

# Three-phase Harmonics Measurement Method Based on mSDFT

I. Carugati, C.M. Orallo, P.G. Donato, S. Maestri and D. Carrica

**Abstract**— This work presents a three-phase harmonics measurement method based on the mSDFT (Modulated Sliding Discrete Fourier Transform) and a variable sampling period technique. The proposal allows measuring the harmonic components of a three-phase signal and computes the corresponding imbalance by estimating its positive, negative and zero sequence. In addition, an adaptive variable sampling period is used in order to obtain a sampling frequency multiple of the main frequency. mSDFT high rejection to distortions in the electrical network and flexibility of proposed method makes it an interesting alternative for the design of grid power monitors.

**Keywords**— DFT (Discrete Fourier Transform), sequences detector, synchronization.

## I. INTRODUCCIÓN

EN los últimos años, el consumo creciente de energía eléctrica y el uso de dispositivos no lineales en la red han llevado a un deterioro de la calidad de la energía eléctrica. Debido a esto, hay un gran interés en la medición de las características de las tensiones y corrientes de línea, como por ejemplo el contenido armónico y el desbalance en sistemas trifásicos, ya que esta información resulta indispensable para estudiar el estado de la red [1] así como para el control de dispositivos conectados a la misma [2].

En [3], los autores han propuesto un medidor de armónicos monofásico basado en la mSDFT (modulated Sliding Discrete Fourier Transform) [4] y en una técnica de período de muestreo variable (VSPT) [5-7], el cual permite calcular muestra a muestra el contenido armónico de las tensiones y corrientes de la red eléctrica. Debido a que la mSDFT calcula el espectro de la señal a partir de las muestras almacenadas en una ventana deslizante, los cálculos necesarios para obtener el contenido armónico en la muestra actual no dependen de la longitud de la ventana. Por lo tanto, se verifica una reducción significativa del costo computacional de la implementación en relación a otras implementaciones de la DFT. Por otro lado, la VSPT permite ajustar la frecuencia de muestreo para que esta

sea un múltiplo de la frecuencia de línea, adaptando la mSDFT ante cambios en la frecuencia de línea. De esta forma se mitiga los errores de esta transformación frecuenciales cuando se la utiliza en el procesamiento de señales no estacionarias, como son las tensiones y corrientes de línea.

En este trabajo se propone una nueva estructura de este sistema a fin de ser implementado en sistemas trifásicos. Para el cálculo de la distorsión armónica se emplea una mSDFT por cada fase del sistema. Luego, debido a que la mSDFT provee una versión filtrada de la señal en fase y cuadratura con la señal de entrada, se utiliza el concepto de componentes simétricos para calcular las componentes de secuencia positiva, negativa y cero de cada armónico. El presente trabajo ha sido organizado como sigue. En las Secciones II y III se repasan los conceptos básicos del método propuesto en [3] y el concepto de componentes simétricas, respectivamente. En la Sección IV se describe el sistema propuesto. En la Sección V se describen algunas características del sistema que lo hacen adecuado para el diseño de instrumentos acordes con la norma IEC61000 [8-9]. Luego, en la sección VI se evalúa el comportamiento del sistema mediante simulaciones. Por último, en la sección VII se presentan las conclusiones del trabajo.

## II. MSDFT Y TÉCNICA DE PERÍODO DE MUESTREO VARIABLE

La DFT (Discrete Fourier Transform) es la herramienta estándar en el estudio del espectro de una determinada señal [10]. La misma es implementada comúnmente mediante el algoritmo de la FFT (Fast Fourier Transform) por su mayor eficiencia al reducir considerablemente la cantidad de cálculos necesarios. Sin embargo, la DFT también puede ser implementada con una ecuación recursiva que permite el cálculo, en la muestra  $n$ , de la  $k$ -ésima componente de la DFT ( $X_k(n)$ ) en una ventana de tiempo deslizante de longitud  $N$ . A esta implementación se la denomina Sliding DFT (SDFT) y puede ser escrita como:

$$X_k(n) = W_N^k [X_k(n-1) + x(n) - x(n-N)] \quad (1)$$

donde  $x(n)$  y  $x(n-N)$  son la muestra actual y la muestra atrasada  $N$  veces de la señal de entrada respectivamente,  $X_k(n)$  es el valor de la componente  $k$  del espectro de la señal de entrada, y  $W_N = e^{-j2\pi/N}$ . En relación a la implementación de la Ec. 1, una representación numérica de precisión finita del coeficiente  $W_N^k$  puede llevar a que el polo de la función de transferencia quede fuera del círculo unitario. Para estabilizar el sistema se debe utilizar un factor de amortiguación a costa de obtener un pequeño error en  $X_k(n)$  en fase y amplitud, que se acumula con cada nuevo cálculo del componente espectral.

---

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina, la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva, Argentina y la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica, Argentina.

I. Carugati, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, icarugati@fi.mdp.edu.ar

C. M. Orallo, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, orallo@fi.mdp.edu.ar

P. G. Donato, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, donatopg@fi.mdp.edu.ar

S. Maestri, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, somaestri@fi.mdp.edu.ar

D. Carrica, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, carrica@fi.mdp.edu.ar

Por otro lado, cuando  $k=0$ , la Ec. 1 es incondicionalmente estable y no acumula errores.

Otra implementación de la DFT es la SDFT modulada (mSDFT), la cual es un algoritmo que utiliza la propiedad de modulación de la DFT para llevar efectivamente la componente  $k$  deseada a  $k = 0$ . Este enfoque permite excluir el factor complejo  $W_N^k$  del lazo de realimentación (o resonador) y evita la acumulación de errores y potenciales inestabilidades. En la Fig. 1(a) se muestra la estructura de la mSDFT, en la cual se puede diferenciar la ventana deslizante (SW, Sliding Windows) y el resonador (R). La expresión matemática de la mSDFT resulta:

$$X_k(n) = X_k(n-1) + W_N^{-kn} [x(n) - x(n-N)] \quad (2)$$

de la cual puede calcularse la amplitud ( $\hat{V}_k$ ) y fase ( $\hat{\phi}_k(n)$ ) del armónico de interés mediante:

$$\hat{V}_k(n) = |X_k(n)| \quad \hat{\phi}_k(n) = \arg(X_k(n)) \quad (3)$$

El algoritmo de la mSDFT permite medir amplitud y fase del  $k$ -ésimo armónico sin problemas de estabilidad ni acumulación de errores debidos a la representación numérica de precisión finita. Sin embargo la mSDFT enfrenta algunos de los problemas típicos de la DFT cuando la frecuencia fundamental del sistema es variable (conocidos como espectro esparcido y efecto de apertura). Por lo tanto una aplicación directa del algoritmo de la mSDFT con frecuencia de muestreo constante puede conducir a resultados inexactos.

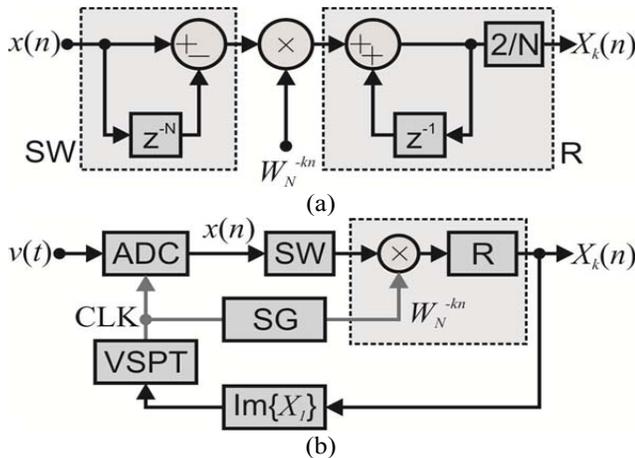


Figura 1. (a) Implementación de la mSDFT y (b) medidor de armónicos propuesto en [3].

Para superar este inconveniente, se propuso en [3] un medidor de armónicos que utiliza la mSDFT para filtrar la señal de entrada, y una técnica de período de muestreo variable (VSPT) para ajustar dinámicamente la frecuencia de muestreo a  $Nf_L$ , siendo  $f_L$  la frecuencia fundamental de línea. La estructura del medidor de armónicos se muestra en la Fig. 1(b). Los elementos vinculados por la línea de puntos corresponden exclusivamente al armónico de interés, por lo que se debe implementar tantos de estos bloques como armónicos se desee medir. La parte imaginaria de la

componente fundamental de la DFT se utiliza para alimentar al VSPT. Este último provee una señal de clock (CLK) que inicia la conversión de la señal ( $v(t) \rightarrow x(n)$ ) y alimenta al generador de señales (SG, Signal Generator), el cual incrementa el  $W_N^{-kn}$ . Como se describe en [3], el lazo de control ajusta la frecuencia de muestreo para que la misma sea un múltiplo de la frecuencia de línea, eliminando los errores de la mSDFT en régimen permanente ante cambios en la frecuencia de línea. El modelado de este sistema, el diseño del controlador y la evaluación del comportamiento son exhaustivamente desarrollados en [3].

### III. COMPONENTES SIMÉTRICAS

El concepto de componentes simétricas es muy utilizado para analizar sistemas trifásicos en régimen sinusoidal desequilibrado ya que provee de una explicación rigurosa con sentido matemático y físico del sistema trifásico bajo esta condición de funcionamiento [11]. Este concepto fue originalmente propuesto para fasores. Por lo tanto, para describir este concepto se considerará inicialmente una terna balanceada de la forma:

$$\begin{bmatrix} U_a(t) \\ U_b(t) \\ U_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(t) \\ \bar{a}E(t) \\ \bar{a}^2E(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

siendo  $\bar{a} = e^{-j2\pi/3}$  una rotación de  $-120^\circ$ ,  $\bar{a}^2 = e^{-j4\pi/3}$  una rotación de  $-240^\circ$  y  $E(t) = V_1 e^{j\varphi_u(t)}$  el fasor tomada como referencia del sistema. Analizando cada uno de los fasores del vector, se concluye que el orden temporal de los mismos es  $U_a(t)$ , luego  $U_b(t)$  y por último  $U_c(t)$ .

Por otro lado, cuando se modela una terna desbalanceada, la Ec. 4 pierde validez debido a que el fasor  $E(t)$  y la rotación  $\bar{a}$  son independientes para cada elemento del vector. El concepto de componentes simétricas demuestra que la terna desbalanceada puede descomponerse en tres componentes, siendo:

$$\begin{bmatrix} U_a(t) \\ U_b(t) \\ U_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_+(t) + E_-(t) + E_h(t) \\ \bar{a}E_+(t) + \bar{a}^2E_-(t) + E_h(t) \\ \bar{a}^2E_+(t) + \bar{a}E_-(t) + E_h(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde las tres tensiones complejas  $E_+(t)$ ,  $E_-(t)$  y  $E_h(t)$  son llamadas la secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero (homopolar) respectivamente:

$$\begin{bmatrix} E_+(t) \\ E_-(t) \\ E_h(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_+ e^{j\varphi_u(t)} \\ V_- e^{j(-\varphi_u(t)+\varphi_c)} \\ V_h e^{j(\varphi_u(t)+\varphi_h)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Se verifica que cada componente tiene diferente módulo y fase inicial, pero giran a la misma velocidad dada por  $\varphi_u(t)$ . Analizando la Ec. 5 se concluye que cada señal perteneciente a la secuencia positiva de la terna conserva el orden de giro en relación a un sistema balanceado. Por otro lado, las señales pertenecientes a la secuencia negativa giran en sentido contrario mientras que la secuencia cero es igual en cada fase.

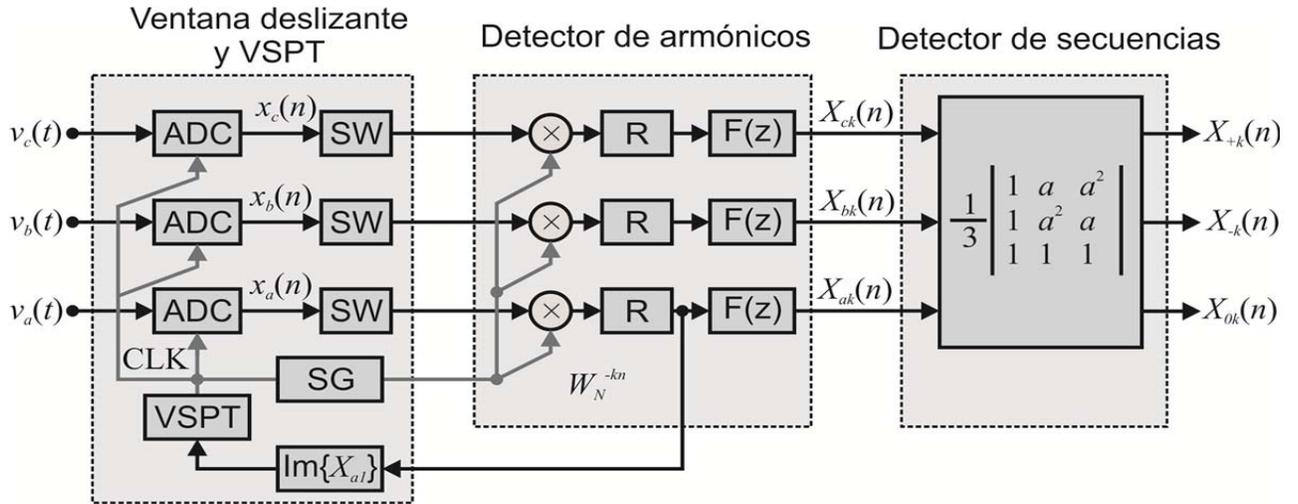


Figura 2. Diagrama en bloques del detector de secuencias propuesto.

Trabajando matemáticamente la Ec. 5 se demuestra que cada secuencia de una terna desbalanceada puede ser obtenida mediante la transformación:

$$\begin{bmatrix} E_+(t) \\ E_-(t) \\ E_h(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a(t) \\ U_b(t) \\ U_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

siendo  $a = e^{j2\pi/3}$  una rotación de  $120^\circ$  conocida como el operador de Fortescue. La implementación de la Ec. 7 no es una tarea trivial ya que la terna a procesar está formada por señales temporales (tensiones o corrientes) en lugar de fasores. Una forma de lograr esto es adoptar como parte real del fasor a la señal de entrada, mientras que, la parte imaginaria se obtiene a partir de atrasar la primera  $90^\circ$  mediante alguna técnica de procesamiento. Este enfoque ha sido utilizado en algunos sistemas de sincronismo como los propuestos en [12] y [13]. En el primero, la señal atrasada  $90^\circ$  se obtiene a partir de filtros pasa-todo, mientras que en la segunda se utilizan un EPLL (Enhanced Phase-Locked Loop) por fase del sistema, lo cual provee de filtrado a ambas componentes. Por otro lado, en otros trabajos como por ejemplo [14], se ha implementado esta matriz de transformación en el marco de referencia estacionario lo cual reduce el costo computacional de la implementación.

#### IV. DETECTOR DE SECUENCIAS PROPUESTO

El detector de secuencias propuesto en el presente trabajo se muestra en la Fig. 2. Las tensiones del sistema trifásico son procesadas por tres mSDFT independientes lo que permite calcular las componentes espectrales de cada señal. Luego, el detector de secuencias basado en el concepto de componentes simétricos permite estimar la secuencia positiva, negativa y cero de cada armónico de la terna.

En esta sección se describe en detalle las tres etapas que conforman al sistema propuesto.

##### A. Ventana deslizante y VSPT

La señal trifásica es adquirida por tres convertidores analógico-digital ( $v_{abc}(t) \rightarrow v_{abc}(n)$ ). Luego, estos tres valores son procesados por tres ventanas deslizantes, las cuales consisten en una resta entre los valores actuales de las señales ( $x_i(n)$  con  $i=\{a,b,c\}$ ) y los valor correspondiente a la muestra atrasada  $N$  instantes de muestreos ( $x_i(n-N)$  con  $i=\{a,b,c\}$ ).

El inicio de las adquisiciones es comandado por la señal CLK que provee el bloque VSPT. Como se describe en [3], este bloque ajusta la frecuencia de CLK para que esta sea un múltiplo entero de la frecuencia de línea ( $f_s = Nf_L$ , siendo  $f_s$  la frecuencia de muestreo). Para lograr este fin, el VSPT emplea como referencia a la parte imaginaria de la componente fundamental de una de las señales del sistema trifásico. Para el caso particular de la Fig. 2, se utiliza la señal  $x_a(t)$  ( $\text{Im}\{X_{a1}\}$ ). Debido a que la componente imaginaria es igual a cero cuando el sistema está sincronizado, el lazo de control regula la misma mediante un controlador PI a fin de ajustar la frecuencia de muestreo. El modelo de la mSDFT así como el diseño del controlador son rigurosamente tratados en [3].

Además de iniciar las adquisiciones, la señal CLK es utilizada para incrementar el exponente complejo  $W_N^{-kn}$ . Esta tarea se efectúa en el Generador de Señales (SG), donde cada evento de CLK incrementa el coeficiente  $n$ . Esta señal compleja puede ser implementada mediante una o dos tablas de  $N$  valores (una para la función cosenoidal y otra para la función sinusoidal o una tabla para ambas). Por otro lado, si los datos de las tablas son obtenidos incrementando el coeficiente  $n$  en  $k$  unidades, se obtienen las señales complejas necesarias para medir cada uno de los armónicos de la terna. Es importante notar que se ha utilizado el mismo  $W_N^{-kn}$  para cada una de las tensiones de línea y que el mismo solo está sincronizado en fase con la señal  $x_a(n)$ . Por lo tanto, las componentes real e imaginaria de  $x_b(n)$  y  $x_c(n)$  son generalmente diferentes de cero en contraste con la

componente imaginaria de  $X_a(n)$  que es igual a cero cuando el dispositivo está sincronizado.

Por último, es importante destacar que, para la implementación de esta etapa, solo se requieren tres SW sin importar cuantos armónicos o secuencias se desee evaluar. De esta forma, se hace un uso adecuado de los recursos de la plataforma donde se implementará el detector de secuencias propuesto.

### B. Detector de armónicos

En esta etapa del sistema se estiman los coeficientes de la DFT, para luego calcular la fase y amplitud de las componentes armónicas de la terna. La cantidad de armónicos a estimar define el número de veces que se debe repetir esta etapa, siendo esta elección independiente de la longitud de la ventana deslizante. Es importante notar que la estimación de la componente fundamental ( $k=1$  si  $f_s = Nf_i$ ) es necesaria a fin de cerrar el lazo de control que ajusta el período de muestreo.

Asumiendo una terna de entrada distorsionada, la misma se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} v_a(n) \\ v_b(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N/2} \begin{bmatrix} \hat{V}_{ak} \cos(k\varphi_u(n) + \phi_{ak}) \\ \hat{V}_{bk} \cos(k\varphi_u(n) + \phi_{bk}) \\ \hat{V}_{ck} \cos(k\varphi_u(n) + \phi_{ck}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde  $\varphi_u(n)$  es la fase de la red eléctrica,  $k$  especifica el armónico de la señal, y  $\hat{V}_{ik}$  y  $\phi_{ik}$  son la amplitud y fase inicial del armónico de orden  $k$  respectivamente. En relación a la figura, el bloque  $F(z)$  representa una etapa de filtrado extra que por simplicidad se asume igual a uno en esta sección. Más adelante se hará un análisis de las ventajas que provee al sistema propuesto. Por lo tanto, considerando el estudio de la mSDFT realizado en [3], la salida del detector de armónicos para la componente  $k$  resulta:

$$\begin{bmatrix} X_{ak}(n) \\ X_{bk}(n) \\ X_{ck}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{ak} \\ \hat{V}_{bk} e^{j(\phi_{bk} - \phi_{ak})} \\ \hat{V}_{ck} e^{j(\phi_{ck} - \phi_{ak})} \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde todo armónico de orden diferente a  $k$  es eliminado por los ceros de transferencia de la mSDFT. La salida de la transformación  $X_{ik}(n)$  con  $i=\{a,b,c\}$  es un valor complejo de amplitud y fase constante. Esto último es resultado de que las salidas están representadas en un marco de referencia sincrónico con la fase de  $W_N^{-kn}$ . Debido a que el sistema de sincronismo se ajusta con la fase de la componente fundamental de la señal  $x_a(n)$ , en otras palabras el argumento de  $W_N^{-kn}$  es igual a  $\varphi_u(n) + \phi_{ak}$ , la fase de las componentes espectrales de las señales  $x_b(n)$  y  $x_c(n)$  son la diferencia de fase entre estas señales y la señal de referencia. Por lo tanto, la amplitud de cada armónico así como la diferencia de fase entre éste y la componente fundamental de  $x_a(n)$  pueden recuperarse a partir de la Ec. 3.

### C. Detector de secuencias

En esta etapa del sistema se estiman las componentes de secuencia positiva, negativa y cero del armónico estimado. La cantidad de armónicos a evaluar define el número de veces que se debe repetir esta etapa. Generalmente, solo se la implementa para el procesamiento de la componente fundamental de la terna ya que los índices de desbalances más utilizados al monitorear la red eléctrica se calculan con esta componente. Sin embargo, esta etapa puede ser utilizada en cualquier otro componente armónico. Una característica interesante del detector de secuencias basado en el concepto de componentes simétricas es que no posee dinámica. Por lo que, una vez pasado el transitorio de la mSDFT y la técnica de período de muestreo variable, la estimación de la componente de secuencia positiva, negativa y cero es inmediata.

Como se describió en la Sec. III, la implementación de la Ec. 7 requiere la representación de cada una de las señales del sistema trifásico en forma fasorial. En el caso particular de la mSDFT, la salida de la transformación ( $X_{ik}(n)$  con  $i=\{a,b,c\}$ ) es un valor complejo y constante cuya fase está referida a la fase de  $W_N^{-kn}$ . Como este exponente complejo se calcula para ser igual a la fase de señal  $x_a(n)$ , las salidas de la mSDFT no poseen información de frecuencia y pueden ser procesados por la Ec. 7 a fin de calcular las componentes de secuencia positiva, negativa y cero del armónico  $k$ . Este procedimiento se presenta en la Fig. 2, con el cual se obtiene:

$$\begin{bmatrix} X_{+k}(n) \\ X_{-k}(n) \\ X_{0k}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{+k} e^{j(\phi_{+k})} \\ \hat{V}_{-k} e^{j(\phi_{-k})} \\ \hat{V}_{0k} e^{j(\phi_{0k})} \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde  $\hat{V}_{+k}$ ,  $\hat{V}_{-k}$  y  $\hat{V}_{0k}$  son las amplitudes de la secuencia positiva, negativa y cero de la componente armónica  $k$  respectivamente, y  $\phi_{+k}$ ,  $\phi_{-k}$  y  $\phi_{0k}$  son las diferencias de fases entre  $x_a(n)$  y la secuencia positiva, negativa y cero de la componente armónica  $k$  respectivamente. Luego, la amplitud y fase de las secuencias pueden recuperarse a partir de la Ec. 3.

## V. SISTEMA PROPUESTO Y NORMA IEC61000

En correspondencia con la norma IEC 61000 [8–9], el sistema propuesto hace un muestreo sincrónico con la red eléctrica. Esta característica permite reducir los errores en la implementación de la DFT y el cálculo de otros índices de calidad de energía, como por ejemplo el cálculo de desbalances y valores RMS, al trabajar con señales variantes en el tiempo. Además, esta característica también permite un mejor promediado y segmentación de datos, tarea indispensable en los medidores de calidad de energía para transformar una gran cantidad de datos en estadísticas útiles [1].

Por otro lado, a fin de cumplir con esta norma internacional, el cálculo del contenido armónico de una señal proveniente de la red eléctrica debe realizarse en una ventana de 10/12 períodos de la línea de 50/60 Hz. Si bien en este caso es necesario implementar más etapas de detección ya que se

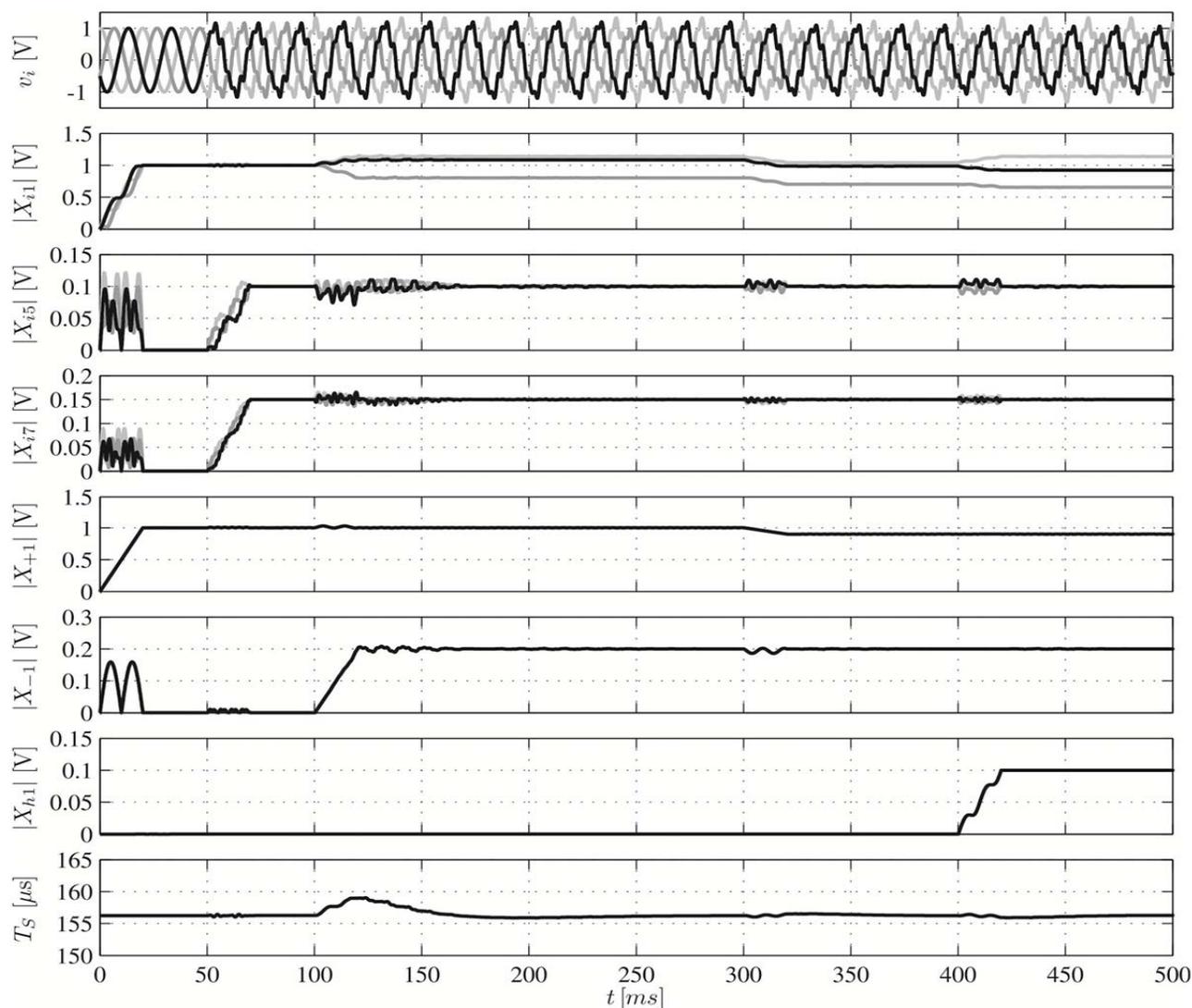


Figura 3. Respuesta del sistema propuesta ante la adición de diferentes secuencias de la terna.

incrementan la cantidad de armónicos a medir, los cambios a realizar en la estructura de la Fig. 2 son mínimos y están relacionados a la longitud de la ventana deslizante ya que el resto de las etapas no dependen de  $N$ . Al mismo tiempo, el incremento de la ventana resulta en una reducción de la velocidad de convergencia del VSPT. Por lo tanto, dependiendo de la aplicación, puede ser conveniente implementar el lazo de control con una mSDFT de longitud de ventana menor a la utilizada para la estimación del contenido armónico.

## VI. SIMULACIONES

En esta sección se evalúa el comportamiento del sistema propuesto ante diferentes condiciones de funcionamiento. La elección del parámetro  $N$  debe realizarse en relación a la cantidad de armónicos a medir, la frecuencia de muestreo

mínima a ser implementada y la disponibilidad de memoria del hardware. En este ensayo se ha adoptado un  $N=128$  y el VSPT se ajusta según lo propuesto en [3]. Se evalúa al sistema con una terna de 50Hz.

### A. Respuesta ante diferentes secuencias de la terna

En la Fig. 3 se presenta la respuesta del sistema ante la adición de diferentes secuencias. En la misma se muestra la tensión de entrada ( $v_i(n)$ ), la estima de la componente fundamental ( $|X_{i1}(n)|$ ), del 5to armónico ( $|X_{i5}(n)|$ ), del 7mo armónico ( $|X_{i7}(n)|$ ), de la componente de secuencia positiva de la fundamental ( $|X_{+1}(n)|$ ), de la componente de secuencia negativa de la fundamental ( $|X_{-1}(n)|$ ), de la componente de secuencia cero de la fundamental ( $|X_{h1}(n)|$ ) y el período de muestreo del sistema ( $T_s$ ).

Se inicia la simulación con una terna ideal de amplitud unitaria. Como se verifica en la figura, el sistema converge al valor esperado en aproximadamente un ciclo de fundamental.

En  $t=50\text{ms}$  se adiciona un 10% de 5to armónico de secuencia negativa y un 15% de 7to armónico de secuencia positiva. Luego de un ciclo de fundamental, las únicas variables que han modificado su valor son la  $|X_{i5}(n)|$  y  $|X_{i7}(n)|$ , como era de esperarse.

En  $t=100\text{ms}$  se adiciona un 20% de secuencia negativa de fundamental. Esta componente genera un desbalance en la componente fundamental de la terna, lo cual puede verificarse en los valores adoptados por  $|X_{ii}(n)|$  con  $i=\{a,b,c\}$ . Luego del transitorio,  $|X_{+1}(n)|$  toma el valor esperado y  $|X_{+1}(n)|$  no modifica su valor.

En  $t=300\text{ms}$  se reduce la secuencia positiva de fundamental en un 10%. Como resultado, las tres fases del sistema se ven afectadas por la perturbación y los valores son correctamente detectados por el medidor de armónicos y el detector de secuencias.

Finalmente, en  $t=400\text{ms}$ , se adiciona un 10% de secuencia cero demostrándose la capacidad del sistema propuesto de detectar dicha perturbación y no afectar en régimen permanente al resto de las variables estimadas.

### B. Rechazo a perturbaciones

La mSDFT provee de un completo rechazo a todas las componentes armónicas de frecuencia igual a  $Nf_L$  cuando el VSPT está sincronizado. Sin embargo, las señales provenientes de la red eléctrica pueden estar afectadas por otras perturbaciones, como por ejemplo interarmónicos, subarmónicos o ruido. Una característica distintiva de la mSDFT respecto de otras implementaciones de la DFT, es que el coeficiente complejo que representa al armónico a estimar (parte real e imaginaria de  $X_k$ ) es constante. Por lo tanto, se puede emplear cualquier tipo de filtro pasa-bajos a fin de mejorar el rechazo de la mSDFT sin problemas de sintonización. En la Fig. 2, este filtro está representado por el bloque  $F(z)$ , y ha sido ubicado luego de tomar la muestra que alimenta al VSPT para que el mismo no afecte la dinámica del lazo de control. Sin embargo, si se desea incrementar el rechazo del lazo, este filtro puede ser utilizado dentro del mismo si se lo considera en el diseño.

En la Fig. 4 se presenta la estima de la componente de secuencia positiva de fundamental cuando se adiciona un inter-armónico de 3.5 veces la frecuencia de la terna. En la figura se muestra la tensión de entrada ( $v_i$ ), la estima de la componente de secuencia positiva de la fundamental ( $X_{+1}$ ) y el período de muestreo del sistema ( $T_S$ ). Inicialmente la terna está fuertemente distorsionada por un 10% de 5to armónico de secuencia negativa y un 15% de 7to armónico de secuencia positiva. En  $t=80\text{ms}$  y  $t=160\text{ms}$  se efectúa un escalón de 5% y -5% en la componente fundamental de secuencia positiva respectivamente, a fin de observar la respuesta dinámica del sistema. Se presenta la respuesta para dos configuraciones del sistema propuesto. En el primero se adopta  $F(z)$  (negro) mientras que en el segundo se adopta un filtro de 4to orden de frecuencia de corte igual a 75Hz (gris). Este último es igual

en ambos casos ya que el filtro se ubica fuera del lazo de control. Como es de esperarse, el sistema propuesto sin filtro presenta variaciones resultado de la adición del inter-armónico ya que la mSDFT no provee de un completo rechazo al mismo. Por otro lado, la adición del filtro permite mitigar este ripple, suavizando la respuesta, pero con un incremento en el tiempo de establecimiento. Resulta importante destacar también que, a pesar de que el filtro está fuera del lazo de control, el rechazo propio del lazo permite obtener un período de muestreo con un bajo error.

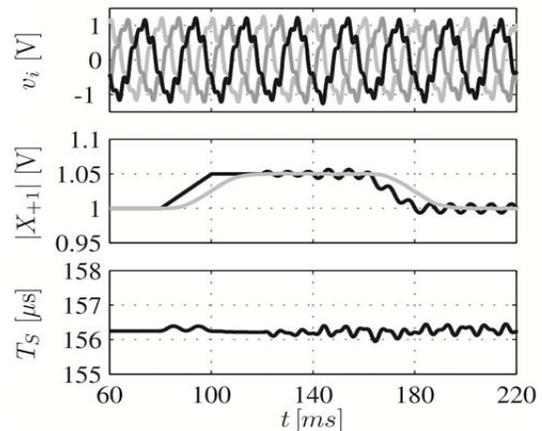


Figura 4. Respuesta del sistema ante la adición de un inter-armónico de 3.5 veces la frecuencia de la terna. Sistema propuesto con  $F(z)=1$  (negro) y con filtro pasa-bajos de 4to orden con frecuencia de corte en 75Hz (gris).

### C. Normalización de la ganancia del VSPT

Como se describe en este trabajo, la frecuencia de muestreo se ajusta a partir de hacer cero la componente imaginaria de  $X_{a1}$ . En [3], se demuestra que esta componente se aproxima a la diferencia de fase entre la línea y el VSPT, multiplicada por la amplitud de la componente fundamental. Como resultado, la amplitud de la componente fundamental forma parte de la ganancia del lazo de control y suele aproximarse a su valor nominal durante el diseño del controlador. Cuando la amplitud de esta componente difiere significativamente de su valor nominal, la estabilidad del sistema se ve afectada. A fin de hacer al VSPT independiente de la amplitud de la terna, pueden adoptarse dos enfoques. En el primero, la componente real de  $X_{a1}$  se utiliza para normalizar la señal que alimenta al VSPT. En el segundo, el error de fase se obtiene a partir de la fase de  $X_{a1}$  calculada a través de una función arcotangente. En esta sección se adopta el primer enfoque y se analiza su comportamiento.

En la Fig. 5 se presenta la estima de la componente de secuencia positiva de fundamental y el período de muestreo para el sistema propuesto con y sin compensación de la amplitud (gris y negro respectivamente). Inicialmente la terna está fuertemente distorsionada por un 10% de 5to armónico de secuencia negativa y un 15% de 7to armónico de secuencia positiva. En  $t=100\text{ms}$  y  $t=600\text{ms}$  se efectúa un escalón de 1Hz y -1Hz respectivamente; y en  $t=400\text{ms}$  se reduce la amplitud de la componente fundamental en un 50%. Comparando la

respuesta de ambos sistemas ante el primer escalón de frecuencia, se concluye que la compensación de amplitud no afecta la dinámica del sistema. Por otro lado, el análisis del segundo escalón de frecuencia permite concluir que el sistema con compensación de amplitud conserva la dinámica de respuesta mientras que el sistema sin compensación exhibe una respuesta con un mayor tiempo de establecimiento. Esto último demuestra un cambio en la ganancia del lazo de control.

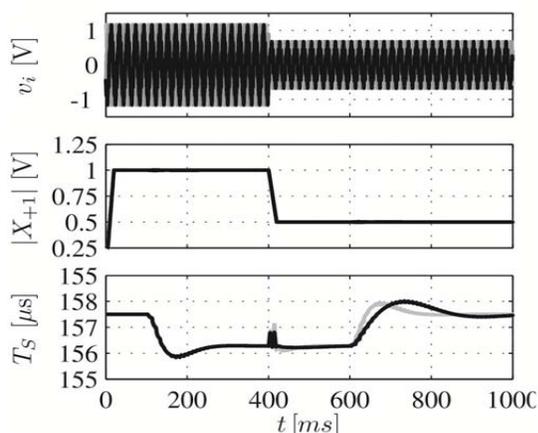


Figura 5. Respuesta del sistema ante dos escalones de frecuencia de 1Hz y -1Hz y una reducción del 50% en la amplitud de la componente fundamental. Sistema sin compensación de amplitud (negro) y sistema con compensación de amplitud (gris).

## VII. CONCLUSIONES

En este trabajo se describió un medidor de armónicos y detector de secuencias para el análisis de las tensiones y corrientes provenientes de la red eléctrica. La medición de los armónicos se realiza mediante la mSDFT mientras que la detección de la secuencia positiva, negativa y cero se efectúa a partir de la implementación del concepto de componentes simétricas. Debido a que la mSDFT provee de un coeficiente complejo por fase del sistema que representa al armónico a estimar, el concepto de componentes simétricas puede aplicarse sin la necesidad de cálculos extras.

Al mismo tiempo, se utiliza un lazo de control que ajusta la frecuencia de muestreo a un múltiplo de la frecuencia de línea. Como resultado, se mitigan los errores típicos en la implementación de la DFT cuando varía la frecuencia de la señal evaluada.

Se ha estudiado la respuesta del sistema mediante simulaciones ante diferentes condiciones de funcionamiento. Los resultados obtenidos demuestran las bondades del sistema propuesto y la flexibilidad del mismo para ser adaptado a cada aplicación.

## REFERENCIAS

- [1] M. Bollen and I. Gu, *Signal Processing of Power Quality Disturbances*. Wiley-IEEE Press, 2006.
- [2] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre, and A. Timbus, "Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 53, no. 5, pp. 1398–1409, oct. 2006.
- [3] C. Orallo, I. Carugati, S. Maestri, P. Donato, D. Carrica, and M. Benedetti, "Harmonics measurement with a modulated sliding discrete fourier transform algorithm," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 63, no. 4, pp. 781–793, April 2014.
- [4] K. Duda, "Accurate, guaranteed stable, sliding discrete fourier transform," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 27, no. 6, pp. 124–127, nov. 2010.
- [5] I. Carugati, S. Maestri, P. Donato, D. Carrica, and M. Benedetti, "Variable sampling period filter pll for distorted three-phase systems," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 1, pp. 321–330, jan. 2012.
- [6] I. Carugati, P. Donato, S. Maestri, D. Carrica, and M. Benedetti, "Frequency adaptive PLL for polluted single-phase grids," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 5, pp. 2396–2404, May 2012.
- [7] I. Carugati, S. Maestri, P. Donato, D. Carrica, and M. Benedetti, "Synchronization method with variable sampling frequency using Neuronal Networks," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 9, no. 5, pp. 715–720, Sept. 2011.
- [8] *Electromagnetic Compatibility (EMC) Part 3-2, IEC Standard 61000-3-2*, Aug. 2000.
- [9] *Electromagnetic Compatibility (EMC) Part 3-4, IEC Standard 61000-3-4*, Oct. 1998.
- [10] E. Jacobsen and R. Lyons, "The sliding dft," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 20, no. 2, pp. 74–80, mar 2003.
- [11] C. L. Fortescue, "Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks," *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, vol. XXXVII, no. 2, pp. 1027–1140, july 1918.
- [12] S.-J. Lee, J.-K. Kang, and S.-K. Sul, "A new phase detecting method for power conversion systems considering distorted conditions in power system," in *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, vol. 4, 1999, pp. 2167–2172 vol.4.
- [13] M. Karimi-Ghartemani, H. Karimi, and M. Irvani, "A magnitude/phase locked loop system based on estimation of frequency and inphase/quadrature-phase amplitudes," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 2, pp. 511–517, april 2004.
- [14] P. Rodriguez, R. Teodorescu, I. Candela, A. Timbus, M. Liserre, and F. Blaabjerg, "New positive-sequence voltage detector for grid synchronization of power converters under faulty grid conditions," in *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE*, june 2006, pp. 1–7.



Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina.

**Ignacio Carugati** was born in Argentina in 1983. He received the B.S. and Ph.D. degrees in electronics engineering from Universidad Nacional de Mar del Plata, Mar del Plata, Argentina, in 2008 and 2012, respectively. He is currently with Universidad Nacional de Mar del Plata. His current research interests include control systems, power quality, and digital signal processing. Dr. Carugati is a member of the Consejo Nacional de



**Carlos M. Orallo** was born in Argentina in 1982. He received the B.S. degree in electronics engineering from Universidad Nacional de Mar del Plata, Mar del Plata, Argentina, in 2011, where he is currently pursuing the Ph.D. degree in electronics. His current research interests include harmonics measurement, power quality, and signal processing.



**Patricio G. Donato** was born in Argentina in 1975. He received the B.S. degree in electronics engineering from Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, Patagonia, Argentina, in 2000, and the Ph.D. degree in electronics from Universidad de Alcala, Alcala de Henares, Spain, in 2005. He is currently with Universidad Nacional de Mar del Plata, Mar del Plata, Argentina. His current research interests include digital signal processing, power line communications, and power quality. Dr. Donato is a member of the Consejo Nacional de Investigaciones Cientificas y Tecnicas, Argentina.



**Sebastian Maestri** was born in Argentina in 1978. He received the Electronics Engineering degree from the National University of Mar del Plata, Mar del Plata, Argentina, in 2005, and the Ph.D. degree in electronics from the University of Mar del Plata, Mar del Plata, in 2009. He was with the European Laboratory for Particle Physics, Centre Europeene pour la Recherche Nucleaire, Geneva, Switzerland, in control methods for improving the performance of thyristorized power supplies for bending-magnets. He is with the University of Mar del Plata. His current research interests include power electronics, control systems and synchronism methods. Dr. Maestri is a member of the Consejo Nacional de Investigaciones Cientificas y Tecnicas, Argentina.



**Daniel Carrica** (M'84–SM'00) was born in Dolores, Argentina, in 1958. He received the B.S. and Ph.D. degrees in electronics engineering from Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMDP), Mar del Plata, Argentina, in 1984 and 2006, respectively, and the M.Sc. degree in electronics from Universidad Politecnica de Madrid, Madrid, Spain, in 1992. He joined the Department of Electronics, UNMDP, in 1984, as a Research Assistant, and he was the Head of the same department from 1994 to 1996. Currently, he is a Full Professor. From 1990 to 1999, he was an Associate Scientific with the European Organization for Nuclear Research, Centre Europeene pour la Recherche Nucleaire, Geneva, Switzerland. His current research interests include motion control and power electronics. Dr. Carrica was the Chair of the Joint Chapter of Argentine IEEE Section from 2003 to 2004.