

Análisis - Comunicación - Viernes, Septiembre 23, 16:00 ~ 16:20

## UNA TÉCNICA DE DESCOMPOSICIÓN DE FUNCIONES Y APLICACIONES A ALGUNAS DESIGUALDADES.

**Ignacio Ojea**  
UBA - IMAS, Argentina  
iojea@dm.uba.ar

Dado un dominio acotado  $\Omega$  y una función  $f$  de promedio nulo en  $\Omega$  obtenemos una descomposición  $\{f_t\}_{t \in \Gamma}$ , donde cada  $f_t$  tiene promedio nulo y soporte  $U_t$  y el conjunto de índices  $\Gamma$  admite una estructura de árbol. Los conjuntos  $U_t$  son dominios simples (e.g.: bolas, cubos, rectángulos). Probamos también una estimación de la suma de las normas (con peso) de las  $g_t$  en términos de la norma (con peso) de  $g$ . Para ello utilizamos una desigualdad de tipo Hardy, discreta, con pesos y sobre árboles, para cuya validez obtenemos una condición suficiente dependiente de los pesos. Esta descomposición permite generalizar a dominios complejos resultados cuya validez es conocida sobre los dominios simples  $U_t$ .

Aplicamos esta técnica a dominios con frontera Hölder- $\alpha$  y a dominios de John, obteniendo como consecuencias: existencia de una inversa a derecha para el operador divergencia con su correspondiente estimación a priori, desigualdades de Poicaré mejorada y fraccionaria, desigualdad de Korn y una versión local de la desigualdad de Fefferman-Stein. En todos los casos trabajamos en espacios de Sóbolev con pesos de la forma  $d(\cdot, \partial\Omega)^{\beta p}$ .

Las singularidades que puede presentar la frontera de un dominio Hölder- $\alpha$  hacen que las desigualdades estudiadas requieran de un corrimiento en los exponentes. Nuestros resultados son válidos con la restricción:

$$\beta p > -\alpha,$$

lo que amplía el rango de exponentes previamente conocidos en la literatura.

En el caso de dominios de John, nuestros resultados son válidos para:

$$\beta p > -(n - \dim_A(\partial\Omega)),$$

donde  $\dim_A(\partial\Omega)$  es la dimensión de Assouad del borde del dominio. Nuevamente, esta condición amplía el rango de pesos previamente conocido. Conjeturamos que en ambos casos las restricciones son óptimas.

*Trabajo en conjunto con Fernando López García, Cal Poly Pomona, California, Estados Unidos..*

### Referencias

- [1] López-García, F., Ojea, I.; Weighted discrete Hardy inequalities on trees and applications, Potential Analysis, (2022) 10.1007/s11118-021-09982-5
  - [2] López-García, F., Ojea, I.; Some inequalities on weighted Sobolev spaces, distance weights and the Assouad dimension. En preparación.
-