

Implementación de un modelo de daño escalar en una subrutina UMAT para elementos finitos sólidos tridimensionales

Gerardo Andrés González del Solar, Pablo Enrique Martín, Noemí Graciela Maldonado

CeReDeTeC, Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional, Rodríguez 273, 5500
Mendoza, Argentina.
gerardo.gdelsolar@frm.utn.edu.ar

Resumen. La mecánica del daño continuo describe el deterioro progresivo de las propiedades mecánicas de los materiales a partir de un modelo fenomenológico. En este trabajo se presenta la implementación numérica de un modelo de daño escalar aplicado a elementos finitos sólidos tridimensionales. Se trata de un modelo de gran versatilidad definido a partir de una superficie de falla y una variable de daño escalar. Su campo de aplicación es la modelación numérica de materiales elásticos isótropos con degradación de la rigidez cuya tensión límite a tracción es igual a la de compresión. El modelo queda definido a partir de cuatro propiedades del material determinables en un ensayo Tensión-Desplazamiento. El modelo es implementado en el software ABAQUS por medio de una subrutina UMAT. Para la resolución de las ecuaciones de equilibrio no lineal se propone un algoritmo de tipo implícito (Método de Backward Euler). La validación a esfuerzos de tracción muestra una adecuada correlación entre los resultados numéricos y los experimentales, con una dispersión de la energía disipada del 5,32%. Finalmente, se presenta un ejemplo de aplicación. Los resultados alcanzados demuestran que se trata de una herramienta sencilla y, a la vez, poderosa para el análisis numérico de materiales.

Palabras Clave: Modelo de daño escalar - análisis no lineal – ablandamiento - elementos finitos

1 Introducción

El daño en un material está asociado a la degradación de las propiedades del material y se pone de manifiesto no sólo en la reducción de la capacidad de resistir esfuerzos conforme aumentan las sollicitaciones, sino en un deterioro de sus propiedades elásticas. Para simular este fenómeno se han propuesto diferentes enfoques que pueden ser resumidos en dos grandes grupos. El primero corresponde a los modelos de fractura los cuales concentran el proceso de iniciación y crecimiento de fisuras como una discontinuidad. En el segundo, los modelos de fisura distribuida distribuyen los efectos del daño sobre un volumen determinado, es decir utiliza variables continuas relacionadas con la densidad de estos defectos para describir el deterioro del material.

En este sentido, la Mecánica de Daño Continuo (MDC) ha sido empleada por numerosos autores [1][2][3] para simular el proceso de degradación de las propiedades elásticas del material. Esta herramienta provee las ecuaciones constitutivas y de evolución del daño dentro del marco de la termodinámica de procesos irreversibles, la teoría de variables de estado internas y de consideraciones físicas relevantes. De esta manera, la MDC se trata de un modelo fenomenológico que considera el daño indirectamente a través de una variable interna.

Para la definición de la variable interna existen diversos modelos cuya complejidad va en aumento de acuerdo al nivel de detalle del comportamiento representado. Los modelos de daño escalar son los más simples al considerar la degradación de la rigidez a través de una sola variable escalar que afecta por igual a todas las componentes del tensor de rigidez elástico manteniendo las condiciones de isotropía [4][5][6][7].

La necesidad de implementar un modelo elástico con daño, cuya definición sea simple, conduce a establecer como objetivo para este trabajo la formulación, implementación y validación de un modelo de daño escalar, aplicado a sólidos tridimensionales basado en el Método de los Elementos Finitos. La

simplicidad del modelo propuesto se fundamenta en la existencia de una única variable interna escalar, cuya definición se establece a partir de cuatro parámetros del material, dos asociados a las propiedades elásticas (Módulo de Elasticidad, Coeficiente de Poisson) y dos a las propiedades de daño (Tensión máxima, Energía de fractura). De esta manera, se requiere sólo del ensayo Fuerza-Desplazamiento para obtener los parámetros necesarios.

La implementación del modelo se realiza en el software de elementos finitos ABAQUS [8] por medio de la subrutina UMAT. La validación resulta de la contrastación con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales de Gopalaratnam y Shah [9] y en las modelaciones numéricas de Paredes et al. [10] para el caso de un elemento sometido a tracción axial creciente.

2 Modelo de daño escalar

Los modelos de daño escalar son modelos muy simples y versátiles [2] debido a que el comportamiento no lineal del material queda definido a partir de una variable interna escalar llamada variable de daño, d . Esta variable, introducida por Kachanov [4], es una medida de la pérdida de rigidez secante del material y está definida entre 0, para el material virgen, y 1, para el material totalmente dañado.

En este modelo, el tensor de tensiones de Cauchy, expresado en notación indicial, está dado por:

$$\sigma_{ij} = (1 - d) \bar{\sigma}_{ij} = (1 - d) C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} \quad (1)$$

Donde σ_{ij} es el tensor de tensiones en el espacio real, $\bar{\sigma}_{ij}$ es el tensor de tensiones efectivo medido en el espacio "no dañado", C_{ijkl}^0 es el tensor constitutivo virgen, ε_{kl} el tensor de deformaciones y d es la variable de daño que debe ser interpretada físicamente como el cociente entre área de la superficie dañada y el área de superficie total (nominal) en un punto material local. Los subíndices i, j, k, l varían de 1 a 3.

De esta manera, el factor $(1-d)$ es un factor de reducción que produce la transformación desde el espacio equivalente no dañado al espacio dañado real.

3 Formulación general del modelo

El modelo de daño continuo propuesto [11] plantea una superficie de falla igual para tensiones de tracción como de compresión. Este tipo de modelos son aplicados para la simulación del comportamiento constitutivo de algunos metales quedando definido por las siguientes ecuaciones:

Densidad de energía libre de Helmholtz:

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, d) = (1 - d) \bar{\Psi}(\varepsilon_{ij}) \quad (2)$$

Ecuación constitutiva:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{ij}, d)}{\partial \varepsilon_{ij}} = (1 - d) \frac{\partial \bar{\Psi}(\varepsilon_{ij})}{\partial \varepsilon_{ij}} = (1 - d) C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} \quad (3)$$

Función umbral de daño

$$F(\bar{\sigma}, r, d) = f(\bar{\sigma}) - c(r, d) \leq 0 \quad (4)$$

Evolución para la variable de daño:

$$\dot{d} = \dot{\lambda} \frac{\partial F[f(\bar{\sigma})]}{\partial f(\bar{\sigma})} \cong \dot{\lambda} \frac{\partial G[f(\bar{\sigma})]}{\partial f(\bar{\sigma})} \quad (5)$$

Condiciones de carga, descarga y recarga:

$$(a) \dot{\lambda} \geq 0 \quad (b) F(\bar{\sigma}, r, d) \leq 0 \quad (c) \dot{\lambda} F(\bar{\sigma}, r, d) = 0 \quad (6)$$

Para incorporar diferentes leyes de evolución de la variable de daño y darle mayor versatilidad al modelo propuesto, se proponen dos leyes de evolución de la variable de daño considerando el caso de ablandamiento lineal y el caso de ablandamiento exponencial, respectivamente:

$$d = k_{\text{lineal}} \times \left(1 - \frac{r^0}{\bar{\sigma}_{\text{eq}}} \right) \quad (7)$$

$$d = 1 - \frac{r^0}{\bar{\sigma}_{\text{eq}}} \times \exp \left[k_{\text{exp}} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_{\text{eq}}}{r^0} \right) \right] \quad (8)$$

Siendo k_{lineal} y k_{exp} dos constantes que dependen del módulo de elasticidad uniaxial del material virgen, E^0 , el umbral de inicio de daño, r^0 , y la energía específica del modelo continuo, gf .

4 Implementación numérica del modelo propuesto

El modelo propuesto fue implementado en la plataforma ABAQUS [8]. Para ello, se desarrolló un algoritmo de cálculo basado en la subrutina UMAT (User-defined Mechanical Material Behavior), la cual permite definir el comportamiento constitutivo mecánico de materiales que no están incorporados en la librería interna del software.

En cada incremento de tiempo, y para cada punto de integración, el software llama a la subrutina UMAT y le provee el tensor de deformaciones al comienzo del paso incremental y el incremento de deformaciones previsto. El código UMAT debe ser capaz de permitir la determinación del tensor constitutivo tangente, del tensor de tensiones reales y de la actualización de las variables de estado d y r , al finalizar cada paso incremental de tiempo. Para ello es necesaria la declaración de la matriz jacobiana inicial y las leyes que permitan determinar la evolución de las variables internas.

De esta manera, el código parte de una predicción de las tensiones con la cual determina la función de tensiones equivalentes, magnitud que es comparada con el umbral de daño definiendo si existe evolución de la variable de daño. En caso que la predicción fuere mayor que el umbral, el algoritmo procede a calcular y actualizar las variables de estado así como la función de tensiones. A partir de una nueva comparación entre la función de tensiones equivalentes y el umbral de daño actualizado, se obtiene un residuo. Si dicho residuo es inferior a la tolerancia establecida el algoritmo permite continuar con el proceso de cálculo, en caso contrario repetirá el paso mencionado. De esta manera se produce un proceso iterativo en el campo de las tensiones. Se procede al almacenamiento de las variables de estado y a la actualización del tensor constitutivo y del tensor de tensiones, finalizando a continuación el proceso para el paso incremental de tiempo.

El algoritmo implementado resuelve las ecuaciones no lineales por medio de un proceso implícito (Método de Backward Euler). Este método permite determinar el tamaño del incremento de daño al imponer como condición que la fuerza residual entre la tensión equivalente y el umbral de daño de la iteración anterior es nula. Mediante la comparación entre dos iteraciones consecutivas puede determinarse si es posible alcanzar la convergencia en un número razonable de iteraciones. En caso de que la convergencia sea poco probable, el algoritmo ajusta el incremento de carga. Si bien la integración implícita requiere de mayor tiempo para la resolución de las ecuaciones, se trata de un método más robusto y estable.

La Figura 2 presenta el diagrama de flujo del algoritmo de cálculo desarrollado.

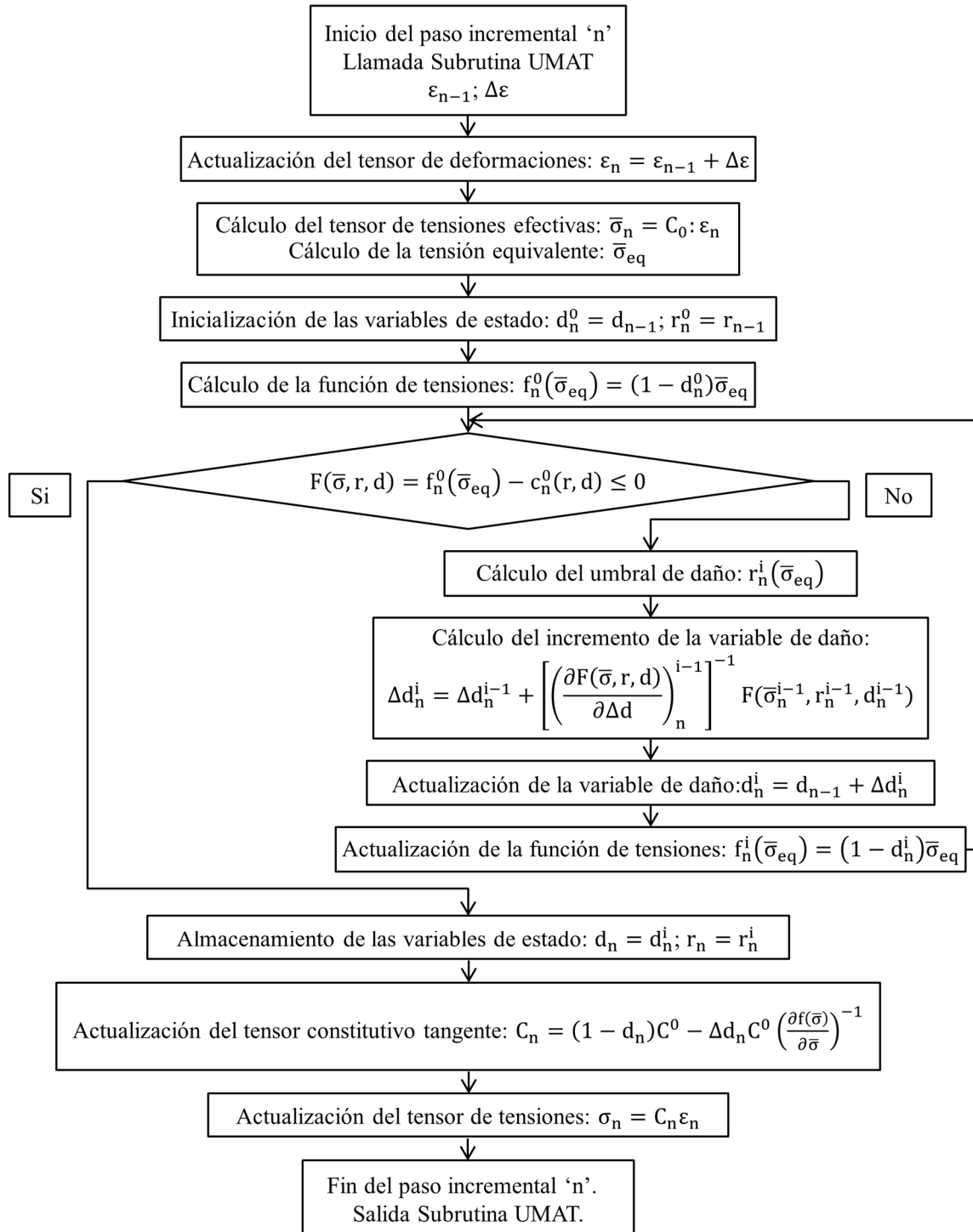


Fig. 2. Diagrama de flujo del proceso de integración del modelo constitutivo.

5 Validación

El modelo implementado es validado a partir de la comparación de los resultados numéricos alcanzados con resultados experimentales tomados de la literatura. Posteriormente se realiza un análisis de sensibilidad de malla.

5.1 Carga axial a tracción monótonica

Para la validación del modelo bajo esfuerzos a tracción directa se emplean los resultados experimentales publicados por Gopalaratnam et al. [9] en probetas de concreto simple. A su vez, también se incorporan los resultados alcanzados por el modelo numérico con ablandamiento exponencial desarrollado por Paredes et al. [10].

Tabla 1. Propiedades del material.

Propiedad	Magnitud
Tensión Máxima a la tracción [N/m ²]	3662,1 x10 ³
Módulo de Elasticidad secante [N/m ²]	33,469 x10 ⁹
Coficiente de Poisson	0,00
Energía de fractura, G _f [J/m ²]	56,4

La geometría del caso en estudio posee una sección transversal de 19.0 mm x 76.2 mm y una longitud de 82,6 mm. Las propiedades del material se resumen en la Tabla 1. El modelo posee un total de 312 elementos hexaédricos lineales de 8 nodos con un total de 504 nodos. Para obtener una falla localizada, se introdujo un debilitamiento en los elementos ubicados en la zona de anclaje.

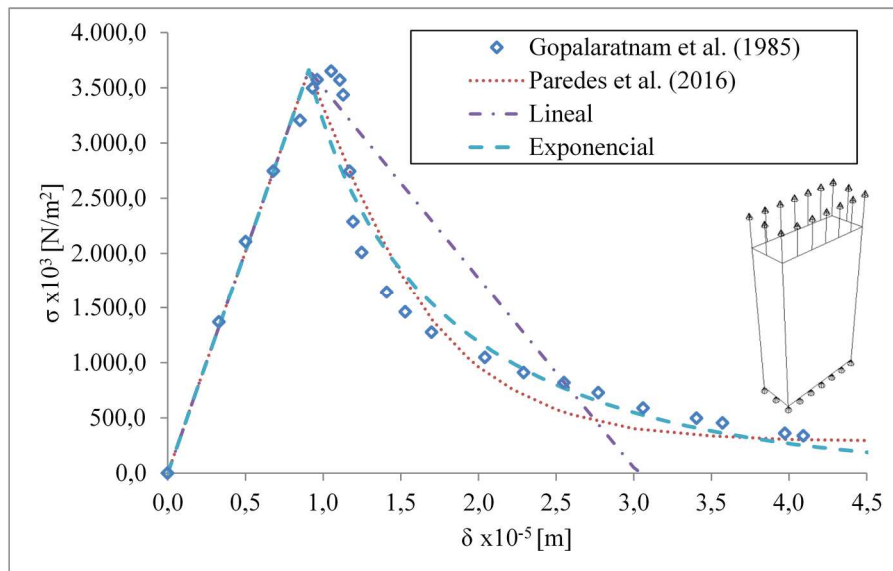


Fig. 3. Curvas Tensión-Desplazamiento obtenidas de los modelos a tracción axial con ablandamiento lineal y exponencial comparados con los resultados de referencia.

La Figura 3 presenta los resultados obtenidos por el modelo numérico propuesto tanto para el caso de ablandamiento lineal como para el de ablandamiento exponencial, y realiza una comparación con los resultados experimentales y numéricos antes citados.

Tabla 2. Energía de fractura disipada bajo esfuerzo axial a tracción.

	Energía disipada por unidad de área, G _f , [Nm/m ²]	Dispersión respecto del valor experimental [%]
Gopalaratnam et al. (1985) [10]	56,4	--
Paredes et al. (2016) [10]	43,6	22,69
Ley de disipación lineal	55,4	1,77
Ley de disipación Exponencial	53,4	5,32

Del análisis de las áreas bajo las curvas se determinan las energías de fractura resumidas en la Tabla 2. A partir de estos resultados se establece la dispersión de cada modelo con respecto al valor

experimental de referencia. Puede observarse que el modelo con ablandamiento lineal presenta una mejor correspondencia en la magnitud de energía disipada, sin embargo el modelo con ablandamiento exponencial posee una mejor aproximación al verdadero proceso disipativo.

5.2 Análisis de sensibilidad de malla

Se realiza un análisis de sensibilidad de malla para el modelo con ablandamiento lineal. Para el estudio se proponen tres densidades de malla constituidas por 90, 312 y 748 elementos, respectivamente. La Figura 4 muestra las curvas Fuerza-Desplazamiento para cada caso de análisis. Puede observarse la convergencia de malla lo que asegura independencia del tamaño de elemento.

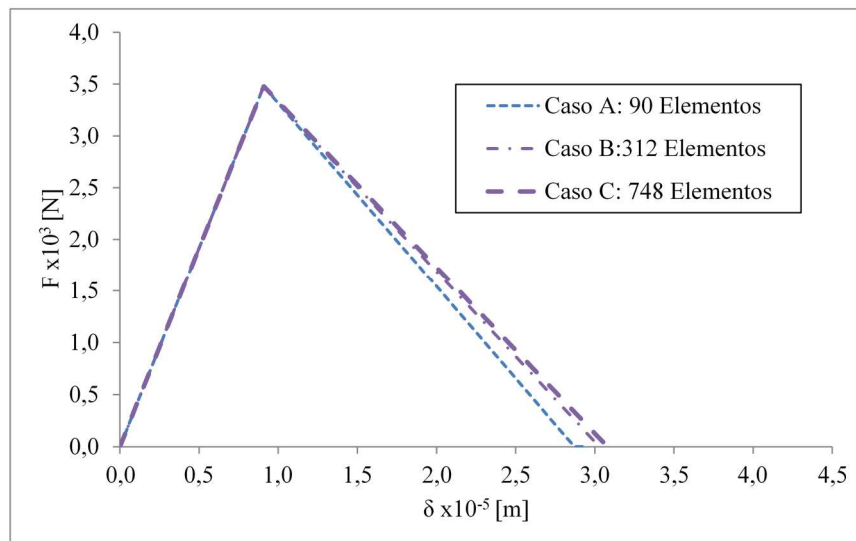


Fig. 4. Curva Fuerza-Desplazamiento para el análisis de sensibilidad de malla.

6 Conclusiones

Los modelos de daño escalar permiten representar el comportamiento de materiales elásticos isotrópicos con ablandamiento de manera adecuada a partir de una variable de daño. Debido a su gran simplicidad estos modelos resultan muy atractivos. En este trabajo se presentó la implementación y validación de un modelo de daño escalar aplicado a elementos finitos sólidos tridimensionales.

Se trata de un modelo dependiente de una variable de daño y con una misma superficie de falla, tanto para la tracción como para la compresión. Estas simplificaciones permiten definir el modelo a partir de cuatro propiedades del material determinadas en un ensayo clásico de Tensión-Desplazamiento. El campo de aplicación del modelo se extiende a materiales elásticos isotrópicos con daño cuya tensión límite a tracción es igual a la de compresión, asumiendo una misma curva de ablandamiento. Debido a que el modelo presenta una única variable interna, la degradación del tensor constitutivo producto de una fuerza a tracción se mantiene constante en el caso de producirse una inversión en el sentido de la carga.

Para distinguir entre un estado de comportamiento elástico y otro en el que se verifica el proceso de degradación de las propiedades del material, el modelo realiza una transformación desde el tensor de tensiones a un escalar equivalente y lo compara con un escalar denominado umbral de daño. De esta manera, el modelo tiene una respuesta adecuada a estados de sollicitación complejos tales como los triaxiales. La ley de evolución de la variable de daño puede ser establecida a partir de las propiedades elásticas del material, de la tensión umbral de daño y de la energía de fractura. Las leyes de evolución de daño incorporadas en el presente trabajo permiten dar versatilidad al modelo constitutivo propuesto.

Las ecuaciones constitutivas que gobiernan el problema fueron implementadas en el software comercial ABAQUS por medio de una subrutina de usuario UMAT. El código desarrollado permite la determinación del tensor constitutivo tangente, del tensor de tensiones reales y de la actualización de las

variables de estado al finalizar cada paso incremental de tiempo. Para la actualización de la variable interna de daño se desarrolló un algoritmo de cálculo de tipo implícito basado en el método Backward Euler. Dicho algoritmo alcanza la convergencia cuando el residuo obtenido de la comparación de la función de tensiones equivalentes con el umbral de daño actualizado es menor que la tolerancia establecida. A partir de la comparación entre dos iteraciones consecutivas el algoritmo establece si es posible alcanzar la convergencia en un número razonable de iteraciones ajustando el incremento de carga en el caso que sea poco probable. La simplicidad del algoritmo propuesto encuentra su beneficio en la reducción de los tiempos computacionales necesarios para el estudio de casos.

La contrastación de los resultados numéricos con los obtenidos de bibliografía da cuenta de una adecuada correlación entre los mismos. El modelo con ablandamiento exponencial presenta un comportamiento más ajustado al observado experimentalmente que el modelo con evolución lineal, sin embargo la dispersión de la energía disipada del primero es del 5,32% contra una dispersión del 1,77% del segundo modelo. El análisis de sensibilidad de malla muestra que es posible alcanzar resultados satisfactorios con un número reducido de elementos.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado en el marco de la beca doctoral del primer autor otorgada por el CONICET y dentro del Proyecto ECUTIME4880TC de la Universidad Tecnológica Nacional y del PICT2015-0761 de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica.

Referencias

- [1] Lemaitre, J. (1985). A continuous damage mechanics model for ductile fracture. *Journal of Engineering Materials and Technology*, ASME, 107(1): 83-89, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3225775>
- [2] Oliver, J., Cervera, M., Oller, S., Lubliner, J. (1990, 4 de abril). Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete. En *Proc. 2nd. Int. Conf. on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures* (pp. 945-958). Swansea, U.K.: Pineridge Press.
- [3] Amirpour, M., Das, R., Bickerton, S. (2017). An elasto-plastic damage model for functionally graded plates with in-plane material properties variation: Material model and numerical implementation. *Composite Structures*, 163, 331-341, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.12.020>
- [4] Kachanov, L. M. (1958). Time of the Rupture Process under Creep Conditions, *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie tekhnicheskikh nauk* . 8: 26-31.
- [5] Lubliner J., Oliver J., Oller S. y Oñate E. (1989), A Plastic-Damage Model for Concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3): 229–326, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4).
- [6] Grassl, P., Xenos, D., Nyström, U., Rempling, R., Gylltoft, K. (2013). CDPM2: A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 50(24): 3805-3816, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2013.07.008>
- [7] Juárez-Luna, G., Méndez-Martínez, H., Ruiz-Sandoval, M. E. (2014). An isotropic damage model to simulate collapse in reinforced concrete elements. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 11(13): 2444-2459, doi: <https://doi.org/10.1590/S1679-78252014001300007>
- [8] Simulia, D. S. (2018). *Abaqus analysis user's manual*. Pawtucket, USA: Dassault Systemes.
- [9] Gopalaratnam, V. S., Shah, S. P. (1985). Softening response of plain concrete in direct tension. *J. Amm. Concr. Inst.*, 82(3): 310-323.
- [10] Paredes J. A., Oller S., Barbat A. H. (2016). New Tension-Compression Damage Model for Complex Analysis of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 142(10): 1-16, doi: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001130](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001130).
- [11] González del Solar, G., Martín, P., Maldonado, N. (2018). Formulación, implementación y validación de un modelo de daño escalar para materiales frágiles aplicado a elementos sólidos tridimensionales. *Revista Ingeniería de Construcción*, 33 (1): 111-122, doi: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50732018000100111>.