

LEIBNIZ Y LOS FUNDAMENTOS SEMIÓTICOS DE LA CONSTRUCCIÓN DE LENGUAJES FORMALES

OSCAR M. ESQUISABEL
UNLP-CONICET-INEO/CIF

Resumen: En este trabajo, abordamos las concepciones semióticas de Leibniz acerca de la capacidad de los sistemas simbólicos artificiales de la matemática como medios de extender y mejorar nuestras capacidades inferenciales. Con este fin, examinamos la intención de Leibniz de extender la eficacia de las notaciones matemáticas al campo completo del conocimiento, al tiempo que analizamos la explicación que proporciona para las razones en las que radica dicha eficacia. En definitiva, como trataremos de mostrar a través de textos tempranos (1672) y del período medio (1677-1686), además de los beneficios pragmáticos de las notaciones analíticas, Leibniz sostiene que la eficacia de los sistemas simbólicos se encuentra en una teoría de la representación basada en la isomorfía.

Palabras clave: semiótica; matemática; lenguaje formal; isomorfía; representación

Abstract: In this work, we address Leibniz's semiotic conceptions regarding the ability of artificial symbolic systems to extend and enhance our inferential capacities. To this end, we examine Leibniz's intention to extend the effectiveness of mathematical notations to the entire field of knowledge, while analyzing his explanation of the reasons behind such effectiveness. Ultimately, as we will try to demonstrate through early (1672) and middle period texts (1677-1686), in addition to the pragmatic benefits of analytical notations, Leibniz maintains that the effectiveness of artificial symbolic systems of mathematics lies in a theory of representation based on isomorphism.

Keywords: semiotics; mathematics; formal language; isomorphism; representation

En una serie de memorias y cartas que se extienden desde el año 1677 hasta pocos años antes de su muerte, Leibniz presenta los rasgos generales que debería poseer la característica como lenguaje o escritura simbólica al servicio de la demostración y la invención. En todos ellos hay una nota más o menos común, consistente en el hecho de que el paradigma para la construcción del lenguaje algorítmico proviene básicamente de los métodos de representación algebraica, en los que Leibniz encuentra dos ventajas extraordinarias. En primer lugar, permiten dar rigor formal a las demostraciones, puesto que la notación analítica reproduce o representa, en un sentido que queda todavía por aclarar, la estructura formal de un estado de cosas, así como su encadenamiento con otros estados de cosas. En segundo lugar, el carácter sensible de la notación matemática proporciona un hilo conductor en cierta forma empírico del pensamiento humano, el cual recibe la guía segura de las reglas de construcción y transformación que rigen las expresiones simbólicas. De esta forma, los lenguajes de la matemática proporcionan un ideal de certeza, tanto en lo que respecta al juicio como a la invención:

“Ciertamente, no permanece oculta la razón por la que hasta ahora únicamente las disciplinas matemáticas han sido continuamente perfeccionadas, para maravilla y envidia, no sólo con certeza, sino también con abundancia de notables verdades; en efecto, no se puede atribuir esto a las inteligencias de los matemáticos, pues cuando andan errando fuera de sus caminos trillados, los hechos mismos hablan en favor de que en nada superan a otros hombres. Por el contrario, se debe a la naturaleza misma del objeto, en el que la verdad puede ponerse ante los ojos sin gran trabajo y sin necesidad de costosos experimentos, de manera tal que no deje lugar a duda alguna, y se descubre una cierta serie y, por así decirlo una guía del pensamiento, que nos da seguridad acerca de los inventos pasados y nos muestra un camino indudable hacia los hallazgos futuros.”¹

Lo mismo hallamos en un texto más o menos contemporáneo:

“He observado que la causa que hace que nos equivoquemos tan fácilmente fuera de las matemáticas y que los géometras hayan tenido tanto éxito en sus razonamientos radica en que en la geometría, así como en otras partes de las matemáticas abstractas, se pueden hacer experiencias o pruebas continuas no solamente sobre la conclusión, sino

1 *Elementa Rationis*, ca. 1686, C 335: “Equidem non in obscuro causa est, cur hactenus solae Mathematicae disciplinae ad miraculum et invidiam usque excultae sint non tantum certitudine sed et copia egregiarum veritatum; neque enim id ingeniis Mathematicorum tribui potest, quos nihilo aliis hominibus praestare, res ipsa loquitur, cum extra orbitas suas vagantur; sed naturae objecti, in quo veritas sine labore, sine sumtuosis experimentis, ita ob oculos poni potest, ut nulla dubitatio relinquatur, detegitque sese series quaedam, et ut ita dicam filum cogitandi, quod et securos nos reddit circa inventa, et viam indubitabilem ostendit ad futura”.

también en todo momento y en cada paso que se haga sobre la base de las premisas, reduciendo el todo a números [...] El único medio de ordenar nuestros razonamientos es hacerlos tan sensibles como lo son los de los matemáticos, de manera que se pueda encontrar sus errores a la vista del ojo, de manera que cuando haya una disputa entre las personas se pueda decir tan sólo: contemos, sin otra ceremonia, para determinar quién tiene razón”²

De esta manera, la construcción de lenguajes matemáticos provee la idea de extender su rigor analítico a todos los campos del conocimiento, con el fin de obtener en ellos la misma certeza y poder heurístico que en las disciplinas matemáticas. Al mismo tiempo, el hecho de que la notación analítica de la matemática posibilite la representación sensible de las estructuras formales de la cantidad constituiría, como veremos, la base para proyectar una ciencia analítica y ‘notacional’ de las formas o estructuras en general.

El proyecto de la característica enfrenta a Leibniz con las siguientes cuestiones: ¿están afectados los sistemas simbólicos en general de una convencionalidad tal que hagan que la verdad sea sólo una propiedad intralingüística en sentido general o son tales que la verdad de sus expresiones se cimentan en una referencia a la realidad? En el caso de que se dé la última alternativa, ¿cómo es posible la conservación de la verdad, si se trata de sistemas convencionales de símbolos? Estas cuestiones son especialmente acuciantes para la constitución de la característica, puesto que en principio se trata de la construcción de un lenguaje generalizado, de carácter algorítmico, que sustituiría mediante operaciones simbólicas ciegas, la necesidad de tener presente ‘ante el espíritu atento’ los conceptos o ideas mismas. De manera que la cuestión planteada se sintetizaría en lo fundamental en la pregunta acerca de cómo es posible que mediante estructuras simbólicas convencionales podamos no sólo demostrar propiedades de las cosas mismas, sino descubrir otras que nos permanecían ocultas. Por esa razón, como fundamento de la característica, así como de todo lenguaje, Leibniz se ve obligado a proponer una teoría de la representación simbólica.

Respecto del valor semántico de las proposiciones matemáticas, Leibniz ha sostenido posiciones contrapuestas. En los escritos del período de París (1672-1676) asume una actitud ciertamente ambigua. Por una parte, las presenta como meras estructuras simbólico-formales puestas al servicio de una función que, en principio, según la terminología

2 *Projet et Essais pour Avancer l'Art d'Inventer*, ca. 1687, C 176: “J’ay remarqué que la cause qui fait que nous nous trompons si aisément hors des Mathematiques, et que les Geometres ont esté si heureux dans leurs raisonnemens n’est que parce que dans la Geometrie et autres parties des Mathematiques abstraites, on peut faire des expeiences ou preuves continuelles non seulement sur la conclusion, mais encor à tout moment, et à chaque pas qu’on fait sur les premisses en reduisant le tout aux nombres. [...] L’unique moyen de redresser nos raisonnemens c’est de les rendre aussi sensibles que le sont ceux des Mathematiciens, en sorte qu’on puisse trouver son erreur à veue d’oeil, et quand il y a des disputes entre les gens, on puisse dire seulement: contons, sans autre ceremonie; pour voir lequel a raison”. Cfr. también *Préface a la science générale*, ca. 1677, C 153-154.

de Dascal, es 'psicotécnica' y que también podría denominarse 'pragmática'³. En efecto, según esta concepción, los axiomas y teoremas no serían otra cosa que modos o métodos para pensar compendiada y rápidamente; para ordenar, resumir y extraer consecuencias de las ideas que ya poseemos y que hemos obtenido mediante los sentidos.⁴

Compendiar, fijar, manipular y expresar el conjunto de nuestras experiencias pasadas y actuales parece ser así la función "pragmática" de los sistemas simbólicos.⁵ La utilización de las estructuras de signos, ya sean palabras o caracteres, nos exime del tratamiento directo con las ideas particulares de las cosas. Como se sabe, desde una época muy temprana ha sostenido Leibniz que esta forma de pensamiento, que denomina 'ciego', constituye una propiedad fundamental del pensamiento humano,⁶ frente al carácter secundario que le concedía, por ejemplo, Descartes.

A esta visión "pragmática" de los enunciados matemáticos se le contraponen, ya desde los años de su estancia en París, una vía "objetivista", según la cual las formaciones simbólicas se convierten en una conditio *sine qua non* para la manipulación de propiedades matemáticas objetivas. Así ocurre con las diferentes formas de la multiplicidad matemática⁷ y, en especial, con aquellos objetos que implican el infinito. De esta forma, la manipulación de los símbolos deja de ser un recurso meramente mnemotécnico, para pasar a ser un medio por el cual es posible descubrir propiedades generales de los objetos que nos habían permanecido ocultas en su simple conocimiento sensible. La operación mediante caracteres permite desarrollar las relaciones matemáticas implícitas entre los objetos dados, de manera que se vuelvan conocimientos en sentido estricto. Precisamente, podemos llevar a cabo este descubrimiento o determinación de lo implícito porque los caracteres y sus conexiones exponen o representan la estructura formal de las cosas.⁸

3 Dascal, 1978, p 176 ss.

4 A III 1 14: "¿Quid discimus ergo, inques, cum theoremata talium pervestigamus? Nihil, inquam, nisi celeriter et distincte cogitare ad usum, seu aptis quibusdam symbolis ad ordinandas jam olim cognitatas et a sensibus acceptas ideas uti, sive ea symbola sint nomina sive characteres".

5 Carta a Tschirnhaus, GM IV 460-61.

6 El *pensamiento ciego* aparece ya mencionado en la *Dissertatio de Arte Combinatoria* en relación con la notación matemática, AA VI 1 170, GP IV 35. Cfr. A III 1 17. Para un examen del concepto de "pensamiento ciego", ver Esquisabel y Legris (2003).

7 A III 1 17: "[...]in hoc consistit omnis utilitas verborum, et characterum, ut in Arithmetica sunt decimales, ut sunt Notae Analyseos, ut innumeros et saepe impossibiles expressu, aut mire implicatos linearum motuumque ductus persequi necesse non sit.[...] et his notis fit ut possimus computare progressionis alicujus terminum sumamque, tout d'un coup, etsi per singula non eamus, ut possimus ipsi infinito exhibere finitum aequale [...]".

8 A III 1 14: "Ut in numeris, quis non videt nihil novi disci in tota arithmetica nisi nomina numeralia eorumque varios recursus, qui si rursus incipiunt, harmonice fiunt; hinc aequationes uti theoremata eliciuntur et utilitas characterum inde maxime elucet, cum paratis symbolis multum observari potest, quod alias non posset, ut cum integrae cujusdam progressionis summa facile initur. Et haec maxime apparent ex algebra, ubi nemo non videt omnia symbolis varie transpositis agi ingenti fructu, non quod nova discantur, sed quod res nude exhibentur menti". (bastardillas mías).

Ello es así porque la posición puramente pragmática parece enfrentarse con la siguiente dificultad, a la que Leibniz otorga cada vez más importancia: si podemos operar con los caracteres en lugar de las cosas, para extraer conclusiones verdaderas acerca de ellas, tiene que haber alguna relación entre las estructuras simbólicas y las cosas que representan. El hecho fundamental es que en cierto modo podemos concluir de los símbolos a las cosas, porque las estructuras simbólicas de la matemática permiten tratar abstractamente las relaciones cuantitativas entre los objetos y determinar sus propiedades matemáticas de una manera rigurosa; en efecto, según palabras de Leibniz, “*non nova discantur, sed res nuda exhibentur menti*”.⁹

Así, Leibniz aclara el papel que le cabe a la arbitrariedad o la convención en la creación de sistemas de caracteres: la arbitrariedad afecta a la elección de los caracteres que utilizamos para representar las cosas y sus relaciones, pero no a las relaciones estructurales que rigen entre ellos y que deben quedar reflejadas tanto en las reglas de formación de caracteres como en las de transformación, tal como ocurre en el caso de las dos disciplinas paradigmáticas: la aritmética y el álgebra. Así, en estas disciplinas, las reglas formación y de transformación de los caracteres guardan un cierto orden y constancia correlativos, que tienen como misión representar las relaciones formales de las cosas (por ejemplo, la de todo y parte y las correlativas maneras de formar y descomponer todos y partes). A esta relación de correspondencia entre las formaciones simbólicas y las cosas la denomina Leibniz “analogía”.

Indagaremos ahora en qué consiste dicha analogía. No se trata de una mera relación de semejanza. Si bien el pensamiento humano siempre es, de una manera u otra, una operación simbólica o al menos semiótica, es necesario establecer una diferencia entre las clases de signos que utilizamos al razonar. En consecuencia, debemos distinguir entre los signos que en su configuración sensible guardan una cierta semejanza sensible con la cosa que representan y aquellos que no poseen semejanza formal aparente. De esta manera, los signos de la primera clase mantienen una cierta relación natural de significación, mientras que los de la segunda no, por lo cual parecen estar afectados por las convenciones que estipulan las significaciones.

Así, por ejemplo, cuando determinamos las propiedades del círculo mediante el examen de una figura circular, ciertamente utilizamos la imagen trazada como un signo del círculo en sí, que no se identifica con ninguna figura en especial. Sin embargo, debemos admitir que hay una cierta semejanza entre el círculo dibujado y el círculo en sí,¹⁰ por la cual se establece la relación de representación, que, en este caso, se funda en una relación natural.

9 A III 1 14

10 Por supuesto, queda en pie la cuestión de qué sea el círculo en sí. La consideración de este problema no pertenece a los desarrollos del *Dialogus*, pero encontramos una primera respuesta en el breve pero importante ensayo titulado *Quid sit idea* [GP VII 263-264], en el que Leibniz expone su teoría de la idea como facultad expresiva.

En cambio, cuando se trata de signos convencionales, no hay relación de semejanza alguna entre el signo y la cosa que representa, como es manifiesto cuando se compara el signo '10' con la decena, la letra 'a' con la línea que designa y, finalmente, el signo '0' y la nada. La relación de representación se debe fundamentar en otra cosa.

En efecto, las notaciones simbólicas representan sus objetos no sobre la base de la similitud sensible, sino por el hecho de que reproducen las relaciones u órdenes objetivos.¹¹ A la objeción de que eso puede valer para los complejos de caracteres, pero no para los caracteres tomados aisladamente, Leibniz responde con una teoría funcional y estructural del símbolo, que supera la concepción sustancialista en la que se asienta tácitamente la tesis de la arbitrariedad y que podría resumirse de la siguiente manera: si no hay algún tipo de relación objetiva entre el símbolo tomado aisladamente y el objeto significado, entonces deberemos admitir que es completamente convencional. El símbolo representa cosas, y si no puede establecerse el fundamento de la representación, deberemos concluir que las representa arbitrariamente, por designio de una voluntad.

En cambio, para Leibniz, el valor simbólico o representativo de los caracteres como tales no está dado por una relación individual y aislada con las cosas que significan, sino por el conjunto de leyes que determinan su posición, valor y conexión en la estructura simbólica a la que pertenecen.

Son precisamente estas leyes estructurales las que fundamentan la posibilidad de la verdad de las expresiones simbólicas, debido a que mantienen una relación de analogía o proporcionalidad con las estructuras objetivas que las cosas concretas instancian. La forma en que Leibniz comprende esta relación analógica o proporcional se aproxima a lo que actualmente se denomina morfismo.¹²

En efecto, aunque los caracteres sean arbitrarios, las operaciones y conexiones que podemos establecer entre ellos tienen un fundamento objetivo consistente en que las leyes estructurales que gobiernan la composición de los símbolos se corresponden (es decir, son isomorfas) con las relaciones estructurales que mantienen las cosas entre sí, o dicho de una forma más simple, el orden y la conexión de los símbolos se corresponde con el orden y conexión formal de las cosas.¹³ Esto hace posible que mientras se mantenga el morfismo, siempre llegaremos a conclusiones equivalentes o idénticas, no importa qué sistema de sím-

11 GP VII 192: "Est aliqua relatio sive ordo in characteribus qui in rebus, imprimis si characteres sint bene inventi [...]".

12 Para una discusión pormenorizada de este tópico, ver Swoyer. 1995.

13 GP VII 192: "Nam etsi characteres sint arbitrarii, scilicet tamen usus et connexio habet quiddam quod non est arbitrium, scilicet proportionem quandam inter characteres et res, et diversorum characterum easdem res exprimentium relationes inter se. Et haec proportio sive relatio est fundamentum veritatis". En un fragmento muy posterior, Leibniz define esta relación de la siguiente manera: "*Lex expressionum* haec est: ut ex quarum rerum ideis componitur rei exprimentae idea, ex illarum rerum characteribus componatur rei expressio", es decir, la expresión simbólica de una cosa debe estar compuesta de tal manera que los caracteres que la compongan correspondan a las cosas cuyas ideas componen la idea de la cosa que ha de expresarse (A VI 4 916).

bolos estemos empleando.¹⁴ La posibilidad que poseen los sistemas simbólicos de generar expresiones objetivamente verdaderas se fundamenta, entonces, en la capacidad que poseen de representar las propiedades estructurales de las cosas mediante sus leyes de composición.

Por otra parte, como las leyes que gobiernan los caracteres quedan reflejadas por el orden y la posición que estos asumen, las relaciones de composición y orden entre las cosas adquieren una representación sensible por medio de las expresiones simbólicas. Las series de símbolos constituyen una imagen sensible (en el sentido literal de la palabra) de las formas objetivas. A través de la transformación regulada de las series de caracteres sensibles que configuran las estructuras simbólicas podemos desarrollar y exhibir propiedades implicadas en las estructuras formales que dichos símbolos expresan.¹⁵ En ello se basa, precisamente, el que puedan *representar* las formas de las cosas. La representación simbólica se fundamenta no en la semejanza sensible y exterior, sino en el morfismo, que representa una forma superior de semejanza. De allí la importancia que Leibniz otorga a los lenguajes que, como en el caso de la matemática, en especial la aritmética y el álgebra, exhiben *ad oculos* las leyes de conexión y transformación de sus expresiones, ya que esta propiedad constituye el *filum Ariadnae* por el que tanto se afana Leibniz para dar una forma metódica y sistemática al proyecto de la característica.¹⁶

En conclusión, la función representativa de los sistemas de caracteres, así como su capacidad para generar expresiones verdaderas, tiene su fundamento en su carácter isomórfico.¹⁷ *Pero esto es posible porque también las cosas están determinadas por una estructura formal objetiva gobernada por leyes constantes de las que las propiedades de los objetos concretos constituyen instancias específicas.* Sin entrar ahora en demasiados detalles, se podría decir que los lenguajes matemáticos y, en general, los lenguajes formales que constituirían la característica, no hacen otra cosa que representar o mostrar la estructura formal del mundo. Las ciencias abstractas asumen para Leibniz una proyección ciertamente ontológica.

14 Leibniz da ejemplos para los casos de la equivalencia y la identidad. Como ejemplo para la equivalencia de las expresiones simbólicas presenta el isomorfismo existente entre la numeración base 10 y la binaria (GP VII 192). Para el caso de la identidad, da el ejemplo de un automorfismo algebraico (GP VII 192):

15 GP VII 192: "Et in analysi, etsi diversis characteribus diversae appareant facilius rerum habitudines. Semper tamen basis veritatis est in ipsa connexione atque collocatione characterum [...]"

16 *De arte characteristic et inventoria*, A VI 4 324: "Methodus inveniendi consistit in quodam cogitandi filo id est regula transeundi de cogitatione in cogitationem. Cum enim Animus noster utatur imaginibus rerum sensibilium, consequens est, si imagines velut catena quadam implicentur, cogitantem exerrare, dummodo atendant, non posse [...] ita ad recte cogitandum Instrumentis quibusdam sensibilibus indigemus, quae ad duo summa capita revoco, Characteres et Tabulas [...]. Characterem voco quicquid rem aliam cogitanti repraesentat. Repraesentare autem dicitur quod ita respondet, ut ex uno aliud cognosci possit, etsi similia non sint, dummodo certa quadam regula sive relatione omnia quae fiunt in uno referantur ad quaedam respondentia illis in alio". (Bastardillas mías).Cfr. con el capítulo siguiente.

17 GP VII 193: "Quanquam ergo veritates necessario supponant aliquos characteres [...], non tamen in eo quod in iis est arbitrarium, sed in eo quod est perpetuum, relatione nempe ad res consistunt [...]"

Por otra parte, si el pensamiento, como sugiere en repetidas ocasiones Leibniz, no puede llevarse a cabo sin algún tipo de soporte sensible (alguna forma de representación sensible) y el razonamiento no es otra cosa que la transformación de estructuras simbólicas en otras estructuras simbólicas, la posibilidad misma del conocimiento simbólico se funda, en última instancia, en esta relación de analogía o morfismo que existe entre los sistemas simbólicos y la estructura de la realidad.

A modo de conclusión, podemos recoger aquí los principales hilos de nuestro desarrollo: Leibniz se propone la creación de un lenguaje formal que tiene por objeto convertir los procedimientos de demostración y descubrimiento en una transformación regulada de fórmulas. Así surge el proyecto de la “característica universal”. Para tal fin, se inspira en el modelo del álgebra. No obstante, más allá de tomar el modelo de la matemática algebraica como paradigma de formalización “exitosa”, Leibniz considera que es necesario proporcionar un fundamento semiótico y epistemológico al proyecto de la característica. Dicho intento conduce a Leibniz a destacar la relación de analogía existente entre los sistemas simbólicos y las propiedades estructurales de los objetos. En dicha relación “analógica”, que puede ser interpretada en términos de morfismo, se funda el rendimiento cognoscitivo de los sistemas simbólicos. Dicha fundamentación, sin embargo, compromete a la idea leibniziana del conocimiento simbólico con la tesis metafísica de que los objetos están ellos mismos condicionados por una estructura que se expresa o expone a través de los sistemas simbólicos. Queda pendiente, pues, la cuestión de si en todos los casos y en qué medida toda estructura simbólica tiene un correlato con una estructura real.

Bibliografía

- Burkhardt, Hans. 1980. *Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz*. Munich, Philosophia Verlag.
- Dascal, Marcelo. 1978. *La sémiologie de Leibniz*. Paris, Aubier.
- Dascal, Marcelo. 1987. “Signs and Thought in Leibniz’s *Paris Notes*”. En: Marcelo Dascal, *Leibniz. Language, Signs and Thought. A Collection of Essays*. Amsterdam/Philadelphia, John Benjamins Publishing Company, pp. 48-59.
- Dascal, Marcelo. 1980. Leibniz’s Early View on Definition, *Studia Leibnitiana Supplementa*, 21, vol. III, pp. 33-50
- Esquisabel, Oscar M. & Javier Legris. 2003. “Conocimiento simbólico y representación”. En *Representación en ciencia y arte*, editado por Leticia Minhot & Ana Testa. Córdoba (Argentina), Brujas - Universidad Nacional de Córdoba, pp. 233-243.
- Esquisabel, Oscar M. 2002. ¿Lenguaje racional o ciencia de las fórmulas? La pluridimensionalidad del programa leibniziano de la Característica General”. *Manuscrito*, 147-197.

- Grosholz, Emily. 2007. *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences*. Oxford, Oxford University Press.
- Krämer, Sybille. 1991. *Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert*. Berlin, Walter de Gruyter.
- Krämer, Sybille. 1992. "Symbolische Erkenntnis bei Leibniz". *Zeitschrift für philosophische Forschung*, vol. 46, pp.224-237-
- Legrís, Javier. 2005. "Conocimiento simbólico. Un capítulo de la historia de la metodología científica", *Perspectivas Metodológicas*, 5, pp. 7-21.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1903. *Opusculæ et fragmenta inædita*, editados por Louis Couturat. Paris (repr. by Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York. 1988). Citado como C.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm Leibniz. 1969. *Philosophical Papers and Letters*, ed. by Leroy E. Loemker. Dordrecht/Boston/London, D. Reidel Publishing Company. Citado como *Loemker*.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1843-63. *Mathematische Schriften*, vols. 1-7, edited by C. I. Gerhardt. Berlin und Halle (repr. by Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York. 1971). Citado como GM seguido de volumen y página.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1875-1890. *Philosophische Schriften*, vols. 1-7, edited by C. I. Gerhardt. Berlin (repr. by Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York. 1978) Citado como GP seguido de volumen y página.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1923. *Sämtliche Schriften und Briefe*, editados por la Academia de Ciencias de Berlin desde 1923. Citado como A, seguido de serie, volumen y página.
- Poser, Hans. 1979. "Signum, notion und idea". *Zeitschrift für Semiotik*, pp. 310-324.
- Serfati, Michel. 2008. "Symbolic Inventiveness and "Irrationalist" Practices in Leibniz's Mathematics". En: Marcelo Dascal (ed.), *Leibniz: What Kind of Rationalist?* New York/Berlin, Springer, pp. 125-139
- Swoyer, Chris. 1995. "Leibnizian Expression". *Journal of the History of Philosophy*, pp. 65-99.
- Lenzen, Wolfgang. 2004. *Calculus Universalis. Studien zur Logik von G.W. Leibniz*. Paderborn, Mentis.
- Mancosu, Paolo. 1996. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in Seventeenth Century*. Oxford, Oxford University Press.