Revista de Humanidades de Valparaíso Año 3 / 2015 / 1er semestre / N° 5 Págs. 7 - 16
ISSN 0719-4242

Lógicas no clásicas de la vaguedad†

Paula Teijeiro*

Resumen

En el presente artículo presentaremos un panorama sencillo de las principales lógicas no clásicas que se han propuesto para lidiar con la paradoja de Sorites, esto es, las lógicas débilmente paracompletas, las débilmente paraconsistentes y las difusas de tipo 1. Notaremos algunas ventajas y problemas de estos sistemas, y finalmente propondremos una cuarta solución -basada en una lógica difusa de tipo 2- que permite superar algunas de las dificultades planteadas.

PALABRAS CLAVE: Sorites, vaguedad, lógica difusa, supervaluacionismo, subvaluacionismo.

Abstract

In this paper, we present a simple overview of the main non classical logics proposed for dealing with the Sorites paradox, that is, weakly paracomplete logics, weakly paraconsistent, and type 1 fuzzy logics. We note some of their advantages and problems and we suggest that the problems can be at least partially overcome by adopting a solution which relies on interval based type 2 fuzzy logics.

KEYWORDS: sorites, vagueness, fuzzy logic, supervaluationism, subvaluationism.

1. La paradoja de Sorites y el principio de tolerancia

Desde un punto de vista lógico, los términos vagos presentan un desafío, puesto que dan origen a lo que se conoce como Paradoja de Sorites, o Paradoja del Montón:

> *Alguien de diez años es un niño.*
>
> *Si alguien de diez años es un niño, alguien de diez años y un día es un niño.*
>
> *Si alguien de diez años y un día es un niño, alguien de diez años y dos días es un niño.*

† Recibido: mayo 2015. Aceptado: agosto 2015.

* Conicet - Universidad de Buenos Aires. www.ba-logic.com

> ...
>
> *Por lo tanto, alguien de diez años y 10950 días (30 años) es un niño.*

Dado que, plausiblemente, alguien de cuarenta años no es un niño, se sigue una contradicción en la lógica clásica.

La justificación de las premisas condicionales proviene de lo que Crispin Wright llama “Tolerancia”:

> *Un predicado F es tolerante respecto de [un concepto] ϕ si hay algún grado positivo de cambio en relación a ϕ que es insuficiente como para afectar la justicia con la que F se aplica a un caso particular.* Wright (1975)

El principio de Tolerancia tiene las ventajas de (i) parecer verdadero y (ii) explicar por qué los razonamientos soríticos generales no son simplemente *reductios* de las premisas mayores: ellas expresan la característica fundamental de los predicados vagos. Sin embargo, dado que es incompatible con la lógica clásica, diversos autores han propuesto alternativas que permitan conservarlo en alguna medida, mediante el debilitamiento de la lógica que subyace al razonamiento.

2. Sistemas débilmente no clásicos: Super y Subvaluacionismo

Las siguientes propuestas se basan en una técnica desarrollada por Van Fraassen en su artículo “Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic” (1966), originalmente concebida para lidiar con términos sin denotación. La idea general detrás de ellas consiste en entender las expresiones vagas como teniendo un significado intensional, compuesto por una extensión actual imprecisa (con casos indeterminados) y muchos extensiones “potenciales” precisas.

De modo algo más técnico, las oraciones atómicas son interpretadas mediante un modelo de base parcial (esto es, que deja sin determinar el valor de verdad de algunas oraciones), que luego es precisificado (extendido a modelos clásicos) de todas las maneras que sean admisibles. De esta forma, algunas oraciones resultarán verdaderas (falsas) sin importar cómo se precisifique el lenguaje. Por ejemplo, si *Fa* es indeterminada en el modelo de base, habrá precisificaciones que decidan que *a* está en la extensión de *F* y otras que decidan que no, pero en cualquier caso *Fa*□¬*Fa* resultará en todas ellas verdadera[1].

Tanto el concepto de verdad en el modelo parcial como el de consecuencia lógica pueden definirse de distintas maneras, generando distintas lógicas como resultado. Una posibilidad es identificar verdad con verdad en *toda* precisificación -o “superverdad”- como propuso originalmente Kit Fine (1975). Otra es identificar verdad

---

[1] Por el contrario, Fa□Fa será tan indeterminado como Fa. La diferencia entre Fa□Fa y Fa□¬Fa manifiesta la no veritativo-funcionalidad de la semántica, esto es, el hecho de que el valor de una oración molecular en un modelo no está determinado por el valor de sus componentes en él .

con verdad en *alguna* precisificación -o “subverdad”- como sugiere Dominic Hyde (2008). A su vez, la relación de consecuencia lógica puede definirse como preservación de cualquiera de esas dos propiedades en todo modelo[2].

Si elegimos la primera vía, la paradoja de Sorites resulta ser un argumento incorrecto puesto que alguna de sus premisas no es superverdadera. Si *a* es un caso indeterminado de *F* y *b* es sólo marginalmente menos *F* que *a*, habrá una precisificación en la cual *a* sea incluido en la extensión del predicado, mientras que *b* no, haciendo al condicional $Fa \rightarrow Fb$ falso en ella. Si bien el principio general □x(Fx→Fx’) resulta superfalso, la inferencia de ello a que alguna de sus instancias debe serlo resulta inválida (a diferencia de la lógica clásica). Dicho de otro modo, es definitivamente cierto que existe un corte preciso entre lo que es *F* y lo que no, pero no existe ningún punto que definitivamente sea ese corte.

Si elegimos, por el contrario, identificar verdad con subverdad, el diagnóstico respecto de la paradoja cambia. El principio general, al igual que todas sus instancias, es subverdadero, pero el argumento es declarado inválido, puesto que el Modus Ponens no preserva subverdad[3]. La pérdida de Modus Ponens resulta inaceptable para la mayoría de los autores, que lo consideran esencial al significado del condicional, mientras que los defensores del Subvaluacionismo prefieren conservar el principio de Tolerancia, que a su vez parece esencial a la caracterización de la vaguedad.

Una de las principales ventajas de estos sistemas es su fortaleza lógica, comparada con la de otros sistemas paracompletos o paraconsistentes: todas las verdades lógicas resultan verdaderas en cualquiera de ellos, así como casi todas las inferencias (en el Supervaluacionismo fallan algunos argumentos con múltiples conclusiones, mientras que en el Subvaluacionismo fallan algunos con múltiples premisas)[4].

En segundo lugar, y a diferencia de cualquier semántica veritativo funcional, es posible rescatar las llamadas “conexiones penumbrales”, que son aquellos principios generales que involucran predicados vagos. El modo de lograrlo es imponer restricciones sobre qué precisificaciones resultan admisibles. Por ejemplo, suponiendo que tanto “hombre” como “animal” tengan casos limítrofes, podemos aun así afirmar que “Todos los hombres son animales” si restringimos las precisificaciones admisibles a aquellas en las cuales la interpretación de “hombres” está incluida en la de “animales”.

Por otro lado, la principal desventaja consiste en que la partición precisa entre las cosas que son *F* y las cosas que no son *F* es reemplazada por una tripartición que incluye casos indeterminados, pero que sigue siendo igual de precisa. Este fenómeno de “revancha” de la vaguedad a veces es llamado “vaguedad de orden superior”.

---

2 Las definiciones presentadas corresponden a lo que se conoce como “consecuencia global”. Existen otros conceptos de consecuencia posibles, en particular el de consecuencia local. Para un análisis exhaustivo véase Varzi (2007).

3 Nótese que en un modelo en el que φ sea falsa y ψ sea indeterminada, $\psi \rightarrow \varphi$ será verdadera en alguna precisificación (las que hagan falsa a ψ) y ψ será verdadera en alguna precisificación (distinta), pero φ será falsa en todas, puesto que lo es en el modelo de base.

4 Otras inferencias pueden fallar si el lenguaje cuenta con un operador de determinación.

3. Lógica Difusa

La lógica difusa surge en el contexto del desarrollo de la teoría de conjuntos difusa por parte de Zadeh (1965). Los conjuntos difusos son aquellos para los cuales la relación de pertenencia es gradual. Esto significa que son caracterizados por funciones cuyo codominio es el intervalo [0,1], o, puesto de otra manera, la relación de pertenencia es triádica: se establece entre un conjunto, un objeto y un grado de pertenencia del segundo al primero.

Se conoce como Lógica Difusa (en sentido estrecho)[5] a aquellas lógicas multivaluadas que admiten infinitos valores de verdad. Existen muchos sistemas que cumplen con esa característica, pero la más utilizada por los filósofos preocupados por la paradoja de Sorites es la lógica difusa de Łukasiewickz[6]. En ella, las valuaciones se definen sobre el intervalo de los reales [0,1], y se caracteriza a la conjunción débil como el mínimo de sus conyuntos, a la disyunción débil como el máximo y a la negación de ϕ como 1 menos el valor de ϕ[7]. El condicional, por su parte, se define del siguiente modo

$$\nu(\phi\rightarrow\psi) = 1 \quad \text{si } \nu(\phi)\leq\nu(\psi)$$
$$= 1-(\nu(\phi)-\nu(\psi)) \quad \text{si } \nu(\phi)\nleq\nu(\psi)$$

El diagnóstico de un defensor de la lógica difusa respecto de la paradoja de Sorites consiste en afirmar que se trata de un razonamiento incorrecto: las premisas no son perfectamente verdaderas, con lo cual la conclusión no está garantizada. Supongamos por ejemplo que tenemos una secuencia sorítica descendente, es decir, una serie de oraciones que predican *F* de objetos que empiezan siendo *F*, e imperceptiblemente son cada vez menos *F*. Si la diferencia de valor entre una oración Fa_n y la siguiente Fa_{n+1} en la secuencia es a lo sumo 0,1, todas las premisas condicionales (al igual que el principio general) serán evaluadas como verdaderas en grado 0,9.

De ese modo, nuestra confusión se origina en que, en la mayoría de los contextos, una desviación tan marginal respecto de la verdad absoluta es irrelevante, de modo que tendemos a despreciarla aquí también. Sin embargo, la gran cantidad de premisas no completamente verdaderas de los razonamientos soríticos hace que el error se acumule, llevándonos de manera imperceptible a una conclusión falsa.

Hay problemas muy diversos que se plantean para los defensores de las soluciones difusas. Algunos de ellos tienen que ver con el modo en que se evalúan ciertas oraciones en algún modelo. Estos resultan quizás menos apremiantes, dado que la lógica de Łukasiewickz es sólo una de las formas posibles de computar los valores de

5 Por "Lógica difusa en sentido amplio" se entiende cualquier aplicación que use conjuntos difusos.

6 A diferencia de otras lógicas paracompletas (como la trivalente K3), este sistema sí posee tautologías, como el principio de identidad $\phi\rightarrow\phi$. Otras tautologías clásicas, sin embargo, pueden incluso llegar a recibir el valor 0 en algunas valuaciones, como sucede con $\neg(\phi\equiv\neg\phi)$. Algunos resultados metateóricos curiosos son la falla del Teorema de la deducción y del de Compacidad.

7 El adjetivo "débil" es necesario porque las nombradas no son las únicas funciones que podrían caracterizar conectivas, aunque sí las más habituales en estos contextos.

oraciones moleculares. Las críticas más importantes se dirigen a la posibilidad misma de hacer semánticas difusas. En particular, vamos a considerar dos de ellas: por un lado, la idea de que la postulación de la existencia de grados de verdad se encuentra infundada, y por el otro, la idea de que lo que se está reemplazando una semántica precisa por otra más precisa aún.

1.1 Grados$_m$

Según Keefe (1998) el teórico difuso comete una falacia de equivocación al inferir que las oraciones que involucran predicados vagos precisan de evaluaciones que admitan grados de verdad. El origen de esa equivocación radica en que muchos de esos predicados son graduales en el sentido de que hay una medida que determina su aplicación. Por ejemplo, en el caso de "estar frío", esa medida está dada por los grados que tenga la sustancia. A este tipo de gradualidad Keefe lo llama "grados$_m$". Que la inferencia desde los grados$_m$ a los grados de verdad es errónea se demuestra por la existencia de predicados que presentan el primer tipo de grados, pero son perfectamente precisos, como el predicado "ser ácido": si bien las sustancias pueden ser más o menos ácidas, hay un punto preciso que determina el límite entre lo ácido y lo alcalino.

El problema parece ser que del hecho de que la aplicación de un predicado esté de algún modo regida por una medida no se sigue que el predicado sea gradual. Por ejemplo, en el caso del predicado "agudo", es plausible decir que hay un sentido en el cual todo ángulo entre 0° y 90° es igualmente agudo, y que cuando decimos que un ángulo de 30° es más agudo que uno de 85° lo decimos en el mismo sentido en el que uno de 100° es más agudo que uno de 130°. Esto es, nos estamos refiriendo a la amplitud, y no al grado en que poseen la propiedad "ser agudo". Y "tener una amplitud" no es gradual, "*a* tiene mayor amplitud que *b*" no es lo mismo que "a es más *algo con amplitud* que *b*" (de hecho esto carece de sentido, justamente por la no gradualidad del predicado).

Por ende, no hay motivos para aceptar que existan predicados graduales que sean precisos. Por supuesto, de una teoría de conjuntos difusa tampoco se sigue una definición de verdad difusa. La teoría de conjuntos difusa es tan clásica como ZFC, la existencia de grados$_m$ no nos obliga a introducir grados de verdad. Simplemente, podríamos decir que una oración *Pa* es verdadera si y sólo si el objeto nombrado por *a* pertenece al conjunto que interpreta *P* en grado 1 y falsa en caso contrario (o cualquier otra división bipartita que querramos). Esto es de hecho lo que hacemos cuando "precisifcamos" un concepto en un contexto científico, como es el caso de "ácido".

La teoría de modelos tradicional representa propiedades precisas[8], y por ende, es natural que los valores de verdad sean dos. Si asumimos, por el contrario, que hay propiedades difusas, lo que necesitamos es un motivo que justifique la utilización de dos valores, no a la inversa. Ese motivo aparece sólo en algunos contextos, en

[8] A lo largo del artículo vamos a usar el término "propiedad" laxamente, de modo que por momentos nos vamos a referir a ellas como si fueran entidades extensionales, esto es, conjuntos. Esta simplificación es suficientemente inocua en este contexto.

particular, contextos científicos, donde nos encontramos con los medios para asignar de modo exacto grados$_m$ a los objetos, y en donde las diferencias de grados$_m$ pueden jugar algún rol.

1.2. Vaguedad de orden superior y precisión artificial

Al igual que en el caso del super(sub)valuacionismo, el problema más grave reside en la vaguedad de orden superior. Por un lado, hemos logrado un avance, que es la posibilidad de rescatar la transición suave que se produce entre una oración y otra en una secuencia sorítica. Al poseer una distinción más fina podemos, por ejemplo, diferenciar entre Sorites más y menos persuasivos, en virtud del "tamaño" del salto ¿Por qué tiene más fuerza el condicional "si alguien de 15 años es un niño, alguien de 15 años y un día también" que "si alguien de 15 años es un niño, alguien de 16 también"? Suponiendo que alguien de 16 años está en la penumbra de ser un niño, el supervalucionista tiene que decir que ambos condicionales son igualmente indeterminados, y la diferencia entre ellos no se explica.

Por otro lado, hemos empeorado la situación. Ya no tenemos un límite preciso entre lo indeterminado y lo determinado, sino múltiples límites todavía más precisos: hay una última oración que recibe valor 1, una última oración que recibe 0,9, y así sucesivamente. O -en términos de Sainsbury- seguimos teniendo la tripartición precisa entre lo absolutamente verdadero, lo absolutamente falso, y todo lo que está en el medio.

Y más aún, la idea de indeterminación, que parece estrechamente ligada a la de vaguedad, tiene sentido cuando los valores son tres (el tercer valor es indeterminado entre la verdad y la falsedad) pero no cuando son innumerables. Nos vemos forzados a elegir entre incontables posibilidades a la hora de asignar valores a las oraciones, y si bien podemos distinguir entre la idea de asignar 1 o 0 a una oración, parece imposible saber si debemos asignarle 0,87 o 0,879.

4. Lógicas difusas de tipo 2

Las lógicas difusas de tipo 2 evalúan sus oraciones utilizando todos los intervalos de números reales entre 0 y 1. Estos sistemas han sido básicamente ignorados en el ámbito filosófico a la hora de tratar la paradoja de Sorites. Los motivos detrás de ello probablemente sean, por un lado, que la semántica se vuelve más compleja, y por el otro, que en el ámbito lógico-matemático suelen interpretarse esos intervalos como una combinación de la presencia de un fenómeno de vaguedad con un fenómeno epistémico de incertidumbre.

Respecto del problema de la complejidad del sistema, es cierto que la computación de los valores de las oraciones moleculares en estos sistemas es notablemente más engorrosa. Por ejemplo, las siguientes son las maneras más habituales de definir una conjunción, un condicional y una negación:

$$[a_1,a_2] \wedge [b_1,b_2] = [\sqcup(0, a_1+b_1-1), \sqcup(0, a_1+b_2-1, a_2+b_1-1)]$$

$$[a_1,a_2] \rightarrow [b_1,b_2] = [\sqcap(1, b_1-a_1+1, b_2-a_2+1), \sqcap(1, b_2-a_1+1)]$$

$$\sim[a_1,a_2] = [a_1,a_2] \rightarrow [0,0] = [\sqcap(1, 1-a_1, 1-a_2), \sqcap(1, 1-a_1)]$$

Sin embargo, el costo de este aumento de complejidad debe ser evaluado en función de las posibles ventajas que el nuevo sistema presente. Y parece haber al menos algunos beneficios conceptuales, que sugeriremos a continuación.

En relación al modo de interpretar los intervalos, es cierto que identificar la indeterminación de la vaguedad con la ignorancia –idea defendida por Williamson (1994)- no parece demasiado atractivo, puesto que, por ejemplo –como plantea Field (2003)- carece de sentido preguntarse si acaso habremos superado el último segundo de juventud. Sin embargo, nuestro objetivo es leer estos intervalos de modo distinto al habitual, es decir, no como una combinación de un fenómeno semántico con uno epistémico, sino con uno ontológico.

Intuitivamente, si lo que tuviéramos fuera un lenguaje con una única interpretación difusa correcta, lo que tendríamos no sería un lenguaje vago, sino un mundo vago, con un lenguaje que perfectamente lo describe. Las teorías de tipo 1 rescatan entonces un costado de la vaguedad: el hecho de que –en términos leibnizianos- la naturaleza no da saltos.

Pero no queremos/podemos capturar esas propiedades difusas de modo preciso, es decir, la diferencia entre la propiedad “rojo 1”, que este objeto posee en grado 0,9 y la propiedad “rojo 2”, que posee en grado 0,8, es irrelevante para nuestras prácticas, de modo que nuestras convenciones lingüísticas dejan indeterminado a cuál de ellas nos referimos cuando usamos la palabra “rojo”.

El otro costado de la vaguedad es entonces la indeterminación semántica: imprecisamente referimos a esas propiedades. Dentro del modelo, lo que sucede es que los predicados vagos serán interpretados por un conjunto (preciso, para no aumentar la complejidad) de conjuntos difusos, y el valor de verdad de la oración *Fa* estará dado por el intervalo que conformen los grados en los que *a* pertenece a las propiedades que interpretan *F*[9].

De este modo, por un lado, recuperamos el vínculo entre la vaguedad y la indeterminación que se había desdibujado en los modelos de tipo 1, y por el otro, suavizamos la infinita precisión que supone la posibilidad de asignar exactamente un número real como valor semántico de las oraciones.

---

[9] Por supuesto, para que el conjunto de grados que corresponde a un objeto sea un intervalo, es necesario imponer ciertos requisitos –por lo demás, plausibles- a los conjuntos que interpreten los predicados vagos. Por ejemplo, si un conjunto al que *a* pertenece en grado 0,8 forma parte de la interpretación de *F* y uno al que pertenece en grado 0,7 también, todos los conjuntos que le asignan grados intermedios deben formar parte de su interpretación. Dicho de otro modo, la interpretación de los predicados es un conjunto difuso de tipo-intervalo, donde la relación de pertenencia es un intervalo en lugar de un valor.

Dos modelos para sorites

Supongamos que tenemos una serie de diez parches de color que van desde el rojo hasta el naranja, que *F* será interpretado como el predicado "ser rojo", y que $a_1 \ldots a_{19}$ serán interpretados como los nombres de los respectivos parches. A la hora de pensar un modelo difuso de tipo 2 para interpretar las oraciones en cuestión, a diferencia de lo que sucede cuando consideramos modelos de tipo 1, se nos presentan dos alternativas.

Una de ellas es considerar que el grado de indeterminación (esto es, el tamaño del intervalo) se mantiene constante, pero se va corriendo desde un extremo al otro a lo largo de la secuencia. Esto es:

$v(Fa_1)=[0{,}9;\ 1]$

$v(Fa_2)=[0{,}8;\ 0{,}9]$

…

$v(Fa_{10})=[0;\ 0{,}1]$

La otra opción es considerar que lo que se modifica a lo largo de la secuencia es el grado de indeterminación. Para los objetos en el medio de la secuencia, es altamente indeterminado en qué grado son *F*, mientras que hacia los extremos es cada vez más determinado (acercándose a 1 y a 0). En ese caso, las asignaciones podrían ser:

$v(Fa_1)=[0{,}9;\ 1]$

$v(Fa_2)=[0{,}7;\ 1]$

…

$v(Fa_5)=[0{,}1;\ 1]$

$v(Fa_6)=[0;\ 0{,}9]$

…

$v(Fa_{10})=[0;\ 0{,}1]$

La elección entre ambos modelos no afecta sustancialmente el dictamen respecto de la paradoja. En ambos casos, el principio de tolerancia $\Box(Fa_n \rightarrow Fa_{n+1})$ recibe un valor precisamente verdadero, pero no totalmente. La diferencia radica en si preferimos decir que se va volviendo menos verdadero que cada parche es rojo, o que se va volviendo más indeterminado en qué medida lo sea. Una combinación de ambos modelos, con resultados similares, también es posible.

5. Revanchas

Por supuesto, las preocupaciones acerca de las precisiones artificiales de los modelos no se han evaporado cuando pasamos de una semántica de tipo 1 a una de tipo 2 ¿Por qué el objeto *a* es rojo en grado [0,8;1] y no [0,87;1]? ¿Por qué hay un último objeto en la secuencia que puede ser rojo en grado 1, si el que le sigue es indiscernible de él?

En primer lugar, vale la pena notar que si bien el problema de la vaguedad de orden superior no desaparece, ello no quiere decir que revista la misma gravedad que para las lógicas de tipo 1, así como ellas parecen ser una mejora respecto de las finitamente valuadas.

En segundo lugar, es habitual considerar que la semántica formal pretende modelar la del lenguaje natural, pero como en cualquier modelo, hay aspectos que son meros artefactos carentes de significación. Cook (2002) y Edgington (1997) proponen (en relación a lógicas de tipo 1) que el orden de los valores y su distancia sí modelan aspectos presentes en nuestros lenguajes, a saber, que la verdad es una cuestión de grado, y que ciertas oraciones son más verdaderas que otras. Pero no toda distancia es representativa: a veces, cuando $|a - b|$ es un número muy pequeño, esa diferencia es una propiedad del artefacto y no de lo que representa.

De este modo, Cook argumenta, tenemos una semántica precisa para modelar el fenómeno de la vaguedad, y la imprecisión sólo reaparece cuando nos referimos a la relación entre el lenguaje objeto y el metalenguaje (i.e., cuando decimos que las distancias *pequeñas* carecen de significado estamos empleando un lenguaje vago).

La respuesta de la Lógica-como-modelo tiene a su vez diversos problemas, relativos fundamentalmente a la identificación de los aspectos artificiales y los representativos. Pero es importante notar que el problema surge para cualquier teoría que pretenda representar nuestro lenguaje usando herramientas matemáticas. Algunos autores, como Smith (2008), intentan evitar esta salida, pero el costo de ello parece ser trasladar la precisión al lenguaje natural. Precisión de la que, por supuesto, carece.

Referencias

COOK, Roy (2002). *Vagueness and Mathematical Precision*, Mind, New Series, Vol. 111, No. 442.

CORNELIS, Chris, DESCHRIJVER, Glad, et al. (2006). *Advances and challenges in interval-valued fuzzy logic*, Fuzzy Sets and Systems 157.

EDGINGTON, Dorothy, (1997), «Vagueness by Degrees», en Keefe y Smith (eds), *Vagueness: a reader*, MIT Press.

FIELD, Hartry, (2003), «Semantic Paradoxes and the Paradoxes of Vagueness», en Beall (ed.), *Liars and Heaps*, Oxford University Press.

FINE, Kit, (1975), «Vagueness, Truth and Logic», *Synthese*, Vol. 30, No. 3/4.

GOGUEN, Joseph, (1969), «The logic of inexact concepts», *Synthese* No.19.

HÁJEK, Petr, (2009), «On Vagueness, Truth Values and Fuzzy Logics», *Studia Logica*, Vol. 91, No. 3.

HYDE, Dominic, (2008), *Vagueness, logic and ontology*, Ashgate new critical thinking in philosophy.

______ (2010), «The prospects of a paraconsistent response to vagueness», en *Cuts and Clouds*, Dietz & Moruzzi (eds), Oxford University Press.

KEEFE, Rosanna, (1998), *Vagueness by Numbers*, Mind, New Series, Vol. 107, No. 427.

______ (2000) *Theories of vagueness*, Cambridge University Press.

Novák & Dvořák, (2004), *Fuzzy Logic as a Methodology for the Treatment of Vagueness,* Research report No. 59, Universidad de Ostrava.

Sainsbury, (1996), «Concepts Without Boundaries», en Keefe y Smith (eds) *Vagueness*: A Reader, MIT Press.

Smith, Nicholas J. J. (2008), *Vagueness and degrees of truth*, Oxford University press.

Van Fraasse, Bas (1966), «Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic», *The Journal of Philosophy*, Vol. 63, No. 17.

Van Gasse, Bart, CORNELIS, Chris, et al, (2008), «A characterization of interval-valued residuated lattices», *International Journal of Approximate Reasoning* 49.

Varzi, Achille (2007), «Supervaluationism and its logics», *Mind*, 116 (463).

Williamson, Timothy, (1994), *Vagueness*, Routledge.

Wright, Crispin, (1975), «On the coherence of vague predicates», *Synthese*, Vol. 30 (3-4).

Zadeh, Lotfi, (1965), «Fuzzy sets», *Information and Control*, Vol 8.