fuese mezclado, el valor de temperatura que alcanzaría sería igual a T_b , por ello también es denominada “temperatura de mezcla”.

Para el caso del flujo de lubricante en un cojinete hidrodinámico, la ecuación (18) puede escribirse, de forma adimensional, como:

$$T_b = T_0 + T_{REF} \frac{\int_0^{\tilde{h}(\Theta)} t \left[u^2 + \left(\frac{L}{R} \right)^2 w^2 \right]^{1/2} dy}{\int_0^{\tilde{h}(\Theta)} \left[u^2 + \left(\frac{L}{R} \right)^2 w^2 \right]^{1/2} dy}. \quad (19)$$

Si se analiza la influencia de la geometría del cojinete sobre T_b , y considerando la manera en que fueron hechas adimensionales las variables, y si $L/D \rightarrow 0$ (ó $L/R \rightarrow 0$), se tiene que:

$$T_b \approx T_{bu} = T_0 + T_{REF} \frac{\int_0^{\tilde{h}(\Theta)} t u dy}{\int_0^{\tilde{h}(\Theta)} u dy}. \quad (20)$$

Por el contrario, si $L/R \rightarrow \infty$:

$$T_b \approx T_{bw} = T_0 + T_{REF} \frac{\int_0^{\tilde{h}(\Theta)} t w dy}{\int_0^{\tilde{h}(\Theta)} w dy}. \quad (21)$$

Al incorporar (19-21) en el BE (14), se logra:

$$\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(t_{bu} \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} u dy \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(t_{bw} \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} w dy \right) = -\frac{\lambda \alpha}{k} (t_M - t_b) + f \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{L}{R} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy. \quad (22)$$

4 ESTUDIO DE COJINETES CORTOS

La creciente demanda de máquinas más potentes, eficientes, veloces y pequeñas ha elevado los estándares de diseño y fabricación. El impacto de tales exigencias sobre los cojinetes hidrodinámicos ha ido modificando no sólo los materiales sólidos de las superficies y la calidad del lubricante, sino que también su tamaño y geometría. En la actualidad, el valor de $(2R/L)$ para un cojinete estándar suele ubicarse entre $\frac{1}{2}$ y 2 , y la tendencia apunta hacia la fabricación de cojinetes cada vez más cortos. Si además se tiene en cuenta que la resolución de las ecuaciones de conservación se simplifica notoriamente al asumir que la relación longitud a diámetro tiende a cero ($L/D \rightarrow 0$), surge que el análisis de cojinetes infinitamente cortos es una herramienta útil para la estimación del comportamiento de cojinetes hidrodinámicos modernos. Por ello, el resto del análisis que aquí se presenta se realiza bajo esta hipótesis. Así, al asumir que $L/D \rightarrow 0$ (ó $L/R \rightarrow 0$), puede inferirse de las ecuaciones (19-21) que $T_b \approx T_{bu}$, y T_{bw} puede despreciarse frente a T_{bu} . Los balances resultan:

$$\text{BCM}(\Theta): u = \frac{y}{h(\Theta)}, \quad (23)$$

$$\text{BCM}(z): w = \frac{1}{2\pi f} \frac{\partial p(\Theta, z)}{\partial z} (y^2 - h(\Theta)y), \quad (24)$$

$$\text{BM}: \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} \frac{dv}{dy} dy = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} \frac{du}{d\Theta} dy - \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} \frac{dw}{dz} dy = \frac{1}{\pi} \frac{dh(\Theta)}{d\Theta}, \quad (25)$$

$$\text{BE}: \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(t_{bu} \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} u dy \right) = -\frac{\lambda \alpha}{k} (t_M - t_{bu}) + f \int_0^{\tilde{h}(\Theta)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy. \quad (26)$$

Para resolver el sistema resta sólo definir la función de variación de viscosidad con la temperatura, f . En este caso, se utiliza la Ley de Vogel, donde $\mu = \mu_0 f = \mu_0 e^{-\beta_0(T_b - T_0)}$, siendo β_0 una constante que depende del lubricante (S. Singhal, 2004). Por otra parte, a la temperatura sobre la superficie del eje, T_M , se le asigna el valor medio de T_b en el perímetro del cojinete (M. G. Ionescu y V-C. M Ionescu, 2005), es decir:

$$T_M = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} T_b d\Theta. \quad (27)$$

5 RESOLUCIÓN

Si se desea conocer, por ejemplo, el comportamiento del cojinete (e , P y T) en función de su geometría (R , L , c), propiedades del fluido (μ_0 , β_0 , ρ , C_v), velocidad de rotación (Ω) y carga aplicada (W), debería establecerse un diagrama de cálculo como el esquematizado en la Figura 2.

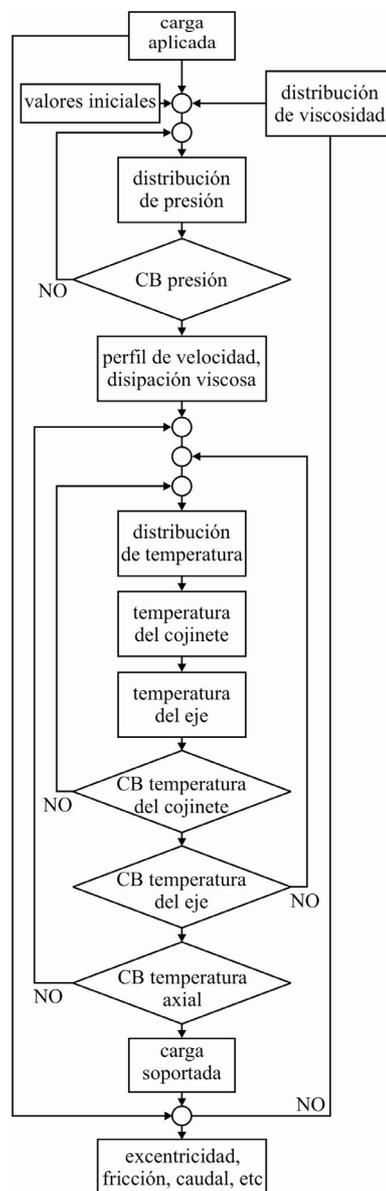


Figura 2: Diagrama de cálculo para la solución de los balances acoplados

En este esquema de cálculo, el criterio global de convergencia se logra cuando la carga aplicada al cojinete se “igualar” a la que éste es capaz de soportar. La solución de un diagrama como este puede presentar gran complejidad gracias a la no linealidad de algunas de las ecuaciones. Por ello se emplean los criterios de simplificación antes presentados. Así, al considerar como variable de interés a la temperatura de mezcla, t_b , en lugar de t , y asumiendo que el cojinete es infinitamente corto, el sistema puede tratarse en forma semi-desacoplada. Esto es, la ecuación (26) se resuelve independientemente de la distribución de p . Asimismo, las ecuaciones (23-25) pueden integrarse analíticamente para obtener $p(t_b)$, resultando:

$$p = \frac{3}{4\pi} \frac{dh(\Theta)}{d\Theta} \frac{\mu_0 \exp^{(-\beta_0 t_b T_{REF})} (4z^2 - 1)}{h(\Theta)^3} \quad (28)$$

Así, el sistema (23-27) se convierte en (26-28). Puede observarse que una vez resuelto el sub-sistema (26-27), el valor de t_b actúa modificando la viscosidad en (28), comportándose como un factor de escala que corrige la presión obtenida mediante la solución de Ocvirk.

El cálculo de la capacidad portante se logra integrando la presión en el área:

$$W = \int_A PdA = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad (29)$$

donde:

$$F_x = \pi LR \int_0^1 -p \cos(\pi \Theta) d\Theta, \text{ y } F_y = \pi LR \int_0^1 -p \operatorname{sen}(\pi \Theta) d\Theta, \quad (30)$$

y el ángulo β resulta:

$$\beta = \arctan\left(\frac{F_y}{F_x}\right). \quad (31)$$

6 RESULTADOS

Como ejemplo de los resultados que se pueden obtener con este método, se presenta a continuación una comparación con datos experimentales y con otras predicciones. Lamentablemente, no se han encontrado datos experimentales de cojinetes cortos ($L/D < 0,5$), en los que pueda aplicarse la hipótesis empleada en este trabajo, por lo que la comparación se realiza con datos correspondientes a un cojinete de $L/D = 0,7$. Los datos del cojinete en estudio se detallan en la Tabla 1.

L/D	0,7
R/C	636,94
L	0,7m
β_0	0,029/K
α	50 W/m ² K
N	2250 RPM
T ₀	44 °C
η	0,44
μ_0	0,0192 Pa.s
ρ	859 Kg/m ³
C _v	1970 J/Kg K

Tabla 1: Características del cojinete estudiado

En la Figura 3 puede verse la predicción del perfil de temperatura de mezcla adimensional y datos experimentales (J. Mitsui, 1987) y predicciones de la temperatura adimensional sobre la superficie del cojinete, en función de la coordenada tangencial (J. Mitsui, 1987; G.G. Vignolo *et al.*, 2008).

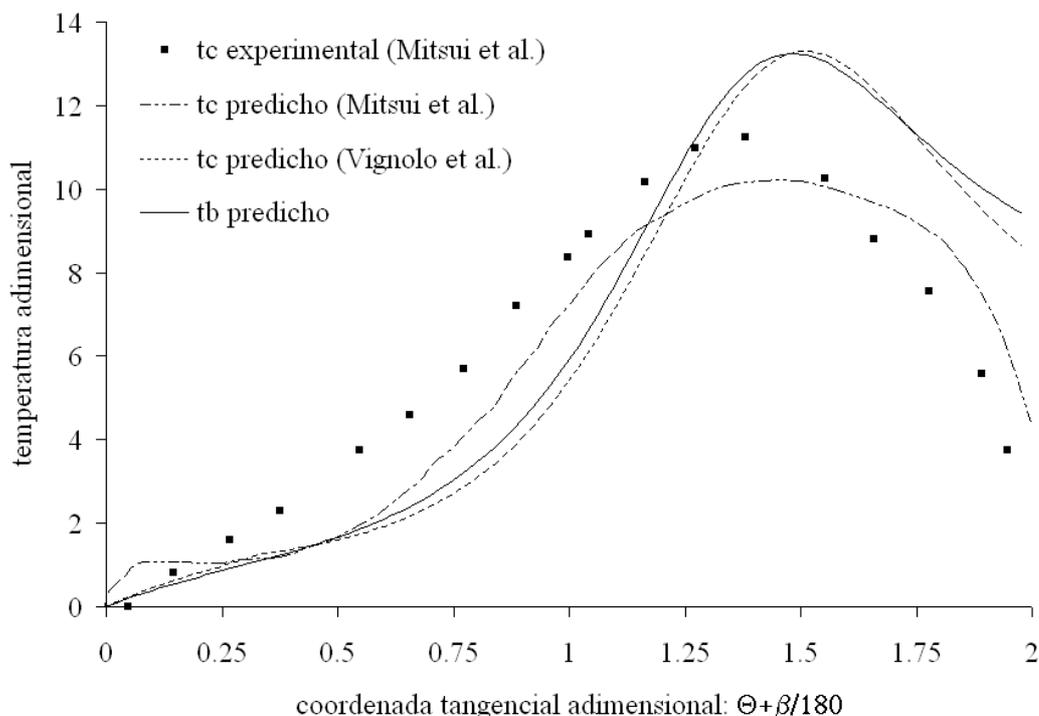


Figura 3: Temperatura adimensional en función de la coordenada tangencial adimensional: t_c representa la temperatura adimensional sobre la superficie del cojinete, mientras que t_b es la temperatura de mezcla.

En la Tabla 2 se pueden apreciar los valores de β , T_M y W obtenidos en cada caso. La predicción del perfil de temperatura mediante este método muestra buena aproximación a los valores de β y temperatura máxima medidos. No obstante, resta definir la relación entre t_b y $t_c = t|_{y=0}$ para poder comparar directamente los resultados.

	β	T_M	W
Experimental (Mitsui <i>et al.</i>)	62°	--	3,95KN
Predicción (Singhal)	61,92°	51,38°C	3,95KN ($\eta=0,5$)
Predicción (Vignolo <i>et al.</i>)	62°	51,85°C	4,99KN
Predicción actual	63,3°	50,97°C	4,97KN

Tabla 2: Comparación de resultados

A pesar de la buena predicción de temperatura, para el cojinete estudiado, la predicción de la capacidad portante ($W_{predicho}=4,97KN$) muestra diferencias notables respecto del valor experimental ($W_{exp}=3,95KN$). Esto se debe a que la relación L/D del cojinete no cumple con las hipótesis del cálculo. Sin embargo, esta situación parece no afectar el cálculo térmico. La explicación de tal hecho radica en que las hipótesis de simplificación básicamente priorizan la distribución tangencial de temperatura frente a la axial (ecuaciones 22 y 26). En la práctica, la conductividad del eje y cojinete son significativamente mayores que las del fluido y las variaciones axiales de temperatura son considerablemente menores que las tangenciales (J. Mitsui, 1987).

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el estudio termohidrodinámico de cojinetes cortos ($L/D \rightarrow 0$), considerando como temperatura media del fluido en el espesor de la película, a la temperatura media isentálpica o de mezcla (bulk temperature). La ventaja de esta incorporación radica en que la solución acoplada de las ecuaciones de conservación se simplifica notablemente.

A pesar de no contar con datos experimentales para verificar el modelo (cojinete de $L/D < 0,5$), se han comparado las predicciones obtenidas con resultados de un cojinete de $L/D = 0,7$. La estimación del ángulo de posicionamiento del espesor mínimo de película, y la distribución de temperatura del lubricante resultaron buenas, no así la capacidad portante. En la actualidad se están efectuando trabajos tendientes a extender este análisis termohidrodinámico a longitudes mayores.

REFERENCIAS

- S.M. Chun. Thermohydrodynamic lubrication analysis of high-speed journal bearing considering variable density and variable specific heat, *Tribology International*, 37:405-413, 2004.
- W.M. Deen, *Analysis of Transport Phenomena*, Oxford University Press, 1998.
- J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe y M. Godet, *Hydrodynamic Lubrication (Tribology and Interface Engineering Series)*, Elsevier Science, 1997.
- B.J. Hamrock, S.R. Schmid y B.O. Jacobson, *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, Second Edition, Marcel Dekker, Inc., 2004.
- M. G. Ionescu, V-C. M Ionescu, An Approximate Analytical Model of Thermohydrodynamic Estimation of Finite Length Journal Bearings, *Proceedings of WTC2005*, 2005.
- V. Isachenko, V. Orsipova y A. Sukomel, *Transmisión del Calor*, Marcombo, 1979.
- J. Mitsui, A Study of Thermohydrodynamic Lubrication in a Circular Journal Bearing, *Tribology International*, 20:331-341, 1987.
- R.L. Norton, *Diseño de Máquinas*, Pearson, 1999.
- O. Pinkus, *Theory of Hydrodynamic Lubrication*, McGraw Hill, 1961.
- J.E. Shigley y Ch.R. Mischke, *Diseño en Ingeniería Mecánica*, McGraw Hill, 1999.
- S. Singhal, *A Simplified Thermohydrodynamic Stability Analysis of the Plain Cylindrical Hydrodynamic Journal Bearings*, Msc Thesis (Department of Mechanical Engineering, Louisiana State University), 2004.
- T. Suganami y A.Z. Szeri. A Thermohydrodynamic Analysis of Journal Bearings, *Journal of Lubrication Technology*, 101: 21-27, 1979.
- G.G. Vignolo, D.O. Barilá y L.M. Quinzani. Análisis del Comportamiento del Cojinete de Longitud Finita Usando el Método de Perturbación Regular, *Mecánica Computacional*, XXVI:592-604, 2007.
- G.G. Vignolo, D.O. Barilá y L.M. Quinzani. Estudio del Comportamiento de Cojinetes Hidrodinámicos de Longitud Finita, *Actas del I CAIM*, 2008.