

# Enseñanza por Investigación en Física

## Aspectos básicos de Mecánica Cuántica en la Escuela Secundaria

María de los Ángeles Fanaro  
Mariana Elgue  
Marcelo Arlego

2016

Núcleo de Investigación en Educación en  
Ciencia y Tecnología (NIECyT)  
Universidad Nacional del Centro de la  
Provincia de Buenos Aires (UNICEN)  
Consejo Nacional de Investigaciones  
Científicas y Técnicas  
(CONICET)  
Argentina

ISBN 978-950-658-407-8



9 789506 584078

Fanaro, María de los Ángeles

Enseñanza por investigación en física : aspectos básicos de mecánica cuántica en la escuela secundaria / María de los Ángeles Fanaro ; Mariana Elgue ; Marcelo Fabián Arlego. - 1a ed. - Tandil : Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, 2016.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-658-407-8

1. Física. 2. Mecánica Cuántica. 3. Escuela Secundaria. I. Elgue, Mariana II. Arlego, Marcelo Fabian III. Título

CDD 530

Fotografía de tapa: Néstor Enrique Santoyanni

# ***Enseñanza por Investigación en Física en la Escuela Secundaria: Aspectos básicos de Mecánica Cuántica en la Escuela Secundaria***

Dra. María de los Ángeles Fanaro

Dra. Mariana Elgue

Dr. Marcelo Arlego

Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología  
(NIECyT).

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires  
(UNICEN).

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).  
Argentina.



## Índice

1- Introducción .....	4
2- La secuencia de Situaciones .....	8
Fase 1: Cuatro experiencias con luz.....	9
Fase 2: El modelo cuántico de la luz. Considerar Caminos Alternativos (CCA) .....	23
Fase 3: Aplicación de la técnica CCA a la reflexión y la refracción .....	36
Fase 4: La EDR desde la técnica CCA .....	45
3- Bibliografía .....	55



## 1- Introducción

La cuestión central en este texto es cómo introducir las ideas básicas (y a su vez fundamentales) de mecánica cuántica mediante el estudio de la luz, en un nivel que sea accesible a estudiantes de la escuela secundaria. Usualmente, en los libros de texto, el tema se introduce siguiendo una ruta histórica: se mencionan algunos experimentos clave y se finaliza con la relación de De Broglie, por ejemplo, que el alumno utiliza en cálculos sin comprender profundamente su significado. El resultado es completamente insatisfactorio tanto para docentes como alumnos.

Esta propuesta no sigue el desarrollo histórico, sino que se basa en los conceptos de la formulación de integrales de camino desarrollada por R. Feynman en 1949, basado en ideas previas de P. Dirac. Esta formulación es equivalente al enfoque tradicional de la mecánica cuántica, el formalismo Hamiltoniano canónico, desarrollado previamente por E. Schrödinger, W. Heisenberg y P. Dirac en 1925-1926. La utilización de uno u otro formalismo es cuestión de conveniencia y a menudo resultan complementarios.

El enfoque de Caminos Múltiples de Feynman ofrece una alternativa para el estudio del comportamiento de los electrones y de la radiación electromagnética que permite abordar el concepto de probabilidad, el principio de superposición y de correspondencia, ofreciendo así la posibilidad de comprender el carácter fundamental y universal de las leyes de la mecánica cuántica. Desde un punto didáctico, su potencialidad reside en la posibilidad de utilizar un

marco geométrico-vectorial para calcular probabilidades, que se aplica a un caso simple de emisión y detección de un electrón libre (o luz) y luego los resultados se pueden aplicar a casos más complejos como la Experiencia de la Doble Rendija (EDR), crucial para la Física.

Desde hace varios años el equipo de investigación viene trabajando en esta línea, diseñando, implementando y analizando resultados de secuencias de situaciones que emplean el enfoque de Feynman, para estudiantes de la escuela secundaria, para el comportamiento de los electrones (Fanaro, Otero y Arlego, 2012 a) y b); Arlego, Fanaro y Otero, 2012; Fanaro, Arlego y Otero, 2014, Fanaro, Elgue y Otero, 2014). En este trabajo se presenta en cambio una propuesta didáctica para estudiantes de la escuela secundaria basada en el mismo enfoque pero en la dirección de la enseñanza de los aspectos cuánticos de la luz y las nociones cuánticas fundamentales que permiten explicarlos.

En la revisión bibliográfica previa al abordaje de la enseñanza de los conceptos de Mecánica Cuántica relativos a la luz, se analizó la propuesta de un conjunto de libros de texto destinados a estudiantes de la escuela secundaria, textos que se ocupan del estudio de la luz (Elgue, Fanaro, Arlego, y Otero, 2011). Se concluyó que éstos otorgan escasa relevancia a los modelos científicos actuales que permiten explicar los fenómenos luminosos, desde una perspectiva cuántica. Es decir que con relación a la luz, la mayoría de los textos analizados desconocen las recomendaciones curriculares y las recomendaciones surgidas desde la investigación en enseñanza de las ciencias, acerca de la necesidad de enseñar física desde un punto de vista actual, es decir cuántico. Por otro lado, los textos escolares que tratan los aspectos cuánticos de la luz, lo hacen de una manera que es física y didácticamente objetable: comienzan

con la experiencia del efecto fotoeléctrico como introducción a la cuantización de la luz y asocian (naturalmente) a este experimento la noción de fotón de manera poco justificada, como “los componentes de la luz”, lo cual se presta al equívoco de que los fotones son como pequeños corpúsculos. Además, los libros analizados enfatizan la imagen dual de la luz como onda-partícula siendo esto inadecuado desde la teoría física actual.

Se asume en esta nueva propuesta, que el modelo que describe la luz (y toda la radiación electromagnética) en todas las escalas es el proporcionado por la Mecánica Cuántica. Este enfoque, adopta parcialmente, la línea de los trabajos de John Ogborn (Institute of Education, University of London, UK), utilizados en el proyecto “Advancing Physics” en el Reino Unido, y en los trabajos de Edwin F. Taylor (MIT, Massachusetts, US) y Joseph Hanc (Institute of Physics, P.J. Safarik University in Kosice, Slovakia), pero se aparta considerablemente de ellos, porque busca enfatizar el carácter probabilístico en el comportamiento de la luz, y los principios de superposición lineal y de correspondencia, para lo cual no es necesario referirse a los fotones. Por otro lado, aquí tampoco se contemplan cuestiones ontológicas acerca de la luz, sino que describe, explica y predice su comportamiento en distintas situaciones. Tampoco se pretende presentar la paradoja de la naturaleza ondulatoria-corpúscular de la luz a los estudiantes, para sortear el obstáculo de que los estudiantes consideren que la luz estaría compuesta por partículas con propiedades clásicas.

El objetivo de la secuencia que se implementa es que los estudiantes logren reformular una descripción de los fenómenos relativos a la luz desde el modelo más ampliamente aceptado para la luz y los electrones por la comunidad científica actual: la teoría cuántica. La Experiencia de la Doble Rendija adquiere una importancia

fundamental aquí porque en lugar de utilizarla como habitualmente se lo hace -comprobar el carácter ondulatorio de la luz en términos de interferencia y difracción- o para proponer una paradoja entre los modelos ondulatorio vs corpuscular, se la propone para encontrar una explicación de la experiencia que los estudiantes realizan en la clase, utilizando los conceptos y principios de la Mecánica Cuántica.

Para desarrollar la secuencia se requiere una perspectiva didáctica que considere a las preguntas y a las acciones de los estudiantes, como centrales en el proceso de conceptualización. Los aspectos centrales de las perspectivas didáctica, cognitiva y epistemológica, se presentan en el capítulo siguiente.





## 2- La secuencia de Situaciones

La secuencia se compone de cuatro fases consecutivas, conformadas por quince situaciones (incluyendo la situación de evaluación final) que regulan las progresivas conceptualizaciones de los estudiantes diseñada para un curso del anteúltimo año de la escuela secundaria de la Provincia de Buenos Aires. Las situaciones son formuladas alrededor de cuestiones centrales, sociales, científicas e institucionalmente relevantes. Las respuestas que se esperan lograr serán provisionales, no inmediatas, requerirán mucho tiempo y es probable que no finalicen en la escolarización formal. Las situaciones se desarrollan considerando los conceptos científicos, el conocimiento de los estudiantes y el aprendizaje esperado, ellas tienen una intención explícita de enseñar: desarrollan actividades relacionadas con la construcción de conocimiento físico por parte de los estudiantes y el profesor.

Esta secuencia requiere que los estudiantes trabajen en forma grupal, conversando sobre cada problema e intentando consensuar luego una respuesta escrita. Por su parte, el papel del profesor es presentar las situaciones, proponer las preguntas y coordinar las acciones del grupo de clase: gestionar el tiempo didáctico permitiendo el trabajo autónomo de los grupos, dirigir la puesta en común de cada grupo, señalar los consensos y los desacuerdos, y de ser necesario, presentar determinados conocimientos, considerados previos, o necesarios para comprender los diseños experimentales.



## Fase 1: Cuatro experiencias con luz.

9  
Fase 1

Esta fase comienza planteando cuatro experiencias con luz. Las primeras dos, reflexión y refracción son situaciones típicas para resolver con las leyes de la óptica geométrica, y así es como usualmente se lo hace en los libros de texto. Sin embargo, aquí se utilizan para establecer en estos casos sencillos el Principio de Tiempo Mínimo, como uno de los grandes principios que describen los fenómenos con luz a escala macroscópica. La idea es establecer empíricamente que la luz emplea el menor tiempo posible entre su emisión y detección. En la mecánica cuántica, este principio no es válido, y se pretende que los estudiantes comprendan que la descripción macroscópica de la experiencia por medio de éste, es sólo de una aproximación, ya que la idea de camino o trayectoria para la luz carece de sentido, como se pretende establecer con las situaciones de esta secuencia.

### **Situación 1: Estudiando la reflexión**

En esta primer situación se busca elaborar una formulación de la ley de reflexión, se presenta a los estudiantes la Situación 1:

#### **Situación 1: Estudiando la reflexión**

*a) Queremos mirarnos en un espejo plano (que no deforma la imagen) que está en posición vertical y perpendicular al suelo, de tal forma que la imagen reflejada sea completa (es decir queremos ver la imagen de todo nuestro cuerpo reflejado). ¿Es posible lograrlo con un espejo de cualquier tamaño?*

b) Utilizando un puntero láser y un espejo, estudia el comportamiento de la luz al reflejarse en un espejo. Con lo que concluyas, vuelve al punto a) para corroborar o refutar la respuesta que habías dado.

10

Fase I

El primer problema hace referencia a una situación familiar para un estudiante, pero no es trivial, ya que requiere las siguientes acciones por parte de los estudiantes: relacionar el concepto de reflexión especular con el de mecanismo de visión, y analizar posiciones y distancias relativas entre distintos objetos y sus imágenes reflejadas. La idea es no restringir el problema con medidas y valores numéricos sino que los estudiantes puedan experimentar en el salón de clase, con distintos espejos y de esta forma se comience a analizar el comportamiento de la luz incidente en un espejo plano.

La solución de este problema es que para verse de cuerpo entero en un espejo, éste debe tener una medida vertical mínima y debe estar colocado a una altura máxima del suelo. A continuación se presenta el cálculo basado en la Figura 1

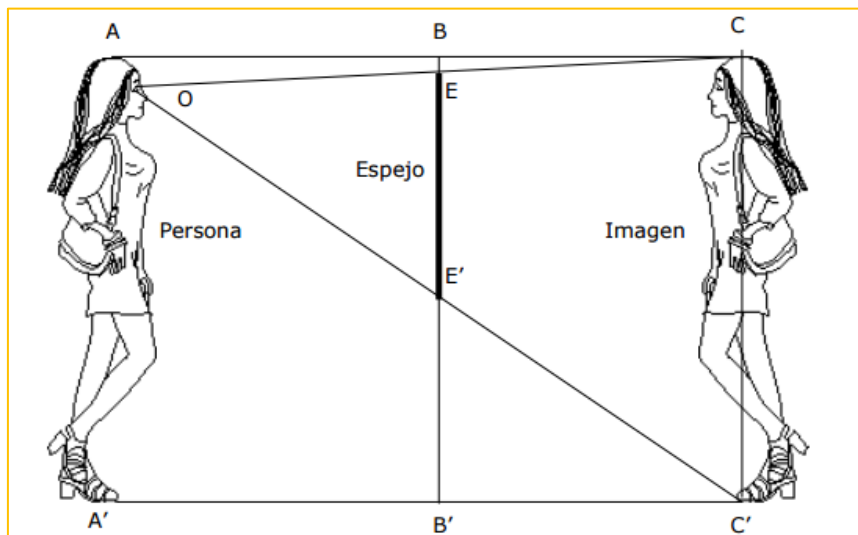


Figura 1: Persona mirándose en un espejo a cuerpo entero

Como la imagen se forma al otro lado del espejo (es virtual), a la misma distancia de la persona al espejo, se tiene que según el esquema de la Fig. 1:

$$AC / AB = 2.$$

Por el teorema de Tales aplicado a los dos triángulos semejantes, se puede aproximar (considerando por el momento despreciable la distancia entre los ojos al extremo de la cabeza de la persona):

$$AC / AB \approx CC' / EE'$$

De las dos anteriores ecuaciones se sigue que

$$CC' / EE' = 2$$

Es decir que el espejo debe tener una medida vertical mínima igual a la mitad de la altura de la persona.

Por otra parte, el espejo produce:  $A'C' / B'C' = 2$  Por el teorema de Tales a dos triángulos semejantes:  $A'C' / B'C' = OA' / E'B'$  De las dos anteriores ecuaciones se sigue:  $OA' / E'B' = 2$  Es decir que el espejo debe estar a una altura máxima del suelo igual a la mitad de la distancia entre los ojos y el suelo. No importa la distancia a la que se coloque la persona, el tamaño mínimo del espejo es el mismo.

Por ejemplo para una persona que mida 1,8m será  $AA' = 180$  cm y supongamos que  $A0 = 10$  cm. Por lo tanto, el espejo debe tener una medida vertical mínima de  $180 / 2 = 90$  cm y debe estar a una altura máxima del suelo de  $(180 - 10) / 2 = 70$  cm

Luego de que los estudiantes conversen acerca del problema, experimenten con espejos, y generen la respuesta consensuada al interior de cada grupo de trabajo (que el espejo debe medir la mitad de la distancia entre los pies y los ojos de la persona), en el segundo problema de la situación se propone realizar la experiencia de la reflexión en el aula, para luego retomar las respuestas de los estudiantes a las cuestiones anteriores. Para realizar la experiencia, basta con llevar

al aula un puntero de luz láser doméstico, para apreciar la trayectoria de la luz, un espejo plano pequeño y un círculo graduado para que los estudiantes puedan notar la relación entre ángulo incidente y reflejado, como muestra la Fig. 2:

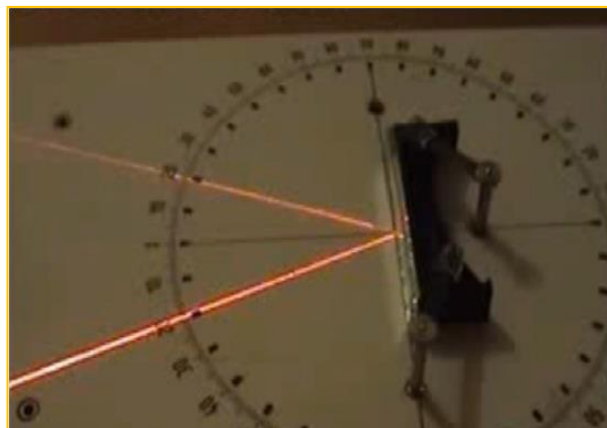
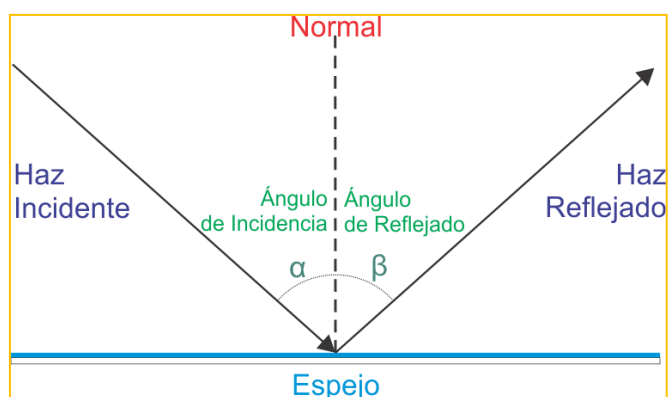


Fig 2: Disposición experimental sencilla para la reflexión de la luz

Una vez que los estudiantes logren establecer que la luz que incide en un espejo plano se refleja con el mismo ángulo con el que incide respecto a una línea perpendicular al espejo denominada "normal", y se institucionalice en la clase un esquema similar al de la Fig. 3<sup>1</sup> es necesario volver al problema inicial. Así se busca consensuar que el largo del espejo debe ser de la mitad de la altura de la persona y debe ubicarse el borde superior del espejo a la altura de los ojos, para que la persona pueda verse reflejada totalmente.



<sup>1</sup> <https://es.wikipedia.org/wiki/Refracci%C3%B3n>

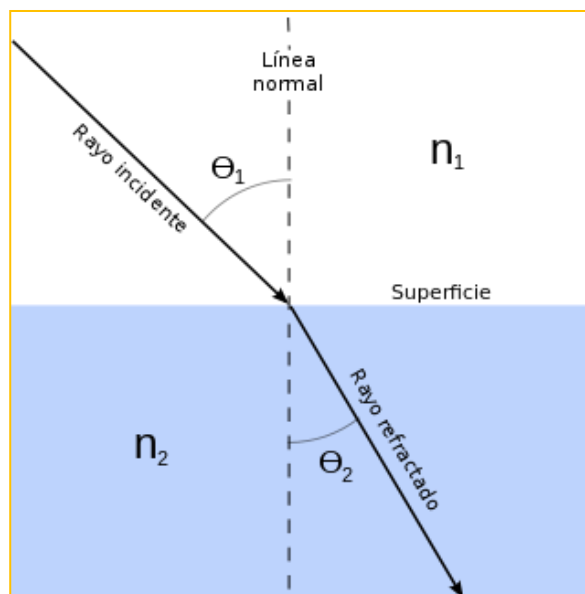


Fig 3: Esquemas de la reflexión y refracción de la luz

Esta situación permite notar con los estudiantes que estos fenómenos estarían “gobernados” por el Principio de Tiempo mínimo, que establece que la luz para ir de un punto a otro, emplea un camino de forma tal que emplee el menor tiempo posible (una recta en este caso). Más adelante, en la secuencia, se intentará establecer que este principio ya no tendrá validez universal, y será una aproximación, como se pondrá en juego en la Fase 3.

### Situación 2: Estudiando la refracción

Una vez que se estudia el comportamiento de la luz en los espejos planos, y se establece la ley de reflexión, se propone a los estudiantes analizar el comportamiento de la luz cuando pasa de un medio a otro, como se muestra a continuación:

#### Situación 2: Estudiando la refracción

a) *Las personas que están familiarizadas con las piscinas saben que ésta siempre se ve menos profunda de lo que es, y que es importante identificar las partes profundas para que quienes no sepan nadar no se metan en ellas. ¿Cómo*

*se puede determinar si para una persona de cierta altura que no sabe nadar es peligroso tirarse a la pileta? Describe lo que sucede con la luz en este caso.*

*b) Utilizando un puntero láser, un recipiente con líquido, y un círculo graduado, estudia el comportamiento de la luz al pasar del aire al líquido, y describe la experiencia en términos de las direcciones de los haces de luz. ¿En qué otras situaciones cotidianas también se puede percibir este fenómeno de la luz?*

**14**

Fase I

Manteniendo el esquema de la Situación 1, la secuencia propone comenzar con el planteo de una cuestión familiar y con sentido para los estudiantes sin restricciones en las variables del problema. El efecto de “distorsión” del objeto al sumergirse parcialmente en agua, posiblemente, sea familiar a los estudiantes.

La idea de la situación es que los estudiantes reconozcan el efecto de refracción de la luz debida al cambio de medio. Aunque no es el objetivo de la situación, si se quiere encontrar la solución precisa, se puede resolver con la ley de Snell y sencillas consideraciones geométricas. Supongamos, como muestra esquematizada la situación en la Fig.4, que la persona mira a un punto en el fondo (A), pero debido a la refracción de la luz, la imagen se forma en A', es decir la profundidad de la imagen (h) es diferente de la profundidad real (H).

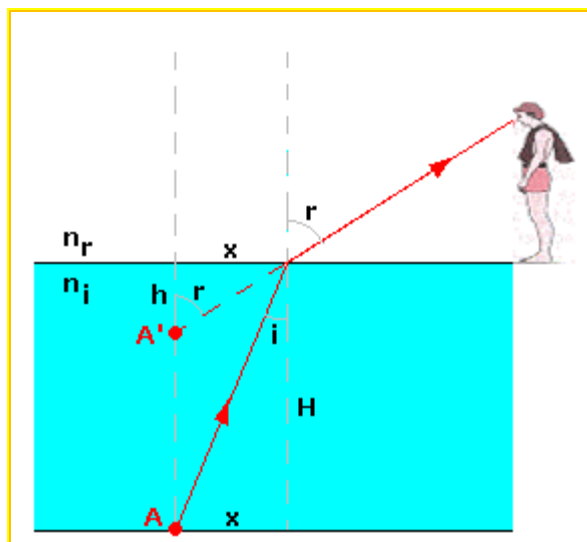


Fig 4: Esquemas de marcha de rayos luminosos para resolver la Situación 2 a)

Aplicando la ley de Snell:

$$n_{agua} \cdot \text{sen}\theta_i = n_{aire} \cdot \text{sen}\theta_r$$

Y considerando que para ángulos pequeños se puede aproximar el seno por la tangente:

$$\text{sen}\theta_i \approx \text{tg}\theta_i \text{ y } \text{sen}\theta_r \approx \text{tg}\theta_r$$

Como se trata de aire, sabemos que (aproximadamente)  $n_{aire} = 1$  y  $n_{agua} = 1,33$ ; por lo tanto la ley de Snell se puede reescribir como

$$1,33 \cdot \text{tg}\theta_i = \text{tg}\theta_r$$

Y reemplazando las expresiones de las tangentes se tiene que:

$$1,33 \frac{x}{H} = \frac{x}{h}$$

Despejando el valor de la profundidad real denotada con la letra H en la figura se obtiene que:

$$h = 0,75H$$

Es decir, la profundidad aparente es aproximadamente 3/4 de la profundidad real. Supongamos que la persona mida 1,8 m de altura, y vea al fondo de la pileta a una altura de  $h=1,5\text{m}$ . Reemplazando en la expresión anterior queda que la pileta tiene una profundidad de 2 m.



Entonces esta persona, si no sabe nadar y que no conoce este efecto podría tener problemas.

Siguiendo con la secuencia, se propone realizar la experiencia en clase con el círculo graduado y el láser doméstico, para poder consensuar una descripción del fenómeno de la refracción, en términos del efecto que produce el líquido en el haz de luz que hace que se vea la deformación del objeto sumergido. Para realizar esta experiencia basta con llevar al aula de clases un recipiente de plástico transparente y líquidos de diferente densidad (agua, aceite, etc.), como se ilustra en la Fig. 3. Aquí es preciso que los estudiantes noten que el cambio de dirección del haz de luz que pasa de un medio a otro, está vinculada a la idea de reflexión establecida previamente, ya que en ambos casos se hace incidir un haz de luz en una superficie y se establecen relaciones entre ángulos, pero ahora se busca la relación entre el ángulo de incidencia y el refractado. Es posible que los estudiantes relacionen el cambio de dirección con un cambio de velocidad de la luz al pasar de un medio a otro y de los índices de refracción de distintos materiales, al buscar una explicación del fenómeno notado.

Así, se pretende establecer que la luz, al pasar de un medio a otro, cambia su dirección, de tal forma que recorre un camino de tiempo mínimo. La disposición experimental es sencilla y puede realizarse en clase, como se muestra en la Fig. 5<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Imagen obtenida de De Zátonyi Sándor (ifj.) Fized (talk) - Trabajo propio, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2845439>

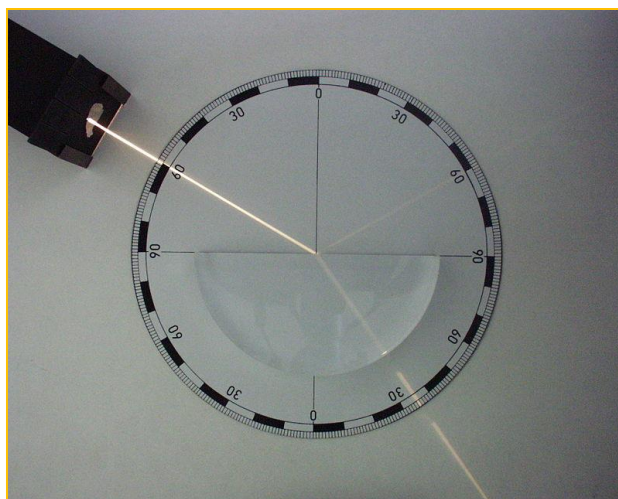


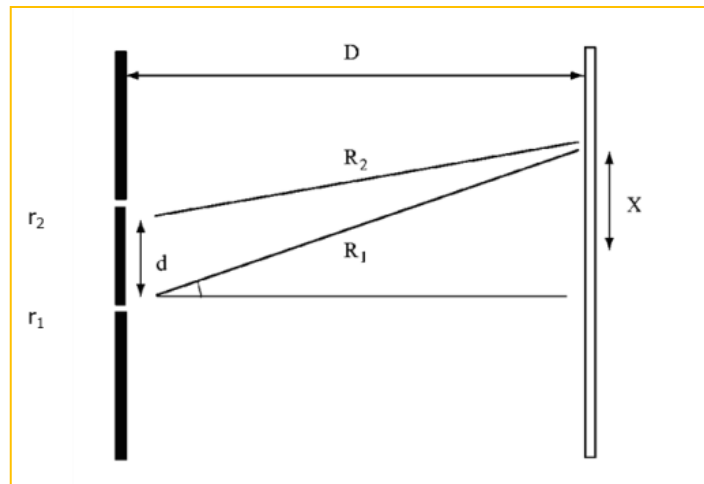
Fig 5: Disposición experimental de la refracción de la luz

### **Situación 3: Estudiando la Experiencia de la Doble Rendija (EDR) con luz**

A diferencia de las experiencias anteriores, se presenta una situación que posiblemente no resulte familiar a los estudiantes, pero resulta oportuna para que ellos expliciten sus ideas y conceptos relativos al comportamiento de un haz de luz al pasar por dos rendijas finas. Se plantea la experiencia con luz láser debido a que para que los resultados sean notables, la luz debe ser monocromática. La primer parte de esta situación es predictiva, ya que requiere que los estudiantes imaginen la distribución de la luz en la pared, habiendo pasado por las rendijas, y permite explicitar sus ideas y conceptos, que luego serán retomados o desconsiderados, para la descripción de los resultados de la experiencia que se propone en la segunda parte.

#### **Situación 3: Estudiando la Experiencia de la Doble Rendija (EDR) con luz**

a) En la Figura siguiente se presenta un esquema de una experiencia muy conocida e importante en Física, la “Experiencia de la doble rendija”, (EDR) vista desde arriba.



Esta experiencia consiste en hacer pasar un haz de luz de un solo color, por ejemplo, la luz de un puntero láser rojo a través de dos rendijas o ranuras delgadas realizadas en la pantalla y detectar a simple vista la luz en un papel o simplemente en la pared detrás de las rendijas. ¿Cómo te imaginas que sería en este caso la distribución de la luz en la pared? Realiza un esquema del resultado y descríbelo.

b) Utilizando un puntero láser, y una lámina con dos rendijas realiza la experiencia, proyectando sobre una pared a distancia considerable de la fuente de luz láser, y analiza los resultados.

Para realizar la experiencia, se puede utilizar un láser doméstico por ser una luz monocromática accesible (cuya frecuencia puede estimarse en  $4.3 \times 10^{14}$  Hz) una lámina metálica a la cual se realizan dos finas rendijas a una distancia  $d = 10^{-3}$  m, y proyectar sobre una pared localizada a una distancia  $D = 5$  m de las rendijas. De esta forma, se obtiene una imagen detectable a simple vista, la presentada en la Fig. 6.



Fig 6: Imagen obtenida al realizar la experiencia en el salón de clases

Con esta situación se busca que los estudiantes realicen una descripción del fenómeno en términos de “lugares” o “zonas donde hay luz y zonas de oscuridad”, es decir que establezcan que la luz no se encuentra distribuida uniformemente en la pantalla, ni tampoco se encuentra en las dos zonas correspondientes a las rendijas.

#### **Situación 4: Análisis de la EDR a partir de un conjunto de imágenes**

Una vez que los estudiantes analizaron el comportamiento de la luz al incidir en un espejo plano, al atravesar distintos medios, y al pasar por dos rendijas finas, se busca enfrentar a los estudiantes al problema de la llegada discreta de la luz, como se presenta en la Situación 4 que se muestra a continuación. Para notar la llegada discreta, en principio se debería realizar la EDR con un sistema más sofisticado que la medición directa como lo era la experiencia realizada en el aula (donde la distribución de la luz se notaba directamente en la pared, y la llegada se notaba continua). Para esto, se debería colocar un sistema de filtros para atenuar y bajar la intensidad a la salida de la luz, una pantalla de detección formada por una gran cantidad de receptores muy sensibles a la luz, y de esta forma, se podría estudiar la evolución de la figura formada en la pared. Como es muy dificultoso técnicamente realizar esta disposición experimental en el salón de clases, se opta por presentar un conjunto de fotografías que muestra los resultados de la experiencia, presentando la imagen de la situación (obtenida del sitio <http://www.sps.ch/fr/articles/progresses/wave-particle-duality-of-light-for-the-classroom-13/>). Se busca que a partir de esta imagen los

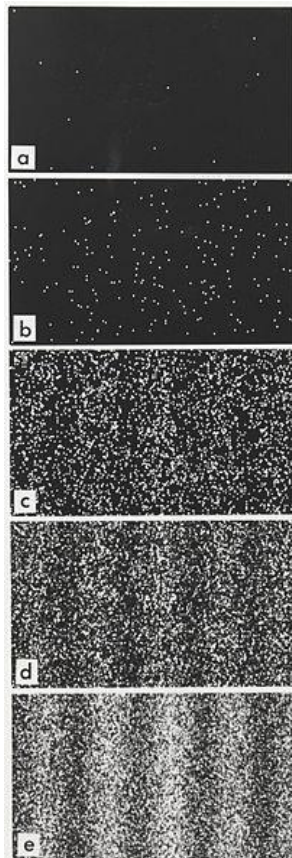
estudiantes noten que con luz de muy baja intensidad las detecciones de la luz son individuales, y que a medida que transcurre el tiempo, estas detecciones no están distribuidas al azar sino forman sectores donde se concentran, de forma similar a las bandas de luz y oscuridad observadas al realizar la experiencia en clase. En el sitio, además se puede ver el film de la experiencia, que es posible si las condiciones tecnológicas de la escuela lo permiten.

#### **Situación 4: Análisis de la EDR a partir de un conjunto de imágenes**

*Se realiza la experiencia de la doble rendija pero, a diferencia de la anterior (donde a simple vista era posible notar el resultado) ahora se coloca una pantalla de detección que está formada por una gran cantidad de receptores muy sensibles a la luz. Lo que se obtiene es lo siguiente: en un primer momento el detector registró lo que presenta el primer cuadro de la Figura, y a medida que fue pasando el tiempo, los resultados son los que se presentan en los cuadros siguientes de la figura<sup>3</sup>:*

---

<sup>3</sup> Imagen obtenida de [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Double-slit\\_experiment\\_results\\_Tanamura\\_2.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Double-slit_experiment_results_Tanamura_2.jpg)



*Describe y analiza los resultados de esta experiencia.*

Para poder afrontar el problema es necesario que los estudiantes desconsideren momentáneamente los resultados anteriores, respecto al comportamiento de la luz, notando que en esta experiencia la luz no se comporta como lo hacía en las experiencias antes realizadas en clase. En particular, en la EDR la luz parecía estar distribuida de una sola vez, presentando lugares donde había luz y lugares donde no había. Ahora, la luz es detectada en la pantalla en forma discreta: al comienzo, las distribuciones parecen ser aleatorias, pero con el tiempo, se comienza a notar una distribución que, en cierto, aspecto se asemeja a la anterior: hay lugares de la pantalla con gran cantidad de detecciones, y en otros lugares, hay muy pocas. Los estudiantes deben notar que a diferencia de la experiencia realizada en clase, a partir de éstas imágenes se pueden inferir las detecciones individuales de luz, aunque se sigue conservando el patrón de zonas de luz y oscuridad, que es lo que se pretende explicar.

En este punto, el profesor debe introducir un modelo unificador, a partir del cual se puedan explicar todas las experiencias anteriores.



**22**

Fase I



## Fase 2: El modelo cuántico de la luz. Considerar Caminos Alternativos (CCA)

### **Situación 5: Relación entre caminos alternativos, vectores asociados, ángulos y tiempo**

Una vez que los estudiantes analicen el comportamiento de la luz para las cuatro situaciones, es necesario presentar un conjunto de principios o leyes que expliquen todas las experiencias desde un marco conceptual compartido por la comunidad científica. Para eso, en esta situación se presenta la formulación de las leyes de la Mecánica Cuántica para la luz, mediante la técnica de Suma de Caminos Alternativos de Feynman, denominada con los estudiantes la técnica de "Considerar los Caminos Alternativos". La adaptación de la técnica original que contenía integrales de camino, se realizó tomando en cuenta que los conceptos matemáticos necesarios de los estudiantes son: vectores, ángulos, y suma de vectores en forma geométrica necesarios para las situaciones de esta fase.

Como se muestra a continuación, en la Situación 5, se presenta a los estudiantes conceptos propios de esta teoría como evento y probabilidad y además, se describe paso a paso el método de cálculo de amplitud de probabilidad que luego se utilizará para explicar las cuatro experiencias presentadas. En esta situación se presenta la *Simulación CCA evento simple*, para que los estudiantes puedan visualizar la relación entre la selección de los caminos, y el ángulo del



vector asociado. La planilla de cálculo<sup>4</sup> alivia el cálculo y permite visualizar los resultados de la técnica.

### Situación 5: Relación entre caminos alternativos, vectores asociados, ángulos y tiempo

¿Cómo explicar y corroborar los resultados de las experiencias anteriores desde un único modelo?

Para contestar esta pregunta, en física se formuló una teoría llamada **Teoría Cuántica de la luz**, que se basa en una técnica llamada “**Considerar los Caminos Alternativos**” o **CCA**, abreviado.

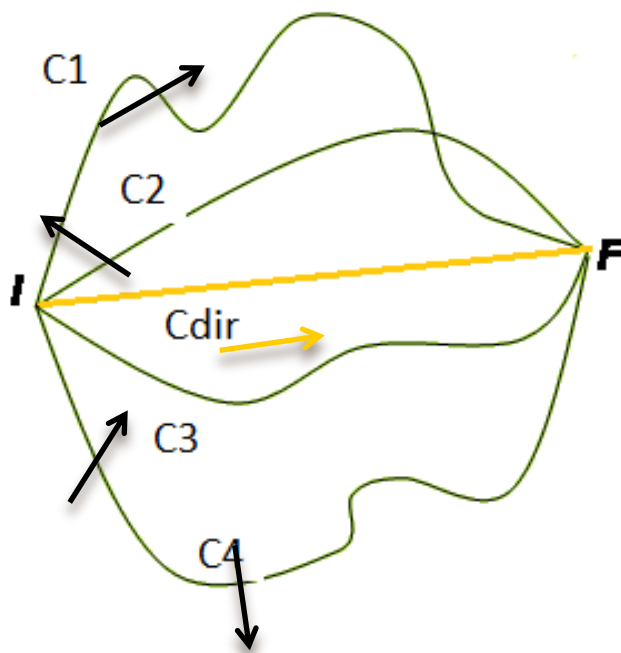
Antes debemos tener en cuenta que en esta teoría se hará referencia a **eventos** y se calcula la **probabilidad de ese evento**; por ejemplo, en los resultados de la EDR de la Figura un evento sería la detección de luz en un determinado punto de la pantalla de detección, proveniente de la fuente; no se busca la certeza sino la **probabilidad de ese evento**.

Para calcular la Probabilidad de un evento cualquiera, el método CCA indica que se debe realizar lo siguiente:

Considerar un evento particular que es la detección de luz en un punto **F** habiendo sido emitida por el punto **I**. En la Figura siguiente se muestran sólo algunas formas alternativas de conectar el punto inicial (**I**) con el final (**F**)

---

<sup>4</sup> Todas las planillas de cálculo utilizadas aquí se encuentran disponibles en la web, y pueden solicitarse a los autores o bien descargarse gratuitamente de: <http://mariaangelesfanaro.sites.exa.unicen.edu.ar/>



En esta figura se representan algunas formas que podrían conectar el punto inicial I con el final F y sus respectivos vectores asociados. La dirección de cada vector (ángulo) es proporcional al tiempo que le tomaría a la luz si recorriera ese camino

Luego se debe:

**1- Identificar cada camino alternativo con un vector:** Con cada camino se identifica un vector en el plano, cuyo módulo es uno, y su dirección depende de cada camino.

**2- La dirección del vector es proporcional al tiempo que tomaría a la luz recorrer cada posible camino:** El ángulo que cada vector forma con el eje x es proporcional al tiempo que le tomaría a la luz recorrer ese camino. La constante de proporcionalidad (k) es una característica que depende del color de la luz, y del medio en el que se propague (agua, aire, etc.). Es decir,

$$\alpha = k \cdot t$$

donde k es la constante de proporcionalidad que depende del color de la luz y del medio en el que se propague, y cuya unidad es 1/s

**3- Sumar todos los vectores correspondientes a cada camino:** Se deben sumar los vectores asociados con **todos los caminos alternativos que conectan I con F**. Con esto obtenemos el vector resultante.

**4- Obtener la Probabilidad. Para esto, previamente se calcula la frecuencia de ocurrencia relativa (FR):** La longitud del vector resultante elevado al cuadrado indica la frecuencia de ocurrencia relativa de **ese evento**. Este valor adquiere sentido cuando se comparan las **FR** para distintos eventos. De esta forma, la CCA predice un valor de probabilidad, es decir es un valor teórico, que luego deberá ser corroborado experimentalmente.

a) La técnica CCA indica que todos los caminos alternativos que conectan el punto inicial y final deben considerarse en el cálculo del vector resultante, y tenerlos en cuenta para calcular la frecuencia de ocurrencia relativa, y luego la probabilidad de cada evento. Esto plantea el problema de sumar infinitos vectores...! ¿Cómo hacer esto? Para responder esta pregunta debemos estudiar cómo contribuyen los diferentes caminos alternativos que conectan I con F a la suma de vectores y lo haremos con la planilla de cálculo "Simulación CCA evento simple".

Entonces calculemos la Probabilidad de detectar luz en F que fue emitida de I. La simulación presenta para el punto medio, la coordenada  $x=3$  (es fija en la planilla de cálculo) y permite cambiar la coordenada vertical para cambiar los caminos, es decir el valor de  $y$  es variable. Supongamos

que elegimos analizar la probabilidad de detectarlo en el punto de coordenadas (3;0). Selecciona distintos caminos alternativos que conecten el estado inicial con el final, eligiendo distintas alturas para el punto medio entre I y F (lo cual generará caminos compuestos por dos trozos rectos). Cada vez que selecciones un valor de coordenada vertical para el punto, analiza lo que se muestra en cada gráfico, y explicita la construcción de la suma que realiza la simulación.

Para apreciar los resultados te sugerimos que comiences por puntos que se encuentren alejados por arriba del punto medio y te vayas aproximando a él, luego elijas algunos cercanos, y luego alejados, formando así **caminos alternativos**. Por ejemplo éstos son algunos valores que puedes probar (pero intenta otros!). Nota que las celdas amarillas corresponden a la selección de coordenada “y” de tal forma que los distintos puntos formados (3;6); (3;5,5)..etc hacen que se formen caminos alejados del camino directo que une I con F. En cambio, las celdas rosas, corresponden a la selección de puntos intermedios que hacen que los caminos alternativos sean cercanos al camino rectilíneo que une I con F.

y	t= d/v	Angulo	Vx	Vy
(m)	(seg)	grados	0,0	0,0
6	4,47214E-09	52,01	0,62	0,79
5,5	4,17665E-09	308,91	0,63	-0,78
4	3,33333E-09	149,25	-0,86	0,51
3,8	3,22766E-09	357,92	1,00	-0,04
2	2,40370E-09	141,26	-0,78	0,63
1,6	2,26667E-09	15,09	0,97	0,26
0,0004	2,00000E-09	162,01	-0,95	0,31
0,0003	2,00000E-09	161,81	-0,95	0,31
0,0002	2,00000E-09	161,66	-0,95	0,31
0,0001	2,00000E-09	161,58	-0,95	0,32
<b>0</b>	<b>2,00000E-09</b>	<b>161,55</b>	<b>-0,95</b>	<b>0,32</b>
-0,0001	2,00000E-09	161,58	-0,95	0,32
-0,0002	2,00000E-09	161,66	-0,95	0,31
-0,0003	2,00000E-09	161,81	-0,95	0,31
-0,0004	2,00000E-09	162,01	-0,95	0,31
-1,1	2,13021E-09	277,03	0,12	-0,99
-2,6	2,64659E-09	45,01	0,71	0,71
-3,3	2,97321E-09	269,73	0,00	-1,00
-4,4	3,55027E-09	228,58	-0,66	-0,75
-5,8	4,35329E-09	87,51	0,04	1,00
-6	4,47214E-09	52,01	0,62	0,79

b) Coloca los valores de la tabla en la columna de la coordenada vertical para seleccionar los distintos caminos alternativos y analiza los valores calculados por la planilla en cada columna.

c) Para los caminos alternativos **cercanos** al camino directo entre I y F, ¿cómo son los ángulos de los vectores asociados respecto al vector asociado a este camino "directo"?

d) Para los caminos alternativos que se encuentran alejados del camino rectilíneo que une I con F, ¿cómo son los vectores asociados respecto al vector asociado a este camino "directo"?

e) Escribe una conclusión acerca de cómo se reduce la parte de la técnica que indica sumar **todos** los caminos alternativos de conectar I con F para calcular la frecuencia de ocurrencia relativa (FR).

Al colocar los valores sugeridos en esta situación, la planilla de cálculo genera la gráfica de la Fig. 7 con la suma de los vectores asociados:

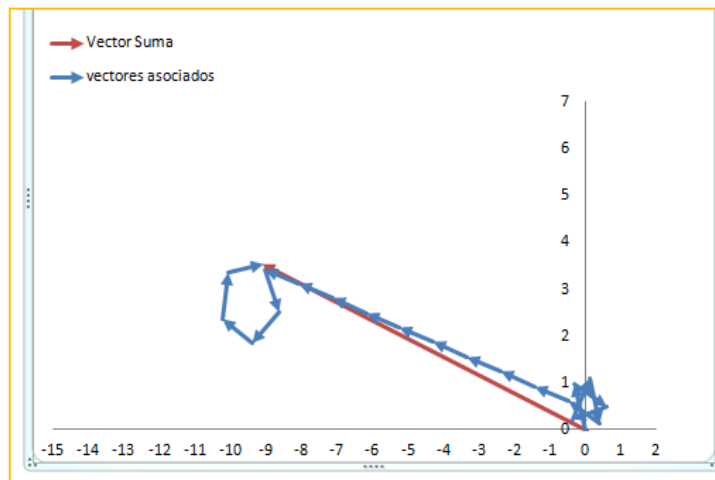


Fig. 7: Suma de vectores asociados que arroja la simulación para los valores sugeridos en la Situación 5

Al colocar valores para la coordenada y de forma tal que se armen caminos alternativos alejados y cercanos al camino rectilíneo los estudiantes podrán notar, a partir de la Fig. 7 que el aporte a la suma está dado por aquellos vectores que corresponden a caminos cercanos al de tiempo mínimo (la recta) ya que los que corresponden a los alejados tienden a anularse en la suma.

Esta situación fue diseñada con el objetivo de que los estudiantes puedan concluir que si bien hay un camino cuyo tiempo es mínimo (la línea recta que conecta el inicio con el fin), en el caso cuántico hay un conjunto de caminos alrededor de éste que contribuyen a la suma por tener los vectores asociados prácticamente en fase. Es decir, el camino de tiempo mínimo es uno más entre los que hay que considerar en la suma, no es el único; es él y los de su alrededor. Para que los estudiantes establezcan la relación entre la variación de los ángulos de los vectores asociados a cada camino, se diseñó en planilla de cálculo, un conjunto de simulaciones que permiten

seleccionar caminos por medio de la elección de un punto, y simultáneamente realiza el cálculo de la Frecuencia de ocurrencia relativa (FR) para cada caso. El establecimiento de la relación camino alternativo con ángulo asociado-aporte a la suma resulta imprescindible para reducir la suma, que en principio según la técnica CCA, es infinita, y entonces no podría calcularse la probabilidad.

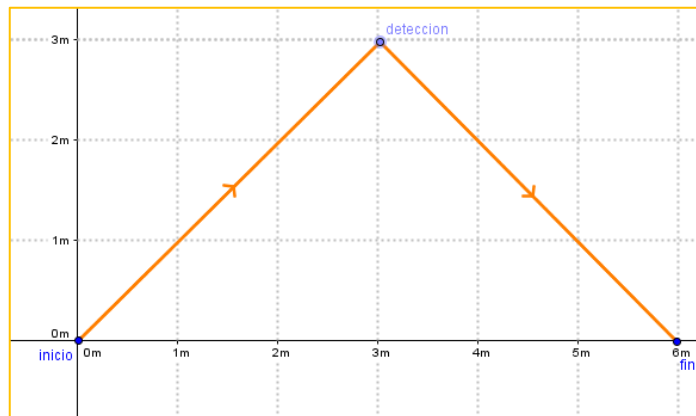
### **Situación 6: Comparación de probabilidades de detección de luz en distintos puntos entre la fuente I y la pantalla F**

Una vez que los estudiantes conceptualizan que para el cálculo de la probabilidad de cada evento de interés se deben considerar el camino de tiempo mínimo y también los aportes de los caminos de su alrededor, se propone el cálculo de las amplitudes de probabilidad para distintos "eventos" relativos a la emisión y a la detección de luz como por ejemplo, que salga de I llegue a F, habiendo sido detectada en algún otro punto que no sea en el punto medio de la recta que los une:

#### **Situación 6: Comparación de probabilidades de detección de luz en distintos puntos en la Emisión y Detección de luz**

*El valor que la planilla "Simulación CCA evento simple" calculó para el cuadrado del módulo del vector suma, es decir lo que llamamos "FR" ( $FR_1$ ) no indica directamente la probabilidad del evento. Para que este valor tenga sentido, deberemos compararlo con el cuadrado del módulo del vector suma para otro evento. Por ejemplo, comparemos este valor con el que surge de calcular la probabilidad de detectar luz en F, habiendo sido emitida en I, y detectada en otro punto que no sea el (3,0). Por ejemplo, al suponer detectarla en el punto (3;3) u otro cualquier que elijas, se*

genera un “camino” formado por dos rectas, como se muestra a continuación:



Para realizar el cálculo, deberás colocar en la columna del valor de “y” los valores correspondientes que permitan considerar los caminos vecinos del punto de interés (3;3), ya que los demás caminos, como se concluyó en la Situación 5 no contribuyen a la suma, y por lo tanto, a la probabilidad. Un conjunto posible de valores para esta columna podrían ser: 3,001; 3,0009; 3.0008; ....; 2.9991; 2.999.

a) En este caso, ¿cuánto vale el cuadrado del módulo del vector suma, es decir  $FR_2$ ?

b) Selecciona ahora otro punto de interés distinto y realiza el mismo procedimiento para obtener el valor de  $FR_3$

c) Y entonces...¿cómo saber cuál de las tres detecciones es la más probable? Para cada caso, las probabilidades relativas entre estos tres eventos se obtiene realizando el cociente:

$$P_1 = \frac{FR_1}{FR_1 + FR_2 + FR_3}$$

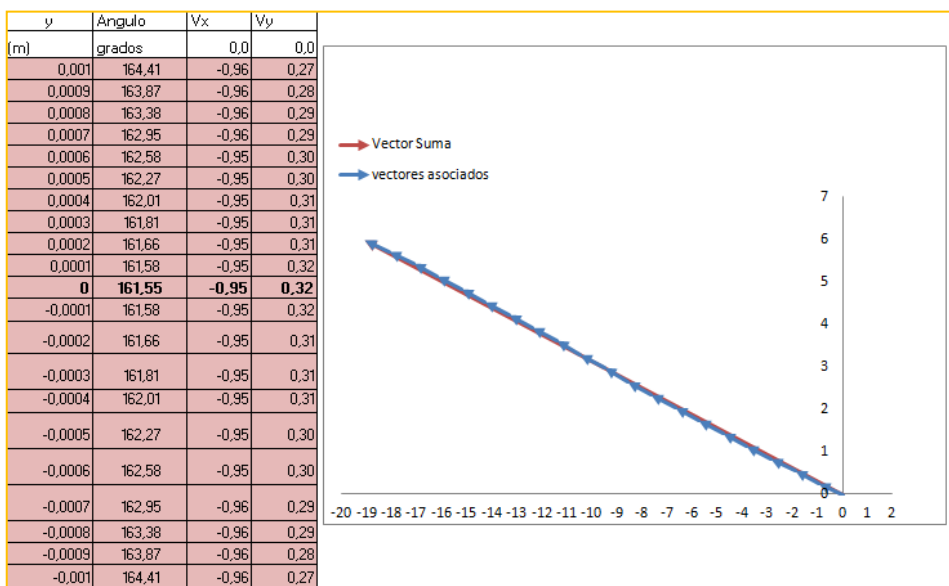
d)Cuál es la relación entre la detección más probable, que calculaste en c) y lo que se observa al emitir luz en un punto y detectarlo en otro.



El objetivo de esta situación es que los estudiantes comparen las distintas probabilidades de detectar luz en puntos entre I y F, y conceptualicen que la detección más probable será aquella del punto medio de la recta que une I con F. Este punto, también se encuentra en el camino que es observado para la luz cuando se realiza el experimento de emitir y detectar la luz habiendo pasado por el espejo.

Aquí es bueno establecer con los estudiantes la aproximación de la Ley de Reflexión establecida al principio de la secuencia, ya que en este caso, si bien se observa una trayectoria recta en el espacio para la luz, el camino de tiempo mínimo, lo que cuánticamente se predice es que es posible detectar luz en puntos que no caen sobre la línea recta de tiempo mínimo, y se podrían detectar, si se contara con instrumentos más sofisticados de medición. Por lo tanto es posible concluir que el camino que establece la ley de reflexión no es el único posible, y por lo tanto el principio de tiempo mínimo es una aproximación.

En el caso de seleccionar todos los puntos de manera tal que formen caminos alrededor del punto (3;0) la planilla arrojó como módulo de la suma 19,99 y FR=399,91 (aproximado), como muestra la Fig. 8.



Coordenadas vector Suma=	x	y
	-19,07	6,01
Módulo vector Suma=	20,00	
Frec. de ocurr. Relat. (FR)=	399,91	

Fig. 8: Salida resultante de la planilla de cálculo al seleccionar puntos de detección cercanos del (3;0) En la parte inferior se presenta el resultado aproximado del módulo del vector suma y la FR que arroja la simulación al haber seleccionado el conjunto de datos que se ingresó previamente en la tabla.

En el caso de seleccionar un conjunto de caminos alrededor de otros puntos, como sugiere la actividad, por ejemplo el punto  $P_2=(3 ; 0,5)$ , se obtiene como módulo de la suma 4 (aproximado) y  $FR=15,99$  (Fig. 9)

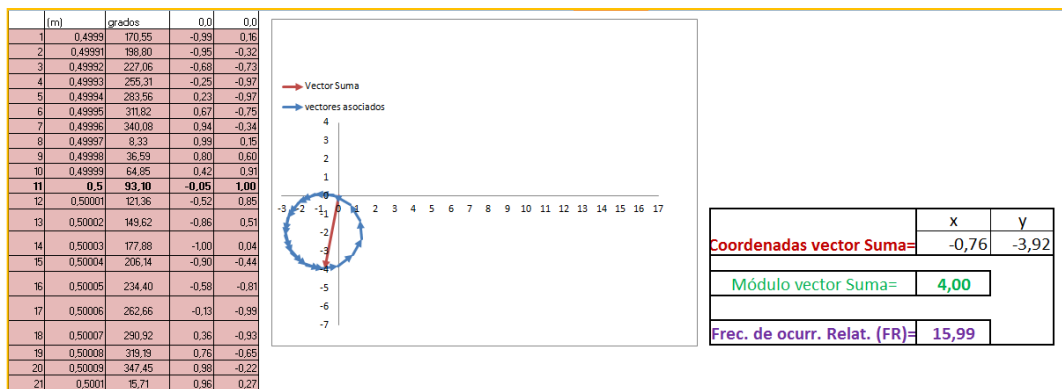


Fig. 9: Salida resultante de la planilla de cálculo al seleccionar puntos de detección cercanos del (3; 0,5), el gráfico de la suma, y el resultado del módulo del vector suma y la FR que arroja la simulación al haber seleccionado el conjunto de datos que se ingresó previamente en la tabla.

Finalmente, al seleccionar los valores de la coordenada vertical alrededor de otro punto aún más alejado del  $P_1$ , por ejemplo el  $P_3=(3; -2)$  se obtiene lo que muestra la Fig.10:

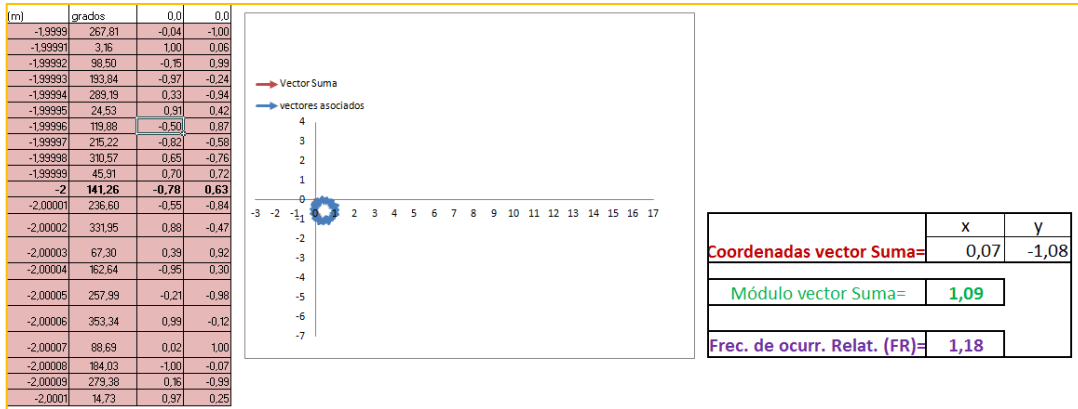


Fig 10: Salida resultante de la planilla de cálculo al seleccionar puntos de detección cercanos del (3;-2) En la parte inferior se presenta el resultado del módulo del vector suma y la FR que arroja la simulación al haber seleccionado el conjunto de datos que se ingresó previamente en la tabla.

El valor para el módulo de la suma en este caso es 1,09 y  $FR_3=1,18$

Al realizar el cálculo de la probabilidad, con los valores recién calculados por la planilla de cálculo se obtiene:

$$P_1 = \frac{FR_1}{FR_1 + FR_2 + FR_3} = \frac{399,91}{399,91 + 15,99 + 1,18} \approx 0,95883$$

$$P_2 = \frac{FR_2}{FR_1 + FR_2 + FR_3} = \frac{15,99}{399,91 + 15,99 + 1,18} \approx 0,03834$$

$$P_3 = \frac{FR_3}{FR_1 + FR_2 + FR_3} = \frac{0,02}{399,91 + 15,99 + 1,18} \approx 0,00005$$

Aquí es apreciable entonces, que el punto de mayor probabilidad de detección es  $P_1$ , que es un punto que se encuentra sobre el camino de tiempo mínimo (camino directo entre I y F en este caso). También es posible notar que al seleccionar distintos puntos de detección, alejados

del punto que está sobre el camino de tiempo mínimo disminuye el valor de FR (y por lo tanto de probabilidad).

Por supuesto que éste es sólo un ejemplo, y los estudiantes pueden elegir otros puntos, y demás aumentar la cantidad de puntos para hacer la comparación, pero siempre se llega a la conclusión de que el punto más probable de detección es el que está situado en la línea recta que une I con F. Aunque esta idea naturalmente lleve a pensar que el camino más probable para que la luz vaya de I a F es el camino rectilíneo, como el concepto de trayectoria de la luz carece de sentido en mecánica cuántica, en esta situación sólo es posible afirmar que cuando se coloca un detector en el medio (3;0) la probabilidad de detectar luz es mayor que cuando se lo coloca en otros (en general (3;y)).

Luego, se proponen las siguientes situaciones para que los estudiantes apliquen la técnica a las experiencias de reflexión y refracción, que interpreten los resultados que se obtienen, notando las características cuánticas, y luego se establezca la relación entre estos resultados y los obtenidos al realizar las experiencias en el aula.



## Fase 3: Aplicación de la técnica CCA a la reflexión y la refracción

36

Fase 3

En esta fase se propone a los estudiantes aplicar la técnica CCA a las experiencias de reflexión y refracción, y comparar los resultados que predice la teoría cuántica, con los obtenidos experimentalmente en clase.

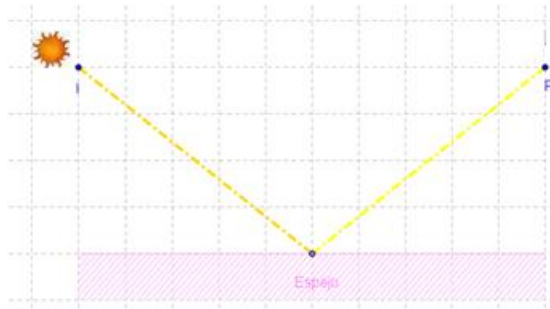
### Situación 7: Comparando probabilidades en la reflexión de la luz

En esta situación se presenta a los estudiantes una planilla de cálculo denominada “Simulación Reflexión Luz”, en la cual, de forma similar a la anterior, se propone a los estudiantes seleccionar distintos caminos alternativos de conectar el punto de partida de la luz y el de llegada, notar cómo son los ángulos de los vectores asociados a cada uno de ellos, su contribución a la suma y hallar el valor de la amplitud de probabilidad

#### Situación 7: Comparando probabilidades en la reflexión de la luz

*Apliquemos el modelo CCA para la reflexión de la luz y luego analicemos la relación entre el cálculo de la probabilidad para distintos eventos y lo que se observa al realizar el experimento.*

*a) Calcular la frecuencia de ocurrencia relativa (FR) del evento: que salga de I, llegue a F pero que se detecte en el punto medio del espejo, como se muestra en el siguiente esquema:*



Como lo establece la técnica, se deben considerar las contribuciones de todos los posibles caminos alternativos para calcular la FR. Analiza mediante la “Simulación Reflexión de la Luz” si es posible realizar alguna reducción de los vectores a sumar para calcular la frecuencia de ocurrencia relativa (FR).

b) Ahora, selecciona otros dos puntos de detección distintos, y en la simulación encuentra los valores que la teoría cuántica predice para cada FR correspondientes. Compara estos dos valores con el valor de FR hallado en a)

c) ¿Qué puedes concluir acerca de la relación del resultado hallado en b), es decir la probabilidad predicha por la mecánica cuántica y el resultado obtenido experimentalmente en clase (ley de reflexión)?

Si los estudiantes en las situación 5 construyeron la idea de que el camino de tiempo mínimo y los de su alrededor son los que deben ser considerados en el cálculo de la amplitud de probabilidad ahora la idea es analizar qué sucede en esta disposición experimental en particular, directamente considerando los caminos de alrededor del camino que hace que el ángulo de incidencia sea igual al de reflexión. De esta forma, la planilla de cálculo cuando se completa con valores cercanos alrededor del punto  $P_1=(0;0)$  que es el lugar de reflexión (donde el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión) arroja un gráfico como el que se presenta en la Figura 11:

Selecciona distintos puntos de detección de luz entre I y F sobre el espejo					
camino alt.	selección tiempo		ángulo	vector asociado	
	m	seg	grados	Vx	Vy
				0,0	0,0
1	0,001	4,26875E-09	238,85	-0,52	-0,86
2	0,0009	4,26875E-09	238,75	-0,52	-0,86
3	0,0008	4,26875E-09	238,66	-0,52	-0,85
4	0,0007	4,26875E-09	238,58	-0,52	-0,85
5	0,0006	4,26875E-09	238,51	-0,52	-0,85
6	0,0005	4,26875E-09	238,46	-0,52	-0,85
7	0,0004	4,26875E-09	238,41	-0,52	-0,85
8	0,0003	4,26875E-09	238,37	-0,52	-0,85
9	0,0002	4,26875E-09	238,35	-0,52	-0,85
10	0,0001	4,26875E-09	238,33	-0,52	-0,85
11	0	4,26875E-09	238,33	-0,52	-0,85
12	-0,0001	4,26875E-09	238,33	-0,52	-0,85
13	-0,0002	4,26875E-09	238,35	-0,52	-0,85
14	-0,0003	4,26875E-09	238,37	-0,52	-0,85
15	-0,0004	4,26875E-09	238,41	-0,52	-0,85
16	-0,0005	4,26875E-09	238,46	-0,52	-0,85
17	-0,0006	4,26875E-09	238,51	-0,52	-0,85
18	-0,0007	4,26875E-09	238,58	-0,52	-0,85
19	-0,0008	4,26875E-09	238,66	-0,52	-0,85
20	-0,0009	4,26875E-09	238,75	-0,52	-0,86
21	-0,001	4,26875E-09	238,85	-0,52	-0,86

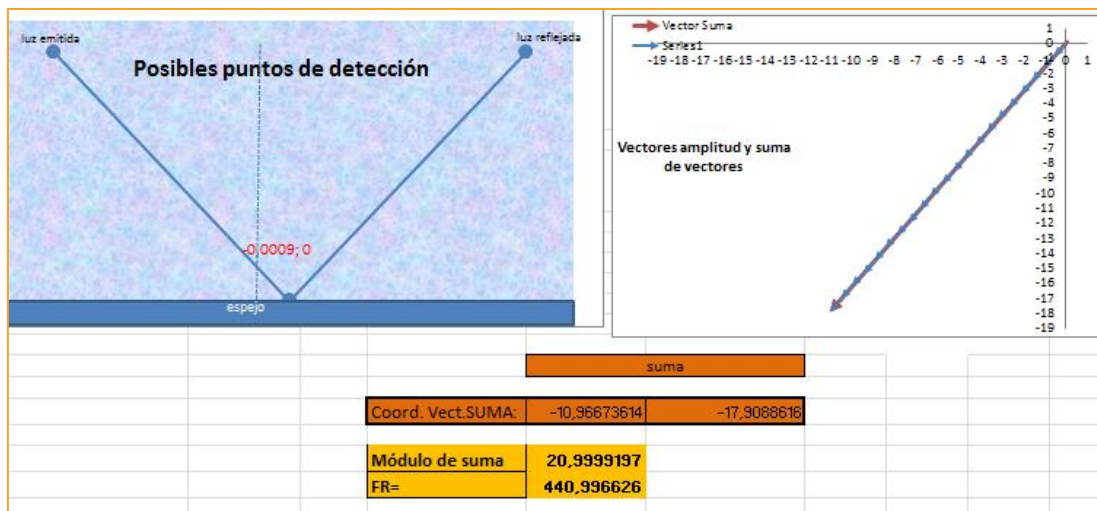


Fig. 11 – Arriba: Tabla de valores generada al ingresar en la planilla de cálculo de la “Simulación Reflexión de la Luz” un conjunto de puntos de detección posibles alrededor del (0;0) que generan el conjunto de caminos posibles, con sus correspondientes ángulos asociados. Abajo: Esquema de la disposición experimental que muestra el último punto seleccionado, la y suma geométrica de los vectores. En la parte inferior de la figura, se presenta el módulo de la suma y frecuencia relativa de ocurrencia del evento que salga de I, y llegue a F, siendo detectada en el punto (0;0).

En este caso, la FR da un valor aproximado de 441, que recién cobra sentido cuando se lo compara con la FR para otros eventos. Resulta

muy útil también el cálculo de las distintas FR ya que ese procedimiento es el que permite establecer la correspondencia entre el camino de tiempo mínimo y el resultado que se obtiene experimentalmente en la experiencia de la reflexión. Al seleccionar otros puntos posibles de detección, como  $P_2 = (0,5 ; 0)$  se obtiene la pantalla de la Fig. 12:

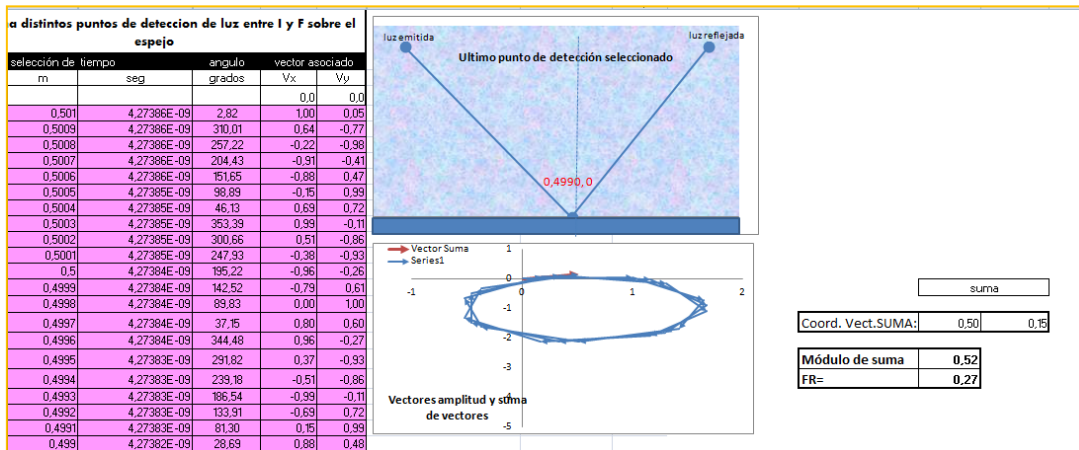


Fig. 12 – Tabla de valores generada al ingresar en la planilla de cálculo de la “Simulación Reflexión de la Luz” un conjunto de puntos de detección posibles alrededor del  $(0,5 ; 0)$  que generan el conjunto de caminos posibles, con sus correspondientes ángulos asociados. También se presenta el esquema de la disposición experimental correspondiente al último valor seleccionado y la suma geométrica de los vectores, módulo de la suma y frecuencia relativa de ocurrencia del evento que salga de I, y llegue a F, siendo detectada en el punto  $(0,5 ; 0)$ .

En este caso, la FR que se obtiene es aproximadamente  $FR=0,27$ . Notar que a medio metro del punto de detección, los vectores no se han cancelado totalmente, y por lo tanto, la probabilidad no será nula. A medida que se seleccionen puntos aún más alejado de  $P_1$ , las FR irán disminuyendo y por lo tanto la probabilidad será progresivamente menor.

A partir de estos cálculos, los estudiantes pueden construir la idea que en este contexto el camino de tiempo mínimo y los de su alrededor son los que contribuyen al cálculo de la probabilidad de detectar luz en el punto medio del espejo, ya que el resto se anula y por lo tanto no contribuye a la suma, de forma análoga al caso simple de emisión y



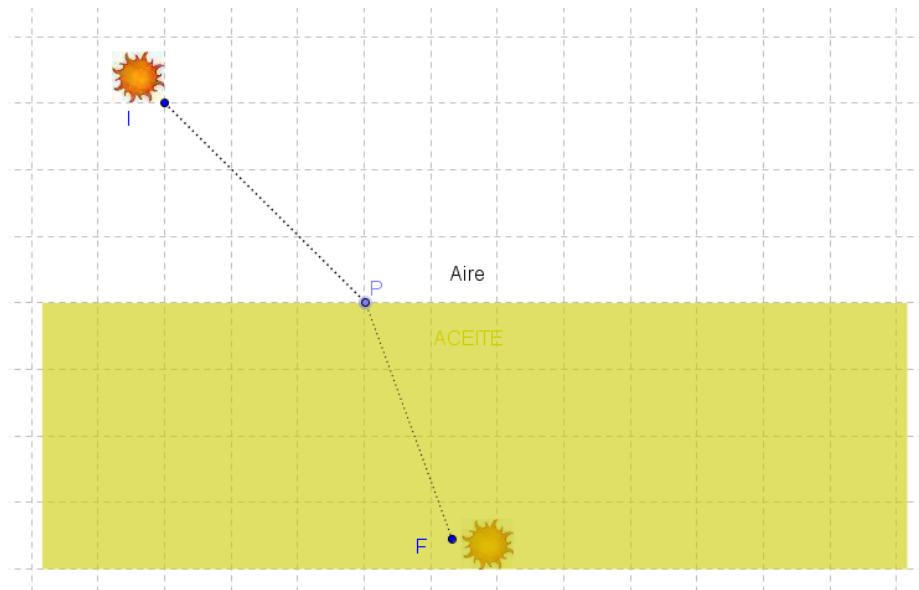
detección de luz. Aquí se presenta la oportunidad de interpretar con los estudiantes que lo que macroscópicamente permite describir el comportamiento de la luz es que la luz sigue una trayectoria rectilínea y que es aquella para el cual el tiempo mínimo (que se observa en el experimento en clase). Sin embargo, desde la mecánica cuántica no se la idea de trayectoria de la luz no tiene sentido porque se trata de predecir probabilidades de detectar luz, por lo cual se establece que puntos de detección que están dentro o fuera del camino de tiempo mínimo tienen probabilidad de ser detectados, predicción que no realiza la óptica geométrica. Ambos modelos (el de la Óptica geométrica y el de la Mecánica Cuántica) tienen sus conceptos propios, y se debe ser cuidadoso en establecer que una es una aproximación de la otra simplemente sin considerar sus rangos de validez, aún cuando se estudie el mismo fenómeno.

La situación siguiente en forma análoga a la anterior, presenta a los estudiantes una planilla de cálculo denominada "Simulación Refracción de la Luz", para que los estudiantes seleccionen distintos puntos entre el punto de partida de la luz y el de llegada, y noten cómo son los ángulos de los vectores asociados a cada uno de ellos, su contribución a la suma y hallen el valor de la amplitud de probabilidad.

### **Situación 8: Comparando probabilidades en la refracción de la luz**

*Apliquemos el modelo CCA para la refracción de la luz y luego analicemos la relación entre el cálculo teórico y lo que se observa al realizar el experimento.*

*a) Calcular la frecuencia de ocurrencia del evento: que salga de I, llegue a F pero que se detecte en cierto punto de la superficie de separación entre los dos medios, como se muestra en el siguiente esquema:*



Como lo establece la técnica, se deben considerar las contribuciones de todos los posibles caminos alternativos para calcular la FR. Analiza mediante la “Simulación Refracción de la Luz” si es posible realizar alguna reducción de los vectores a sumar para calcular la frecuencia de ocurrencia relativa (FR), realizando el cálculo de FR por el punto  $(-0,65 ; 0)$  ya que sabemos que ese es el punto que la luz se refracta.

b) Ahora, selecciona otros dos puntos de detección distintos, y en la planilla de cálculo encuentra los valores de FR correspondientes. Compara estos dos valores con el valor de FR hallado en a)

c) ¿Qué relación hay entre el resultado que predice la mecánica cuántica y el resultado experimental que obtuvimos al hacer pasar la luz desde el aire al aceite?

Aquí se propone que los estudiantes apliquen la noción de camino de tiempo mínimo antes establecida y corroborada para la reflexión, ahora para la refracción. Al completar la tabla de la Simulación “Refracción”, con valores muy cercanos al punto  $(-0,65 ; 0)$  la planilla de cálculo devuelve los cálculos y las imágenes que se muestran en la Fig. 13. En

este caso, este valor es el que resulta de resolver el problema de calcular cuál es el camino que hace la luz que parte de un punto arbitrario (en el caso de la simulación se seleccionó un punto de coordenadas (-2;3)) pasa por la superficie (que en este caso es agua) y llega al punto (1;2) también elegido arbitrariamente). Para resolver este problema, se realizan consideraciones geométricas y se minimiza el tiempo entre emisión y detección de luz con esas condiciones. Este cálculo es posible que no esté disponible para los estudiantes, y por eso se ofrece directamente a los estudiantes, evitando así que prueben “a tientas” cuál es el punto cuya FR es mayor, y que luego corroboren con otros, que resultarán menores.

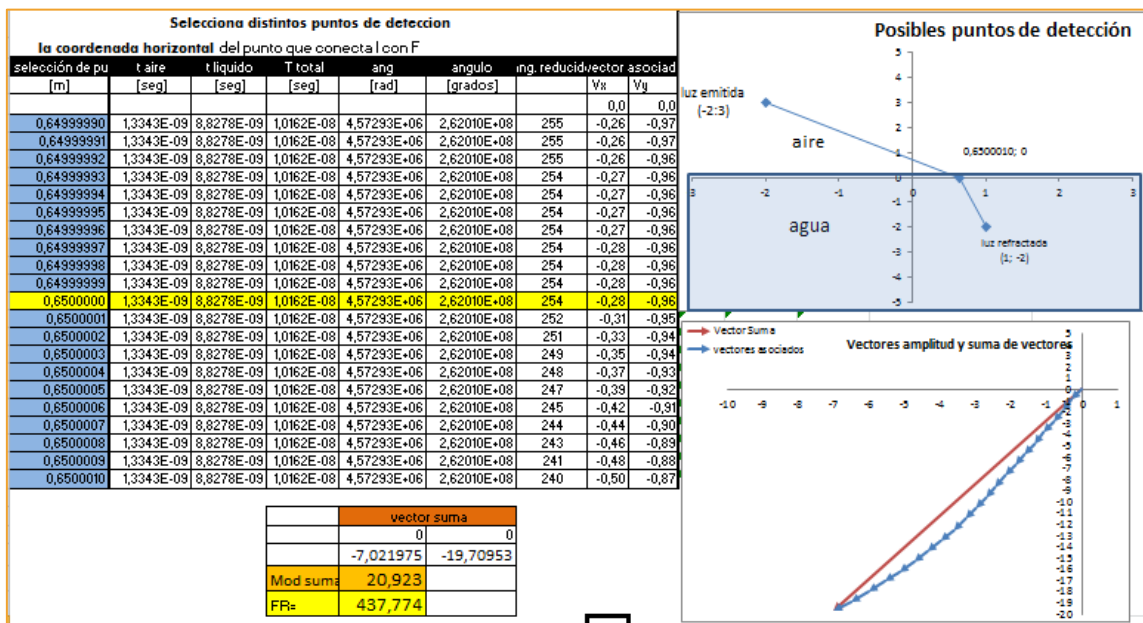


Fig. 13 –Tabla de valores generada al ingresar en la planilla de cálculo de la “Simulación Refracción de la Luz” un conjunto de puntos de detección posibles alrededor del (-0,65;0) que generan el conjunto de caminos posibles, con sus correspondientes ángulos asociados. También se muestra un esquema de la situación con el último punto seleccionado, y el gráfico de la suma de los vectores asociados, el módulo de la suma y frecuencia relativa de ocurrencia del evento que salga de I, y llegue a F, siendo detectada en el punto (-0,65;0), que resulta aproximadamente

$$FR= 437,78$$

Si se prueban con otros puntos distintos, por ejemplo el (0;0) se obtiene una FR menor (FR=10,48) como se presenta en la Fig. 14

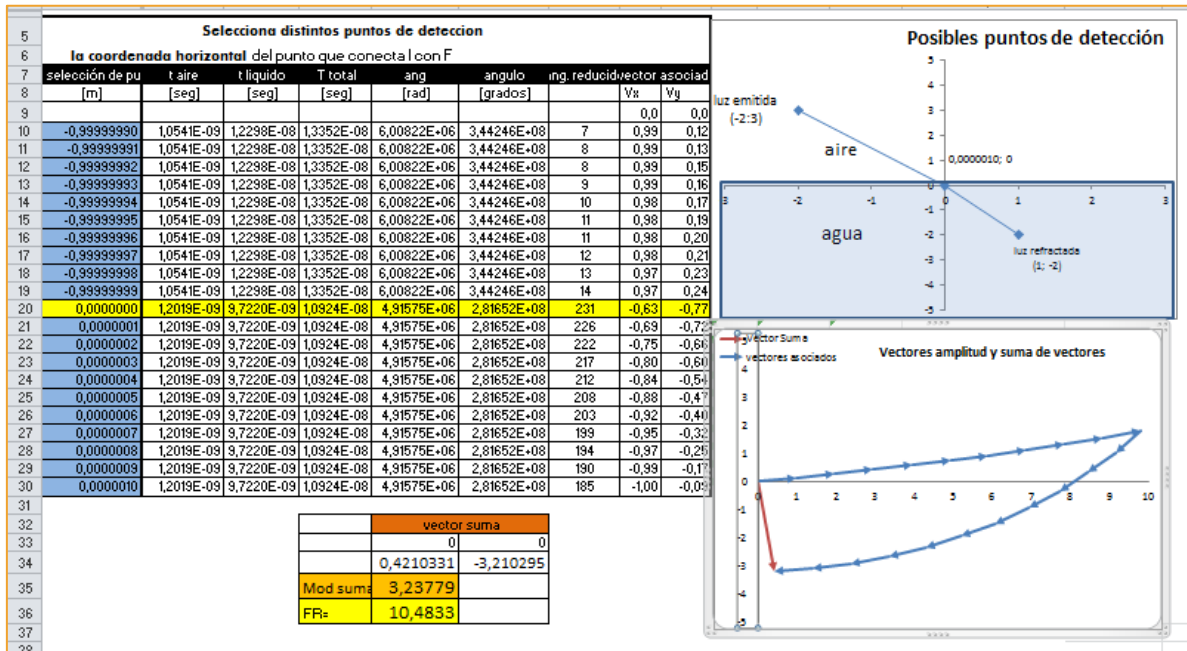


Fig. 14 –Tabla de valores generada al ingresar en la planilla de cálculo de la “Simulación Refracción de la Luz” un conjunto de puntos de detección posibles alrededor del (0;0). También se muestra un esquema de la situación con el último punto seleccionado, y el gráfico de la suma de los vectores Sumas. En este caso se obtiene una FR mucho menor que en el caso de la Fig. 15

En este caso, no se realiza aquí el cálculo de la probabilidad, porque resulta análogo al cálculo de la probabilidad realizado para la reflexión, y lo que se obtiene es que el camino de menor tiempo es el más probable.

Con estas dos últimas situaciones los estudiantes estarían en condiciones de conceptualizar que el camino de tiempo mínimo, al igual que antes, junto con los caminos de alrededor son los que deben ser tenidos en cuenta para el cálculo de la probabilidad del evento de interés. Al abordar la pregunta c) se espera que los estudiantes reconozcan que al igual que en el caso de la reflexión, el camino de tiempo mínimo atraviesa la superficie donde la probabilidad calculada es máxima. En este punto es importante destacar que no siempre es posible

simplificar el problema considerando solo los caminos vecinos del camino de tiempo mínimo, como hemos hecho aquí, por el valor didáctico de estas situaciones. Por ejemplo cuando la luz esta “confinada” no hay caminos cercanos y alejados y por lo tanto esta preponderancia del camino de tiempo mínimo se desvanece.



## Fase 4: La EDR desde la técnica CCA

45  
Fase 4

Esta última fase tiene por objetivo reformular los resultados de la EDR, tanto la realizada en clase como la presentada mediante imágenes, utilizando la CCA, ya que esta experiencia es vertebral en la secuencia.

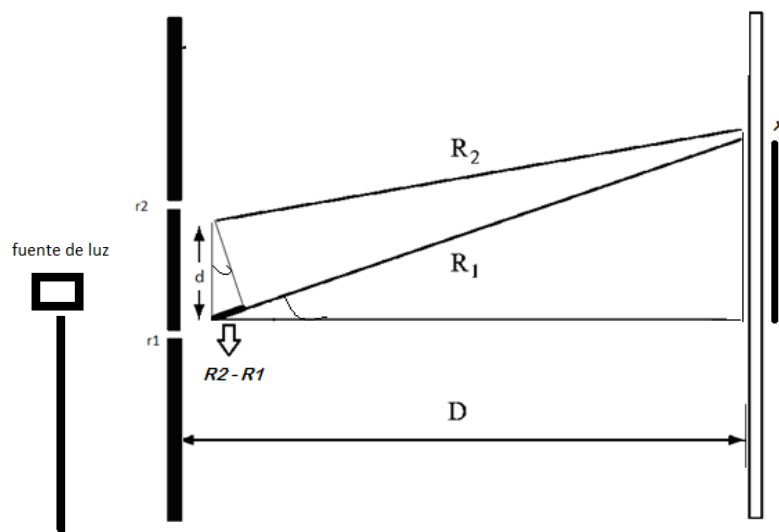
### Situación 9: La técnica CCA aplicada a la EDR

Para que los estudiantes puedan interpretar la deducción de la forma de  $P(x)$ , la secuencia propone que ellos lean y analicen el texto que se encuentra al principio, antes de abordar las preguntas de las situaciones de esta fase. Se plantea esta situación para que los estudiantes analicen las características de la función de probabilidad recién hallada, para luego, establecer relaciones con los resultados experimentales. Esta situación requiere que los estudiantes conozcan y apliquen nociones relacionadas con las funciones trigonométricas previas, así como forma de una función armónica, ceros, máximos y mínimos.

### Situación 9: La técnica CCA aplicada a la EDR

*Analizamos la experiencia de la doble rendija, considerando las **detecciones individuales** de la luz. Recordemos que al principio las detecciones de la luz parecían ser aleatorias, es decir no se notaba en la pantalla ninguna formación en particular, pero al pasar el tiempo, se comenzaba a notar una distribución, donde había lugares con gran cantidad de detecciones, y lugares donde no había, o había muy pocas, detecciones*

de luz. Nos preguntamos ahora ¿Cómo calcular la probabilidad de detectar la luz para cada lugar de la pantalla? La teoría indica que debemos utilizar para ello la técnica de Considerar los Caminos Alternativos de la Mecánica Cuántica. A continuación se presenta un esquema de la experiencia, para poder analizar la cuestión de cómo determinar la probabilidad de detectar luz en determinado lugar de la pantalla, a cierta distancia, digamos  $x$ , del centro de la pantalla.



Sabemos, de la primera vez que calculamos la técnica para el caso más simple (luz que es detectada en un punto final  $F$  habiendo sido emitida en un punto inicial  $I$ ) que los vectores que entran en consideración de la probabilidad, son los vectores identificados con el camino directo y un conjunto finito de vectores asociados a los caminos cercanos, digamos “ $N$ ”. Es decir, en el cálculo de la probabilidad habrá que considerar  $N$  veces el vector cuyo ángulo es proporcional al tiempo mínimo, al cuadrado:

$$\overrightarrow{V_1(r_1 \rightarrow x)} = N (1; k \cdot t_{min})$$

Recordemos que “k” es una constante de proporcionalidad que depende del color de la luz y del medio en el que la luz se propaga. Como en este caso se trata de aire, la constante solo depende del color de la luz.

También es posible anotar este vector utilizando la notación de coordenadas:

$$\overrightarrow{V_1(r_1 \rightarrow x)} = N ((\cos k \cdot t_1); \text{sen}(k \cdot t_1))$$

Para la otra rendija, en forma análoga tenemos que

$$\overrightarrow{V_2(r_2 \rightarrow x)} = N ( (\cos(k \cdot t_2)); \text{sen}((k \cdot t_2)) )$$

Ahora, debemos hacer la suma de los dos vectores,

$$\overrightarrow{\text{Vector suma}(x)} = \overrightarrow{V_1(r_1 \rightarrow x)} + \overrightarrow{V_2(r_2 \rightarrow x)}$$

$$= N ( (\cos(k \cdot t_1)); \text{sen}((k \cdot t_1))) + N ( (\cos(k \cdot t_2)); \text{sen}((k \cdot t_2))) )$$

Realizando en forma analítica la suma de los vectores, y luego elevando el resultado al cuadrado, se obtiene la siguiente expresión para la probabilidad de detección en determinado lugar x del centro de la pantalla:

$$P(x) \approx \cos^2\left(\frac{kt_2 - kt_1}{2}\right)$$

Para expresar la probabilidad en función de la geometría de la situación, reemplacemos al tiempo por la distancia sobre la velocidad (aquí es c la velocidad de la luz) para cada caso:  $t_2 = R_2 / c$  y  $t_1 = R_1 / c$ . Por lo tanto,

$$kt_2 - kt_1 = R_2 / c - R_1 / c = (R_2 - R_1) / c \text{ (ver esquema de la experiencia)}$$



Entonces, la expresión final queda:

$$P(x) \approx \cos^2\left(\frac{R_2 - R_1}{2c}\right)$$

Podemos realizar aún más consideraciones geométricas para expresar la diferencia de caminos  $R_2 - R_1$  en términos de la distancia entre las rendijas ( $d$ ) o la distancia a la pantalla de detección  $D$ , y suponemos que  $D \gg d$ :

Como los triángulos son semejantes, tenemos que

$$\frac{R_2 - R_1}{d} = \frac{x}{D} \text{ entonces,}$$

$$R_2 - R_1 = \frac{x}{D} d$$

Reemplazando esto en la ecuación de  $P(x)$  llegamos a la expresión:

$$P(x) \approx \cos^2\left(\frac{kd x}{2cD}\right)$$

Esta es la expresión matemática **aproximada** de la probabilidad de detectar luz a una distancia  $x$  del centro de la pantalla, que predice la técnica de Considerar Caminos Alternativos. Debemos analizar si esta predicción es acorde a lo que obtuvimos al realizar la experiencia en clase.

Grafica la última expresión obtenida para la función  $P(x)$ , y describe cómo varía la probabilidad según la distancia al centro de la pantalla,  $x$ . Aproxima los valores experimentales para  $D$  (distancia desde las rendijas hasta la pared) y  $d$  (distancia entre rendijas) y el valor de la constante de proporcionalidad  $k$ , que corresponde al color del láser rojo es  $k = 430 \cdot 10^{12} (\text{s}^{-1})$

Por ejemplo  $D=3000\text{mm}$ ,  $d=3\text{mm}$ , y se considera  $c=3\cdot 10^{11}\text{ mm/s}$ , y  $k=430\cdot 10^{12}\text{s}^{-1}$ , se obtiene un gráfico para  $P(x)$  como se muestra en la Fig. 14, en donde los valores máximos y mínimos coinciden con los resultados obtenidos en la experiencia en el aula, donde la separación entre máximos y mínimos es del orden del milímetro:

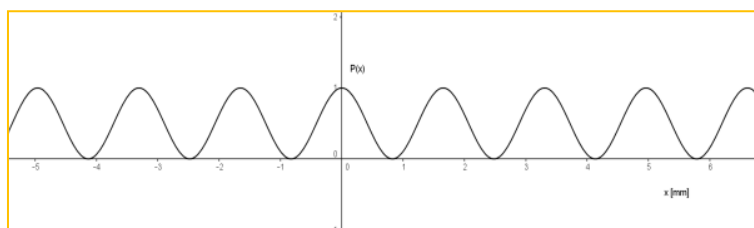


Fig. 14 – Gráfico de  $P(x)$  que se obtiene a partir de la expresión obtenida al aplicar la técnica CCA para el caso de la EDR.

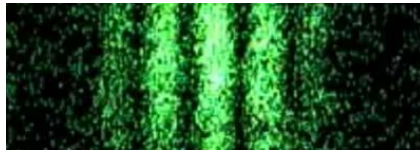
A partir del reconocimiento de las características de esta función, se espera que los estudiantes puedan interpretarla según lo que representa: por un lado, que la función sólo toma valores positivos, lo cual es acorde con cada valor que puede tomar la probabilidad, y por otro lado, que la función toma valores máximos y mínimos en forma periódica. Asimismo, que ellos noten que un máximo en la función se corresponde con la probabilidad máxima, mientras que un mínimo en la función se corresponde con la probabilidad nula.

### **Situación 10: Interpretación de los resultados de las dos EDR desde la Teoría Cuántica**

Para que los estudiantes establezcan la correspondencia entre los máximos y mínimos de probabilidad graficada en la **Situación 9**, tanto con los resultados de la EDR que muestra las detecciones individuales, como con las franjas de luz, se plantea la siguiente situación:

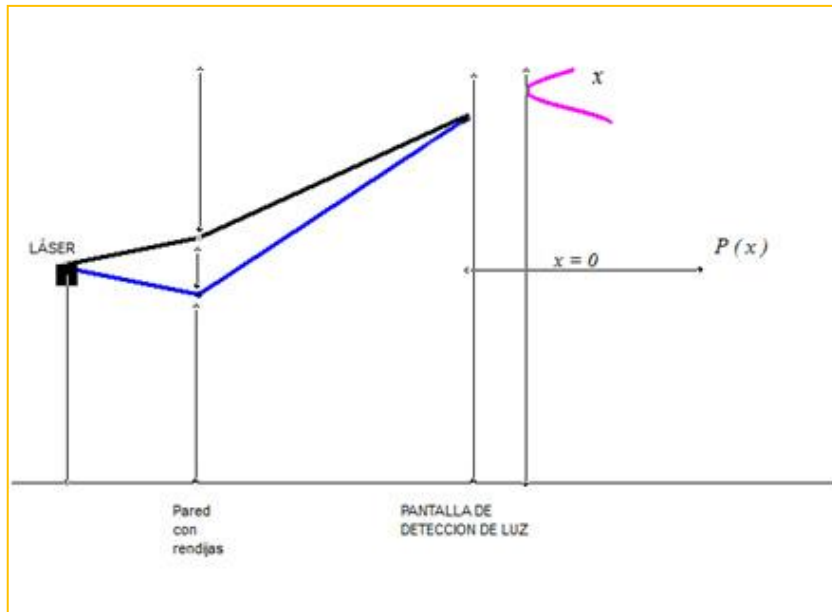
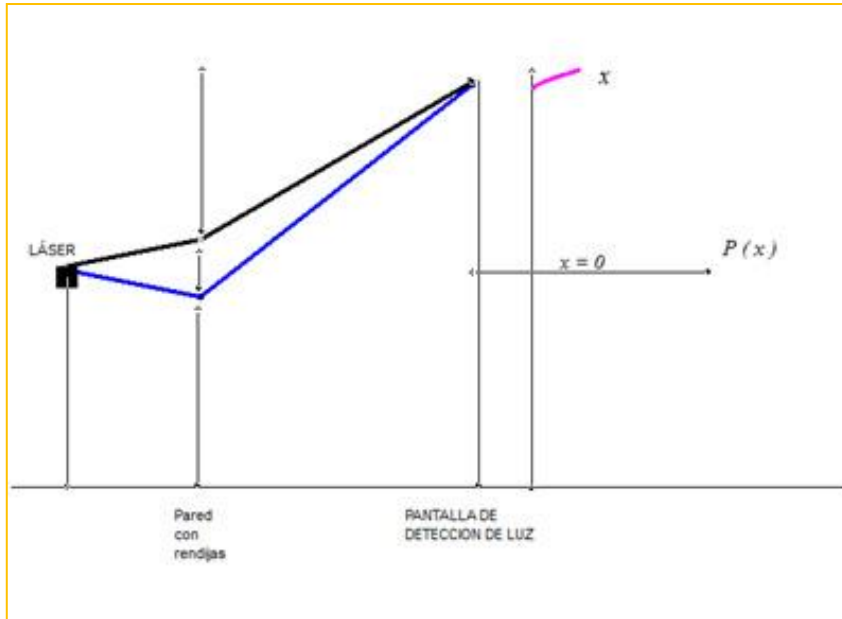
## Situación 10: Interpretación de los resultados de las dos EDR desde la Teoría Cuántica

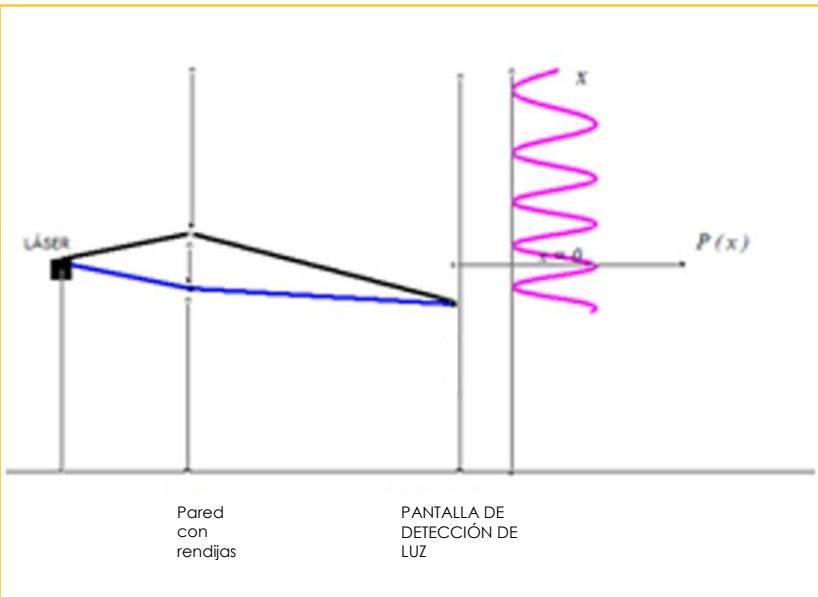
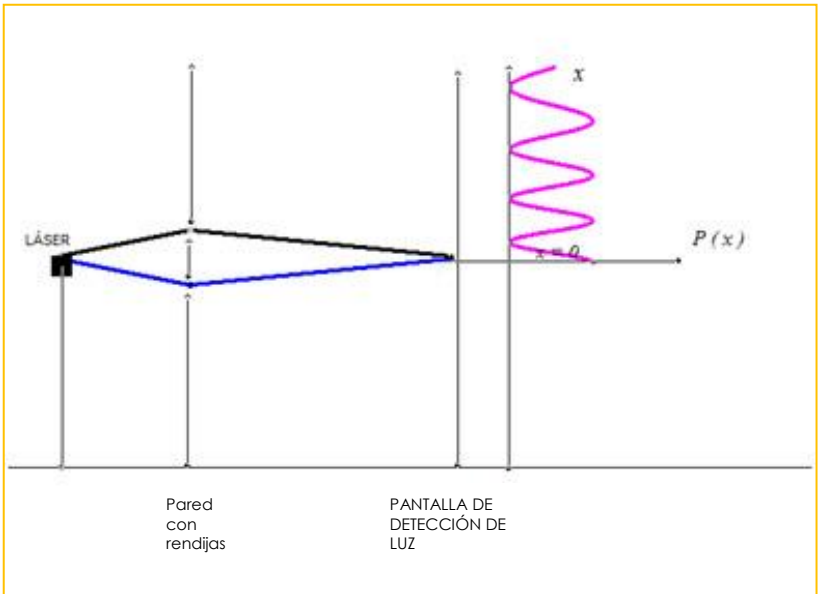
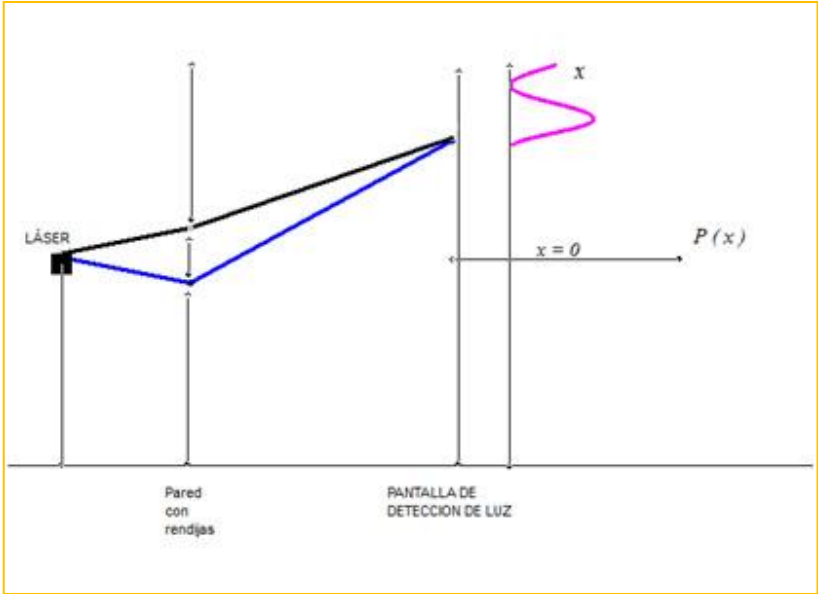
a) Establece la correspondencia entre los valores máximos y mínimos de la función  $P(x)$  que dibujaste recién, con las dos EDR analizadas.



b) Comenta en qué se parecen y en qué se diferencian los resultados experimentales de ambas imágenes.

c) En cada uno de los esquemas siguientes se muestran los dos caminos directos de ir desde cada rendija a un cierto punto de la pantalla, dado que ya sabemos que son éstos los que principalmente contribuirán a la suma, y despreciaremos el efecto de sus vecinos más próximos. ¿Cómo deberían ser en cada caso sus correspondientes vectores asociados para que se corresponda con el valor de  $P(x)$ ? Grafica ambos vectores, el vector suma y explicita la construcción en términos de probabilidad de detección de luz.





En el ítem a) se espera que los estudiantes construyan la idea que un máximo en la función de probabilidad indica una probabilidad máxima de detección de luz en ese lugar de la pantalla. Por el contrario, un mínimo en la función de probabilidad indica que en ese lugar la probabilidad de obtener detecciones de luz es mínima, es decir, se trata de una franja de oscuridad.

El ítem b) se propone para que los estudiantes identifiquen que en cada lugar de la pantalla de detección de la EDR (ya sea la realizada en el aula o la analizada mediante imágenes) la probabilidad se obtiene principalmente con el aporte de dos vectores asociados a los **dos caminos principales** para la luz (que unen cada rendija con el punto de detección  $x$ ). En la Fig. 15 se presentan dos puntos particulares, que son aquellos lugares donde los vectores están en oposición de fase y en fase respectivamente a la izquierda y derecha de la Figura 15.

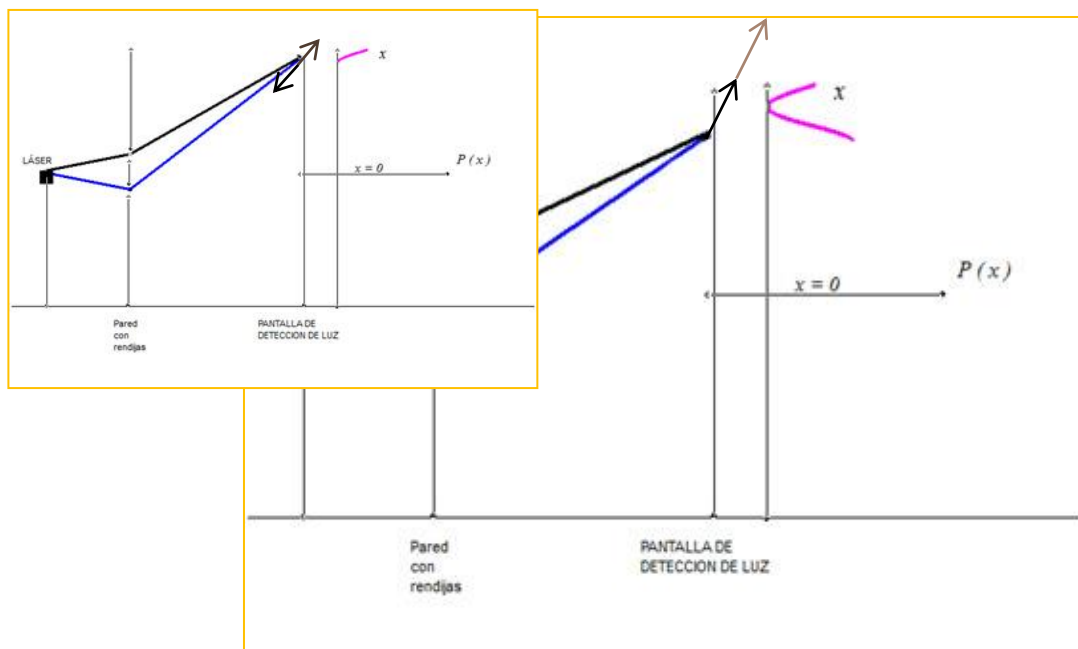


Fig. 15: Esquema de la EDR, con los dos caminos principales, sus vectores asociados y la función  $P(x)$

Los estudiantes deben notar que en aquellos lugares donde la suma de los dos vectores se anula, porque tienen la misma dirección y sentido opuesto, la función  $P(x)$  tiene un mínimo, y por el contrario, cuando la suma resulta máxima debido a que los vectores se encuentran colineales, la función tiene un máximo. La idea es dar un sustento geométrico a la fórmula de probabilidad encontrada antes.

54

Fase 4

### **Situación 11: Síntesis**

Elabora en forma personal, una síntesis señalando en qué medida la teoría cuántica, mediante la técnica CCA, predice los resultados experimentales de los cinco casos considerados para el comportamiento de la luz.



### 3- Bibliografía

ARLEGO, M, FANARO, M y OTERO M. R.(2012) Teaching different aspects of light in the unified framework of quantum mechanics. In [Proceedings of The World Conference on Physics Education 2012](#) pp.795-799

FANARO, M y OTERO M.R y ELGUE M. (2014) *Implementation of a proposal to teach quantum mechanics concepts from the Multiple Paths of Feynman applied to the light*, [Proceedings of GIREP-MPTL International Conference on Teaching/Learning Physics: Integrating Research into Practice](#). Pp.225-232

FANARO, M ; ARLEGO, M, y OTERO M.R.(2014) *The double slit experience with light from Feynman´s Sum of Multiple Paths viewpoint* [REVISTA BRASILEIRA DE ENSINO DE FÍSICA Sociedade Brasileira de Física. v. 36, n. 2 pp. 2308-1 a 2308-7](#)

FANARO, M y OTERO M.R y ELGUE M. (2016) *Secuencia para enseñar conceptos acerca de la luz desde el enfoque de Feynman para la Mecánica Cuántica en la Escuela Secundaria: un análisis basado en la teoría de los campos conceptuales*. Cad. Bras. Ens. Fís., v 3 num 2.

FEYNMAN, R (1985) *QED The strange theory of light and matter*. Penguin Books. Princeton University Press, USA, 158p

VERGNAUD, G. (1990) *La teoría de los campos conceptuales*. *Recherches en Didáctique des Mathematiques*, Vol. 10, 2, 3.

VERGNAUD, G. (1994) (coord). *Aprendizajes y didácticas: ¿Qué hay de nuevo?* Edicial, Buenos Aires.