

# ACTAS DE LAS VII JORNADAS DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Sara Scaglia  
Fabiana Kiener  
Marcela Götte

—

COMPILADORAS



UNL • FACULTAD  
DE HUMANIDADES  
Y CIENCIAS

**Actas de las VII Jornadas de  
Educación Matemática y IV  
Jornadas de Investigación en  
Educación Matemática**

Universidad Nacional del Litoral

Actas de las VII Jornadas de Educación Matemática y IV Jornadas de Investigación en Educación Matemática / compilado por Sara Scaglia ; Fabiana Kiener ; Marcela Götte. - 1a ed. - Santa Fe : Universidad Nacional del Litoral, 2021.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-692-266-1

1. Matemática. 2. Didáctica. I. Scaglia, Sara, comp. II. Kiener, Fabiana, comp. III. Götte, Marcela, comp. IV. Título.

CDD 510.711

## **Autoridades**

Rector UNL

Enrique Mammarella

Decana FHUC

Laura Tarabella

Vicedecano FHUC

Daniel Comba

Departamento de Matemática

Directora: Sara Scaglia

Junta Departamental

Silvia Bernardis, Liliana Tauber y Karina Temperini

Carrera de Matemática

Directora: Yanina Redondo

Comité Evaluador

Silvia Bernardis, Ana Bressan, Claudia Broitman, Flavia Buffarini, Gabriela Pilar Cabrera, Lilian Cadoche, Elena Carrera, Patricia Cavatorta, Eleonora Cerati, Mariela Cravero, María Florencia Cruz, María Susana Dal Maso, Betina Duarte, Cristina Esteley, Silvia Etchegaray, Edith Gorostegui, Marcela Götte, Lorena Guglielmone, Fabiana Kiener, Cecilia Laspina, Mabel Lisera, Adriana Magallanes, Ana María Mántica, María Elena Markiewicz, Elda Micheli, Virginia Montoro, Liliana Nitti, Adriana Pérez, Marcel Pochulu, Yanina Redondo, Mabel Rodríguez, Silvana Santellán, Gladis Saucedo, Sara Scaglia, Carmen Sessa, Natalia Sgreccia, Juan José Sosa, Liliana Tauber, Karina Temperini y Mónica Villarreal.

Comité Organizador

Silvia Bernardis, Patricia Cavatorta, Eleonora Cerati, María Florencia Cruz, Marcela Götte, Fabiana Kiener, Natalia Martínez, Yanina Redondo, Silvana Santellán, Sara Scaglia, Berardino Santirocco, Liliana Tauber, Karina Temperini y María Amelia Vignatti.

## Agradecimientos

Expresamos nuestro profundo agradecimiento a:

- la Facultad de Humanidades y Ciencias, y en particular, a su equipo de gestión, que nos permitió llevar a cabo este proyecto en estos momentos complejos y signados por la incertidumbre.
- el equipo editorial de la Facultad de Humanidades y Ciencias, por su apoyo incondicional y por la atención a cada uno de nuestros requerimientos.
- las/los docentes del Departamento de Matemática de la Facultad de Humanidades Ciencias, por acompañar y apoyar cada una de las decisiones vinculadas con la realización de este evento. En particular, a las/los colegas integrantes del Comité Organizador de estas Jornadas, que desde mediados de 2019 se pusieron sobre sus hombros la enorme tarea de darle forma y contenido.
- las/los profesores que dispusieron de su tiempo, atención y sabiduría para coordinar las mesas de trabajo y para llevar adelante las propuestas de capacitación (cursos y talleres) que forman parte de esta edición.
- las y los especialistas en educación matemática de nuestro país, que edición tras edición colaboran en la esencial tarea de evaluar las contribuciones de las/los expositores.
- las especialistas que nos honran al aceptar nuestra invitación para compartir sus reflexiones, experiencias y conocimientos: Patricia Sadovsky, Cristina Esteley, Patricia Konic, Andrea Novembre y Gabriela Pilar Cabrera.
- colegas y estudiantes que participan con sus producciones, apostando a esta instancia de encuentro e intercambio que procuramos generar en cada edición.
- colegas y estudiantes asistentes a las Jornadas, que una vez más confían en nuestro trabajo y lo expresan con su comprometida participación en cada uno de los espacios propuestos en el marco de las Jornadas.

# Índice

## Presentación

### RESÚMENES DE PARTICIPACIONES PLENARIAS

Conferencia inaugural

**La enseñanza en tiempos de excepción: una cita ineludible con (la reconstrucción de) la experiencia de maestrxs y profesorxs**

*Patricia Sadovsky*

Conferencia de cierre

**Trabajos colaborativos que involucran a profesores en matemática.**

**Múltiples facetas**

*Cristina Esteley*

Panel

**Tecnologías digitales en educación matemática**

*Patricia Konic, Andrea Novembre y Gabriela Pilar Cabrera*

### PONENCIAS

#### **Eje 1. Educación matemática en el nivel inicial y en el nivel primario**

*Reportes de investigación*

**1. Concepciones de futuros maestros en relación con el significado de la fracción en contexto de proporcionalidad**

*María Laura Imvinkelried, Graciela Chemello y Silvia Bernardis*

**2. Significados y sentidos en el estudio de relaciones entre variables en séptimo grado de la educación primaria**

*Fabiana Kiener, Sara Scaglia y Liliana Nitti*

*Reflexiones y experiencias para el aula*

**3. Reflexión en torno a una propuesta de capacitación con maestros de aulas de plurigrado acerca de la enseñanza de la geometría**

*María Laura Imwinkelried y Cecilia Laspina*

**4. Tablas, Discos y Mapas. Posibles representaciones de las tablas de multiplicar**

*Arnaldo Arias y Clidia Rigesti*

**Eje 2. Educación matemática en el nivel secundario**

*Reportes de investigación*

**5. Análisis de la organización matemática estudiada en torno a la geometría plana en la escuela secundaria: estudio de un caso**

*María de la Trinidad Quijano y Ana Rosa Corica*

**6. Análisis didáctico de textos escolares del secundario sobre los objetos matemáticos aleatoriedad y probabilidad**

*Mario Alvarez, Gabriela Pilar Cabrera y Marcel Pochulu*

**7. Números enteros negativos: condiciones de posibilidad para su transmisión**

*Daniela Emmanuele, Florencia Justo y Evelin Ponzoni*

**8. Registros de representación de funciones. Análisis de un texto escolar**

*Jimena Fernández y Silvia Bernardis*

**9. Trayectoria longitudinal para la iniciación a las ecuaciones**

*Micaela Mazzola y Silvia Bernardis*

*Reflexiones y experiencias para el aula*

**10. Modelización de funciones mediante una experiencia con recipientes**

*Natalia Jontor, María Angélica Zurbriggen e Isabel Zurbriggen*

**11. Problemáticas de la enseñanza de la geometría en el nivel secundario**

*Fabiana María Elizabeth Faviere, Shirley Florencia Guillaza y Flavia Ramírez*

**12. Taller itinerante: Geometría, manipular para aprender**

*Natalia Dallia, Carina Maumary, María Eugenia Maumary y María Alejandra Santarrone*

**Eje 3. El uso de tecnologías en el aula de matemática**

*Reportes de investigación*

**13. El celular como recurso para el planteo de problemas en el aula de matemática**

*María Florencia Cruz, Ana María Mántica y Luján Álvarez*

**14. GeoGebra como mediador en la construcción de aspectos relevantes de la definición conceptual de simetría axial**

*Patricia Cavatorta y María Angélica Zurbriggen*

**15. Propiedades empleadas, deducidas y reconocidas en una construcción. El caso del rombo**

*Magali Freyre y Ana María Mántica*

**16. Resultados sobre el desarrollo de habilidades matemáticas sobre el concepto de derivada**

*Betina Williner, Adriana Favieri y Roxana Scorzo*

*Reflexiones y experiencias para el aula*

**17. Algunas experiencias de inclusión de tecnologías digitales para la enseñanza de la matemática en la formación de docentes de primaria**

*Valeria Lourdes García, Claudia Malik de Tchara y Natacha Gladys Martínez*

**18. Criterio de la derivada primera: visualización y elaboración de conjeturas en una clase mediada por TIC**

*Fabiana Montenegro y Carlos Fernández*

**19. El uso de *Geogebra* en la formulación y validación de conjeturas**

*Micaela Mazzola, Ma. Eugenia Cammisi y Cintia Hurani*

**20. El uso de tecnologías digitales en Análisis Matemático I**

*Romina Ferrando y Silvina Suau*

**21. Enriqueciendo los procesos de aprendizaje en probabilidad y estadística a través de autoevaluaciones en Moodle**

*Diana Raquel Kohan y Marisa Battisti*

**Eje 4. Educación matemática en la formación de profesores de matemática**

*Reportes de investigación*

**22. Caracterización del modelo epistemológico dominante en torno a la divisibilidad en los libros de texto escolares**

*Mayra Muñoz Venegas, Federico Olivero y María Laura Santori*

**23. Discusiones en torno a la existencia del límite puntual a través de consignas con potencial matemático rico**

*Patricia Cavatorta, Bibiana Iaffei, Agustina Ramos y Mariana Rodríguez*

**24. Formación en la práctica profesional docente. Un recorrido por algunas universidades nacionales**

*Florencia González, Lucía Schaefer y Natalia Sgreccia*

**25. Un espacio de estudio de herramientas de análisis didáctico-matemático para contribuir a la formación del profesor**

*María Elena Markiewicz, Bettina Aylén Milanesio y Silvia C. Etchegaray*

*Reflexiones y experiencias para el aula*

**26. Producción de material con la plataforma moodle para clases de matemática en educación superior. El caso de la FCEIA, UNR**

*Natalia Landaluce, Valeria Donato y Leticia Peralta*

**27. Reflexiones didáctico-matemáticas en torno a la desigualdad triangular**

*Jorge Ezequiel Almirón y Gustavo Fernandez Lezcano*

**28. Representación gráfica de funciones afines en un sistema de ejes paralelos**

*Fabian Espinoza e Itatí Sosa*

**29. Un espacio de producción compartido como posibilidad para construir “con sentido” y resignificar herramientas didácticas**

*Dayana Canale, Eugenia Ferrocchio, Claudina Canter, Marianela Sosa y Silvia Etchegaray*

**Eje 5. Educación matemática en carreras no matemáticas**

*Reflexiones y experiencias para el aula*

**30. Gamificar la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería: una propuesta innovadora**

*Mario Garelik*

**31. Implementación de una experiencia sobre la definición de transformación lineal en una clase mediada por TIC desde APOE**

*Fabiana Montenegro, Alejandra Gagliardo Alejandra y Lorena Podevils*

**32. La matemática en el proceso de diseño**

*Pamela M. Demartini, Ma. Soledad Fritz, Ma. Graciela Imbach, Sandra F. Kernot, Paula A. Ricardi y Ma. Victoria Vuizot*

**33. Matemática en contextos. Una propuesta innovadora**

*Cristina Rogiano, Gabriela Roldán y Claudia Zanabria*

**34. Modelos dinámicos discretos de población: aportes para el aula universitaria desde las TIC**

*Ignacio Martínez, Stella Vaira y Gisela Mazzieri*

## **Eje 6. Educación estadística**

*Reportes de investigación*

### **35. Población estadística. Una idea fundamental en la inferencia estadística paramétrica**

*María Alejandra Santarrone y Roberto Meyer*

*Reflexiones y experiencias para el aula*

### **36. Generación de ideas estocásticas fundamentales a través de una propuesta didáctica mediada por simuladores**

*Micaela Mazzola, Ma. Eugenia Cammisi y Cintia Hurani*

## **PÓSTERES**

### **37. Las razones de ser del análisis combinatorio en la formación del profesor de matemática**

*Cristian Heinzen*

### **38. La vinculación de futuros profesores de matemática con recursos tecnológicos en el estudio de conceptos matemáticos**

*Tamara Nair Sola*

## **CURSOS Y TALLERES**

### **39. Big data: cálculo matricial al poder**

*Liliana Forzani, Berardino Santirocco y Oscar Vallejos*

### **40. Circunferencias, superficies esféricas... ¿dónde estoy?**

*María Susana Dal Maso y Marcela Götte*

### **41. Algebrización progresiva**

*Silvia Bernardis, Cecilia Laspina y Micaela Mazzola*

**42. ¿Cómo poner en juego los diferentes significados de probabilidad en el aula de matemática?**

*María Florencia Cruz y Karina Temperini*

**43. El juego en matemática como recurso de enseñanza en el nivel primario y ciclo básico del nivel secundario**

*Cecilia Laspina y María Laura Imvinkelried*

**44. MATEMATIC**

*Fabiana Kiener, Natalia Martínez, Patricia Ramírez y María Amelia Vignatti*

**45. Construcción del sentido estadístico a partir de datos e información en la web**

*Liliana Tauber, Yanina Redondo, Mariela Cravero y Silvana Santellán*

**46. Una experiencia para explorar enlaces matemáticos**

*Sara Scaglia y María Florencia Cruz*

**Concurso de Fotografía: La Matemática está en todas partes**

**Mathematical Nature**

*Camila Chesa*

**Galaxia hexagonal embotellada**

*Luján Michelle Funes*

**Habitando el espacio-tiempo**

*Alondra Furlán*

**Medias Naranjas**

*María Luz Sandobal*

**Rombos Tejidos**

*Valentina Paglia*

## **Simetrías matemáticas en los animales**

*Paulina Rustre*

## **El caracol y su reflejo**

*Valentina Arenales*

## **La esfera perdida**

*Agostina Cavallero*

## **La ruleta de los ángulos**

*Máximo Varayoud*

## **La espiral del carpintero**

*Nicolás Buttaro*

## **El tríptico del pez**

*Lorenzo Imhoff*

## **¿Subís o bajás?**

*Matias Bustaber*

## **¿En dónde se encuentran las matemáticas?**

*Brisa Osuna*

## **Fillmore-Cars**

*Lautaro Destefani*

## **Naturaleza geometría**

*Miranda Godoy*

## **El reflejo de una flor**

*Victor Hugo Schreier*

## **Las margaritas**

*Valentina Tévez*

**Reglamentariamente imposible**

*Celeste Córdoba*

**Tranquera De Thales**

*Luz Vergara*

**Las cuatro caras del triángulo**

*Paula Córdoba*

**The perfect angle**

*Virginia Milanesio*

**El atrapacuadrilateros**

*Magali Heit*

**Triángulos al viento**

*Micaela Colomba*

**Ritmo sucesivo de una imagen a través de la matemática**

*Santiago Camacho*

**Geometría viva**

*Guillermina Puigjane*

**Un conjunto de figuras en el arte**

*Azul Godoy*

**Revolucionada pequeñez**

*Valentino Román Brusa*

# **Análisis de la organización matemática estudiada en torno a la geometría plana en la escuela secundaria: estudio de un caso**

MARÍA DE LA TRINIDAD QUIJANO

mquijano@unrn.edu.ar

Universidad Nacional de Río Negro. Universidad Nacional del Comahue. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología

ANA ROSA CORICA

acorica@exa.unicen.edu.ar

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

## **Resumen**

Este trabajo se centra en el estudio de la geometría en la escuela secundaria. Recientes investigaciones manifiestan la pérdida de presencia de la geometría en el aula de matemática en este nivel y su estudio con poco sentido. Con la Teoría Antropológica de lo Didáctico como marco referencial, se presenta un estudio de caso, en que se caracteriza la organización matemática estudiada en relación a la geometría plana. Mediante la descripción y el análisis de carpetas de estudiantes de tercer año de una escuela secundaria de la ciudad de San Carlos de Bariloche, provincia de Río Negro, Argentina, se reconstruyó el saber que se estudió en el aula, y las decisiones matemáticas y didácticas que el docente realizó para el estudio de la geometría plana. Particularmente, se centra la atención en describir los componentes praxeológicos de las tareas que se propusieron estudiar. Los principales resultados señalan que el estudio de la geometría plana está vinculado a otras áreas de la matemática, como el álgebra o la aritmética. Además, las tareas presentes están encerradas en la matemática y son resueltas a través de una única técnica, siendo el entorno tecnológico-teórico presentado como un saber técnico para resolver problemas y no como elemento que justifica el hacer de la tarea.

## Introducción

Este reporte de investigación forma parte de una investigación más amplia que se ubica en la problemática del estudio de la geometría en la escuela secundaria. La geometría favorece el trabajo propio de la actividad matemática así como en otras ciencias, permite aumentar el conocimiento del espacio y es una fuente de modelos de las situaciones problemáticas de la vida cotidiana; promueve en los estudiantes la visualización, la comunicación, el pensamiento crítico, la intuición y el razonamiento inductivo y deductivo, entre otros. Es evidente su potencialidad en diferentes campos de aplicación (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006; Barrantes y Balletbo, 2012, Barrantes, Balletbo y Fernandez, 2014; Bressan, Bogisic y Crego, 2000). Sin embargo, pese a la presencia de la misma en los distintos diseños curriculares actuales de escuela secundaria, diversos investigadores ponen de manifiesto la pérdida de presencia de la geometría en el aula de matemática y el estudio con poco sentido de lo que se propone enseñar (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006; Gascón, 2003; Itzcovich, 2005; Olivero, Bosch y Gascón, 2017; Rojas y Sierra, 2018). Entre las razones de la pérdida de presencia de la geometría, tanto en la escuela como en la formación docente, Itzcovich (2005) señala la dificultad de los docentes en encontrar problemas que representen verdaderos desafíos; la poca claridad en el sentido que adquieren los conocimientos geométricos en los diferentes diseños curriculares; la decisión docente de dejar de lado el tema por falta de tiempo, priorizando otros como álgebra, aritmética o funciones.

Este trabajo forma parte de una investigación en la que uno de sus objetivos es caracterizar las organizaciones matemáticas en torno a la geometría plana que se estudian en la escuela secundaria de la provincia de Río Negro, Argentina. Para ello, se seleccionaron cinco docentes que se desempeñan en los primeros cuatro años de escuela secundaria, de tres establecimientos educativos de la ciudad de San Carlos de Bariloche (uno de gestión pública, uno de gestión social y uno de gestión privada). En esta oportunidad, se presenta un estudio de caso, adoptando como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2013a, 2017). Particularmente se describe y analiza el material provisto por uno de esos docentes, que se desempeña en tercer año de escuela secundaria de gestión social. Se propone reconstruir el saber que se estudió en el aula, y conocer las decisiones matemáticas y didácticas que el docente realizó en cada institución para el estudio de la geometría plana.

## Marco teórico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999, 2013a, 2017), considera como objeto de estudio e investigación, no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en las instituciones de enseñanza como saber enseñado.

En la TAD se admite que toda actividad humana regularmente realizada puede ser descrita con un modelo único, denominado *praxeología*, que consta de dos niveles: i) El nivel de la *praxis* o del *saber hacer* que engloba, por un lado, un cierto *tipo de tareas* y cuestiones que se estudian, y por otro, las *técnicas* para resolverlos; ii) El nivel del *logos* o del *saber*, que reúne los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, esto es, la *tecnología*. Un segundo nivel de descripción, explicación, justificación (esto es, el nivel *tecnología de la tecnología*) se denomina *teoría*.

Los cuatro elementos mencionados (tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría) son imprescindibles para construir una praxeología. A su vez, Chevallard (1999) también propone la noción de *género de tareas*, la cual hace referencia a una acción sin especificar el objeto al que se aplica y existe bajo diferentes tipos de tareas. Por ejemplo, *calcular* es un género de tareas, mientras que *calcular la distancia entre dos puntos del plano euclidiano* es un tipo de tarea.

En el proceso de estudio de una noción matemática es necesario considerar la *praxeología u organización matemática (OM)*, que es la *realidad matemática* que puede construirse en una clase donde se estudia el tema; y la *praxeología u organización didáctica*, que es la *manera* en que puede ser construida esa realidad matemática. Debido a la naturaleza de este trabajo, el centro está puesto en describir las *OM* en torno a la geometría plana que se propone estudiar en el material provisto por el docente.

## Metodología

En este trabajo se propone una investigación cualitativa de tipo exploratoria, descriptiva e interpretativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), empleando técnicas del análisis documental (Pinto Molina, 1992). Se propone un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 1999), constituyendo el caso la carpeta de estudiantes de un curso de tercer año de una escuela secundaria de la ciudad de San

Carlos de Bariloche proporcionada por un profesor que facilitó el material para el desarrollo de la investigación. El estudio se centra en la reconstrucción de la Organización Matemática Estudiada (OME) a partir del estudio de carpetas de dos estudiantes del curso seleccionado, las que fueron elegidas intencionalmente por el profesor, de acuerdo al presentismo de los estudiantes durante el año escolar, responsabilidad y compromiso con el estudio en la materia. Se hará mención de una carpeta, siendo que se considera que una complementa a la otra y en conjunto permiten reconstruir la OME en el curso al que refieren.

En correspondencia con el referencial teórico adoptado, el análisis centra la atención en los componentes praxeológicos. En primer lugar, se atiende a aspectos generales del material, tales como estructura, organización, cantidad de tareas de geometría plana, redacción de tareas, etc. Luego se centra la atención en el análisis de las tareas que fueron estudiadas según el material de estudio. Se identifican, por una parte, las nociones que constituyen el entorno tecnológico-teórico (i), y por otra los elementos que conforman el entorno práctico-técnico, es decir, los géneros de tareas (Gi) y tipos de tareas (Ti) que se asocian a cada una de las tareas presentes en los materiales. Para cada Ti se expone un ejemplar de tarea, en el que se explicita la técnica presente. El instrumento de análisis que se confeccionó para tal fin es una tabla como la que se presenta a continuación (Figura 1).

Género de tareas	Tipo de tareas	Número de tarea	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
------------------	----------------	-----------------	-------------------	--------------------	-----------------------------

**Figura 1.** Tabla para el análisis de tareas

### **Características del Diseño curricular de educación secundaria de la provincia de Río Negro**

En el diseño curricular de educación secundaria de la provincia de Río Negro (DC) se proponen estudiar en tercer año, los siguientes saberes (Figura 2) en torno a la geometría plana (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017, pp. 138-139):

1) El análisis de las condiciones necesarias y suficientes para la construcción de figuras semejantes a partir de distintas informaciones (identificando las condiciones necesarias y suficientes de semejanza de triángulos y recurriendo al teorema de Thales en aquellas situa-

ciones que lo requieran)

2) La exploración y análisis de las relaciones entre perímetros y entre áreas de figuras semejantes.

3) El uso del Teorema de Pitágoras y de las razones trigonométricas (sen, cos y tg) en la resolución de problemas con triángulos rectángulos y con mediciones indirectas de distancias y de ángulos.

4) El análisis de las razones trigonométricas y el uso de la relación pitagórica para resolver problemas con triángulos rectángulos.

**Figura 2.** Tabla para el análisis de tareas

De manera sintética se puede destacar que la metodología propuesta para el estudio de la geometría plana es la resolución de problemas, tanto de la vida real, como de otras disciplinas y de la propia Matemática. Se explicitan propósitos vinculados al trabajo desde diferentes marcos (aritmético, geométrico, algebraico) se promueve un quehacer heurístico y se destaca el uso de recursos tecnológicos en el aula.

### **Descripción de la Organización Matemática Estudiada**

El material que se analiza corresponde a tercer año de una escuela de gestión social. La organización general de la carpeta es la siguiente: primero se presenta el entorno tecnológico-teórico, como un saber acabado e incuestionable (definiciones, teoremas, propiedades) y luego ejemplares de tareas propuestas para la aplicación de técnicas que requieren exclusivamente del entorno tecnológico-teórico que los antecede.

Las nociones de geometría plana a las que refieren las tareas indicadas en el material son: teorema de Pitágoras, perímetro de un cuadrado, área de un rectángulo, teorema de Thales y razones trigonométricas de un ángulo agudo.

En la carpeta se hacen explícitos dos entornos tecnológico-teóricos. Por un lado, el teorema de Thales (Figura 3), que también es llamado teorema de las proporciones. El enunciado se realiza en forma coloquial, junto con un ejemplo gráfico, en el que se representan tres rectas paralelas (esto no se aclara en la representación) y dos rectas transversales, y las proporciones correspondientes que se forman en dichas rectas. No se observan indicios de demostración de dicho teorema, o de algún tipo de aclaración al respecto.

TEOREMA DE THALES (TEOREMA DE LAS PROPORCIONES)  
 SI DOS RECTAS CUALESQUIERA SON CORTADAS  
 POR RECTAS PARALELAS LOS SEGMENTOS QUE  
 DETERMINA EN UNA DE LAS RECTAS SON  
 PROPORCIONALES A LOS SEGMENTOS CORRESPON-  
 DIENTE DE LA OTRA.

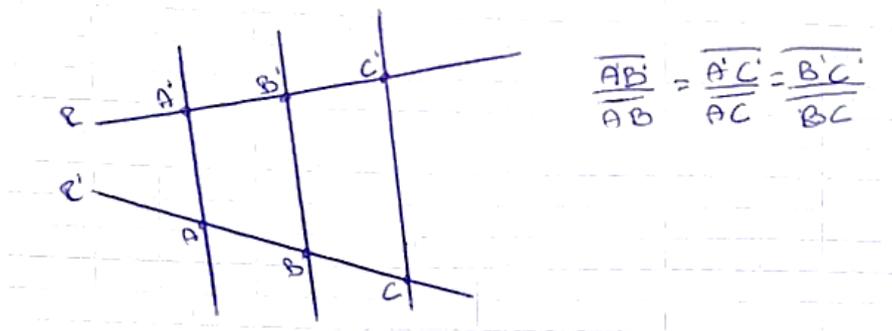


Figura 3. Teorema de Thales (teorema de las proporciones)

Por otro lado, se explicita la definición de las razones trigonométricas seno, co-seno y tangente de un ángulo agudo (Figura 4), que se menciona como “fórmulas trigonométricas”. Se observa el uso de una representación de un triángulo rectángulo en el que se diferencian los catetos respecto a uno de los ángulos agudos señalados, y la hipotenusa.

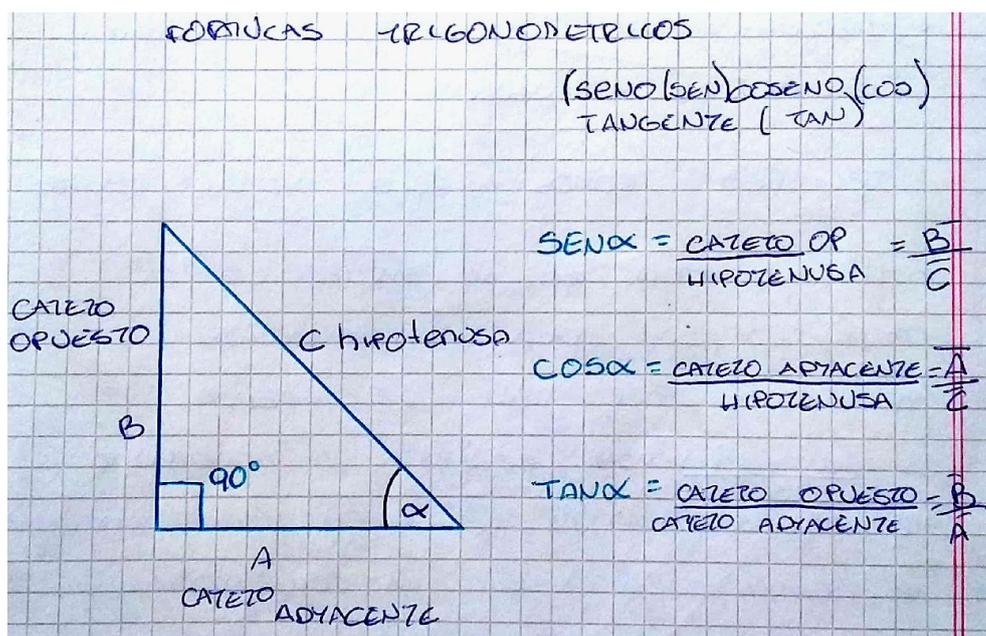


Figura 4. Razones trigonométricas

Para resolver las tareas propuestas se requiere, además de los dos identificados, otros elementos tecnológicos y que no se hacen explícitos en la carpeta. Esto se deba probablemente a que no son considerados como objetos directos de estudio al momento de proponer dichas tareas. Los elementos tecnológicos identificados para el hacer de las técnicas que surgen al resolver las tareas presentes en la carpeta son doce: 1: *Teorema de Thales*; 2: *Razones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo agudo*; 3: *Teorema de Pitágoras*; 4: *Propiedades de triángulos*; 5: *Propiedad uniforme de la igualdad*; 6: *Propiedades de operaciones en  $\mathbb{R}$* ; 7: *Equivalencia unidades de longitud*; 8: *Propiedad de proporciones*; 9: *Definición de perímetro*; 10: *Perímetro de un cuadrado*; 11: *Definición de área*; 12: *Área de un rectángulo*

En el material se identificaron 19 tareas vinculadas a la geometría plana, que se intercalan en la presentación del entorno tecnológico-teórico y se refieren a los géneros de tareas: G1: *Calcular* y G2: *Verificar*. Se destaca que 18 tareas se identifican con el género *calcular* y solo una con el género *verificar*.

Los tipos de tareas y la cantidad de tareas que se identifican con cada tipo son:

T1: *Calcular la longitud de los lados de triángulos* (9 tareas); T2: *Calcular la longitud de segmentos de rectas* (3 tareas); T3: *Calcular ángulos interiores de triángulos* (2 tareas); T4: *Calcular el perímetro de figuras* (1 tarea); T5: *Calcular el área de figuras* (2 tareas); T6: *Calcular razones trigonométricas* (1 tarea); T7: *Verificar la hipótesis de un teorema* (1 tarea).

A continuación, a modo de ejemplo, se describen las técnicas empleadas y el entorno tecnológico-teórico inmediato necesario para el hacer de un ejemplar de tarea (Figura 5) del tipo T1: *Calcular la longitud de los lados de triángulos*, que se indica en la carpeta.

1. CALCULAR LA ALTURA QUE PODEMOS ALCANZAR UTILIZANDO UNA ESCALERA DE 8 MTS APOYADA SOBRE LA PARED SI LA PARTE INFERIOR LA SITUAMOS A 70 CM DE ESTA

**Figura 5.** Tarea de  $T_1$

En la carpeta hay 6 tareas que comparten la técnica y el entorno tecnológico de este ejemplar. En líneas generales, la técnica empleada puede resumirse en: identificar la información proporcionada en la tarea y la incógnita a calcular; identificar, con la información proporcionada, el tipo de triángulo que se forma; establecer cuáles son los catetos e hipotenusa del triángulo; identificar los datos del problema en

la ecuación  $A^2=B^2+C^2$ ; operar y calcular la incógnita; y finalmente interpretar el resultado obtenido. El entorno tecnológico inmediato se resume en: teorema de Pitágoras (2), propiedad uniforme de la igualdad (5), propiedades de operaciones en  $\mathbb{R}$  (6), equivalencia de unidades de longitud (7).

### Análisis de la Organización Matemática Estudiada

Uno de los aspectos que se destaca de las tareas presentes en la carpeta es su representación gráfica como parte de la consigna, en las que se observa el uso de estereotipos (Moriña y Scaglia, 2003, Scaglia y Moriña, 2005; Barrantes, López y Fernández, 2014, 2015). Las figuras que se representan en todo el material refieren a triángulos y rectas paralelas cortadas por rectas transversales. En relación a triángulos rectángulos, en todos los casos se apoyan sobre uno de los catetos, de forma que ambos catetos son paralelos a los márgenes de las hojas de las carpetas (Figura 11). Asimismo, en ciertas representaciones de rectas paralelas, éstas también lo son a los márgenes de las hojas de las carpetas, tal como se puede observar en la siguiente tarea identificada con T2: *Calcular la longitud de segmentos de rectas* (Figura 6).

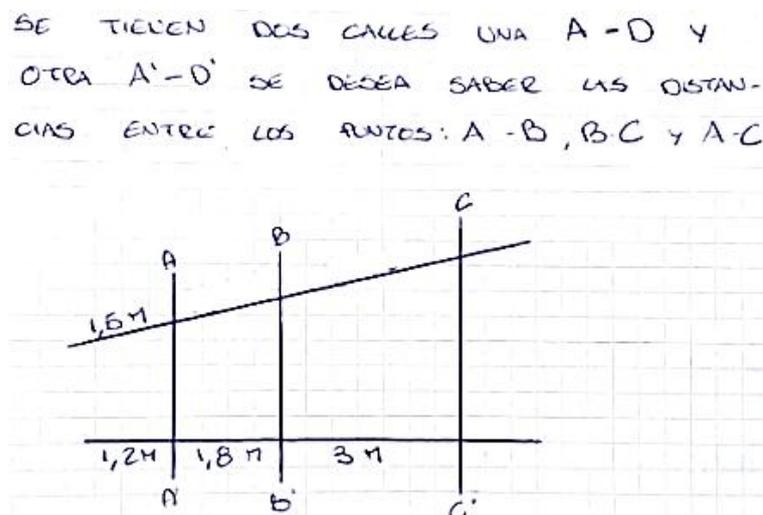


Figura 6. Tarea de T<sub>2</sub>

Además se advierte que en algunos casos se obvian las unidades de medidas en los valores que se dan como datos en las figuras, tal como se puede apreciar en la tarea exhibida en la Figura 11. En estas representaciones también destacamos algunas imprecisiones. En particular, en la tarea que se identifica con T7: *Verificar la*

hipótesis de un teorema se brinda la representación de un triángulo con la medida de sus ángulos interiores, pero no se conciben los datos numéricos con su representación. Según las medidas proporcionadas, el triángulo es acutángulo y la representación brindada es la de un triángulo obtusángulo (Figura 7).

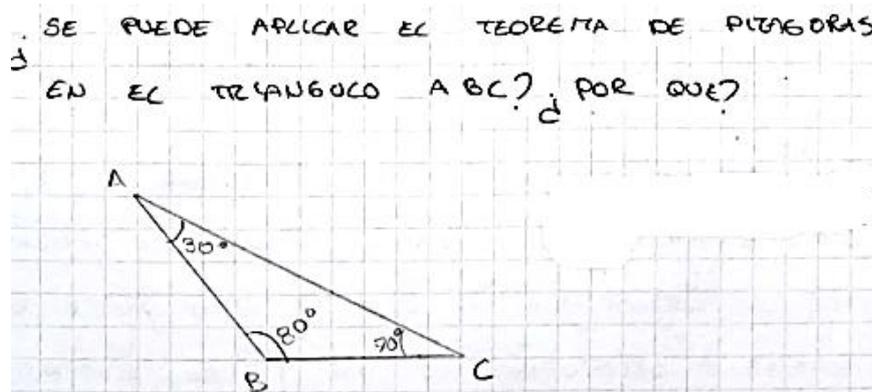
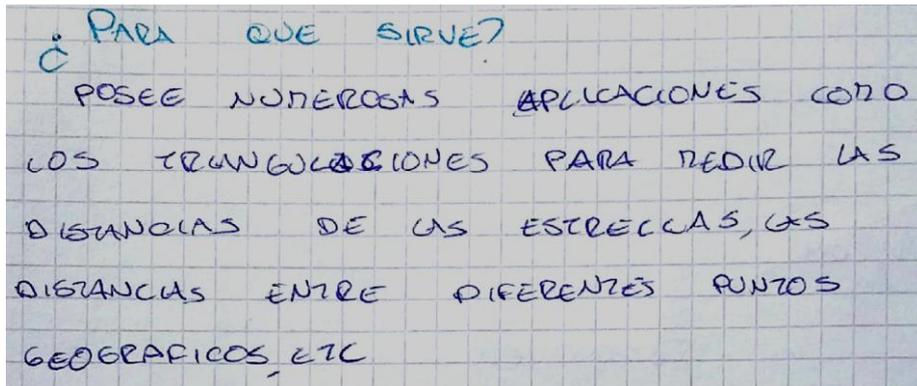


Figura 7. Tarea de  $T_7$

Otro aspecto a considerar en el análisis se relaciona con la redacción de las consignas o enunciados de las tareas propuestas. Seleccionar o diseñar consignas para llevar al aula es una tarea inherente a la práctica docente a la hora de planificar las clases. Además de la claridad que deben poseer en relación a lo que se requiere, se necesita que “atiendan al contenido, que sean factibles de ser realizadas por nuestros estudiantes, que requieran conocimientos previos que nuestros alumnos dispongan, que promuevan un trabajo interesante para el estudiante, etc.” (Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodriguez, 2016). En ciertas tareas del material analizado se observa la ausencia de datos o de condiciones iniciales en la consigna presentada. Esto podría indicar la presencia de una tarea “abierta”, es decir, una situación matemática o extramatemática donde los datos y las incógnitas no están prefijados completamente de antemano, para que sea el estudiante quien decida qué datos debe utilizar y cuáles son las incógnitas (Fonseca, 2004). Sin embargo, dada las resoluciones que se manifiestan, este no sería el tipo de tarea pensado. Por ejemplo, en la tarea que se exhibe en la Figura 5, falta indicar que las rectas (o las “calles”) A, B y C son paralelas. Sin este dato, no se puede aplicar el teorema de Thales, y se requiere de dicho entorno tecnológico-teórico para ser resuelta. Esto mismo ocurre con otras tres tareas propuestas. Así también, hay seis tareas, una de las cuales se presenta en la Figura 11, en las que la redacción estaría dada de manera implícita, es decir, se representa la figura que conforma la tarea, se explicitan los datos y, con una letra (en todos los casos se utiliza la letra “x”), se da a entender que el valor de lo que ella representa es lo que se requiere calcular.

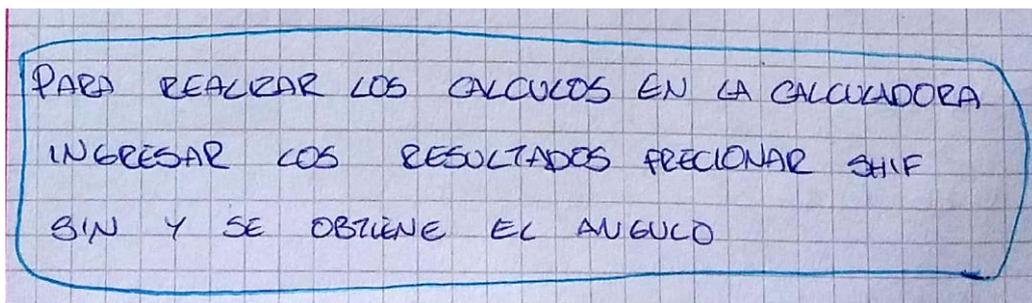
El tipo de tareas que se proponen estudiar están encerradas en la matemática. Se vincula el álgebra con la geometría en ellas, pero no invitan a alguna indagación y vínculo con otras disciplinas. Sólo al dar inicio al estudio de la trigonometría, se realiza una vinculación de su aplicación en la vida cotidiana, dando respuesta a la pregunta ¿Para qué sirve?, tal como se indica en la siguiente figura (Figura 8):



¿ PARA QUE SIRVE?  
 POSEE NUMEROSAS APLICACIONES COMO  
 LOS TRIANGULACIONES PARA MEDIR LAS  
 DISTANCIAS DE LAS ESTRECHAS, LAS  
 DISTANCIAS ENTRE DIFERENTES PUNTOS  
 GEOGRAFICOS, ETC

**Figura 8.** Aplicaciones de la trigonometría

La presencia de TICs en la enseñanza de la geometría plana que se evidencia en este material se vincula al uso de la calculadora. En la carpeta se encuentra un recuadro con la manera de hallar ángulos, dada una razón trigonométrica. Este modo de hacer se presenta en el siguiente fragmento (Figura 9), y está en correspondencia con las dos tareas vinculadas a T3: *Calcular ángulos interiores de triángulos*.



PARA REALIZAR LOS CALCULOS EN LA CALCULADORA  
 INGRESAR LOS RESULTADOS PRECIONAR SHIF  
 SIN Y SE OBTIENE EL ANGULO

**Figura 9.** Uso de la calculadora

Como se mencionó anteriormente, las tareas propuestas en el material analizado responden a dos géneros de tareas, G1: *Calcular* y G1: *Verificar*. Respecto a esta última, sólo hay una tarea propuesta (Figura 7), y hace referencia a la posibilidad (o no) de aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo dado. El triángulo es acutángulo, por lo que no se podría aplicar dicho teorema. En la tarea sólo se propone esta verificación, pero no se hace mención del para qué se debería aplicar o cuál sería la

importancia de poder aplicarlo o no. La tarea queda relegada a la distinción del tipo de triángulo dado, para constatar la posibilidad de aplicación del teorema o no.

El tipo de tareas T1: *Calcular la longitud de los lados de triángulos* se encuentra representado por nueve tareas, de las cuales ocho corresponden a triángulos rectángulos y una involucra triángulos no rectángulos y semejantes. De las que implican triángulos rectángulos, seis de ellas se resuelven con la misma técnica. Y de ellas, cinco (de las cuales una se expone en la Figura 5), están planteadas mediante un contexto que se vincula con situaciones de la vida cotidiana, pero en realidad son un simple contexto de un problema matemático (Chevallard, 2013b). La tarea que se presenta en la Figura 10, en cambio, está planteada desde un contexto matemático puro, aunque en líneas generales, requiere la misma técnica que las cinco tareas anteriores, incorporando al entorno tecnológico-teórico 4: *Propiedades de triángulos*, particularmente del triángulo isósceles:

3. EN UN TRIANGULO RECTANGULO ISOSCELES  
LA HIPOTENUSA MIDE 10 CM ¿CUAL ES EL  
VALOR DE CADA UNO DE LOS CATETOS?

**Figura 10.** Tarea de T<sub>1</sub> en contexto matemático

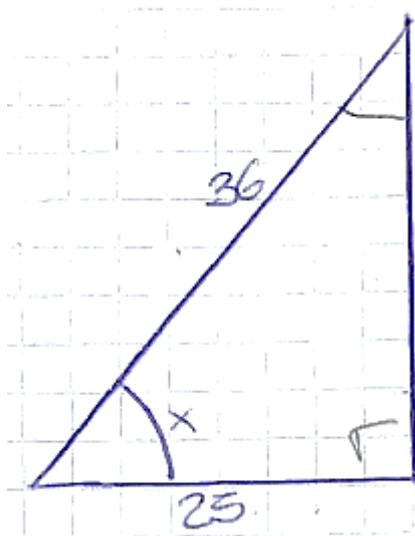
Hay dos tareas vinculadas a T1 que también involucran triángulos rectángulos, pero difieren de las anteriores en cuanto a la técnica y al entorno tecnológico que las justifica. Ambas están planteadas desde un contexto matemático y se requiere emplear 2: *Razones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo agudo* para resolverlas. Cabe destacar que en ambas tareas, se resuelve todo el triángulo rectángulo dado, es decir, se hallan las medidas de todos sus lados y ángulos, aunque se destaca el valor de lo pedido (lo mencionado como “x”) por sobre el resto, por lo que se interpreta que la tarea hacía referencia a hallar ese valor. Si bien el entorno tecnológico es el mismo para ambas tareas, las mismas están resueltas mediante dos técnicas diferentes. En una de ellas se utiliza la razón trigonométrica que inmediatamente lleva a calcular la incógnita. En la otra, en cambio, se calcula primero un lado no dado del triángulo mediante una razón trigonométrica para luego, utilizando ese resultado, hallar el lado faltante mediante otra razón trigonométrica. Es decir, se calculan valores intermedios que luego son usados como datos, haciendo que esta técnica no sea tan fiable ni económica como la primera mencionada.

El tipo de tareas T2: *Calcular la longitud de segmentos de rectas*, queda representado por tres tareas similares (una de ellas se muestra en la Figura 6) que com-

parten la misma técnica y el mismo entorno tecnológico (1, 8, 6). La tarea exhibida en la Figura 6 es la única que se aproxima a una situación de la realidad, aunque es una “realidad de opereta” Chevallard (2013b, p. 46) ya que es un contexto de un problema que en definitiva es matemático, tal como ocurre con otras tareas ya mencionadas.

Por otro lado, al tipo de tarea T6: *Calcular razones trigonométricas*, se le asocia una única tarea en la que se dan como datos las medidas de los tres lados de un triángulo rectángulo y se requiere que se calculen las razones trigonométricas seno, coseno y tangente de uno de sus ángulos agudos. Esta tarea le sigue inmediatamente a la presentación del entorno tecnológico 2: *Razones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo agudo*.

El tipo de tareas T3: *Calcular ángulos interiores de triángulos* comprende dos tareas en las que se requiere hallar algún ángulo interior de un triángulo rectángulo, dándose como dato dos lados del triángulo. En la Figura 11 se indica una de esas tareas.

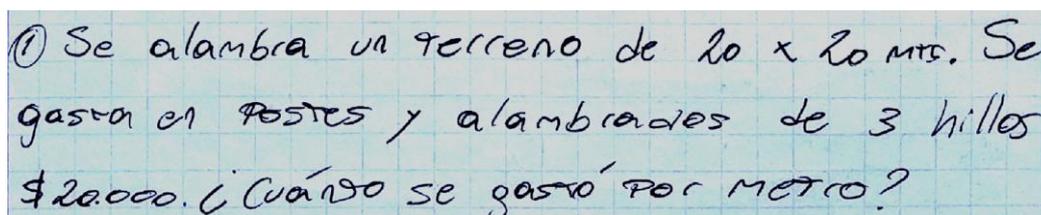


**Figura 11.** Tarea de  $T_3$

Si bien este tipo de tareas puede resolverse mediante diferentes técnicas y entornos tecnológicos-teóricos, esto no se refleja en el material analizado. Sólo se resuelve a través de una técnica, sin haber indicios sobre la posibilidad de hacerlo diferente.

El tipo de tareas T4: *Calcular el perímetro de figuras* al que se asocia una única tarea, y el tipo de tareas T5: *Calcular el área de figuras* cuyas tareas asociadas son dos, están propuestas de manera consecutiva, bajo el título “Resolución de situaciones problemáticas”. No hay indicios de haberse estudiado el perímetro y área en

tareas previas a estas, y se presentan luego de haberse estudiado una tarea que se resuelve con el teorema de Pitágoras. En estas tareas, el estudiante debe, primero, reconocer la figura que se forma con los datos que se brindan (las figuras son, respectivamente, un cuadrado y dos rectángulos), brindándose las medidas de dos de sus lados. Luego se debe reconocer de qué manera se relaciona la incógnita en cada caso con el perímetro o el área de las figuras, operar e interpretar el resultado. En la Figura 12 se exhibe un ejemplo de esas tareas



① Se alambra un terreno de 20 x 20 mts. Se gastan en postes y alambrados de 3 hilos \$20.000. ¿Cuánto se gastó por metro?

Figura 12. Tarea de  $T_4$

## Conclusiones

Desde el punto de vista de los saberes propuestos en el DC para el tercer año de secundaria, la organización matemática estudiada en torno a la geometría plana que se infiere del análisis realizado resulta reducida. De los cuatro saberes propuestos para estudiar en el DC el 3 y el 4 estarían parcialmente contemplados en esta carpeta. En relación al 1 y 2, si bien en el material analizado se estudia el entorno tecnológico del teorema de Thales, las tareas propuestas no conducen a estudiar los saberes que se señalan en estos puntos, es decir, no se estudia la semejanza de figuras. Hay una tarea en la que se presentan dos triángulos semejantes, pero no se mencionan como tales, ni se estudian sus propiedades o construcción.

Las tareas estudiadas del material analizado se subtienden a dos géneros de tareas, y entre ellos, *calcular* es el que más se destaca. En este sentido, el estudio de la geometría plana pareciera estar vinculado a otras áreas de la matemática, particularmente al álgebra y a la aritmética. Estas implican resoluciones vinculadas a la aplicación de procedimientos, fórmulas y técnicas conocidas, o a la utilización de una propiedad o de una definición matemática que precede inmediatamente a la tarea en cuestión. Es decir, las tareas son resueltas mediante una única técnica inmersa en un entorno tecnológico-teórico que, tal como está planteado, se pensaría como técnicas para resolver problemas más que medio que justifica el hacer de la tarea.

El quehacer de los estudiantes es limitado con las tareas propuestas, ya que no invitan a la exploración, a buscar contraejemplos y regularidades, a exponer conjeturas, argumentar, etc.

En este material hay tareas propuestas en contextos matemáticos y no matemáticos, sin embargo, las situaciones que vinculan datos y eventos reales resultan situaciones pseudo reales (Rojas y Sierra, 2018), es decir, no constituyen verdaderos problemas, ya que en la misma carpeta antes de cada tarea se indican las nociones geométricas necesarias para su hacer.

### Referencias bibliográficas

- Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M.** (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.
- Barrantes, M. y Balletbo, I.** (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25.
- Barrantes, M., Balletbo, I. y Fernández, M.** (2014). Enseñar geometría en secundaria. En J. Asenjo, O. Macías y J.C. Toscano (Eds.). *Memoria del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación (pp. 1-14)*. Buenos Aires, Argentina: OEI.
- Barrantes, M., López, M y Fernández M. Á.** (2014). Las representaciones geométricas en los libros de textos utilizados en la Comunidad Autónoma de Extremadura. *Campo abierto: Revista de educación*, 33(1), 97-116.
- Barrantes, M., López, M., y Fernández, M. Á.** (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 9(2), 107-127.
- Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. y Rodríguez, M.** (2016). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Buenos Aires, Argentina: UNGS.
- Bressan, A., Bogisic, B. y Crego, K.** (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*. Buenos Aires, Argentina: Noveduc Libros.
- Chevallard, Y.** (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.

- Chevallard, Y.** (2013a). *Éléments de didactique du développement durable. Leçon 3.* Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y.** (2013b). *La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica.* Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Chevallard, Y.** (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 20(1), 159-169.
- Fonseca, C.** (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la Secundaria y la Universidad* (Tesis doctoral). Universidad de Vigo, Vigo.
- Gascón, J.** (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria I: desaparición escolar de la razón de ser de la geometría. *Suma*, 44, 25-38.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M.** (2014). *Metodología de la investigación.* México: Mc Graw Hill.
- Itzcovich, H.** (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones* (Vol. 3). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Ministerio de Educación y Derechos Humanos de Río Negro** (2017). *Diseño Curricular Escuela Secundaria.* Río Negro, Argentina. Recuperado de: <http://unterseccionalroca.org.ar/imagenes/documentos/leg/Resolucion%20945-17%20%28ANEXO%20I-%20DC%20ESRN%29.pdf>
- Moriena, S., y Scaglia, S.** (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. *Educación Matemática*, 15(1), 5-19.
- Olivero, F., Bosch, M. y Gascón, J.** (2017). Praxeologías matemáticas en torno a la geometría para la formación del profesorado. En G. Cirade, M. Artaud, M. Bosch, J. Bourgade, Y. Chevallard, C. Ladage, T. Sierra (Eds), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (pp. 875-898). Recuperado de <https://citad4.sciencesconf.org>
- Pinto Molina, M.** (1992). *El resumen documental: principios y métodos.* Madrid, España: Pirámide.
- Rojas, C. y Sierra, T.** (2018). Los problemas espaciales: una propuesta alternativa para enseñar geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. En *VI congrès international de la TAD* (pp. 589 -596). Autrans, Francia.
- Scaglia, S., y Moriena, S.** (2005). Prototipos y estereotipos en geometría. *Educación matemática*, 17(3), 105-120.
- Stake, R.** (1999). *Investigación con estudio de casos* (Segunda edición). Madrid, España: Ed. Morata.