Un aporte a la determinación del factor de consumo equivalente para el control supervisor de vehículos eléctricos híbridos

Laura V. Pérez[†], Cristian H. de Angelo[‡] y Víctor L. Pereyra[†‡]

[†]*Grupo de Electrónica Aplicada, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta 36 Km 601, X5804BYA Río Cuarto, Córdoba, Argentina, lperez@ing.unrc.edu.ar, http://www.ing.unrc.edu.ar/grupos/gea/*
[‡] *Energy Resources Engineering, Stanford University, Huang Bldg. M09 Palo Alto, California, USA, pereyra@stanford.edu*

Resumen: Se presenta una forma de hallar la evolución del estado adjunto de un problema de control óptimo no lineal, con restricciones en el control y en el estado. El problema de control modela el gerenciamiento del flujo de energía en un vehículo eléctrico híbrido. Se señala cómo el estado adjunto puede ser interpretado como el "factor de consumo equivalente", parámetro utilizado para el diseño de algoritmos en tiempo real. La solución es numérica y se obtiene mediante el uso de una herramienta computacional (PASVA4) diseñada para resolver problemas de valores de contorno, que maneja discontinuidades en las ecuaciones y eventualmente en la solución y parámetros desconocidos.

Palabras clave: *vehículos eléctricos híbridos, control óptimo, principio del máximo de Pontryagin, problemas de valores de contorno*
2000 AMS Subject Classification: 21A54 - 55P54

1. Introducción

Los vehículos eléctricos híbridos son vehículos equipados con dos fuentes de energía: un banco de baterías y un motor de combustión interna, que es usado no sólo para contribuir a la tracción sino también para generar energía eléctrica para recargar las baterías. Estos vehículos reducen el consumo de combustible ya que utilizan un motor de combustión más pequeño. Además pueden usarlo permanentemente en su punto de operación más económico, dado que la fuente de energía eléctrica permite completar el requerimiento. Además , la tracción es llevada a cabo por motores/generadores que, durante el frenado pueden recuperar la energía cinética acumulada en la aceleración reconvirtiéndola en energía eléctrica con la que se recargan las baterías. Por lo anterior, en el sistema de tracción de estos vehículos, se producen diferentes flujos de energía en diferentes direcciones que, para una utilización eficiente, necesitan ser controlados por un gerenciador, que define cuándo y cuánta potencia debe aportar cada fuente. Si se hace la suposición de que se conoce el ciclo de velocidad a cumplir por el vehículo en una misión, el diseño de este control puede plantearse como un problema de control óptimo con restricciones en el control y en el estado, cuyo objetivo es la minimización del consumo de combustible. En la realidad, este ciclo de velocidad no se conoce de antemano, por lo que se utilizan soluciones subóptimas. La más difundida es la que se conoce como "estrategia de minimización de consumo equivalente". La misma consiste en efectuar una minimización instantánea de la suma de la potencia entregada por las dos fuentes, pero penalizando el aporte de la fuente eléctrica por un factor que tiene en cuenta el consumo de combustible que se esconde en el uso de las baterías, ya que éstas finalmente debe ser recargadas a partir del motor de combustión. Este factor de consumo equivalente depende del rendimiento del conjunto de dispositivos relacionados con cada fuente de energía y de la potencia requerida por el conductor. Si se enfoca la solución usando el principio del máximo de Pontryagin, puede verse que el factor de consumo equivalente está relacionado con el estado adjunto por lo que su evolución se obtiene de la resolución completa de las condiciones de optimalidad. En [11] presentamos el caso en que la funciones de rendimiento involucradas podían aproximarse por cuadráticas y no se consideraban la restricciones a la variable de estado. En el presente trabajo ampliamos el análisis al caso en que se considera una cota inferior para el estado, que se supone es alcanzada en un subintervalo interior al intervalo de interés. El enfoque basado en el pricipio del máximo para resolver este problema, ha sido usado por otros autores([4], [**?**, **?**],[6], considerándose generalmente que cuando hay restricciones de estado, el estado adjunto resulta con discontinuidades de salto([10]) y se necesitan heurísticas para determinar el valor de esos saltos. Sin embargo, en nuestro planteo el estado adjunto resulta continuo. El mismo es constante fuera del intervalo en que la restricción del estado deviene activa. En este intervalo vara con la potencia requerida y, como consecuencia de la continuidad, los valores constantes en los intervalos en que la restricción de estado no es activa, dependen de los instantes en que se produce la entrada o salida de este intervalo. Este resultado se obtuvo utilizando el llamado enfoque de “adjunción directa” de la restricción de estado en el hamiltoniano y fue confirmado al obtenerse iguales resultados usando el llamado “enfoque de adjunción indirecta con estado adjunto continuo”([3]). La solución de las condiciones de optimalidad resulta entonces un problema de valores de contorno con condiciones multipunto en lugares desconocidos. La solución es hallada numéricamente mediante la utilización de PASVA4, herramienta computacional capaz de resolver este tipo de problemas. Pensamos que este trabajo constituye entonces un aporte al conocimiento del comportamiento del factor de consumo equivalente, parámetro que es utilizado en algoritmos de control en tiempo real.

2. MODELO Y ENUNCIADO DEL PROBLEMA DE CONTROL ÓPTIMO

Para resolver el problema del gerenciamiento de energía basta usar un modelo simplificado del vehículo que sólo tenga en cuenta los flujos de energía que se producen en su interior([7]). La potencia entregada por el motor de combustión es considerada la variable de control y denominada $u(t)$. En cada instante la suma de la potencia entregada por cada una de las fuentes debe igualar a la potencia requerida por el conductor, que denominamos $r(t)$. En consecuencia la potencia entregada por las baterías es igual a $r(t) - u(t)$.

Con relación al consumo de combustible debe tenerse en cuenta que, para compensar las pérdidas que se producen en cada uno de los procesos de conversión de energía intermedios entre el tanque y las ruedas, (por ejemplo de química a mecánica entre el tanque de combustible y el motor, mecánica a eléctrica entre este último y el generador, etc.), para proveer efectivamente una potencia $u(t)$, la fuente debe entregar en realidad una potencia mayor. Este efecto será representado por una función f_C que depende del propio valor de potencia entregado y que en la práctica es determinada experimentalmente a partir de ensayos realizados sobre el vehículo. El consumo es entonces expresado por la integral de la potencia en el intervalo, i. e. $\int_0^T f_C(u)dt$.

Una situación similar se da en el segmento eléctrico. La energía contenida en las baterías en cada instante está dada por

$$x(t) = x_0 - \int_0^t f_B(r(s) - u(s))ds \tag{1}$$

donde x_0 es el contenido de energía inicial, f_B es la función que representa la compensación por pérdidas y $x(t)$ es la energía contenida en las baterías, considerada la variable de estado. Impondremos que el contenido final $x(T)$ sea igual al inicial, lo que indica una operación del vehículo que mantenga la carga a lo largo de una misión.

Habrá además restricciones en los flujos de energía ya que claramente éstos tendrán límites físicos, y una cota inferior para el estado que expresa que, para evitar daños por descarga profunda, la energía en las baterías no puede ser inferior a x_{min}. Entonces el enunciado del problema es el siguiente:

Hallar una función continua a trozos u(t) que maximice $-\int_0^T f_C(u)dt$*, sujeto a*

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= -f_B(r(t) - u(t)) \; \forall t \in [0, T] && (2)\\
x(0) &= x_0, \quad x(T) = x_0 && (3)\\
0 &\leq u(t) \leq u_{max} && (4)\\
K_{min} &\leq r(t) - u(t) \leq K_{max} \; \forall t \in [0, T] && (5)\\
x_{min} &\leq x(t) && (6)
\end{aligned}$$

donde K_{max}, K_{min}, u_{max}, x_{min} y x_0 son parámetros del vehículo.

3. CONDICIONES DE OPTIMALIDAD

Para resolver este problema utilizando las condiciones de optimalidad dadas por el principio del máximo de Pontryagin, definimos el Hamiltoniano correspondiente

$$H(t,x,\lambda,u) = -f_C(u(t)) - \lambda(t) f_B(r(t)-u(t)),$$

donde λ es el estado adjunto. Para considerar las restricciones necesitamos definir el Lagrangiano. Llamemos $\underline{U}(t) = max 0, r(t) - K_{max}$ y $\bar{U} = min u_{max}, r(t) - K_{min}$ para unificar las restricciones sobre el control y $h(x) = x - x_{min} \geq 0$ a la restricción sobre el estado. En el caso de la restricción de estado, existen diferentes formas de definir el Lagrangiano que diferen en cómo se adiciona el término correspondiente. La forma más usada es la “adjunción indirecta” en la que se adiciona al Hamiltoniano un multiplicador por la primera derivada total respecto del tiempo de la función h en la que aparece explícitamente el control. En este caso $dh/dt = h_x x_t + h_t = -f_C(r-u)$. Sin embargo, en trabajos anteriores ([8], [11]) mostramos la dificultad de determinar con este enfoque los saltos del estado adjunto que pueden producirse al hacerse la restricción activa. Usando en cambio el enfoque de “adjunción directa” las condiciones de optimalidad pueden resolverse completamente, resultando el estado adjunto continuo. El Lagrangiano en este caso resulta

$$L(x,\lambda,u,\underline{\theta},\bar{\theta},\mu) = -f_C(u) - \lambda f_B(r-u) + \underline{\theta}(u-\underline{U}) + \bar{\theta}(\bar{U}-u) + \mu(x - x_{\text{mín}}).$$

Para plantear las condiciones de optimalidad, hicimos la suposición de que la restricción de estado se hace activa en un solo intervalo $[t_1, t_2]$, interior al intervalo de interés. Ellas resultan entonces

$$u(t) = \arg\max_{u\in\Omega} H(x,u,\lambda,t), \quad con \quad \Omega(t) = \left\{u/\underline{U} \leq u \leq \bar{U}\right\}. \tag{7}$$

$$L_u = -f'_C(u) + f'_B(r-u) + \underline{\theta} - \bar{\theta} = 0$$
$$\dot{\lambda} = -L_x = -\mu$$
$$\underline{U} \leq u \leq \bar{U}, \quad \underline{\theta} \geq 0, \quad \underline{\theta}(u-\underline{U}) = 0, \quad \bar{\theta} \geq 0, \quad \bar{\theta}(\bar{U}-u) = 0$$
$$\mu \geq 0, \qquad \mu(x - x_{min}) = 0$$
$$\frac{dL}{dt} = \frac{dH}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t}$$
$$\lambda(T) = \beta + \gamma, \quad \gamma \geq 0, \quad \gamma(x(T) - x_{\text{mín}}) = 0$$

En $\tau = t_1$ y $\tau = t_2$

$$\begin{array}{l} \lambda(\tau^-) = \lambda(\tau^+) + \eta(\tau) \\ H(\tau^-) = H(\tau^+) + \eta(\tau) f_B(r(\tau) - u(\tau^+)) \\ \eta(\tau) \geq 0, \quad \eta(\tau)(x(\tau) - x_{\text{mín}}) = 0 \end{array} \tag{8}$$

A partir de operar con las anteriores expresiones puede verse que se obtiene la solución resumida en la siguiente tabla

	$x = soluc.de$	λ	u	μ
$[0,t_1]$	$\dot{x} = -f_B(r-u(t,\lambda))$ $\dot{\lambda} = 0$ $x(0) = x_0, x(t_1) = x_{min}$	$f'_C(r(t_1))REV$	$\arg\max_{\underline{U}\leq u\leq\bar{U}} H$	0
$(t_1,t_2]$	x_{min}	$f'_C(r(t))$	r	$f''_C(r(t))REV$
$(t_2,T]$	$\dot{x} = -f_B(r-u(t,\lambda))$ $\dot{\lambda} = 0$ $x(T) = x_T, x(t_2) = x_{min}$	$REV f'_C((r(t_2))$	$\arg\max_{\underline{U}\leq u\leq\bar{U}} H$	0

Obsérvese que en los intervalos en que la restricción no es activa, se trata de resolver sendos sistemas de ecuaciones diferenciales en los que uno de los extremos no es conocido, dado que t_1 y t_2 dependen a su vez de la evolución del estado, por lo que deben ser determinados conjuntamente con la solución. Para ello se necesita una condición algebraica adicional. Esta puede ser obtenida de las expresiones 8. Por otra parte, la función u también debe determinarse conjuntamente con la solución de las ecuaciones diferenciales, ya que el Hamiltoniano es función del estado adjunto λ. La condición 7 muestra que el estado adjunto representa un factor de peso con que se penaliza la potencia entregada por las baterías. Si se conociese de antemano su valor instantáneo, el control u podría obtenerse por una minimización instantánea de esta suma pesada de potencias. Sin embargo, es claro que $\lambda(t)$ depende de lo que ocurra en todo el intervalo. Como $r(t)$ no es conocida a priori, es importante conocer el comportamiento de λ en situaciones paradigmáticas de manera de poder usarlo para minimizaciones instantáneas en algoritmos en tiempo real. En [11], mostramos un algortimo basado en esta idea, pero en el caso en que no se consideraba la restricción sobre el estado. En ese caso, este factor resulta constante en todo el intervalo. Cuando la restriccin de estado es tenida en cuenta, se observa en la tabla que al devenir la restricción activa, el estado adjunto deja de ser constante y deviene función de la potencia requerida. Como el estado adjunto resulta continuo, el valor constante que toma en los intervalos fuera del intervalo frontera, está determinado por el valor que toma en los instantes de entrada y salida de aquél, que a su vez dependen de la evolucin de la variable de estado. La continuidad del estado adjunto, fue confirmada desarrollando paralelamente el enfoque de “adjuncin directa con estado adjunto continuo”([3]), que, como su nombre indica, presupone la continuidad de λ. Se obtuvieron idnticos resultados.

4. Solución numérica

Dadas las características del problema planteado, usamos para su resolución PASVA4, una herramienta computacional capaz de resolver problemas de valores de contorno, con discontinuidades en el lado derecho de las ecuaciones diferenciales, parámetros desconocidos y condiciones de contorno multipuntuales ([1], [2]). PASVA4 implementa un método basado en diferencias finitas. Usa la regla del trapecio en una malla no uniforme, aumentando su orden de convergencia con correcciones diferidas. Elige también en forma dinámica la malla adecuada. Esta herramienta nos permite entonces resolver las ecuaciones diferenciales, estimando a la vez los valores desconocidos de t_1 y t_2. Por otra parte el algoritmo usado para resolver el problema procede calculando la función u con el valor corriente de λ.

Referencias

[1] M. Lentini, and V. Pereyra,*PASVA4: An O.D.E boundary solver for problems with discontinuous interfaces and algebraic parameters*, Mat. Aplic. Comp., V.2. N2 (1983), pp. 103-118.

[2] V.L. Pereyra,*Solución numérica de ecuaciones diferenciales con valores de frontera*, Acta Científica Venezolana.30(1979), pp. 7-22.

[3] R. Hartl, S. Sheti and G. Vickson,*A Survey of the Maximum Principles for Optimal Control Problems with State Constraints*, SIAM Review 37 (1995), pp. 181-218.

[4] S. Delprat, T. M. Guerra, G. Paganelli, J. Lauber and M. Delhom,*Control strategy optimization for an hybrid parallel powertrain*, Proc. of the American Control Conference(2001), pp. 1315-1320.

[5] S. Delprat, J. Lauber, T. M. Guerra and J. Rimaux,*Control of a Parallel Hybrid Powertrain: Optimal Control*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, V53, No 3 (2004), pp. 872-881.

[6] L. Serrao, Simona Onori and G. Rizzoni,*ECMS as a realization of Pontryagin Minimum Principle for HEV control*, Proc. of the American Control Conference (2009), pp. 3964-3969.

[7] A. Brahma, Y. Guezennec and G. Rizzoni,*Dynamic optimization of mechanical/electric power flow in parallel hybrid electric vehicles*,in Proc. of AVEC 2000, 5th. Intern. Symp. on Advanced Vehicle Control, Ann Arbor, Michigan (2000).

[8] L.V. Pérez, and G.O. García,*State constrained optimal control applied to supervisory control in hybrid electric vehicles*, Oil & Gas Science and Technology, Revue de l'Institut Francais du Pétrole, Vol. 65, No. 1 (2010), pp. 191-201. DOI: 10.2516/ogst/2009040.

[9] A. Sciaretta, and L. Guzzella, *Control of hybrid electric vehicles*, IEEE Control Systems Magazine, Vol.27, No 2 (2007), pp. 60-70, Digital Object Identifier 10.1109/MCS.2007.338280.

[10] H.P. Geering, *Optimal control with engineering applications*, Springer-Verlag, 2007.

[11] L. V. Pérez, C. H. de Angelo y V. Pereyra,*Determination of the adjoint state evolution for the efficient operation of a hybrid electric vehicle*, Mathematical and Computer Modelling (2011) http://dx.doi.org/10.1016/j.mcm.2011.06.058