VOL 2 N° 1
Julio – Diciembre 2025
Moreno, Provincia de Buenos Aires, Argentina
2025

REVISTA DE ECONOMÍA POLÍTICA Y DESARROLLO

PUBLICACIÓN SEMESTRAL DEL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y JURÍDICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

ISSN 2618-5253 (impresa)
ISSN 2618-5539 (en línea)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

Una introducción al análisis matricial insumo-producto en economías periféricas: Interdependencias, multiplicadores y conflicto distributivo[1]

Guido IANNI[2]

Resumen

Fecha de Recepción: 01/04/2025
Fecha de Aceptación: 30/05/2025

Palabras Clave:
• *Insumo-producto*
• *Economías periféricas*
• *Multiplicadores*
• *Distribución del ingreso*

Clasificación JEL:
C67 – E11 – F41 – N16

El presente trabajo analiza la estructura económica mediante el enfoque matricial insumo-producto aplicado a economías periféricas, destacando su utilidad para evaluar las interdependencias sectoriales y los efectos de políticas económicas. A través de la representación matricial y grafos dirigidos se ilustra la estructura y jerarquía de los sectores, permitiendo identificar sectores estratégicos y jerarquías productivas, así como cuantificar efectos directos e indirectos sobre la producción, el empleo y las importaciones. Se exploran los modelos cerrado y abierto y se emplea la inversa de Leontief para derivar multiplicadores que reflejan la estructura de los encadenamientos productivos. Además, se examina el sistema dual de precios, derivando la curva salario-tipo de cambio-tasa de ganancia (*w-e-r*), que revela las tensiones distributivas que surgen ante variaciones en el tipo de cambio. El trabajo subraya la necesidad de emplear enfoques sistémicos para analizar las políticas económicas en economías periféricas.

1 Ianni, G. (2025). Una introducción al análisis matricial insumo-producto en economías periféricas: Interdependencias, multiplicadores y conflicto distributivo, *Revista de Economía, Política y Desarrollo* Vol.2 – Nro. 1.pp 19-38.
2 Departamento de Ciencias Sociales, Universidad Nacional de Avellaneda (UNDAV) y Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Correo electrónico: gianni@undav.edu.ar. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0479-4130.
Agradezco a los dos revisores anónimos por sus observaciones, que sin duda ayudaron a mejorar la presentación del trabajo. Los errores que puedan subsistir son responsabilidad exclusiva del autor.

Abstract

This paper analyzes economic structure using the input–output matrix approach applied to peripheral economies, highlighting its usefulness in evaluating sectoral interdependencies and the impact of economic policies. Through matrix representation and directed graphs, the structure and hierarchy of sectors are illustrated, enabling the identification of strategic sectors, productive hierarchies, and the quantification of direct and indirect effects on output, employment, and imports. Both the closed and open input–output models are explored, and the Leontief inverse is used to derive multipliers that capture input chains, emphasizing the importance of productive linkages. The analysis also examines the dual price system, deriving the wage–exchange rate–profit rate (w–e–r) curve, which reveals distributive tensions arising from exchange rate variations. The paper underscores the need for systemic approaches to economic policy analysis in peripheral economies.

Keywords:
- *Input-output*
- *Peripheral economies*
- *Multipliers*
- *Income Distribution*

I. INTRODUCCIÓN

En las economías contemporáneas, los sectores productivos se encuentran interconectados a través de una densa red de relaciones técnicas. Comprender estas interdependencias es clave para evaluar el impacto de las políticas económicas. El análisis insumo-producto, popularizado por Wassily Leontief, ofrece una herramienta formal precisa para estudiar dichas relaciones, especialmente en economías periféricas. Al representar las relaciones intersectoriales a través de matrices, se revela la intrincada red de flujos y dependencias que caracterizan a las economías contemporáneas, permitiendo un análisis más claro y sistemático de sus propiedades esenciales. Permite, por ejemplo, cuantificar el impacto de perturbaciones en la demanda final y/o en las variables distributivas sobre un sistema productivo.

Esta perspectiva analítica, que concibe a la economía como un sistema de vasos comunicantes, no es una novedad. La idea de visualizar la producción como un sistema interconectado tiene una larga tradición en la historia del pensamiento económico. Ya en el siglo XVIII, François Quesnay, con su *Tableau Économique*, sentó las bases para comprender la economía como un flujo circular entre sectores interdependientes, donde se modelaban los circuitos de producción y consumo en la economía fisiocrática. Posteriormente, en el siglo XIX, Karl Marx incorporó esta idea en sus esquemas de reproducción simple y ampliada, destacando la dinámica de la acumulación de capital centrada en la producción y circulación de valor en una economía compuesta por distintos sectores. Esta visión fue retomada y enriquecida en el siglo XX por autores como Wassily Leontief (1951a; 1951b), cuyo análisis insumo-producto se convirtió en una herramienta fundamental para el estudio de las economías modernas. Posteriormente, autores como John von Neumann y, principalmente, Piero Sraffa, profundizaron esta línea de pensamiento, desarrollando modelos analíticos que destacan la interdependencia sectorial y el rol del excedente en la determinación de los precios y la distribución del ingreso (Pasinetti, 1977). En particular, la obra de Sraffa, *Producción de mercancías por medio de mercancías* (1960), representa un hito en la tradición de los autores de la economía política clásica (Smith, Ricardo y Marx) al ofrecer un marco teórico coherente para analizar la producción como un proceso circular y la determinación de los precios relativos a partir de las condiciones de producción (Kurz y Salvadori, 1995).

Economías periféricas como la Argentina, caracterizadas entre otras cosas por una elevada heterogeneidad estructural y una fuerte dependencia de sectores claves como el agroindustrial, resultan particularmente adecuadas para el análisis de las relaciones insumo-producto. Comprender las conexiones entre estos sectores es fundamental para evaluar los impactos de las distintas políticas económicas. El presente trabajo tiene como objetivo ilustrar cómo, mediante el uso de técnicas del análisis matricial, resulta posible realizar un estudio riguroso y cuantitativo de los efectos de políticas económicas de ajuste basadas en la apertura comercial, la reducción del gasto público y el atraso cambiario, para comprender las consecuencias de estas reformas económicas desde una perspectiva estructural.

El artículo se estructura de la siguiente manera. En la sección II se introduce el concepto de matrices no-negativas y su representación gráfica como grafos dirigidos, resaltando la utilidad de esta representación para comprender la estructura económica. En la sección III, se resumen los teoremas de Perron-Frobenius, y se desarrolla una introducción al análisis del sistema de cantidades insumo-producto en una economía abierta, destacando el rol de la inversa de Leontief y los multiplicadores del empleo y las importaciones. La sección IV se centra en el análisis del sistema "dual" de precios relativos, deriva la curva salario-tipo de cambio-tasa de ganancia (w - e - r) y explora la relación que existe entre estas tres variables. Finalmente, la sección V presenta las conclusiones principales del artículo.

II. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS INTERRELACIONES INSUMO-PRODUCTO

Para comprender la estructura de una economía como un sistema interconectado, resulta útil representar las relaciones intersectoriales analíticamente. En esta sección exploramos dos herramientas fundamentales: la representación del sistema económico como un grafo dirigido ponderado y la representación matricial a través de matrices insumo-producto. La primera nos permitirá desarrollar algunas intuiciones que resultan relevantes para comprender dichas relaciones; por ejemplo, resaltando la "jerarquía" de los sectores a partir del lugar que ocupan en la red y diferenciando aquellos sectores estratégicos que se conectan de forma intensa con los otros sectores de los que están relativamente aislados. La segunda es la que profundizaremos durante el resto del artículo, pues nos permitirá cuantificar, de forma precisa cómo los cambios en un sector se propagan a través del sistema (y derivar también algunas relaciones agregadas fundamentales). La combinación de ambos enfoques dota al análisis económico de una doble vertiente: a) visual, pues permite observar de manera clara la estructura del sistema e identificar de manera casi inmediata los sectores críticos; y b) cuantitativa, pues a través de construcciones como la inversa de Leontief y algunos aspectos del análisis espectral (que introduciremos más adelante) se puede mensurar no solamente cómo se propagan los shocks al interior de la economía, sino la capacidad de la economía en su conjunto para crecer de forma sostenida.

II.1 La matriz insumo-producto

Para introducir la noción de matriz insumo-producto podemos pensar a la economía como una red compleja de sectores o industrias, donde cada sector depende de los demás para obtener materias primas y otros insumos y servicios. La matriz de coeficientes técnicos insumo-producto es una representación tabular de esta red, que muestra cómo fluyen los bienes entre los diferentes sectores. Es decir, el flujo de insumos necesarios para producir los productos. Consideremos una economía que tiene cinco sectores, numerados del 1 al 5. La matriz de coeficientes técnicos $\boldsymbol{A}$ podría verse así:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}8 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0 & 0{,}5 & 0{,}4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 \end{bmatrix}$$

Cada entrada a_{ij} de la matriz representa las unidades del sector i necesarias para producir unidad del producto del sector j. Por ejemplo, el elemento a_{24} de la matriz se lee de la siguiente manera: para producir una unidad del sector 4, se utilizan 0,4 unidades del sector 2. En otras palabras a_{24}, en la segunda fila y cuarta columna de la matriz, denota los insumos del sector 2 que utiliza el sector 4.

Además de analizar cada entrada individualmente, esta matriz nos provee de información cuando la leemos por filas, y por columnas. Tomemos por ejemplo la segunda fila. Allí podemos reconocer qué sectores utilizan los bienes que produce el sector 2 como insumo. Observamos que los números 0,3, 0,5 y 0,4 (en la primera, tercera y cuarta entrada de la segunda fila) nos indican que los sectores 1, 3 y 4 utilizan a este sector como insumo, mientras que los sectores 2 y 5 no requieren del sector 2 *directamente* para su producción (nótese el empleo del adverbio "directamente"; volveremos sobre los requerimientos indirectos enseguida).

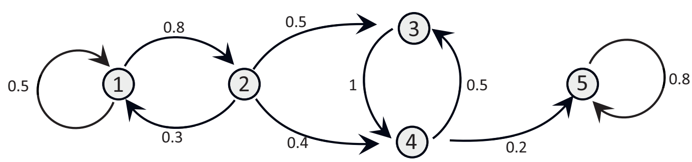
Cuando leemos a la matriz por columnas vemos los insumos que requiere un sector particular. Tomemos como ejemplo la tercera columna (correspondiente al sector 3). Vemos que los números positivos están en la segunda y cuarta posición (ambos números son 0,5). Estos números nos indican que para producir una unidad del producto del sector 3 (pues estamos mirando la tercera columna) se utilizan como insumos *directos* solamente a los sectores 2 y 4.

En la sección III veremos cómo, mediante el empleo de técnicas matriciales, resulta posible calcular los requerimientos *totales* (esto es, los efectos iniciales, directos e indirectos) de forma relativamente sencilla. Sin embargo, somos de la opinión que dichas técnicas no son lo suficientemente intuitivas para los no iniciados en el análisis insumo-producto. En efecto, el lector atento podrá notar que el sector 1 no es un insumo directo del sector 3 (pues $a_{13} = 0$), pero que al mismo tiempo 1 es un insumo de 2 ($a_{12} = 0{,}8 > 0$) y que 2 es un insumo de 3 (ya que $a_{23} = 0{,}5 > 0$) por lo que el sector 1 sí es un insumo (esta vez, *indirecto*) del sector 3.

II.2. El grafo dirigido de la economía

La *estructura* de las relaciones técnicas en una economía puede representarse tanto matricialmente como mediante grafos dirigidos. Esta representación gráfica permite visualizar jerarquías productivas, identificar sectores básicos e interpretar la propagación de efectos indirectos a través de encadenamientos. En efecto, existe una equivalencia entre los grafos dirigidos y las matrices. Esta equivalencia no es meramente formal. Aplicada a la matriz de coeficientes técnicos insumo-producto, permite representar a cada sector como el nodo de un grafo. Cada fila (o columna) de la matriz representa las conexiones salientes (o entrantes) de cada nodo en el grafo con una flecha. Por ejemplo, cuando $a_{23} > 0$ utilizamos una flecha para conectar el nodo 2 (de salida) con el nodo 3 (de entrada), pues el sector 2 es un insumo del sector 3. La dirección de la flecha corresponde con el sentido en el que fluyen los productos (de "insumos" a "productos"). Finalmente, podemos representar los coeficientes técnicos de la matriz como los "pesos" de cada conexión. Aquí, probablemente lo más claro sea presentar directamente el ejemplo correspondiente a la matriz $\boldsymbol{A}$ que venimos trabajando.

Figura 1. Grafo dirigido de una matriz insumo-producto



Fuente: elaboración propia

La representación gráfica de la matriz insumo-producto es útil para nosotros pues permite observar varias de las propiedades estructurales de la economía que representa. Por un lado, las potencias de la matriz $\boldsymbol{A}$ se corresponden con *caminos* en el grafo. En efecto, debiera ser ahora mucho más inmediato notar que si bien el sector 1 no es un insumo directo del sector 3 (pues no hay un enlace que conecte el nodo 1 con el nodo 3), el sector 1 sí produce un insumo que utiliza el sector 3 indirectamente, pues existe un camino que va desde el nodo 1 al nodo 3, pasando por el nodo 2. Podemos representar ese camino simbólicamente como $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$. También existe otro camino, de 3 pasos, que conecta al nodo 1 con el nodo 3, pasando por los nodos 2 y 4 (el camino $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$). Si miramos nuevamente los coeficientes de la matriz, podemos notar que dicho camino de longitud 3 se corresponde con el hecho de que el producto $a_{12}a_{24}a_{43}$ es positivo. La existencia de estos caminos nos permite analizar tanto los efectos directos como indirectos de una perturbación en el sistema. En términos más generales, esto se debe a que existe una equivalencia formal entre caminos de k pasos en el grafo, y la potencia k -ésima de la matriz $\boldsymbol{A}$. Analizaremos estas potencias en la próxima sección. Por ahora basta con ilustrarlo con un ejemplo. Consideremos que la demanda final del sector 4 aumenta en una unidad (efecto inicial). Los coeficientes a_{24} y a_{34} indican que el aumento de la producción requiere de 0,4 unidades del sector 2 y 1 unidad del sector 3. Estos son los efectos directos, pero los efectos no terminan aquí. Los caminos de dos pasos corresponden a efectos de segunda ronda. El incremento en la demanda del sector 2 en 0,4 unidades induce una demanda de 0,8 x 0,4 = 0,32 unidades en el sector 1. Por su parte, el incremento en la demanda del sector 3 en 1 unidad induce efectos en dos sectores: un incremento en la demanda de 0,5 x 1 = 1 unidad adicional en el sector 2, y de 1 x 0,5 = 0,5 en el propio sector 4. En síntesis, luego de las dos primeras rondas un incremento en la demanda del sector 4 genera: que el sector 2 aumente su producción en 0,4 + (0,5 x 1) = 0,9 unidades (las 0,4 unidades del efecto directo a_{24}, y las 0,5 unidades adicionales por el efecto indirecto de segunda ronda $a_{23}a_{24}$); que el sector 3 aumente su producción en una unidad (solamente un efecto directo a_{34}); y que el sector 4 aumente su producción en 1,5 unidades (la unidad necesaria para satisfacer el incremento de su demanda final, más las 0,5 unidades adicionales que este sector debe producir como insumo de la producción del sector 3). Naturalmente los efectos tampoco terminan en la segunda ronda, sin embargo, veremos que resulta más conveniente su cómputo a través de técnicas matriciales.

La representación gráfica nos permite desarrollar una intuición profunda acerca de la estructura de estas matrices. Por ejemplo, decimos que un grafo es *fuertemente conexo* si siempre existe un camino (quizás de longitud mayor que uno) que conecte dos nodos cualesquiera. Las matrices cuyos grafos son fuertemente conexos se llaman *irreducibles*. Es sencillo comprobar que en el ejemplo que venimos trabajando esto no ocurre[3]. Por ejemplo, a pesar de que hay un camino que va desde el nodo 1 al nodo 3 (pasando por el 2), no hay un camino (de ninguna longitud) que vaya desde el nodo 3 al nodo 1. En términos económicos, esto significa que el producto 1 es un insumo (indirecto) del producto 3, pero que el 3 no es un insumo (ni directo ni indirecto) del 1. Cuando un grafo es fuertemente conexo, todos los sectores son insumos directos o indirectos de todos los sectores.

Cuando la matriz es reducible podemos buscar otros componentes estructurales. Una posibilidad es dirigir nuestra atención a grupos de nodos o componentes. Un *componente fuertemente* conexo es un conjunto de nodos que sí son mutuamente alcanzables. En nuestro ejemplo podemos observar que los nodos 1 y 2, por un lado, y los nodos 3 y 4, por otro, forman dos componentes fuertemente conexos[4]. Esta organización de los nodos de un grafo dirigido resalta la "jerarquía" de los sectores, agrupando aquellos sectores interconectados de forma intensa. Pero también podemos ver las conexiones *entre* componentes (que nunca pueden ser bidireccionales). Por ejemplo, podemos notar que el componente {1,2} es un "insumo" del componente {3,4}, que, a la vez, es un insumo del componente {5} (un componente que tiene un solo nodo). Ahora la jerarquía entre los sectores debiera ser más clara.

El componente {1,2} ocupa un lugar estratégico en la red. En efecto, podemos observar que sus productos son un insumo de todos los sectores, tanto de aquellos que están en dicho nodo, como de todos los demás. Cuando una industria produce un bien que es utilizado como insumo (directa o indirectamente) por *todas* las demás industrias, decimos que dicha industria produce un *bien básico*. Cuando un bien es

3 Como las matrices de coeficientes técnicos insumo-producto empíricas están agregadas (ie, consideran varias industrias como si fueran una sola), es usual encontrar que (casi) todas las celdas de la matriz sean número positivos. Para realizar el análisis estructural, en estos casos, es usual considerar nulas a las celdas por debajo de un umbral mínimo (0,05, por ejemplo).

4 El nodo 5 también es un componente estrictamente conectado, formado por un solo nodo. Nótese también que para que un componente esté fuertemente conectado no es necesario que los caminos sean de un solo paso. Por ejemplo, si agregáramos una conexión desde el nodo 3 al nodo 2 (correspondiente al elemento a_{32} de la matriz), tendríamos un componente fuertemente conectado que involucraría a los nodos 1, 2, 3 y 4 sin que haya conexiones directas entre los nodos 1 y 3, o 1 y 4.

básico, la producción de cualquier otro bien es imposible si no existe producción de esta clase de bienes. En efecto, no puede producirse el bien 3 sin producir el bien 1 (pues 3 requiere 2, que requiere 1). Pero los bienes 1 y 2 sí pueden producirse sin necesidad de que se produzca la mercancía 3. Además, cualquier perturbación que se produzca en alguno de los otros sectores terminará impactando en la producción de todas las mercancías básicas.

III. ANÁLISIS MATRICIAL INSUMO-PRODUCTO

La representación gráfica ofrece ciertamente una visualización que permite comprender de forma intuitiva las interdependencias sectoriales y la jerarquía implícita de los sectores. Para atender las necesidades de cuantificar analíticamente los shocks sectoriales, debemos introducir ahora una colección de teoremas conocidos como *Perron-Frobenius* que confieren sustento analítico al estudio de matrices no-negativas como la matriz insumo-producto. Una presentación exhaustiva de estos teoremas excede los objetivos que se propone este trabajo. No obstante, alcanza para nuestros fines presentar aquí solamente los principales resultados[5].

III.1. Análisis Espectral

Los teoremas Perron-Frobenius ofrecen una base matemática poderosa para analizar matrices no negativas como la matriz insumo-producto. Estos resultados garantizan, en particular, que toda matriz cuadrada no negativa $\boldsymbol{A}$ posee al menos un autovalor real no-negativo λ^*, que no es superado en módulo por ningún otro autovalor. Este número, denotado como λ^*, se conoce como autovalor dominante o radio espectral de la matriz no-negativa $\boldsymbol{A}$.

Además, existe un vector propio (o autovector) v^* asociado a λ^* que puede elegirse para contener entradas no-negativas. Formalmente, decimos que existe un número real λ^* y un vector v^*, ambos no-negativos, que satisfacen

$$\boldsymbol{A v^*} = \boldsymbol{\lambda^* v^*} \qquad (1)$$

La relevancia económica de este resultado se hará más clara al avanzar, pero puede anticiparse que, en el contexto de modelos insumo-producto, este autovalor λ^* se encuentra estrechamente relacionado con la tasa de crecimiento (y de ganancia) máxima que puede afrontar una economía.

Otro resultado clave derivado del mismo teorema es el siguiente: dado cualquier número real $\rho > \lambda^*$, la serie geométrica matricial

$$(\rho \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} = \frac{1}{\rho}\left(\boldsymbol{I} + \frac{1}{\rho}\boldsymbol{A} + \frac{1}{\rho^2}\boldsymbol{A}^2\right) + \cdots = \rho^{-1}\sum_{n=0}^{\infty} \rho^{-n}\boldsymbol{A}^n \qquad (2)$$

converge y define una matriz no-negativa. Esto implica que la acumulación de efectos indirectos es finita *solo si* la economía no opera al límite técnico de su capacidad de reproducción (es decir, cuando $\rho > \lambda^*$). En cambio, cuando $\rho \le \lambda^*$, la serie diverge, lo que tiene profundas implicancias para la viabilidad del sistema. En particular, si tomamos $\rho = \mathbf{1}$ tenemos que la convergencia se la serie ocurre si y solo si el radio espectral de la matriz insumo-producto satisface $\lambda^* < \mathbf{1}$. En este caso particular, la serie geométrica matricial nos da la *inversa de Leontief.*

5 Dos excelentes libros de texto cubren en detalle estos teoremas y su aplicación al análisis en el contexto de modelos insumo producto: Nikaido (1970) y Takayama (1974). Se remite al lector a dichas fuentes para las correspondientes demostraciones de los resultados que presentamos aquí.

$$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}=\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}^3+\cdots \tag{2'}$$

Cada potencia $\boldsymbol{A}^n$ tiene una interpretación concreta: la matriz recoge todos los insumos directos que son necesarios para producir una unidad de cada producto; los de $\boldsymbol{A}^2$ los insumos indirectos de segundo orden (es decir, los insumos de los insumos). Es decir, aquellos que se corresponden con caminos de dos pasos en el grafo. Para ilustrarlo con el ejemplo con el que venimos trabajando, en $\boldsymbol{A}^2$ encontraremos la entrada positiva en la posición (1; 3) por el camino que va desde el nodo 1 al nodo 3 a través del nodo 2. También es positiva la entrada (2; 3), por el camino que va desde el nodo 2 al nodo 3, a través del 4. Y así sucesivamente para todas las combinaciones de nodos. Potencias todavía mayores corresponden a caminos con un mayor número de pasos. Por ejemplo, en $\boldsymbol{A}^3$ encontraremos los correspondientes a caminos de 3 pasos a lo largo del grafo. En nuestro ejemplo eso implica una entrada positiva en la posición (1, 3), que contiene el camino $1 \to 2 \to 4 \to 3$, pero también el $1 \to 1 \to 2 \to 3$ (el primer paso, pues el sector 1 usa insumos de ese propio sector como insumo ya que $a_{11} > 0$). La entrada (1, 3) de $\boldsymbol{A}^3$ contiene la suma de ambos caminos, donde el peso de cada paso $i \to j$ está dado por el coeficiente a_{ij} de la matriz $\boldsymbol{A}$.

En resumen, la expresión (2') nos brinda una forma eficiente de computar el impacto total de un cambio en la demanda final. En lugar de calcular una a una las rondas sucesivas de efectos, la inversa de Leontief $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ resume la totalidad del efecto directo, indirecto y de orden superior, siempre que se cumpla la condición $\lambda^* < \mathbf{1}$. Este criterio, aparentemente técnico, se convierte en una *condición de viabilidad estructural*: una economía es viable si su estructura productiva es tal que la acumulación de los requerimientos no explota.

Alternativamente, si nos encontramos con la expresión $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ podremos también reconocer que se trata de la serie $\sum_{n=0}^{\infty}\boldsymbol{A}^n$ cuando $\lambda^* < \mathbf{1}$. Para nuestro ejemplo ilustrativo, la expresión (2') arroja

$$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}=\begin{bmatrix} 3{,}846 & 3{,}077 & 4{,}308 & 5{,}538 & 5{,}538 \\ 1{,}154 & 1{,}923 & 2{,}692 & 3{,}462 & 3{,}462 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Es interesante notar que este cómputo confirma algunas de las cosas que habíamos podido derivar con el análisis gráfico. Por ejemplo, las dos primeras filas se corresponden con los requerimientos de insumos provenientes de las dos industrias básicas: la producción de cualquier mercancía requiere producir estas mercancías. La tercera y cuarta fila se corresponden con el componente fuertemente conexo {3,4}, cuya producción se utiliza como insumo solamente por estos dos sectores y por el sector 5. Finalmente, ningún otro sector utiliza el producto del sector 5 como insumo (salvo ese propio sector).

El caso $\rho \neq 1$ nos será de utilidad más adelante. Por ello, debemos notar que la ecuación (2) indica también que los elementos de la matriz $(\rho\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ no pueden disminuir (y, típicamente, aumentarán) cuando ρ disminuye. Finalmente, el hecho de que λ^* sea un autovalor de $\boldsymbol{A}$ implica que $\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}$ debe ser una matriz singular. El modo en que esto se manifiesta en la serie de potencias $\rho^{-1}\sum_{n=0}^{\infty}\rho^{-n}\boldsymbol{A}^n$ es haciendo que dicha serie no converja porque alguno de sus elementos diverge al infinito.

III.2. Los Modelos Cerrado y Abierto

El modelo insumo-producto ha sido tradicionalmente aplicado en dos esquemas distintos, conocidos como el *modelo cerrado y el modelo abierto*. La diferencia fundamental entre ambos radica en la forma en que se integran los distintos sectores de la economía y en la representación de las interacciones internas y externas a los sectores interindustriales (Miller & Blair, 2022).

En el *modelo cerrado*, la economía se concibe como un sistema auto-contenido en el que se incluyen, además de los sectores productivos, otros sectores institucionales. En su versión más simple, la tabla insumo-producto de relaciones interindustriales que consideramos se puede orlar añadiendo una fila y columna (generalmente la última) que recoge las transacciones del sector final de la economía. Es decir que el valor agregado o demanda final de la economía se puede encontrar a veces en la última columna de la matriz input-output. A esta columna le corresponde una fila, en la que se asientan los "insumos" que provee el sector final a las demás industrias. En ella se incluyen los servicios de los factores productivos de los hogares que emplea cada sector productivo, por ejemplo, las horas de trabajo requeridas, indispensables para realizar la producción de la mayoría de los sectores. Para contemplar necesidades analíticas que requieren mayor desagregación, el sector final de la economía es muchas veces dividido en dos o más partes. Por ejemplo, la columna correspondiente puede separarse teniendo en cuenta si los bienes y servicios se destinan a consumo o a inversión. A su vez, la fila del sector final puede separarse según los tipos de renta que reciben los hogares: ingresos salariales, por un lado, y de la propiedad (beneficios y rentas), por el otro. Asimismo, pueden agregarse también filas y columnas a la matriz para incorporar otros sectores institucionales como la Administración Pública y, en ocasiones, también el resto del mundo, que provee insumos importados y demanda mercancías producidas por la economía doméstica (las exportaciones). El motivo por el que este esquema se denomina "cerrado" es porque el sector (o sectores) que integra(n) la demanda final recibe(n) idéntico tratamiento que el resto de los sectores.

Sin embargo, por razones prácticas el análisis del modelo cerrado ha sido marginado. Las interdependencias entre sectores interindustriales son relaciones de índole técnica según la "receta" que sigue cada sector para producir sus productos. En contraposición, las relaciones de los sectores industriales con los sectores institucionales (y de los sectores institucionales entre sí) tienen una naturaleza muy distinta. Mientras que los coeficientes a_{ij} están *dados* por el método de producción utilizado para producir las mercancías, los coeficientes asociados a la demanda final dependen del comportamiento y pueden cambiar de forma significativa. Por la diferencia en la naturaleza de las relaciones entre los sectores, el modelo cerrado ha dado lugar al denominado modelo abierto.

El *modelo abierto* se caracteriza por separar los flujos intersectoriales separando a las relaciones de dependencia técnica entre los sectores interindustriales domésticos del resto de los sectores institucionales: los hogares, la administración pública y el resto del mundo. Estos sectores pueden abordarse de manera independiente, lo que facilita el análisis. Es por esta razón que en el análisis que sigue presentaremos el modelo abierto. Cabe tener presente que ambos enfoques no se distinguen por la información presente en cada modelo, sino por el tratamiento que se les da a dichas relaciones[6].

III.3. Introducción al sistema de cantidades en el análisis insumo-producto

Presentemos ahora el análisis insumo-producto (siguiendo el enfoque del modelo abierto) de una forma más sistemática. Ya introdujimos la matriz de coeficientes técnicos insumo-producto $\boldsymbol{A}$, en la que cada elemento a_{ij} expresa la cantidad de insumos provenientes del sector i que hacen falta para producir una unidad del output del sector j. También nos familiarizamos con sus potencias, y con la suma de sus potencias. Cuando la producción es igual a la demanda total, se satisface la ecuación

6 Una matriz insumo-producto puede ampliarse para incluir sectores institucionales como los hogares, el gobierno y el resto del mundo. Cuando esto ocurre, la estructura resultante se denomina Matriz de Contabilidad Social (MCS o SAM, por sus siglas en inglés), ya que no solo recoge las interrelaciones productivas, sino que también incorpora los flujos de ingreso y gasto entre los distintos agentes económicos, asegurando el equilibrio contable del sistema.

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{d} \tag{4}$$

donde $\boldsymbol{d}$ representa el vector de demanda final de la economía (consumo, inversión, exportaciones, etc.) y $\boldsymbol{x}$ el vector que recoge la producción total de cada sector de la economía. Mientras que la matriz $\boldsymbol{A}$ nos indica la cantidad de insumos que emplea cada sector por unidad producida, el producto $\boldsymbol{Ax}$ nos indica la cantidad efectivamente empleada de insumos por el conjunto de la economía cuando se generan $\boldsymbol{x}$ unidades de cada artículo. La ecuación indica las cantidades $\boldsymbol{x}$ que deben ser producidas de cada mercancía para sostener una demanda final $\boldsymbol{d}$, puesto que $\boldsymbol{Ax}$ unidades adicionales de cada mercancía deben ser producidas si se desea reemplazar los insumos utilizados durante el proceso productivo. Por ejemplo, si $\boldsymbol{x} = [15\ 6\ 1\ 1\ 1]^T$ y consideramos la matriz de ejemplo, tenemos

$$\boldsymbol{Ax} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}8 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0 & 0{,}5 & 0{,}4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12{,}3 \\ 5{,}4 \\ 1 \\ 0{,}7 \\ 0{,}8 \end{bmatrix}$$

En palabras, esta expresión nos dice que, cuando el sector 1 produce 15 unidades, el 2 produce 6 unidades y el resto de los sectores produce una unidad cada uno, se utilizan como medios de producción un total de 12,3 unidades del producto del sector 1, 5,4 unidades del producto del sector 2, 1 unidad del producto del sector 3, y así sucesivamente. Es decir, la cantidad total de insumos que necesita la economía para producir una unidad de cada artículo en el período que estamos considerando.

El producto $\boldsymbol{Ax}$ permite condensar la cantidad de cada insumo que requiere la economía, haciendo abstracción de los sectores concretos en los cuales dichos insumos serán empleados[7]. En síntesis, la ecuación (4) nos indica que la producción total de la economía puede descomponerse en la cantidad de insumos necesarios para llevar adelante dicha producción, $\boldsymbol{Ax}$, mientras el excedente puede utilizarse para satisfacer la demanda final $\boldsymbol{d}$.

El análisis se vuelve un poco más interesante cuando no nos centramos en calcular la cantidad de insumos necesarios para sostener un determinado vector de producción $\mathbf{x}$, sino la cantidad total de producción necesaria para satisfacer una determinada demanda final. Si despejamos $\boldsymbol{x}$ de la ecuación (4) se obtiene la solución

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\, \boldsymbol{d} \tag{5}$$

donde a la matriz $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ se la conoce como la matriz de Leontief y captura los requerimiento directos e indirectos de insumos necesarios para producir la demanda final. Cada elemento de esta matriz indica la cantidad total de producción del sector *i* que se necesita para responder a una unidad adicional de demanda final en el sector *j*. En efecto, ya encontramos esta expresión en la ecuación (2'). Sabemos entonces que esta expresión nos indica que la matriz de Leontief es igual a la serie $\boldsymbol{I} + \boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^2 + \boldsymbol{A}^3 + \ldots$, provisto que el máximo autovalor de $\boldsymbol{A}$ satisfaga $\lambda^* < \mathbf{1}$. Cuando lo hace, la ecuación (5) resulta en

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d} + \boldsymbol{Ad} + \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{d} + \boldsymbol{A}^3\boldsymbol{d} + \ldots \tag{5'}$$

7 El lector podrá comprobar que, si en lugar de un vector $\mathbf{x}$ se utiliza una matriz diagonal que contiene en el elemento (*i,i*) sobre la diagonal los niveles de producción de cada sector, entonces la expresión resultante permite determinar los requerimientos de insumos que necesita cada sector para afrontar dichos niveles de producción.

El análisis insumo-producto resultó ser una poderosa herramienta no solo para el análisis, sino también para la planificación tanto de economías de mercado como de las economías planificadas de la ex URSS. En efecto, las ecuaciones (5) y (5') nos permiten calcular las cantidades que debe producir cada sector para satisfacer la demanda final $\boldsymbol{d}$. Puesto que la producción requiere insumos, no basta con producir únicamente las cantidades $\boldsymbol{d}$. Para que la economía pueda reproducirse deben también producirse los insumos requeridos para sostener dicha demanda final. Específicamente, los insumos directos necesarios, cuya cuantía está determinada por el vector $\boldsymbol{Ad}$; pero también los insumos de esos insumos ($\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{d}$), así como todas las rondas sucesivas $\boldsymbol{A}^3\,\boldsymbol{d} + ...$

La linealidad de la ecuación (5) implica que podemos utilizarla también para calcular las *variaciones* en la producción inducidas por *variaciones* en la demanda. Utilizando el símbolo Δ para denotar variación obtenemos

$$\Delta\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\Delta\boldsymbol{d} \qquad (5'')$$

Realizando este cálculo para distintos valores de $\Delta\boldsymbol{d}$ notaremos que la columna *i*-ésima de la matriz $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ contiene la variación total en la producción que induce una variación en la demanda final del sector de una unidad. Para la matriz ilustrativa que estamos considerando como ejemplo (ver expresión (3) nuevamente) podemos ver que un incremento en la demanda de los sectores 1 y 2 tracciona aumentos en la producción en estos dos sectores, pero que un incremento en la demanda del sector 5 tracciona incrementos en la producción de todos los sectores. En concreto, cada vez que el sector 5 modifique su demanda en una unidad, la producción del sector 1 debe cambiar en 5,538 unidades; la del sector 2 en 3,462, la del sector 3 en 3, la del sector 4 en 2 y la del propio sector 5 en 5 unidades. Por su parte, cuando varía la demanda del sector 1, solo se modifican las producciones de los sectores 1 y 2, en 3,846 y 1,154 unidades respectivamente. Esto destaca la importancia de los encadenamientos hacia atrás: aunque solamente se produzca una variación en la demanda del sector 5, todos los sectores que proveen insumos directa o indirectamente a este sector (en nuestro ejemplo, todos los sectores de la economía) también se ven afectados. Nótese además que estos efectos pueden ser mayores que la unidad. En otras palabras, una variación en la demanda final se propaga a través de toda la cadena de valor, amplificando el efecto inicial. Cuanto más conectados estén los sectores, más grande es el efecto total.

III.4. Multiplicadores estructurales: empleo e importaciones

Uno de los indicadores de mayor interés en el análisis insumo-producto son los llamados *multiplicadores de empleo*. Estos multiplicadores permiten cuantificar cómo la variación en la demanda final de un sector induce cambios en el empleo total de la economía tomando en cuenta la interdependencia de los sectores de la economía. En efecto, la producción de mercancías no requiere utilizar solamente los insumos que producen las otras industrias. Uno de los insumos más importantes en la producción es generalmente el trabajo. Los multiplicadores del empleo indican cuánto varía la demanda de este importante insumo cuando varía la demanda final de cada sector. Los multiplicadores de empleo permiten cuantificar cómo las políticas que afectan la demanda final repercuten sobre el empleo total, considerando los encadenamientos técnicos entre sectores. Para construir estos multiplicadores podemos partir de los coeficientes laborales l_j, que indican la cantidad de horas de trabajo necesarias para producir una unidad de output del sector j. Si denotamos con L el nivel de empleo de la economía, entonces podemos escribir

$$L = \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\,\boldsymbol{x} \qquad (6)$$

donde $\boldsymbol{l} = [l_j]$ es el vector (columna) que contiene los requerimientos unitarios de trabajo y l^{T} es el operador transposición. La linealidad nos permite también analizar no solamente el empleo total de la economía L sino también su variación

$$\Delta L = \boldsymbol{l}^T \Delta \boldsymbol{x} \qquad (6')$$

Las ecuaciones (6) y (6') relacionan el empleo agregado de la economía (o su variación) con los niveles de producción bruta de la economía (o su variación). Es frecuente que un analista esté más interesado en la variación del empleo que se produce por un cambio en la demanda final $\Delta \boldsymbol{d}$ que en la producción. Para relacionar estas dos magnitudes podemos simplemente sustituir la ecuación (5'') en la (6') para obtener de una manera sencilla mediante el cálculo matricial

$$\Delta L = \boldsymbol{l}^T (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} \Delta \boldsymbol{d} \qquad (6'')$$

Y tendremos entonces que el elemento en la posición (j) del vector $\boldsymbol{l}^T (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ contiene lo que podemos denominar los *coeficientes de trabajo verticalmente integrado* (Pasinetti, 1973). Es decir, las cantidades de trabajo directa e indirectamente incorporado en cada unidad producida del sector j. La variación en el empleo atribuible a un cambio en la demanda del sector j de una unidad se corresponden entonces con estos coeficientes de trabajo verticalmente integrados. Cuando la variación en la demanda no es unitaria, estos coeficientes nos indican que, para obtener una unidad adicional de demanda final, la variación en el empleo es mayor al correspondiente efecto directo l_j. Esto es así pues debemos recordar que, cuando descomponemos $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$, el primer término de la serie es la matriz identidad $\boldsymbol{I}$, a la que luego se agregan todas las potencias de $\boldsymbol{A}$, que son todas no negativas. Esto nos asegura entonces que los coeficientes verticalmente integrados son mayores que los coeficientes unitarios l_j.[8] Es por este motivo que a estos coeficientes se los denomina también *multiplicadores del empleo.*

Por ejemplo, asumamos que en nuestro ejemplo hipotético la mercancía j requiere una unidad de trabajo para ser producida. Asumamos en consecuencia que $l_j = 1$ para todo j. Obtenemos entonces que los multiplicadores de empleo para nuestro ejemplo son

$$\boldsymbol{l}^T (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} = [5 \;\; 5 \;\; 10 \;\; 13 \;\; 18] \qquad (7)$$

La ecuación (7) nos indica que, para este ejemplo ilustrativo, pese a que cada sector utiliza una unidad de trabajo directo para producir, la variación en el empleo que induce una variación en su demanda es varias veces mayor que sus requerimientos directos.

En una economía abierta, no solo es relevante analizar el impacto en la producción y el empleo que se producen ante variaciones de la demanda final, también lo es considerar cómo varían los flujos de importaciones. La economía contemporánea se caracteriza, además de por la interconexión entre los sectores domésticos, por la dependencia de insumos provenientes del exterior. La importancia de los insumos importados es especialmente alta en países cuya matriz productiva presenta una elevada dependencia técnica, como lo son las economías latinoamericanas (Dvoskin & Feldman, 2018a; 2018b). Es en este contexto que cobra especial relevancia la noción de multiplicadores de las importaciones. Estos multiplicadores permiten cuantificar el efecto total sobre las importaciones M inducidos por un cambio en la

8 Frecuentemente lo que se busca al calcular los multiplicadores de empleo es relacionar los efectos totales con los efectos directos. Por ello, cada término en $\mathbf{l}^T (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ se normaliza dividiéndolo por el efecto directo. Esto puede hacerse matricialmente computando el producto$\mathbf{l}^T (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} \; Diag^{-1} (\boldsymbol{l})$, donde $Diag^{-1}$ es un operador que construye una matriz diagonal con los elementos de $\boldsymbol{l}$ en la diagonal principal y I^{-1} denota la inversa de una matriz (para lo cual es necesario asumir que todos los sectores requieren trabajo).

demanda final. Al igual que en el caso de los multiplicadores del empleo, para derivar los multiplicadores de las importaciones podemos partir de los coeficientes técnicos de insumos importados, que denotamos con m_j y recogemos en el vector **m** para obtener

$$M = \boldsymbol{m}^T \boldsymbol{x} = \boldsymbol{m}^T (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} \boldsymbol{d} \tag{8}$$

y

$$\Delta M = \boldsymbol{m}^T \Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{m}^T (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} \Delta \boldsymbol{d} \tag{8'}$$

De manera análoga a como hicimos con los multiplicadores de empleo, los coeficientes $\mathbf{m}^T (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ representan los *coeficientes de importaciones verticalmente integrados*. El elemento *j*-ésimo de dicho vector nos indica entonces las cantidades de importaciones incorporadas directa e indirectamente por cada unidad producida del sector *j*. Contar con esta información puede ser sumamente valioso. El desarrollo de teorías económicas específicas que den cuenta de los condicionantes de las estructuras productivas de algunas economías pequeñas y abiertas como son las latinoamericanas es una de las principales características del estructuralismo latinoamericano, surgido a partir de la contribución seminal de Prebisch (1949). En economías que encuentran en la disponibilidad de divisas el principal obstáculo a su crecimiento, los multiplicadores de las importaciones pueden constituir una fuente invaluable para la toma de decisiones. Ello pues los multiplicadores de las importaciones proveen información acerca de propiedades estructurales de una economía. Propiedades que pueden no ser reconocibles a partir de los coeficientes directos. En este sentido, la introducción de los multiplicadores de las importaciones al análisis insumo-producto resulta especialmente valiosa al considerar no solamente los insumos importados que utiliza directamente un sector para llevar adelante su producción, sino también todos los efectos indirectos. Estos efectos indirectos pueden ser incluso superiores a los efectos directos.

III.5. Reflexiones sobre los efectos técnicos y el enriquecimiento del modelo

Hasta este punto, el análisis insumo producto que hemos desarrollado se ha basado en relaciones enteramente técnicas. Tanto la matriz de coeficientes técnicos $\boldsymbol{A}$ como la matriz de Leontief $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ capturan de manera objetiva los vínculos entre sectores, permitiendo derivar de manera directa los multiplicadores de la producción, el empleo y las importaciones. Dichos efectos pueden considerarse "objetivos" en tanto surgen de relaciones técnicas y observables entre la producción de los distintos sectores.

Sin embargo, a pesar de que es posible derivar los coeficientes técnicos a partir de los flujos interindustriales observados, el esquema de Leontief no está, naturalmente, exento de limitaciones. Por esta razón es útil comentar, aunque sea brevemente, algo respecto a estas limitaciones. El principal obstáculo a la validez de los multiplicadores se encuentra en la hipótesis de constancia de los coeficientes técnicos recogidos en las matrices y vectores $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{l}$ y $\boldsymbol{m}$. Esta hipótesis requiere asumir que todas las industrias operan bajo condiciones de rendimientos a escala constantes.

Cuando los rendimientos no son constantes sino crecientes o decrecientes, los coeficientes técnicos cambian con el nivel de producción, y puede esperarse que el valor de los multiplicadores se vea afectado. Típicamente, las variaciones que experimenta una economía son relativamente pequeñas. En estos casos, las variaciones en los coeficientes técnicos, de ocurrir, serán probablemente suficientemente pequeñas y los multiplicadores serán *aproximadamente* válidos mas no exactos. Sin embargo, de tanto en tanto las economías atraviesan cambios estructurales importantes. Por definición, un cambio de estas características implica un cambio significativo en los coeficientes técnicos. Una posibilidad es que algunas columnas se vuelvan nulas, como ocurre cuando algún sector de la economía desaparece. Por ejemplo, porque su producción ya no es demandada por el conjunto de la economía o porque dicho sector perdió competitividad internacional y fue reemplazado por importaciones del resto del mundo. En momentos de cambio estructural (o cuando este se quiere planificar), el empleo de estas técnicas debe hacerse con sumo cuidado o puede conducir a conclusiones profundamente equivocadas.

Quizás más importante es notar que en el análisis que presentamos hasta este punto hemos considerado que la totalidad de la demanda final era exógena. Sin embargo, la teoría económica generalmente reconoce que, aunque algunos componentes de la demanda final pueden considerarse exógenos (por ejemplo, el gasto público y, en algunos casos, las exportaciones), otros componentes tienen un carácter endógeno. Así, el consumo, la inversión y, en particular, las importaciones son variables que suelen modificarse con el nivel de actividad económica. Por ejemplo, a medida que la producción aumenta, es probable que también lo haga el consumo, ya que los ingresos de los hogares se incrementan con el nivel de empleo; de igual forma, la inversión puede responder positivamente al crecimiento. En el caso de las importaciones, estas no solo responden a las necesidades de insumos importados (las únicas importaciones que consideramos hasta ahora), sino que una parte del consumo de los hogares también se satisface con producto importados, por lo que también se ven afectadas por producción.

Una de las grandes fortalezas del análisis input-output es precisamente que este marco puede ser "enriquecido" agregando ecuaciones de comportamiento que especifiquen cómo varían estos componentes endógenos de la demanda final cuando varía el nivel de actividad. Por ejemplo, se pueden incorporar ecuaciones de consumo que vinculen el gasto de los hogares con los ingresos generados en cada sector o funciones de inversión que respondan al crecimiento de la producción. Lamentablemente, razones de espacio nos impiden ilustrar cómo incorporar estas ecuaciones de comportamiento en el modelo insumo-producto y endogeneizar, por ejemplo, componentes como el consumo, la inversión y las importaciones.

Resulta pertinente reconocer, además, que la solución al problema de las cantidades enmarcada en el modelo input-output es solo una parte de un análisis más amplio. En efecto, las relaciones que discutimos hasta ahora tienen un problema "dual", tan interesante como el primal, y del que solamente abordaremos algunos aspectos introductorios, en la próxima sección.

IV. EL SISTEMA DE PRECIOS

En las secciones previas hemos analizado el sistema de cantidades. En concreto, dentro de este sistema hemos visto que los flujos interindustriales aportan información valiosa que nos permite, por ejemplo, computar los niveles de producción de cada industria necesarios para satisfacer una determinada demanda final; calcular cómo cambia la producción ante cambios en la demanda; obtener las variaciones totales en los niveles de empleo que induce una variación en la demanda sectorial, y también las correspondientes variaciones en las importaciones. La metodología insumo-producto nos permite cuantificar los requerimientos técnicos que utilizan las diferentes industrias para realizar su producción. De forma similar a como procedimos para analizar el problema de las cantidades, podemos formular también un sistema "dual" al de las cantidades. El problema dual consiste en analizar los procesos de formación de precios. El análisis del problema dual traduce estos mismos vínculos técnicos en una estructura que define los costos de producción, los cuales incluyen los costos de las materias primas y otros insumos necesarios para producirlas (tanto aquellos producidos domésticamente como aquellos importados del resto de mundo) y la distribución del valor agregado en cada industria. El valor agregado puede descomponerse, a su vez, según el tipo de rentas que lo integran: rentas del trabajo (sueldos y salarios) por un lado; y rentas de la propiedad (beneficios y rentas), por el otro.

IV.1. Precios normales

Para lograr el análisis del sistema de precios resulta central la noción de *precios normales* -también denominados precios de largo plazo o precios de producción-, que se conciben como el centro de gravitación alrededor del cual tienden a fluctuar los precios de mercado efectivamente observados en la economía (Garegnani, 1990). En efecto, la potencialmente infinita cantidad de factores que afectan a los precios efectivamente observados impide a la teoría dar una determinación precisa de aquellos. La cuestión no es, de todos modos, relevante desde un punto de vista teórico: la mayoría de estos efectos poseen una naturaleza puramente transitoria y desaparecerán con el mero paso del tiempo. Resulta entonces legítimo concentrarse en aquellos factores de mayor persistencia y determinar sobre esa base el centro en torno al cual los precios efectivos tienden a gravitar sobre un período de tiempo suficiente. La teoría económica identifica los precios que pueden actuar como centros de gravitación de las variables efectivas como aquellos capaces de rendir una tasa uniforme sobre el capital invertido. Este aspecto constituye una de las pocas instancias de consenso entre las grandes corrientes del pensamiento económico: las teorías clásica, neoclásica, poskeynesiana y marxista coinciden en que, a largo plazo, la competencia y otros mecanismos de mercado tienden a anclar los precios de mercado en torno a estos valores normales o de largo plazo. En otras palabras, aunque en el corto plazo los precios pueden desviarse de sus valores normales por perturbaciones, expectativas y otro tipo de efectos, la presión competitiva implica que los precios de mercado no pueden desviarse sistemáticamente de estos valores normales.

Esta sección se dedicará, en primer lugar, a establecer los fundamentos teóricos que permiten vincular las relaciones técnicas representadas en la matriz insumo-producto $\boldsymbol{A}$ y los vectores $\boldsymbol{l}$ y $\boldsymbol{m}$ con los precios normales de las mercancías $\boldsymbol{p}$, las variables distributivas w y r (tasa salarial y de ganancia, respectivamente) y el tipo de cambio e. En el contexto de una economía abierta al comercio internacional con elevada dependencia técnica, este análisis permite entonces abordar de una forma sistemática la relación entre estas variables, vinculando variables externas como el tipo de cambio con las variables distributivas (salarios y ganancias). Estas relaciones pueden formalizarse siguiendo un esquema teórico que ha sido presentado en tiempos relativamente recientes por Piero Sraffa (1960) y que ha sido denominado "la versión moderna del *enfoque del excedente*". En este enfoque el carácter circular de la producción ocupa un rol central al reconocer la *producción de mercancías por medio de mercancías*. Uno de los elementos que hacen a este enfoque particularmente atractivo es que permite, con técnicas relativamente sencillas, analizar de modo riguroso la relación que existe entre el valor de las mercancías y la distribución del ingreso.

En las páginas que siguen presentaremos una versión de este sistema que asume que las industrias producen un único producto (es decir, condiciones de producción simple) y reconoce la presencia de insumos importados en la producción. Además, para simplificar el análisis asumiremos la ausencia de impuestos indirectos a la producción (como el impuesto al valor agregado) y de aranceles y otros impuestos al comercio exterior. Sin embargo, estos últimos elementos pueden incorporarse al análisis sin mayores complicaciones. En lo que refiere a las rentas a la propiedad de la tierra (particularmente importantes para determinar los costos de las mercancías agrícolas), mencionamos que existen técnicas que permiten eliminarlas de las ecuaciones de precio sin modificar sus soluciones, por lo que asumiremos que dichas técnicas fueron ya empleadas. Este esquema nos permitirá llevar adelante un análisis más profundo que el realizado por Leontief, ya que este último no consideró la descomposición del valor agregado en sus dos categorías distributivas (salarios y beneficios)[9]. Siguiendo a Metcalfe & Steedman (1981), dada la técnica, representada por las relaciones técnicas $\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{l}$ y $\boldsymbol{m}$, el sistema de ecuaciones que determina los precios

9 Para un análisis exhaustivo de las ecuaciones de precio en el contexto del enfoque del excedente, los libros de texto de Pasinetti (1984), Kurz y Salvadori (1995) y Petri (2021) constituyen excelentes referencias.

normales de las mercancías producidas domésticamente en la economía $\boldsymbol{p}$ queda definido por el siguiente sistema de ecuaciones[10]:

$$\boldsymbol{p}^T = (1+r)(\boldsymbol{p}^T\boldsymbol{A} + w\boldsymbol{l}^T + e\boldsymbol{m}^T) \qquad (9)$$

donde, recordamos, r representa la tasa de ganancia, w el salario unitario, y e el valor del tipo de cambio. Si resolvemos este sistema para el vector de precios $\boldsymbol{p}^T$ obtenemos

$$\boldsymbol{p}^T = (w\boldsymbol{l}^T + e\boldsymbol{m}^T)((1+r)^{-1}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} \qquad (9')$$

Los teoremas Perron-Frobenius nos permiten, una vez más, asegurar que la inversa de la matriz $((1+r)^{-1}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})$ existe y es no-negativa solamente cuando $(1+r)^{-1} > \lambda^*$. Esta condición es particularmente importante en el presente contexto, pues nos indica el rango de valores posibles que puede adoptar la tasa máxima de ganancia. En efecto, si despejamos la tasa de ganancia de esta última expresión obtenemos que la tasa de ganancia debe satisfacer

$$r \leq R \equiv \lambda^{*-1} - 1 \qquad (10)$$

La ecuación (10) nos indica que existen límites técnicos al valor máximo que puede adoptar la tasa de ganancia en una economía, que denotamos con R. Dichos límites técnicos están dados por el autovalor dominante de la matriz insumo-producto $\boldsymbol{A}$. Asimismo, la no-negatividad de la tasa de ganancia requiere que $\lambda^* < 1$, una condición que ya hemos encontrado cuando analizamos la viabilidad de la economía en el contexto del sistema de cantidades. Por otro lado, debemos notar que la tasa de ganancia solo puede ser máxima (es decir, $r = R$) cuando tanto el salario como el tipo de cambio son nulos puesto que solo bajo estas condiciones pueden garantizarse precios no-negativos para las mercancías producidas. Naturalmente, considerar la posibilidad de salarios y tipo de cambio ambos iguales a cero solo tiene sentido como un ejercicio analítico. Existen en efecto límites inferiores por debajo de los cuales w y e no pueden caer. El más evidente, la necesidad de asegurar al menos la supervivencia fisiológica de los trabajadores. Por esta razón, podemos concentrar nuestra atención en el caso $0 \leq r < R$.

IV.2. La curva *w - e - r*

Es conocido que la teoría del valor y la distribución rara vez puede dar una determinación completa del sistema de precios. Por un lado, la linealidad de las ecuaciones (9) implica que si $(w, r, e, \boldsymbol{p})$ satisfacen estas ecuaciones, entonces $(aw, ar, ae, a\boldsymbol{p})$ también es una solución, para cualquier valor de a. Esto se debe a que se tiene un sistema de n ecuaciones (una por cada mercancía producida) en n+3 incógnitas (los n precios normales y las tres variables distributivas w, e y r). Entonces, para que el sistema sea compatible y determinado son necesarias 3 ecuaciones más. Como es también conocido, un recurso habitual empleado en la teoría del valor y la distribución consiste en definir un numerario como estándar de valor y determinar no entonces los precios absolutos de los bienes, sino los precios relativos. Analíticamente, esto resulta equivalente a agregar la ecuación

$$\boldsymbol{p}^T \mathbf{z} = 1 \qquad (11)$$

donde $\mathbf{z}$ es el vector que contiene la composición del estándar de valor. Algunas elecciones para el nume-

10 La presentación que realizamos aquí es necesariamente resumida. Se remite al lector al interesante artículo de los profesores Metcalfe y Steemdan (1981) para una discusión de varios elementos relevantes para el análisis no cubiertos en el presente artículo.

rario son en algunas ocasiones deseables pues vuelven más transparentes algunas relaciones entre las variables que pueden resultar más opacas cuando se elige un numerario arbitrario. Sin embargo, la elección es generalmente neutral en el sentido de que no altera la existencia de tales relaciones. Por este motivo, supondremos que $\boldsymbol{z}$ es un vector arbitrario. Sustituyendo la ecuación vectorial (9') en la (11) obtenemos

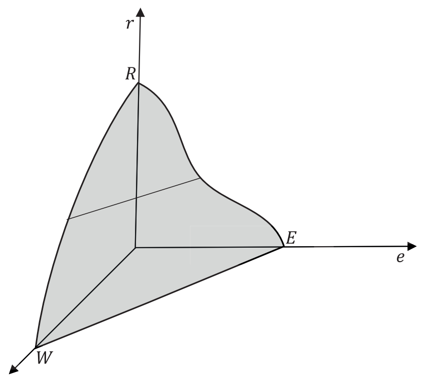
$$(w\boldsymbol{l}^T + e\boldsymbol{m}^T)((1 + r)^{-1}\,\mathrm{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{z} = 1 \tag{12}$$

Para simplificar notación podemos definir $\boldsymbol{\alpha}^T(r) \equiv \boldsymbol{l}^T((1+r)^{-1}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ y $\boldsymbol{\beta}^T(r) \equiv \boldsymbol{m}^T((1+r)^{-1}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$. El lector podrá comprobar inmediatamente que cuando consideramos $r = 0$ obtenemos que $\boldsymbol{a}^T(0)$ contiene los multiplicadores del empleo que derivamos en la sección anterior, mientras que $\beta^T(0)$contiene los correspondientes a las importaciones. Obtenemos entonces

$$w\boldsymbol{\alpha}^T(r)\boldsymbol{z} + e\boldsymbol{\beta}^T(r)\boldsymbol{z} = 1 \tag{12'}$$

La ecuación (12') determina una curva que relaciona el salario real w, el tipo de cambio e y la tasa de ganancia r. Podemos entonces denominarla la curva *w-e-r*. Enunciamos a continuación sus principales propiedades. En primer lugar, cada punto sobre la curva se corresponde con una determinada estructura de precios relativo: dados los valores de las variables distributivas y el tipo de cambio, podemos recuperar los precios que se corresponden con dicha configuración distributiva, por ejemplo, usando la ecuación (9'). En segundo lugar, podemos saber con certeza que cada una de las variables *w, e* y *r* se relaciona inversamente con las demás. Esta observación sigue también como consecuencia de los teoremas Perrón-Frobenius, en donde notamos que $(\rho\mathbf{I} - \mathrm{A})^{-1}$ era no-decreciente en $\rho = (1 + r)^{-1}$, tendiendo al infinito cuando $\rho = \lambda^*$ (es decir, cuando $r = R$). Esta propiedad se traslada a los vectores $\alpha^T(r)$ y $\beta^T(r)$ y muestra que cualquier incremento de la tasa de ganancia implica, dada cualquiera de las variables restantes - w o e-, que la otra deba necesariamente disminuir. Esto es, la tasa de ganancia se relaciona inversamente con el salario real y con el tipo de cambio real. Que los elementos de $\alpha^T(r)$ y $\beta^T(r)$ tiendan a infinito cuando r tiende a su valor máximo indica además que w y e deben ser nulos para que la tasa de ganancia sea máxima. La relación inversa entre w y e puede notarse del hecho de que la relación entre estas variables es lineal para un r dado, y de que tanto $\alpha^T(r)\,\mathbf{z}$ como $\beta^T(r)\,\mathbf{z}$ son no-negativos. La curva $w - e - r$ puede ser representada gráficamente, como se ilustra en la Figura 2. Allí puede observarse que: i) cada variable se relaciona inversamente con las demás; ii) para cualquier r entre 0 y R, la relación $w - e$ es lineal, pero que la linealidad no se mantiene cuando se considera otro par de variables; iii) que cada variable alcanza su valor máximo cuando el resto de las variables es cero; iv) como el sistema formado por las ecuaciones (9') y (11) es un sistema con $n + 1$ ecuaciones en $n + 3$ incógnitas, el mismo tiene dos grados de libertad.

Figura 2.- Curva *w - e - r*



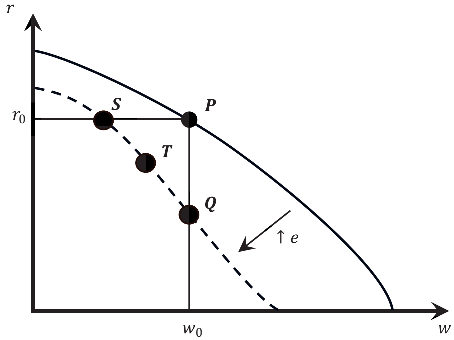
Fuente: elaboración propia

La derivación de un instrumento analítico como lo es la curva w - e - r permite poner en el centro de la discusión la relación entre el tipo de cambio real y los conflictos por la distribución del ingreso. La relación entre w, e y r que implica la ecuación (12') pone en evidencia la existencia de estos dos grados de libertad que posee la economía. Surge entonces que, dado cualquier par de estas variables, la restante queda determinada.

IV.3. Ejemplo: efectos de una devaluación

Dicho de otro modo, el arreglo institucional que determina la distribución del ingreso juega un rol central a la hora de definir el resultado que tendrá, por ejemplo, una devaluación nominal de la moneda al no poderse conocer los efectos que se producen sobre la estructura de precios relativos de la economía sin tener en cuenta cuáles de estas variables pueden considerarse como dadas por fuera del sistema de ecuaciones consideradas hasta ahora. Esto es lo que ilustramos en la Figura 3, que contiene dos curvas de nivel de la curva w - e - r. La distribución del ingreso inicial se representa en el punto p, correspondiente a un nivel del tipo de cambio e_0. Las combinaciones de las tasas de ganancia y salarial compatibles con dicho nivel están representadas por la curva sólida. Si el tipo de cambio aumenta, las configuraciones distributivas compatibles con ese tipo de cambio son las correspondientes a la curva punteada, lo que ilustra que la distribución del ingreso debe modificarse para convalidar la devaluación. La configuración distributiva final depende, sin embargo, de la puja distributiva entre trabajadores, capitalistas y el banco central. Si los capitalistas logran defender su tasa de ganancia, la configuración distributiva compatible con el mayor nivel del tipo de cambio es la representada en el punto S, en donde los mayores costos de los insumos importados son "absorbidos" por los costos laborales (es decir, por una disminución del salario real). Si, por el contrario, los trabajadores fueran quienes logran defender sus ingresos de la devaluación, entonces la tasa de ganancia debe disminuir (punto Q en la figura). Si la devaluación desencadena una caída simultánea en ambas variables distributivas, podremos encontrarnos en un punto como el T. Finalmente, debemos mencionar una última posibilidad. El uso del numerario (11) implica que el tipo de cambio y el salario real están expresados en términos de esta mercancía compuesta. Ello no niega que, por ejemplo, a una devaluación nominal siga una caída en el salario real (para salarios nominales dados) y que dicha caída del salario real dispare un proceso de recomposición de los salarios nominales. Ambos procesos (la devaluación nominal y la recomposición de los salarios) pueden estar a la vez acompañadas de incrementos en los precios debido al intento de los capitalistas de mantener sus márgenes de ganancia. El resultado final de dicho proceso puede ser entonces que la devaluación nominal sea exactamente compensada por un incremento equi-proporcional de los salarios nominales y los precios, tal que la posición distributiva final sea nuevamente la P, en donde el resultado de la devaluación nominal fue únicamente el de desencadenar un proceso inflacionario que anule los efectos reales.

Figura 3.- Efectos distributivos de una devaluación



Fuente: elaboración propia

V. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha mostrado la relevancia del análisis matricial insumo-producto como herramienta clave para analizar la economía, entendida como una compleja red de sectores (industriales e institucionales) interconectados. A través de un enfoque estructural, hemos ilustrado cómo la matriz insumo-producto permite cuantificar los impactos de variaciones en la demanda final, la estructura productiva y la distribución del ingreso.

En particular, el uso de los teoremas Perron-Frobenius ha permitido identificar la relación entre el autovalor dominante de la matriz insumo-producto con las condiciones de viabilidad para la reproducción del sistema económico ($\lambda < 1$) y la tasa de ganancia máxima de la economía ($R = \lambda^{*-1} - 1$). Además, la derivación de los multiplicadores de empleo e importaciones han puesto de manifiesto la importancia de considerar los encadenamientos productivos, revelando que los efectos indirectos que producen de cambios en la demanda pueden amplificar significativamente los efectos directos.

Apoyados en la noción de precios normales, concepto al que adhiere prácticamente la totalidad de las escuelas de pensamiento económico, el análisis del sistema de precios nos ha permitido (a través de la curva w - e - r) establecer la relación necesaria que existe entre el tipo de cambio, los salarios y la tasa de ganancia. Esta relación nos ha permitido mostrar que cualquier modificación en el tipo de cambio real implica una reconfiguración de la distribución del ingreso, cuya dirección dependerá del balance de fuerzas entre trabadores, capitalistas y el banco central. En este sentido, se ha ilustrado cómo una devaluación puede tener efectos distributivos divergentes según el ajuste recaiga sobre los salarios reales o sobre la tasa de ganancia. Esta relación, evidente para quienes hemos vivido en economías que enfrentan recurrentes crisis de balance de pagos, suele, no obstante, ser muchas veces relegada por buena parte de los análisis.

En el contexto de la economía argentina, caracterizada por su elevada heterogeneidad estructural y dependencia de insumos importados, los hallazgos de este trabajo enfatizan la necesidad de un análisis sistémico para evaluar políticas económicas. La apertura comercial, la reducción del gasto público y las políticas cambiarias no pueden ser examinadas en forma aislada, sino en relación con los efectos que generan sobre la estructura productiva y la distribución del ingreso.

El trabajo ha señalado, además, las limitaciones del enfoque insumo-producto en su versión estándar; particularmente en relación con la hipótesis de coeficientes técnicos fijos. La incorporación de ecuaciones de comportamiento que modelen en forma explícita el consumo, la inversión y las importaciones de bienes finales se presenta aquí como una línea de investigación futura clave para enriquecer el modelo y capturar de manera más precisa los efectos esperables en la economía ante variaciones de los componentes autónomos.

En definitiva, este trabajo resalta la importancia de un enfoque matricial para analizar políticas económicas en economías abiertas. En tiempos de reformas estructurales, un análisis riguroso basado en la interdependencia sectorial y la utilización del excedente resulta crucial para comprender las trayectorias posibles de la economía y evaluar las consecuencias de las decisiones de política económica sobre la producción, el empleo y la distribución del ingreso.

BIBLIOGRAFÍA

Dvoskin, A., & Feldman, G. D. (2018a). Income distribution and the balance of payments: A formal reconstruction of some Argentinian structuralist contributions - Part I: Technical dependency. *Review of Keynesian Economcs,* 6(3), 352-368.

Dvoskin, A., & Feldman, G. D. (2018b). Income distribution and the balance of payments: a formal reconstruction of some Argentinian structuralist contributions - Part II: Financial dependency. *Review of Keynesian Economcs*, 6(3), 369-386.

Kurz, H. D., & Salvadori, N. (1995). *Theory of Production: A Long Period Analysis.* Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.

Leontief, W. (1951a). Input-output economics. *Scientific American*, 185, 15-21.

Leontief, W. (1951b). *The Structure of the American Economy 1919-1939.* New York: Oxford University Press.

Metcalfe, J. S., & Steedman, I. (1981). Some Long-Run Theory of Employment, Income Distribution and the Exchange Rate. *The Manchester School*, 49(1), 1-20.

Miller, R., & Blair, P. D. (2022). *Input-output Analysis. Foundations and extensions* (3 ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Nikaido, H. (1970). *Introduction to sets and mappings in modern economics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Pasinetti, L. L. (1973). The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis. *Metroeconomica*, 25, 1-29.

Pasinetti, L. L. (1984). *Lecciones sobre teoría de la producción*. México: Fondo de Cultura Económica.

Petri, F. (2021). *Microeconomics for the critical mind. Mainstream and heterodox analyses.* Cham: Springer International Publishing.

Prebisch, R. (1949). El desarrollo económico de américa latina y alguno de sus principales problemas. *El trimestre económico*, 16(63), 347-431.

Sraffa, P. (1960). *Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory.* Cambridge: Cambridge University press.

Takayama, A. (1974). *Mathematical Economics.* Hindsdale, Illinois: The Dryden Press.

editora
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

SUMARIO

Av. Bartolomé Mitre N° 1891, (B1744OHC) Moreno,
Provincia de Buenos Aires, República Argentina.
Teléfonos:
0237 460-9300 (líneas rotativas)
011 2078-9170 (líneas rotativas)
www.unm.edu.ar
Universidad Nacional de Moreno
@unimoreno
@unm_oficial

UNM 2010
UNIVERSIDAD
DEL BICENTENARIO
ARGENTINO