

# LA CONTINGENCIA DE LA DIMENSIONALIDAD DEL ESPACIO EN LA OBRA KANTIANA DEL PERÍODO PRECRÍTICO

GASTÓN GIRIBET

Department of Physics, New York University (NYU)

726 Broadway, New York City, NY10003, USA.

Phone: (+1)-929-217-6633

E-mail: gaston.giribet@nyu.edu

*Resumen: De entre tantas otras, una de las contribuciones fundamentales de Roberto Torretti a la historia de la filosofía ha sido su lúcida exposición de la obra de Kant, exposición que invita a una reconsideración crítica de las periodizaciones clásicas de la biografía intelectual del filósofo de Königsberg. Desde un punto de vista actual, esto resulta de gran importancia, en especial para la tarea de revalorización de los trabajos del llamado período precrítico. En este artículo, dedicado a la memoria de Torretti, me detendré a analizar aspectos fundamentales de los atributos del espacio en la obra precrítica; más precisamente, expondré cómo la pregunta acerca de la contingencia o necesidad de la tridimensionalidad del espacio organiza la toda la metafísica de las leyes de la naturaleza en la primera obra de Kant. Discutiré también las continuidades que pueden encontrarse entre aquella primera obra y su filosofía madura.*

*Palabras clave: Immanuel Kant, período precrítico, filosofía de la ciencia, espacio-tiempo, metafísica de las leyes de la naturaleza.*

*Abstract: Among many others, one of Roberto Torretti's fundamental contributions to the history of philosophy has been his lucid exposition of Kant's work, an exposition that invites a critical reconsideration of the classical periodizations of the intellectual biography of the Königsberg philosopher. From a modern point of view, this is of great importance, especially for the task of revaluing the works of the so-called pre-critical period. In this article, dedicated to the memory of Torretti, I will analyze fundamental aspects of the attributes of space in the pre-critical work; more precisely, I will show how the question about the contingency or necessity of the three-dimensionality of space organizes the entire metaphysics of the laws of nature in Kant's first work. I will also discuss the continuities that can be found between that early work and his mature philosophy.*

*Keywords: Immanuel Kant, precritical period, philosophy of sciences, space-time, metaphysics of the natural laws.*

## 1. Introducción

Dijo alguna vez Deleuze que, aunque siempre se nos podrá decir que existen teorías en las que el espacio tiene  $n$  dimensiones, tal idea no tiene nada que ver con el sistema kantiano de conceptos y de problemas (2008, p. 39). Este trabajo puede tomarse, en primer lugar, como una detallada refutación de este juicio. Pero refutación tal sólo adquiere valor en cuanto la subestimación de Deleuze del problema de la multidimensionalidad, problema central en la obra de juventud de Kant, no hace sino expresar una muy extendida subestimación de elementos metafísicos en la obra del período precrítico y una consecuente desatención a evidencias de continuidades a lo largo de todo el pensamiento kantiano.

La contingencia de la tridimensionalidad del espacio funciona en la primera obra de Kant como un principio coordinativo y es lo que le posibilita a Kant establecer una jerarquía ontológica entre substancia, fuerza y espacio. Es precisamente la dimensionalidad del espacio lo que mejor ilustra la inversión realizada por Kant al establecer el carácter fundamental de las propiedades funcionales de las leyes naturales y subordinar a éstas los atributos del espacio. Es la pregunta por la dimensionalidad lo que habilita su afirmación sobre la arbitrariedad de las leyes de la naturaleza y la mentada facultad de Dios de haber podido elegir otras. Luego, la arbitrariedad de las leyes es lo que, al juicio del joven Kant, posibilita la multiplicidad de mundos.

Para el Kant precrítico, la dimensionalidad y los otros atributos del espacio no son elementos constitutivos primordiales; no son fundamentales. Para Kant, al menos hacia comienzos del período precrítico, lo fundamental es la fuerza. La extensión y el espacio se vuelven elementos *emergentes*, derivados de las formas funcionales de las fuerzas fundamentales de la naturaleza; fuerzas que, con un trazo cuya firmeza merma con la distancia, delinean un mundo de una contingente tridimensionalidad en el que la ubicación de los cuerpos aparece como un concierto de puntos de fuga. Nos dice Kant:

Soy de la opinión de que las substancias en el mundo existente [*Substanzen in der existierenden Welt*], del cual formamos parte, tienen fuerzas esenciales [*Kräfte von der Art*] de tal naturaleza que propagan sus efectos en unión entre sí de acuerdo con la relación inversa al cuadrado de las distancias; en segundo lugar, que el todo a lo que esto da lugar tiene, en virtud de esta ley, la propiedad de ser tridimensional [*der dreifachen Dimension*] (Kant, 1749, §10; cf. Watkins, 2015, pp. 27-28).

Esto es, la tridimensionalidad del espacio viene dada *en virtud de* las formas funcionales específicas de las leyes que gobiernan las fuerzas entre las substancias.

El estudio de esta cosmología kantiana basada en las fuerzas es importante para entender, no sólo su filosofía natural del período precrítico, sino también algunos núcleos de sentido en su obra madura. Kant, aunque cambiando de enfoque en varios momentos, mantendría la idea de una íntima conexión entre substancia, fuerza y espacio a lo largo de toda su filosofía natural, desde su primer libro hasta sus especulaciones científicas en la llamada época crítica. En efecto, es posible identificar continuidades que van desde su prematuro *Ideas de la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, publicado en 1749, hasta su *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza* (MAN), publicado en 1786, un año antes de la aparición de la segunda versión (B) de la *Crítica de la razón pura* (*KrV*). Y, aunque a comienzos del período crítico se verá en la obra kantiana una aparente inversión de la jerarquía ontológica entre fuerza y espacio, cabriola dialéctica que se hace explícita en los *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como una ciencia* (1783), es sencillo demostrar que tal inversión se trata de un artefacto que se produce cuando se restringe el análisis al de su filosofía trascendental: interpretar el reemplazo de la preeminencia ontológica de la fuerza por la del espacio, algo que se observa en el paso del período precrítico al período crítico, como una contradicción en la ontología kantiana se trata de un error, un error que nace de confundir el orden ontológico de su metafísica con el orden trascendental de su gnoseología.

En el período crítico Kant afirmará que, “[d]ado que se requiere del espacio para todas las fuerzas de la materia, y dado que este contiene también las condiciones de las leyes de propagación de aquellas [fuerzas], se presupone [el espacio] necesariamente antes que toda materia”, (Kant, MAN, 1968 [1786], p. 99; cf. Kant, 2017 [1786], p. 47). En el período precrítico, en contraste, el carácter basal de las fuerzas adquiere en la cosmología kantiana un peso tan importante cuanto evidente. La inversión del orden ontológico espacio-fuerza por fuerza-espacio es una de las discontinuidades que se pueden encontrar en la obra de Kant; pero también hay continuidades; por ejemplo, se vuelve evidente la continuidad de ciertas convicciones metafísicas y compromisos ontológicos expresados ya en aquel primer trabajo de 1749 y vueltos a aparecer una y otra vez durante décadas, al menos hasta el final del período precrítico (c. 1770). Ejemplos de esto último son la convicción de la posibilidad de existencia de muchos mundos y la convicción de la contingencia de la dimensionalidad del espacio en el que nos es dado ser.

Más importante que la tarea reivindicativa de señalar elementos de valor en la obra kantiana de comienzos de su período precrítico y establecer a partir de ello continuidades con su obra posterior es la tarea de destacar la *necesidad* de los primeros trabajos de Kant. Estos trabajos se vuelven imprescindibles en cuanto habilitan –y no sólo anticipan– la forma que el espacio tomará luego en la *Estética Trascendental*. En breve: era menester liberar al espacio del mundo de las cosas en sí para que, más tarde, pudiera ése salir de éste.

## 2. Kant y la estimación de la *vis viva*

### *La primera obra de Kant: el comienzo del período precrítico*

Nuestro análisis de la obra precrítica de Kant o, más específicamente, de la primera parte de la denominada “etapa precrítica” de su pensamiento, comienza con el primer texto del prodigio de Königsberg: *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte*, escrito presumiblemente entre 1744 y 1746, y finalmente publicado en 1749. Kant termina el libro y lo presenta al censor de la Universidad de Königsberg en el verano de 1746, y firma la versión final el día de su vigésimo tercer cumpleaños, el 22 de abril de 1747. Cerca de esa fecha, abandonaba sus estudios en la universidad. En el verano de 1748, apremiado por la situación económica de su familia tras la muerte de su padre, poco más de dos años antes, Kant dejaba su ciudad natal para desempeñarse como tutor no muy lejos de allí. Durante su época de tutorías, de la que pocos datos precisos y relevantes se conocen, Kant no abandonaría sus investigaciones filosóficas.

Estos datos biográficos, como veremos, se alejan de lo meramente anecdótico en tanto se relacionan estrechamente con las especulaciones acerca de las condiciones en las que su primer libro fue escrito. Asimismo, vienen a poner en relieve lo prematuro de ese primer texto de Kant, texto independiente en el que, sin ocultar tener consciencia de ello, Kant exhibe las grandes pretensiones de un joven estudiante que se dispone a refutar a lo más granado de la academia de la Europa continental; Wolff y Leibniz, entre ellos.

El título del libro, *Ideas de la verdadera estimación de las fuerzas vivas*<sup>1</sup>, va acompañado de un subtítulo extenso y elocuente que suele también aparecer en las ediciones en inglés<sup>2</sup>: *Valoración del testimonio de Herr von Leibniz y otros mecánicos que se han desempeñado en disputas, además de algunas consideraciones previas que se refieren al poder del cuerpo en general*<sup>3</sup>. En varias ediciones en inglés el título se traduce como *Thoughts on the true estimation of living forces* (cf. Watkins, 2015), y hay académicos que prefieren referirse a esa primera obra simplemente como “*Living forces*” (cf. Schönfeld *et al.*, 2019; Schönfeld 2020).

---

1 Esta es la manera en la que aparece citada en las traducciones de otras obras al castellano. La obra de Kant de 1747 aparece mencionada, por ejemplo, en la edición en castellano del libro de Ernst Cassirer, donde también se la llama *Ideas sobre la verdadera apreciación de las fuerzas vivas* (Cassirer, 1918; cf. Cassirer 1918). Existen otras formas de traducir el título, como *Pensamientos para la verdadera evaluación de las fuerzas vivas* (cf. Rojas, 1988, pp. 171-173). Es esta última forma la que aparece en la traducción al castellano realizada por Juan Arana (1988). Existe, al menos, otra traducción del primer libro de Kant al castellano, realizada por Eduardo Ovejero y Maury (1921).

2 En (Watkins, 2015), por ejemplo, el título completo que aparece es “*Thoughts on the true estimation of living forces and assessment of the demonstration that Leibniz and other scholars of mechanics have made use of in this controversial subject, together with some prefatory considerations pertaining to the force of bodies in general*”, traducción de Jeffrey Edwards y Martin Schönfeld.

3 No nos valimos de traducciones al castellano del libro *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte*. La traducción de los pasajes que presentaremos en este trabajo es propia y parte no sólo de la edición en inglés en (Watkins, 2015) sino también del original (Kant, 1749) publicado en 1749 por Martin Eberhard Dorn.

*Esto último se debe a que el tema central de ese trabajo inaugural es precisamente la crítica a la concepción de Leibniz y Wolff de la mecánica basada en la noción de “fuerzas vivas” [vis viva].*

La formulación de la mecánica clásica basada en la idea de la “fuerza viva” había sido introducida por Leibniz hacia 1686 y estaba llamada a iniciar un debate entre leibnizianos y cartesianos que se extendería, al menos, hasta la década de 1740. Por lo tanto, es adecuado decir que Ideas de la verdadera estimación de las fuerzas vivas es la intromisión del joven Kant en un cuodlibeto que involucraba, sino a toda, a gran parte de la comunidad académica dedicada a la filosofía natural en la Europa continental, y especialmente en Alemania.

El centro del debate que tenía lugar por aquellos años, debate al que Kant pretendía aportar, se resume en la controversia acerca de la correcta identificación de las cantidades conservadas en la mecánica clásica. Mientras los partidarios de la mecánica cartesiana promulgaban como ley que rige el movimiento de los cuerpos aquella que afirma la conservación de la “cantidad de movimiento” –i.e. lo que en términos modernos nosotros llamaríamos “el módulo del momento lineal”– Leibniz y sus seguidores afirmaban que la cantidad conservada en los sistemas dinámicos no era ésa sino la “fuerza viva” (vis viva) – que es lo que hoy llamaríamos “el doble de la energía cinética”–. Por ejemplo, en su *Discurso de metafísica* Leibniz presenta su “máxima subalterna de la ley natural, donde se muestra que Dios conserva siempre regularmente la misma fuerza, pero no la misma cantidad de movimiento, contra los cartesianos y otros varios” (Leibniz, 1995 [1686], §17, p. 77). Hoy, a más de trescientos años del inicio de ese debate, sabemos que, tal como lo demostrara d’Alembert, ambas cantidades se conservan en la mecánica. Nos es por ello difícil imaginar cómo una falsa dicotomía de naturaleza tal suscitaba aguerridas discusiones en los claustros científicos de aquellos días. Pero es importante saber que entre 1686 y 1743, año en el que d’Alembert dio una solución definitiva al problema, el debate entre la conservación de la cantidad de movimiento cartesiana y la fuerza viva leibniziana dividía escuelas y representaba uno de los mayores problemas abiertos de la filosofía natural. A efectos de ponderar correctamente el peso del problema, quizá deberíamos decir que el cisma que se abrió entre físicos durante la primera mitad del siglo XVIII no se debía exclusivamente a las implicancias que esto podía llegar a tener para los cálculos concretos de ciertos problemas de la mecánica racional, sino también, y en especial, al contenido metafísico que derivaba de la discusión. Para Descartes, la conservación de la cantidad de movimiento venía a expresar la invariabilidad de Dios, ese Dios creador minucioso que hubo echado a andar el mundo con acribia, dejando su huella en las reglas de su funcionamiento. El mundo, este gran mecanismo que se levanta a nuestro alrededor y nos envuelve, funciona de manera severa y precisa, conservando la cantidad neta de movimiento, siempre, desde siempre y para siempre. Así, la conservación de la cantidad de movimiento no sería sino la impronta de la inmutabilidad de lo divino expresada de manera inexorable en cada encuentro de los cuerpos.

---

4 En realidad, la idea aparece ya en una serie de escritos inéditos escritos por Leibniz circa 1678, titulados *De corporu concursu* (cf. Fichant, 1999).

Por su parte, el desarrollo de la mecánica de Leibniz no carecía de contenido metafísico que articulase sus proposiciones. Afirmaba Leibniz que “[l]a distinción de la fuerza y la cantidad de movimiento es importante, entre otras cosas, para juzgar que hay que recurrir a consideraciones metafísicas ajenas a la extensión para explicar los fenómenos de los cuerpos” (Leibniz, 1995 [1686], §18, p. 80). No era sin fuerza que Leibniz arremetía contra el concepto de acción a distancia, idea que para él venía a restaurar elementos de una magia desterrada desde la superación de la física escolástica. En *Antibarbarus physicus* Leibniz ataca directamente la idea de acción a distancia en la teoría de Newton. A los ojos de muchos, las ideas de Leibniz aparecían como inmanentistas y ganaban rechazos porque parecían venir a renovar la idea aristotélica-medieval de substancia (cf. Cassirer, 2018). Tales eran las acusaciones de Newton y Clarke dirigidas a la monadología leibniziana. Algunos han interpretado el contenido del libro de Kant sobre las fuerzas vivas como un rechazo a la doctrina leibniziana de la armonía preestablecida, según la cual las substancias no interactúan (cf. Schönfeld *et al.*, 2019). Esta visión, que hoy interpretaríamos como una teoría no-local y teleológica de la mecánica, ciertamente no parece estar en sintonía con la manera en la que Kant entiende la interacción entre la materia. Es por eso que se ha afirmado que el contenido de *Ideas de la verdadera estimación de las fuerzas vivas* puede tomarse como un rechazo de la afirmación de la *Monadología* de Leibniz acerca de que las substancias no tienen “ventanas” que habiliten las acciones mutuas a distancia (*ibid.*). La afirmación de Kant de que las substancias, los cuerpos e incluso la mente cambian su estado por medio de una acción mutua entra en contradicción con las ideas de Leibniz. Kant se encontraba cautivado por la cuestión de los poderes de la naturaleza, y era en esos términos que pretendía entender la mecánica. Es así que debemos entender su motivación por abocarse a resolver el problema de las fuerzas vivas; es así, también, como debemos entender la consideración que tuvo con la doctrina cartesiana.

Para Descartes, la fuerza no es una esencia; es simplemente una cantidad de movimiento, calculable, medible. Con su interpretación, suele decirse, Descartes redujo la física a la cinemática, a mera foronomía, dado que, aunque *stricto sensu* la cantidad de movimiento se trata de una cantidad dinámica en cuanto incluye a la masa del cuerpo y no sólo a su velocidad, los aspectos cinemáticos son los que prevalecen en la descripción cartesiana de los encuentros entre cuerpos. Leibniz, en cambio, rechazaba tal formulación y presentaba la propia en términos de la fuerza viva.

Así, pues, el debate acerca de la conservación de la cantidad de movimiento y la de la fuerza viva era inescindible del contenido metafísico que funcionaba como elemento coordinativo en cada una de las formulaciones. Recordemos las palabras de Leibniz: “Si las reglas de la mecánica dependieran sólo de la geometría sin la metafísica, los fenómenos serían muy otros” (Leibniz, 1995 [1686], §21, p. 83).

*La crítica a la dinámica de Leibniz y Wolff*

Como decíamos, el debate acerca de las leyes de conservación de las fuerzas vivas se inicia poco antes de 1686, año en el que Leibniz publicó en las *Acta Eruditorum* su *Demostración breve de un error memorable de Descartes y otros acerca de una ley natural*. Leibniz sostiene allí que la ley de conservación de la cantidad de movimiento propuesta por Descartes era errónea y que debía ser reemplazada por otra ley, una que afirmaba la conservación de una cantidad diferente: la *vis viva*. Leibniz vuelve sobre esta idea en su *Discurso de metafísica*, donde presenta argumentos que sustentan que la verdadera cantidad conservada debe ser cuadrática en la velocidad y no lineal como Descartes había originalmente considerado. Afirma Leibniz:

Usualmente nuestros filósofos se sirven de la famosa regla de que Dios conserva siempre la misma cantidad de movimiento en el mundo. En efecto, es muy plausible, y en otro tiempo yo la tenía por indubitable. Pero después he reconocido en qué consiste el error (Leibniz, 1995 [1686], §17, p. 77).

Muchos de los argumentos esgrimidos por Leibniz para sostener su ley de conservación de la *vis viva* se asemejan a los que uno considera hoy en día al tratar esos problemas: argumentos que involucran cuerpos cayendo bajo el influjo de la gravedad, *Gedankenexperiments* de impronta galileana (cf. §17, pp. 78-79). Para Leibniz, esos argumentos eran suficientes para evidenciar la inconsistencia entre la mecánica cartesiana y la interacción gravitatoria. Por otro lado, los experimentos realizados por Mariotte y por el mismo Leibniz sustentaban la ley de conservación de la *vis viva*. No transcurrirían muchos años hasta que esos y otros experimentos fueran adaptados, mejorados y realizados con precisión en laboratorios. Resortes, péndulos, masas colisionando, pendientes y cuerpos rodando sobre estas parecían darle la razón a Leibniz.

El debate, decíamos, se cerró definitivamente con la publicación del *Tratado de dinámica* de d'Alembert en 1743. Durante la década precedente, lo más selecto de la comunidad dedicada a la filosofía natural en Alemania y Francia se había abocado al tema; Leonhard Euler, entre ellos. Esto muestra la relevancia que el debate había alcanzado en el continente. En Inglaterra, por el contrario, el tema no había sido considerado central, al menos no de manera unánime. Mientras que algunos físicos ingleses se habían pronunciado a favor de los cartesianos, otros habían soslayado la discusión incluso en los años que siguieron a la muerte de Newton, en 1726-27. Por otro lado, seguidores de Newton trabajando en el continente aceptaban la conservación de la *vis viva*, a pesar de las críticas de Newton y Clarke a la filosofía de Leibniz. Entre los años 1725 y 1746 tuvo lugar en la Academia de Ciencias de St. Petersburgo un debate entre newtonianos y wolffianos que tendría al problema de la *vis viva* como centro.

Es evidente que el joven Kant desconocía el trabajo de d'Alembert de 1743. Es así que circa 1744 comienza a escribir sus *Ideas de la verdadera estimación de las fuerzas vivas* con la pretensión de entrar de lleno en la arena, abordando el que venía siendo un problema

central en la mecánica. No obstante, el análisis que Kant hace del problema en cuestión no se agota en lo estrictamente mecanicista. Y tampoco se agota en ello el valor que este análisis puede llegar a adquirir si se lo lee en clave contemporánea. De hecho, no es inexacto decir que el principal valor del texto de Kant sobre las fuerzas vivas no reside tanto en sus consideraciones sobre la mecánica *per se* cuanto en su contenido metafísico. Por un lado, muchos de los argumentos físicos de Kant en ese texto son a todas luces incorrectos, incluso para el conocimiento científico de la época. Kant fallaba en identificar el núcleo de sentido de la discusión de algunos puntos técnicos y sus consideraciones acerca de la inercia delataban confusiones conceptuales. Por otro lado, el foco del análisis kantiano acerca de la cuestión de las fuerzas vivas radicaba claramente en la enjundia filosófica más que en cuestiones prácticas. Kant dirigía su atención hacia la crítica del contenido filosófico que se derivaba de la consideración de la fuerza viva.

Que el término *vis viva* aparezca en el título del libro, algo que es asimismo acentuado por la mención a Leibniz en el subtítulo, deja en claro cuál es el centro neurálgico de la discusión que Kant plantea allí. Kant emprendía un embate crítico contra Leibniz y Wolff, o, más precisamente, contra la versión wolffiana de la mecánica leibniziana. De acuerdo a Kant, una “verdadera estimación” de las fuerzas vivas era necesaria, y para ello era necesario, primero, aclarar algunas ideas acerca del “poder del cuerpo en general”.

Ahora bien, si esto es así y la crítica a la versión wolffiana de la mecánica de Leibniz<sup>5</sup> es el tema central del libro, es imposible no preguntarnos qué significaba criticar a Wolff en el tiempo y en el espacio en que el joven Kant se encontraba al momento de escribirlo. Comencemos diciendo que Kant había conocido la obra de Wolff, así como la de Newton, de manos de su profesor Martin Knutzen, manos por las que, sin duda, su manuscrito pasaría antes de ser publicado. También cabe decir que, en aquellos tiempos, y a pesar de ser receptor de enorme reconocimiento, Wolff era considerado por gran parte de la comunidad académica como un filósofo radical. Esto podría sugerir que un cuestionamiento a Wolff en un contexto tal no sería sino bien recibido, al menos por parte del claustro. Y, en efecto, ese habría sido el caso si la crítica de Kant a Wolff se hubiese dirigido

---

5 En esta etapa del pensamiento de Kant la crítica a Wolff y a Leibniz no puede considerarse igual a aquella que aparece en su período más maduro, por ejemplo, en la *Crítica de la razón pura*. Si bien, como veremos, muchos autores debaten acerca del momento preciso en el que Kant comienza su ruptura con del sistema leibniziano-wolffiano, hay consenso acerca de si un reconocible quiebre inflexivo ocurre hacia la década de 1760. Más adelante, en su período crítico, Kant dirigiría su crítica hacia la teoría del conocimiento. Por ejemplo, en las observaciones generales de la estética trascendental podemos leer: “la filosofía leibniziano-wolffiana les ha asignado un punto de vista enteramente erróneo a todas las investigaciones sobre la naturaleza y el origen de nuestros conocimientos, al considerar la diferencia entre sensibilidad y lo intelectual como meramente lógica (...)” (*KrV*, B 61; cf. Kant, 2014 [1787], p. 112). En las obras inéditas de Kant encontramos también críticas directas a Wolff y a Leibniz de otra índole, en las que Kant deja ver su condescendencia con esos pensadores; por ejemplo: “El célebre Wolff posee indiscutibles méritos en la ontología por la claridad y precisión en el análisis de aquella facultad; pero no en la ampliación del conocimiento en esa ciencia, pues la materia estaba agotada” (Kant, 2011 [1804], p. 8); también: “Esta marcha de los dogmáticos (...) que incluye también la época d un Leibniz y de un Wolff, si bien no es la marcha correcta, es sin embargo la más natural” (p. 10).



hacia los componentes racionalistas de la filosofía de este último. Pero el cuestionamiento de Kant no iba precisamente en esa dirección, sino en la opuesta. Su crítica no se dirigía hacia el racionalismo dogmático de Wolff; por el contrario, la crítica de Kant en su libro sobre las fuerzas vivas puede bien considerarse un exhorto a la radicalización de los componentes metafísicos del linaje leibniziano. La de Wolff era una versión no-inmanentista de la dinámica leibniziana; versión que, por otra parte, era compartida por muchos post-leibnizianos en el mundo germánico. Kant rechazaba esa variante y proponía una profundización de los elementos metafísicos. Eso, según él, prometía dar acceso al extracto original de las ideas bosquejadas por Leibniz.

La crítica de Kant a la fuerza motriz wolffiana partía de su convicción de que la identificación entre fuerza y movimiento encuentra sus limitaciones. La fuerza debe entenderse, en opinión de Kant y de acuerdo a lo que él interpretaba de la doctrina de Leibniz, no como mero movimiento sino más bien en términos ontológicos (*cf.* Schönfeld *et al.*, 2019). Según Kant, la fuerza viva brota, tal como lo hace el agua de una fuente natural; la fuerza irradia de forma tal que un cuerpo ejerce acción sobre los otros. Es por esto que la *vis viva* puede entenderse como una *vis activa*:

Uno debería decir que, en la medida en que el cuerpo actúa, se esfuerza por alcanzar el estado en el que no actúa. Por lo tanto, se debe llamar a la fuerza de un cuerpo como *vim activam* (Kant, 1749, §3, p. 5; Watkins, 2015, p. 23).

La fuerza activa aparece a los ojos de Kant como elemento físico fundamental, en el sentido que todo parece derivarse de ella, incluso la extensión, la dimensionalidad y otros atributos del espacio. La *vis activa* actúa en la interacción de la materia; es ella lo que produce el cambio de estado que un cuerpo sufre al interactuar con otro y desviar su movimiento, o adquirirlo. Para Kant, la fuerza activa teje el mundo; es su fibra. La *vis activa* interviene en la interacción entre las sustancias y también en la interacción entre la mente y las sustancias – *e.g.* entre los cuerpos que nos rodean y nuestra mente– en cuanto el estado de la mente puede ser alterado por la materia y viceversa. Esta idea, que anticipa y habilita otras que vendrían en la etapa crítica, ya aparece en relieve en su libro de 1747. Las fuerzas aparecen allí como elementos constitutivos del mundo, del espacio y también de las ideas. Las fuerzas son pensadas como esa irradiación de acción a partir de lo que todo deriva. Kant no piensa las fuerzas *en* el espacio, sino el espacio como producto de las fuerzas. Concibe ese fluir incesante de la *vis activa* como funciones locales, pero no como funciones definidas en los puntos de un espacio preexistente, sino como funciones que dan origen al espacio mismo: “Es fácil mostrar que no habría espacio ni extensión si las sustancias no tuvieran fuerza para actuar externamente a sí mismas”, afirma (§9, p. 26). Decíamos ya: las fuerzas entre los cuerpos son los trazos que delinear el mundo, y las ubicaciones de los cuerpos son sus

puntos de fuga<sup>6</sup>. Según esta ontología, el espacio es un elemento emergente: los cuerpos interactúan mediante fuerzas y esa interacción corresponde a un cambio en el estado de cada cuerpo. Luego, es esa interacción entre cuerpos lo que define y determina el ordenamiento de las ubicaciones de estos en el espacio, los puntos en los que los cuerpos se hallan, y esas ubicaciones definen, finalmente, el espacio.

Esta cosmología, que por momentos toma tintes monadológicos y relacionistas sin llegar a ser ninguna de las dos cosas de manera definitiva, habilita un análisis riquísimo: el carácter fundamental de las leyes que rigen las fuerzas naturales, el carácter superveniente del espacio y de sus atributos, la no-unicidad del mundo, la perfección del mundo en relación con su conectividad, la posibilidad de interacción recíproca y correlativa entre el estado de la mente y el de la materia, son todos tópicos que se derivan de la metafísica contenida en ese primer libro de Kant. Cada uno de estos temas merece un análisis dedicado. En este trabajo nos enfocaremos en algunos de ellos.

### 3. Kant y la dimensionalidad del espacio

#### *La conectividad del mundo y la dimensionalidad del espacio*

Nos enfocaremos a partir de aquí en la parte más especulativa y, de hecho, más interesante del trabajo de Kant sobre las fuerzas vivas. La dimensionalidad del espacio como noción derivada, la arbitrariedad de las leyes fundamentales de la naturaleza y la plausibilidad de la existencia de muchos mundos son los temas centrales de su metafísica. Kant anticipa el peso de estos temas cuando, al disponerse a tratarlos, escribe: “Pero otras proposiciones derivan de la misma fuente, y estas no son menos notables y ocupan el entendimiento, por así decirlo, en contra de su voluntad” (Kant, 1749, §7, pp. 9-10; Watkins, 2015, §7, pp. 25-26).

La idea de que la conexión entre sustancias es lo que forma el mundo lleva a Kant, no sólo a discutir la definición de lo que *estar en el mundo* significa, sino también a discutir la plausibilidad de existencia de *otros mundos*. Kant afirma que, en un sentido estrictamente metafísico, es cierto que la existencia de más de un mundo es posible. Sobre esto, escribe:

No se puede decir que algo es parte de un todo si no está en conexión con las partes restantes (...), pero el mundo es una entidad realmente compuesta, por lo que una sustancia que no esté conectada con ninguna cosa en el mundo no pertenecerá al mundo en absoluto – excepto quizás los pensamientos de uno [*es sei denn etwa Gedanken*]–; es decir, no será parte del mundo. Si hay muchas entidades de este tipo que no están en conexión con nada en el mundo, pero que tienen una relación entre

---

<sup>6</sup> Una pregunta que puede surgir en este punto es acerca del volumen ocupado por los cuerpos; es decir, la cuestión de la extensión de la materia. En otros términos: el problema de los cuerpos en el espacio no se agota en la posición de estos y el movimiento de los mismos, sino también atañe al espacio *ocupado* por las sustancias. Kant analizará este problema en detalle en su posterior *Monadología física* (1756) y, aún más tarde, en *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza* (1786).

sí, entonces esto da lugar a un todo muy especial; constituyen un mundo muy especial. Por lo tanto, es incorrecto decir que, como se enseña regularmente en las salas de conferencias de filosofía, que no puede existir más de un solo mundo en el sentido metafísico. Es ciertamente posible, aun en un sentido propiamente metafísico, que Dios puede haber creado muchos millones de mundos [*Millionen Welten*], y por lo tanto no es concluyente si ellos también realmente existen o no (Kant, 1749, §8, p. 10; Watkins, 2015, §8, p. 26).

Es importante resaltar la excepción que Kant hace aquí de los pensamientos: “*es sei denn etwa Gedanken*”. Salva que podrían éstos estar desconectados del mundo y aún formar parte de él. Pero no se refiere aquí con “pensamientos” a toda actividad de la mente. Como ya vimos, para Kant la substancia tiene el poder de cambiar el estado de la mente por acción de la fuerza activa sobre ella. Lo que parece estar concibiendo aquí Kant es un tipo adicional de pensamiento, uno autónomo, desconectado del mundo. No es forzar ninguna interpretación ver en este discernimiento entre distintas formas de actividad de la mente lo que mucho más tarde quedará expresado en su dialéctica trascendental: la posibilidad de que ciertos pensamientos que no estén conectados en absoluto con ninguna cosa del mundo y aun así existan en uno. Pensar en otros mundos sería un pensamiento de tal naturaleza.

Otro punto del párrafo citado arriba a poner en relieve es que aparece ya ahí la idea de la posibilidad de que Dios haya creado otros mundos: Dios puede haber creado muchos millones de mundos [*Millionen Welten*]. Esto se relaciona estrechamente con la dimensionalidad del espacio, como veremos a continuación.

#### *La dimensionalidad del espacio como atributo derivado y contingente*

Vayamos ahora al punto central de nuestro estudio: la dimensionalidad del espacio. Para ello, es importante recordar la afirmación de Kant acerca de que “no habría espacio ni habría extensión si las substancias no tuvieran fuerzas que actúen externamente a ellas” (§9, p. 26). Esta aserción es crucial para entender lo que le sigue:

Debido a que todo lo que se encuentra entre las propiedades de una cosa debe ser derivable de lo que contiene en sí mismo el fundamento completo de la cosa misma, las propiedades de extensión, y por lo tanto también su tridimensionalidad, deben basarse también en las propiedades de la fuerza de las substancias respecto a las cosas con las que están conectadas (Kant, 1749, §10, p. 12; Watkins, 2015, p. 27).

Y agrega en un exergo al margen que “[e]s probable que la tridimensionalidad del espacio derive de la ley de acuerdo a la cual las fuerzas de las substancias actúan las unas sobre las otras” (*ibid.*).

Hay aquí otra inversión extraordinaria: la tridimensionalidad del espacio debe, según Kant, basarse en las propiedades de las fuerzas<sup>7</sup>, o, más precisamente, en el modo en que la materia determina la forma funcional de la fuerza que actúa entre los cuerpos. Sostiene que “[e]s probable que la tridimensionalidad del espacio derive de la ley de acuerdo a la cual las fuerzas de las sustancias actúan sobre otras”, y afirma que “el carácter tridimensional parece derivar del hecho de que las sustancias en el mundo existente actúan sobre otras en una forma tal que la fuerza de acción es inversamente proporcional al cuadrado de las distancias” (p. 27).

Decimos que el argumento de Kant se trata de una “inversión” porque usualmente las propiedades funcionales de una fuerza se piensan y se explican a partir de la dimensionalidad del espacio; mientras que aquí el ejercicio que realiza Kant es el opuesto. Agrega sobre esto:

La fuerza por la cual cualquier sustancia actúa en unión con otras sustancias no puede concebirse sin una cierta ley que se manifiesta en su modo de acción. Dado que el tipo de ley por la cual las sustancias actúan entre sí también debe determinar el tipo de unión y composición de muchas sustancias, la ley según la cual se mide una colección completa de sustancias (es decir, un espacio), o la dimensión de extensión, derivará de las leyes según las cuales las sustancias buscan unirse en virtud de sus fuerzas esenciales (§10, p. 27).

Con esto, no sólo reafirma Kant que los atributos del espacio son *a partir de* las formas funcionales de las fuerzas, sino que afirma también la necesidad de una ley que gobierne la forma en la que las fuerzas actúan, *e.g.* una ley que dicte la forma en la que la intensidad de esas fuerzas cambia espacialmente estando dicha forma determinada por propiedades inherentes de las sustancias: “Porque todo lo que se encuentra entre las propiedades de una cosa debe ser derivable de lo que contiene en sí mismo el fundamento completo de la cosa misma.” Para Kant, es imposible concebir una fuerza sin una ley que la describa.

Haciendo hincapié en la cuestión de la dimensionalidad del espacio y cómo esta queda determinada a partir de la forma en la que las fuerzas actúan espacialmente, escribe:

Soy de la opinión de que las sustancias en el mundo existente, del cual formamos parte, tienen fuerzas esenciales de tal naturaleza que propagan sus efectos en unión entre sí de acuerdo con la relación inversa al cuadrado de las distancias; en segundo lugar, que el todo a lo que esto da lugar tiene, en virtud de esta ley, la propiedad de ser tridimensional; en tercer lugar, que esta ley es arbitraria y que Dios podría haber elegido otra, *e.g.* el cubo inverso, relación; en cuarto y último lugar, que una extensión

---

7 Cabe contrastar esto con el carácter basal de la dimensionalidad del espacio en la obra de filósofos previos. Recordemos, por ejemplo, que para Descartes la *res extensa* tenía como atributos sus profundidades en cada una de las tres dimensiones del espacio: anchura, altura, largura.

con propiedades y dimensiones diferentes habría resultado de una ley diferente. Una ciencia de todos estos posibles tipos de espacios sería indudablemente la más alta geometría que un conocimiento finito pudiera emprender (§10, pp. 27-28).

Lo que sostiene Kant aquí es, sin lugar a dudas, asombroso: la tridimensionalidad del espacio se deriva del hecho de que las sustancias que existen en el mundo interactúan con una ley que involucra la inversa del cuadrado de la distancia. Esto viene a culminar la inversión que veíamos perfilarse en los párrafos precedentes, y es de una originalidad que es importante destacar: la manera en la que usualmente se piensan las fuerzas en física, y en particular el caso de la fuerza de gravitación universal de Newton, que funciona para Kant como ejemplo antonomástico, pone a la forma funcional de la fuerza como *debida a* la dimensionalidad del espacio. En otras palabras, el hecho de que la fuerza gravitatoria de Newton o la fuerza eléctrica de Coulomb o la intensidad lumínica de los objetos brillantes decaigan con el cuadrado de la distancia se explica usualmente *a partir de* la invariabilidad del flujo y del hecho de que, en un espacio tridimensional, el área del ángulo sólido crece, precisamente, como el cuadrado de la distancia. Así, según la manera usual de verlo, la forma funcional de la fuerza estaría determinada por la tridimensionalidad del mundo. Para el primer Kant (el Kant de comienzos del período precrítico) esto no es así sino al revés: dada su jerarquía ontológica, que establece a la fuerza como anterior al espacio, la implicancia se invierte y, así, es la fuerza lo que determina la tridimensionalidad del espacio. Nosotros percibiríamos la tridimensionalidad debido a la forma específica en la que las fuerzas actúan. Para Kant, esto implica que, si otra fuera la forma en la que la intensidad de la fuerza decreciera con la distancia, pongamos por caso que esta decayese con la potencia  $n-1$  de la distancia, entonces el espacio no se nos presentaría tridimensional sino  $n$ -dimensional. Este movimiento de inversión está a contrapelo de toda intuición ingenua sobre las fuerzas fundamentales de la naturaleza, aunque no deja de mostrar cierto grado de naturalidad cuando se medita sobre él. Incluso se dice que Giambiagi, el famoso físico teórico que consideró la dimensionalidad del espacio como una variable a ajustar<sup>8</sup>, solía afirmar que “tres es la dimensión del electromagnetismo”, sugiriendo con ello que si existiera un hipotético tipo de materia – un campo– al que le fuera dado interactuar mediante fuerzas cuyas formas funcionales fueran distintas a las del cuadrado de la distancia, entonces la dimensionalidad del espacio experimentada por esa materia también podría ser diferente de tres. Esta observación está en perfecta consonancia con las ideas de Kant. También en los ensayos científicos del siglo XX dedicados a extender la física a más dimensiones puede verse formalizada la intuición genial de Kant al vincular la dimensionalidad del espacio y la

---

8 Hacia 1972, J. Giambiagi y C. Bollini consideraron la dimensionalidad del espacio como una variable, aunque el carácter variable del número de dimensiones en ese contexto aparece como un mero artilugio matemático, a efectos de aislar los incómodos infinitos que se esconden en el límite ultravioleta de la teoría cuántica de campos.

forma funcional de las fuerzas (cf. Ehrenfest, 1918; Tangherlini, 1963; Penney, 1965). Cabe resaltar que Kant sugiere esta relación en la primera mitad del siglo XVIII, mucho antes de que la geometría de Gauß y Riemann vinieran a formalizar estos conceptos. Es también interesante decir que durante la primera mitad del siglo XX las teorías físicas comenzaron a considerar seriamente la idea de un espacio físico de mayor dimensionalidad en el que las fuerzas actúan de manera diferente (Nordström, 1914; Kaluza, 1921; Klein 1926; Einstein *et al.*, 1938). Llegando el fin del siglo XX, las teorías físicas más especulativas, como la teoría de cuerdas y la supergravedad, hicieron suya la posibilidad de que el universo, a ciertas escalas, sea en efecto multidimensional y esté gobernado por fuerzas de naturaleza distinta a la que conocemos. Incluso, la teoría de supercuerdas predice que la dimensionalidad del espacio-tiempo debe ser diez y que una pletórica familia de nuevas fuerzas debe existir (cf. Green *et al.*, 1986; Polchinski *et al.*, 1998).

#### *La superveniencia del espacio y su condición de posibilidad*

Si la dimensionalidad, que es atributo basal del espacio, es una propiedad derivada del modo en el que la materia legisla la forma en la que las fuerzas actúan, entonces el espacio *per se* es una entidad derivada. Dimensionalidad, continuidad o discontinuidad, finitud o infinitud, son propiedades que no pueden estar ausentes para que el espacio *sea*. Luego, no es posible considerar al espacio como elemento fundamental si no lo es una de las propiedades que lo definen. El carácter fundamental del espacio queda, pues, condenado por el carácter inherente de aquellos atributos de éste que supervienen.

Hay una serie de conclusiones importantes que podemos derivar de los párrafos del libro sobre las fuerzas vivas citados en las secciones precedentes. En relación con el contenido metafísico que deriva de la ley de la inversa del cuadrado, hay un aspecto que merece ser resaltado: se trata de la afirmación sobre la contingencia de tal ley, contingencia que implica la arbitrariedad de la dimensionalidad del mundo. Esto lleva inmediatamente a Kant a afirmar la posibilidad de existencia de otros mundos. La posibilidad de otros mundos era una de las tesis fundamentales de la teoría leibniziana de los mundos posibles; pero para Kant esta hipótesis cobra una dimensión distinta en cuanto aceptará la plausibilidad de la existencia simultánea de muchos mundos desconectados, cada uno de los cuales habrá de tener distintas estructuras geométricas. Escribe Kant:

Es fácil demostrar que no habría espacio ni extensión si las substancias no tuvieran fuerza para actuar externamente a sí mismas. Porque sin esta fuerza no hay conexión, sin conexión, no hay orden y, finalmente, sin orden, no hay espacio. Sin embargo, es algo más difícil ver cómo la pluralidad de dimensiones en el espacio se deriva de la ley según la cual esta fuerza de substancias actúa externamente (Kant, 1749, §9; Watkins 2015, §9, p. 26).

Reconoce aquí la dificultad de inferir la ley por la cual la fuerza actuaría en un espacio de dimensionalidad distinta. Aun así, Kant parecía tener certeza de la posibilidad de una ciencia en esas otras formas de espacio, en esos otros mundos. A eso se refiere, por ejemplo, cuando afirma que la ley de la inversa del cuadrado de la distancia es contingente y que otra ley es *posible*. La posibilidad de que la ley sea otra es lo que habilita a hablar aquí de superveniencia del espacio *stricto sensu*, dado que la superveniencia demanda una estructura subjuntiva entre propiedades de distintos niveles que admita la forma: si las propiedades de [la fuerza] se vieran modificadas, entonces las del [espacio] se verían modificadas, de modo que se dice de la superveniencia de estas últimas.

Continúa Kant:

Una ciencia de todos estos posibles tipos de espacios [con dimensiones superiores] sería sin duda la geometría más elevada que un entendimiento finito podría emprender. La imposibilidad que notamos en nosotros de representarnos un espacio de más de tres dimensiones parece surgir de la circunstancia de que nuestra alma también recibe impresiones del exterior según la relación inversa al cuadrado de las distancias, y porque su naturaleza está constituida en sí misma para no sólo verse afectada de esta manera, sino también para actuar externamente a sí misma de esta manera (Kant, 1749, §10; Watkins 2015, §10, p. 28).

Vemos aquí expresada la certeza acerca de la existencia de esas leyes que regirían la física de esos mundos de otras dimensionalidades, de esa “elevada geometría” [*die höchste Geometrie*]. Vemos también en este párrafo la vinculación que hace Kant entre la dimensionalidad del espacio y la cuestión de relación entre la substancia y nuestra mente. Aparece nuevamente aquí la acción de la mente sobre lo externo, y de lo externo sobre la mente. La frase “nuestra alma también recibe impresiones del exterior según [tal] relación” sugiere que Kant está pensando aquí en una cualidad inherente de nuestra alma [*Seele*], de nuestra mente. Al hablar de nuestra alma dice que “su naturaleza está constituida en sí misma” de una manera dada. Habla de una correlación entre la forma en la que las substancias interactúan entre sí y la forma en la que nuestra mente está constituida para interactuar. Sin que en ello haya ánimo de forzar ver en esto una anticipación de la filosofía trascendental, corresponde resaltar la idea que aparece aquí acerca de una correlación entre la física que gobierna el mundo y la forma en la que nuestra alma se encuentra predeterminada para interactuar con él. Vemos ya aquí una clave para entender de qué manera la filosofía trascendental, sistema que se ocupa de los conceptos *a priori* de los objetos, no entra necesariamente en tensión con la metafísica del espacio del Kant precrítico: sólo una forma de fuerza, y así pues sólo una forma de espacio, sería capaz de interactuar con nuestra alma, que en sí misma se encuentra constituida para interactuar de una forma predeterminada.

Sobre la forma en la que Kant trata la dimensionalidad del espacio, Cassirer dice que lo que impera a lo largo del libro de las fuerzas vivas es la tendencia a “remontarse por sobre lo particular y pasar al plano de las ‘posibilidades’ más generales del pensamiento” (Cassirer, 2018, p. 42). En este sentido, reconoce Cassirer, es especialmente característica la idea de Kant de que “el espacio tridimensional dado a nuestro mundo empírico no constituye, tal vez, más que un caso específico dentro de un sistema de formas espaciales que pueden ser absolutamente distintos en cuanto a su estructura y a sus dimensiones” (p. 43). Es importante decir acerca de esto que Kant llega a pensar en mundos de más dimensiones sencillamente porque él concluye que ésta es, en efecto, una posibilidad lógica. Kant ya había ensayado, nos cuenta él mismo, otras explicaciones de la dimensionalidad del espacio, y esos intentos de explicaciones no lo habían llevado a ningún lugar. Esto lo enfrentaba, entonces, a la necesidad de considerar la dimensionalidad como algo contingente: “La razón para la dimensionalidad 3 del espacio no se conoce aún”, nos dice, y agrega:

Debido a que discerní una inferencia circular en la demostración que Herr von Leibniz da, en algún lugar de su *Teodicea*, al tomar del número de líneas que se pueden trazar en ángulo recto entre sí desde un punto, yo he tratado de demostrar el carácter tridimensional de la extensión a partir de lo que se puede discernir de las potencias de los números. Las primeras tres potencias son completamente simples y no pueden reducirse a ningún otro [números primos], pero la cuarta potencia se reduce al cuadrado del cuadrado, no es más que una repetición de la segunda potencia. Por muy buena que me pareció esta propiedad de los números como un medio para explicar la tridimensionalidad del espacio, me resultó poco sólida en su aplicación. Porque la cuarta potencia es una imposibilidad con respecto a todo lo que podemos representarnos a nosotros mismos acerca del espacio por medio de la imaginación. En geometría no se puede multiplicar un cuadrado por sí mismo, ni se puede multiplicar el cubo por su raíz; de ahí que la necesidad de la tridimensionalidad no se base tanto en el hecho de que, al plantear varias dimensiones, no se hace más que repetir las anteriores (como en el caso de las potencias de los números); más bien se basa en una cierta otra necesidad que todavía no estoy en condiciones de explicar (Kant, 1749, §9, pp. 12-13; Watkins, 2015, §9, pp. 26-27).

Aquí vemos a Kant, no sólo refutando a Leibniz, sino refutándose a sí mismo. Su intento de demostración de la tridimensionalidad del espacio en función de la propiedad de ser primos<sup>9</sup> de los números 1, 2 y 3, reconoce, es *ad hoc*. Insiste con la idea de que la explicación

---

<sup>9</sup> Kant reconoce las potencias primera, segunda y tercera como irreducibles (lo que equivale a decir que los números 1, 2 y 3 son primos mientras el 4 no lo es) y considera momentáneamente la posibilidad de asociar esa irreducibilidad de las potencias a la dimensionalidad del espacio. La relación entre las potencias de los números y la imposibilidad de una dimensionalidad mayor del espacio encuentra antecedentes: el algebrista italiano Cardan considera la relación entre las



de la tridimensionalidad del espacio podría existir, aunque él no está en condiciones de hallarla. Más importante resulta el hecho de que insiste también con la idea de que hay una relación directa entre la tridimensionalidad del mundo y nuestra imposibilidad de pensar otras dimensiones. Puede vislumbrarse en esto también un giro kantiano, como si la relación de implicancia entre la dificultad para entender la tridimensionalidad del espacio y el carácter tridimensional de este último se viera invertida.

Es importante reparar también en la afirmación de Kant acerca de que la tridimensionalidad “más bien se basa en una cierta otra necesidad que todavía no [está] en condiciones de explicar”. Kant destaca este punto agregando el siguiente apotegma al margen de su párrafo: “La razón de la tridimensionalidad del espacio aún no es conocida”. Con renuencia, Kant se dispone a aceptar la contingencia de la dimensionalidad del espacio, aunque se muestra receptivo ante la posibilidad de que exista una necesidad de que las dimensiones sean sólo tres. Se intuye que Kant mantenía la íntima convicción de que la tridimensionalidad del espacio respondía a alguna razón aún desconocida por los filósofos, pero un imperativo le exigía la honestidad intelectual necesaria para refutar sus propios ensayos por demostrar esa propiedad del espacio. Es precisamente luego de esta afirmación sobre que la razón de la tridimensionalidad del espacio se desconoce que Kant afirma que “el carácter tridimensional parece derivar del hecho de que las sustancias en el mundo existente actúan sobre otras en una forma tal que la fuerza de acción es inversamente proporcional al cuadrado de las distancias” (p. 27).

Acerca de la refutación del argumento que Leibniz presenta en “algún lugar de la *Teodicea*”, vemos que no ha tenido Kant reparo en sentenciar su circularidad. Leibniz argumentaba que el número  $n=3$  para las dimensiones del espacio viene dado por una “necesidad geométrica”, por el hecho de que “sólo hay tres líneas rectas perpendiculares entre sí que puedan cortarse en un mismo punto” (Leibniz, 2014 [1765], § 351, pp. 503-504). Revisar el argumento<sup>10</sup> completo de Leibniz puede ser interesante para lo que nosotros queremos tratar aquí, ya que ese argumento, como veremos, permite discutir el carácter contingente o necesario de las distintas verdades naturales.

---

potencias de los números enteros y la dimensionalidad del espacio en el primer capítulo de su *Ars Magna*, de 1545. Escribe allí: “la primera potencia se refiere a una línea, el cuadrado a una superficie, el cubo a un sólido y que sería fatuo que avanzáramos más allá, por el hecho de que es contrario a la naturaleza” (cf. Cajori, 1926, p. 397).

10 Un argumento similar se le atribuye a Ptolomeo de Alejandría (100-170). El libro en el que este argumento apareció se perdió para siempre, pero los estudiosos afirman que Ptolomeo “probó” de manera similar y recurriendo a la geometría de Euclides la inexistencia de más de tres dimensiones. También Clavius (1538-1612) propuso una demostración similar de la tridimensionalidad de espacio (cf. Cajori, 1926). En el *De Caelo* (I.1), Aristóteles es también asertivo al respecto: “De magnitud, lo que se extiende en una dimensión es una línea, lo que se extiende en dos es un plano y lo que se extiende en tres dimensiones es un cuerpo. No hay otra magnitud más allá de estas, porque las tres dimensiones son todas y las tres son en todos los sentidos.”

### *Leibniz y la tridimensionalidad*

Como sabemos, la *Teodicea* es el trabajo en el que Leibniz presenta una “refutación y corrección de los errores del escéptico Pierre Bayle, en especial en su *Dictionnaire historique et critique*”. Escribe Leibniz allí:

M. Bayle, sin embargo, ha dado una extensión un poco excesiva a la elección libre de Dios; y al hablar del peripatético Estratón (...), quien sostenía que todo habrá sido producido por la necesidad de una naturaleza destituida de inteligencia, dice, que si a este filósofo se le hubiera preguntado por qué un árbol no tiene fuerza para formar huesos y venas, habría podido preguntar él a su vez: “¿Por qué la materia tiene precisamente tres dimensiones? ¿Por qué no le han bastado dos? ¿Por qué no tiene cuatro? Si se le hubiese respondido que la materia no puede tener ni más ni menos de tres dimensiones, hubiera preguntado cuál era la causa de esta imposibilidad.” Estas palabras dan lugar a pensar que M. Bayle sospechaba que el número de las dimensiones de la materia dependía de la elección de Dios, como ha dependido de él el hacer o no hacer que los árboles produjesen animales. En efecto: ¿quién sabe si hay globos planetarios, o tierras colocadas en algún paraje más lejano del Universo, en donde las fábulas de [pájaros que nacen de los árboles] sean verdaderas (...) Mas no sucede así con las dimensiones de la materia; el número ternario está determinado, no por la razón de lo mejor, sino por una necesidad geométrica; porque los geómetras<sup>11</sup> han demostrado que sólo hay tres líneas rectas perpendiculares entre sí que puedan cortarse en un mismo punto. Nada pudo escogerse más propio que esto para hacer ver la diferencia que hay entre la necesidad moral, que crea la elección del sabio, y la necesidad bruta de Estratón y de los spinozianos, que niegan a Dios el entendimiento y la voluntad, y que hace que se advierta la diferencia que hay entre la razón de las leyes del movimiento y la razón del número ternario de las dimensiones, puesto que consiste la primera en la elección de lo mejor, y la segunda en una necesidad geométrica y ciega.” (Leibniz, 2014 [1765], §351, pp. 503-504).

Leibniz distingue aquí entre diferentes tipos de razón para diferentes realidades de la naturaleza. Por un lado, está la contingencia de las leyes físicas que gobiernan el movimiento de los cuerpos, leyes entre otras que pudo Dios haber elegido. Por otro lado, están las razones de otra índole, como la de la tridimensionalidad del espacio, que corresponde a una necesidad geométrica, de carácter no elegible. A diferencia de Kant, para Leibniz el mundo no pudo haber tenido un número distinto de dimensiones, pero no porque Dios haya elegido el número  $n=3$  por ser este el mejor número posible de dimensiones, sino simplemente porque  $n=3$  es una necesidad geométrica basal.

---

11 Probablemente, por Ptolomeo.

Cabe mencionar que, desde los célebres intentos de Leibniz y Kant, hubo muchos otros que intentaron demostrar la necesidad de la tridimensionalidad del espacio. Hubo quienes lo intentaron desde la lógica matemática, y hubo quienes lo hicieron recurriendo a argumentos antrópicos. Entre los primeros se encontró Bolzano (1840); entre los segundos, Ehrenfest (1918).

#### *Cinco disposiciones intelectuales ante la pregunta por la tridimensionalidad*

Podemos clasificar las diferentes disposiciones intelectuales que uno puede adoptar frente a la pregunta por las razones de la tridimensionalidad del mundo en cinco categorías que, aunque pueden a su vez ser subdivididas, cumplen con organizar las diferentes posturas con un criterio epistemológico claro.

En primer lugar, tenemos la disposición por la necesidad; es decir, aquel conjunto de argumentos – y de teorías, en el caso en el que esos argumentos deriven de un cierto sistema– que tienen la pretensión de explicar la tridimensionalidad del espacio como una condición necesaria. Este tipo de argumentos puede ser de variada índole; por ejemplo, incluye aquellos argumentos que descansan en propiedades geométricas, puramente matemáticas, que son prerrogativa de los espacios tridimensionales – o tetradimensionales si es que se incluye al tiempo en el esquema–. La mayoría de los argumentos de este tipo son, o bien tautológicos, como el argumento de Leibniz en la *Teodicea*, o bien *ad hoc*, como el argumento kantiano de los números primos que él mismo censuró. (Para dar más ejemplos de argumentos *ad hoc*, digamos que entre éstos se incluyen los intentos por explicar la tetradimensionalidad del espacio-tiempo basándose en la asociatividad de los cuaterniones u otra propiedad algebraica o geométrica que sea privativa de la dimensión  $n=4$ , como la existencia de infinitas estructuras diferenciables). Debido a eso, es difícil imaginar que argumentos de este tipo, basados en propiedades puramente matemáticas, pudieran resultar satisfactorios, aunque ciertamente tienen en muchos casos gran importancia histórica. En contraste, este tipo de argumentos sí puede resultar satisfactorio si se asiste a la matemática con la física: un ejemplo de esto en la física teórica actual está dado por la teoría de supercuerdas, teoría que se yergue como la única descripción consistente y unificada de la gravedad cuántica. La teoría de supercuerdas permite aunar la teoría cuántica con la teoría general de la relatividad en un único marco teórico que, a su vez, cumple con incorporar las otras fuerzas fundamentales de la naturaleza. Ahora bien, esta teoría tiene una arquitectura interna muy precisa y celosa, y cada pieza formal, cada elemento matemático, encaja en la teoría con acribia. Esto deriva en que la teoría predice que la dimensión del espacio-tiempo es  $n=10$ . Esto es decir que la teoría de supercuerdas es consistente matemáticamente sólo si existen en el espacio seis dimensiones adicionales a las tres que nos es dado explorar y el tiempo. Este es un ejemplo de teoría en el cual las dimensiones del espacio están exigidas a ser un determinado número, y así la (deca)dimensionalidad del espacio-tiempo se vuelve *necesaria*.

Una segunda actitud epistemológica posible ante el problema de la dimensionalidad del espacio es la disposición por la contingencia; es decir, considerar que no existe razón alguna para la tridimensionalidad del espacio: la tridimensionalidad no es necesaria. Podríamos incluir en esta clase – aunque *stricto sensu* no se trataría exactamente de la misma actitud epistemológica– a los argumentos que proponen suspender el juicio y poner la cuestión de la tridimensional entre paréntesis. En este último caso no se estaría negando la existencia de una razón para la tridimensionalidad, sino simplemente declarando que ésta puede ser, o bien incognoscible, o bien insubstancial, o bien irrelevante.

Otra posible actitud ante el problema es tratar de encontrar la razón de la dimensionalidad del mundo por la vía de la mejor explicación. Ejemplos de esto son las teorías físicas que encuentran en cierto número de dimensiones espaciales propiedades estético-formales que no se hallan en cualquier dimensionalidad. La teoría de Kaluza, que muestra que las fuerzas fundamentales que vemos en nuestro espacio-tiempo tetradimensional como fuerzas distintas en un espacio-tiempo pentadimensional son la misma y única fuerza, es una teoría de este estilo (*cf.* Kaluza, 1921), en cuanto el argumento de la unificación de las fuerzas no es un argumento de necesidad sino un argumento estético-formal. Esta posición piadosa, de innegables tintes metafísicos, es frecuente en la búsqueda de teorías fundamentales de la física, y en especial en los últimos cien años de investigación en esa disciplina.

Luego está la disposición antrópica, que consiste en la búsqueda de las razones de la dimensionalidad del espacio en las propiedades que harían a un espacio tal plausible de ser observado por seres pensantes: sólo sobre la peculiar existencia de un universo observable por seres racionales es que puede formularse una pregunta sobre su razón de ser. El ejemplo por antonomasia de esto es el argumento de Ehrenfest, quien mostró que sólo en un espacio tridimensional – *i.e.* un espacio-tiempo tetradimensional– es posible la estabilidad de las órbitas atómicas y de las órbitas planetarias (*cf.* Ehrenfest, 1918). Tan sencillo cuanto simple: en otro número de dimensiones no habría estructura estable de la materia, y así no habría vida, y así no habría inteligencia ni preguntas. Estos argumentos pueden ser resumidos en el siguiente *dictum*: “Sólo un espacio con tales dimensiones es susceptible de ser observado por seres inteligentes”. Esto puede suplementarse con la hipótesis de muchos mundos para tratar de resolver una segunda cuestión que nace de la primera: ¿por qué se da un mundo observable por seres inteligente y no otro? La respuesta podría ser: “Todos esos mundos acaecen, mas sólo el nuestro es observado, meditado y sólo sobre las razones de este se pregunta”. Los argumentos antrópicos están muy presentes en las discusiones cosmológicas actuales.

La disposición trascendental es otra de las actitudes epistemológicas que es posible adoptar ante la pregunta por la razón de la tridimensionalidad del mundo. Podríamos resumir esta actitud de la siguiente manera: la tridimensionalidad del mundo es un *a priori*, en cuanto nuestra mente está constituida para ser afectada de una dada forma, y es de las substancias que interactúan de esa forma que puede tenerse conocimiento. El espacio y sus atributos,

como la dimensionalidad, vienen dados por esa forma de interactuar, que, en cuanto única manera posible de afectar nuestra mente, se vuelve para nosotros como dada *a priori*.

Cabe señalar que, mientras algunas de las disposiciones intelectuales recién listadas son incompatibles entre sí – e.g. los argumentos por la necesidad y por la contingencia son incompatibles por definición –, otras no lo son en absoluto, y es en la combinación de algunas de ellas que uno encuentra los ensayos de respuesta a la pregunta por la dimensionalidad que resultan más interesantes. También es posible identificar cierta dinámica temporal entre esas actitudes intelectuales, y así la metafísica expuesta por Kant en su primer libro, que combina elementos metafísicos con una crítica a los argumentos de necesidad de la dimensionalidad, devendrá más tarde en una actitud trascendental sin que en ello exista una contradicción.

### *Continuidad de la hipótesis de muchos mundos*

Más allá de la cautela acerca de lo que podríamos considerar los aspectos más especulativos y arrojados de su trabajo de 1747, años más tarde Kant mantenía estas posiciones: en torno a 1755, en su tesis *Principiorum primorum cognitionis metaphysicae nova dilucidatio*, i.e. la *Nueva elucidación*, Kant repetía el argumento: “*Hacque ratione plures esse posse mundos etiam sensu metaphysico (...) haud absonum est*” (Kant I., 1755, prop. XIII, uso 2); es decir, no es absurdo, en sentido metafísico, que haya muchos mundos posibles. También en su disertación *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis* (1770) Kant afirmaba que otros mundos podían existir. Incluso afirma allí que la hipótesis de muchos mundos es posible tanto conceptualmente como metafísicamente, y aprovecha para criticar la afirmación de Wolff de la imposibilidad de la multiplicidad del mundo debido a que una sola causa debe ser la que existe:

Si hubiera varias causas primarias y necesarias junto con sus efectos, sus obras serían mundos, no un [único] mundo, ya que de ningún modo estarían conectados en un todo (...) Varios mundos reales desconectados no son, por lo tanto, imposibles (...) [V]arios mundos desconectados serían posibles en el más estricto sentido metafísico (Kant, 1894 [1770], sec. VI, §21, pp. 71-72 [149-150]; cf. Kant 2014b [1770]).

La afirmación de que si hubiera varias causas primarias y necesarias entonces existirían muchos mundos expresa el juicio kantiano de que todo lo que existe es consistente y que todo lo que es consistente es realizado. Vemos, así, que la hipótesis de la multiplicidad de mundos se mantuvo a lo largo de todo el período precrítico, desde su primer libro hasta su *Dissertatio* de 1770, obra en la que, según entienden muchos expertos, la filosofía de la *Crítica* ya se perfilaba.

#### 4. Conclusiones

Estas continuidades en las convicciones metafísicas de Kant, que, como acabamos de mostrar, se extienden desde sus primeros escritos hasta 1770, nos sirven como refutación al juicio deleuziano que mencionamos al comienzo de este trabajo: “La idea de un espacio que tiene  $n$  dimensiones implica un sistema de conceptos que no tiene nada que ver con el sistema kantiano de conceptos y de problemas”. La afirmación exacta de Deleuze es la siguiente:

Siempre se nos podrá decir que existen teorías en las que hay espacios a  $n$  dimensiones o teorías en las que el tiempo posee varias dimensiones. Yo creo que tal cosa tiene poco interés porque la idea de espacio a  $n$  dimensiones implica ya un sistema de problemas y de conceptos que no tiene nada que ver con el sistema de conceptos y de problemas de Kant (Deleuze, 2008, p. 39).

Esto corresponde a un fragmento de las lecciones sobre *Kant y el tiempo* que Deleuze impartió entre marzo y abril de 1978 en la Universidad de Vincennes. Es importante decir que en ese momento Deleuze se encontraba tratando el problema kantiano de “las contrapartes incongruentes”, que suele ejemplificarse con el argumento de la imposibilidad de superposición de dos objetos que son uno la imagen especular del otro, *e.g.* el célebre ejemplo de Kant de la mano izquierda y la mano derecha. Es importante recordar que los ejemplos de objetos quirales (de χείρ), o enantimorfos (de ἐναντίος), que es imposible yuxtaponer, es presentado por Kant en años anteriores a la *Crítica*. Más precisamente, lo trata Kant hacia 1768 en su *La razón primera razón de la diferencia entre direcciones en el espacio* [Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume]. Ese texto es anterior a *Dissertatio de mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, de 1770; y, como señalábamos arriba, Kant mantenía hacia esas fechas sus convicciones metafísicas intactas, y en especial su convicción acerca de la plausibilidad de existencia de otros mundos. Mostramos también que la multiplicidad de mundos es, para Kant, una cuestión inescindible del problema de la multidimensionalidad del espacio (sólo si los otros mundos son de una dimensionalidad distinta de tres entonces pueden estos coexistir con nuestro mundo siendo *otros* y no parte del nuestro). Por lo tanto, resulta extraño afirmar que el mismo Kant que se encontraba interesado en la posibilidad de la existencia de otros mundos sea quien presente un sistema de conceptos que “nada tiene que ver” con espacios de otro número de dimensiones. Tomada en un sentido literal, la afirmación de Deleuze de que Kant – al menos el Kant del período al que él se estaba refiriendo– encuadraba su filosofía en sistema de conceptos y de problemas que nada tiene que ver con la idea de espacios en un número diferente de dimensiones es insostenible. Sólo circunscribiendo el análisis a ciertos aspectos específicos de la filosofía trascendental esa afirmación podría cobrar sentido. De hecho, la posibilidad de pensar que el espacio puede tener otra dimensionalidad es esencial para la metafísica del Kant precrítico. Más adelante, en el período crítico, la multidimensionalidad del mundo y

la posibilidad de la multidimensionalidad del espacio ya no estarán entre los temas filosóficos de Kant; pero es importante advertir que esto no significa que sus meditaciones sobre este problema en sus primeros años no hayan sido cruciales para su filosofía crítica. De hecho, la tridimensionalidad del espacio sí es importante en el sistema crítico (aunque ya no lo sea la pregunta sobre otras posibles dimensionalidades); por ejemplo, lo es en el tratamiento del problema de la materia en *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*, donde la tridimensionalidad del espacio desempeña un rol fundamental en la competencia de fuerzas que le dan a la substancia su extensión. Todo eso, sin duda, se vio habilitado por las meditaciones sobre mundos pluridimensionales en su juventud: sólo habiendo visitado ese mundo multidimensional pudo el pensamiento de Kant haber logrado la perspectiva necesaria.

## Bibliografía

### *Fuentes primarias y sus traducciones*

Kant Immanuel (1894) [1770], *Kant's inaugural dissertation of 1770* (traducción de William Eckoff del *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*), Columbia College.

Kant Immanuel (1749), *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte*, Martin Eberhard Dorn, Königsberg.

Kant Immanuel [1755], *Principiorum primorum cognitionis metaphysicae nova dilucidatio* (Una nueva elucidación de los primeros principios de la cognición metafísica, tesis doctoral).

Kant Immanuel [1756], *Monadologiam Physicam*, en la edición académica de las *Obras de Kant*, editadas por Kurd Lasswitz, volumen I, pp. 475-487.

Kant Immanuel (1900) [1786], *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, von Pfeffer, Leipzig.

Kant Immanuel (1968) [1786], *Schriften zur Naturphilosophie*, Werkausgabe Band IX, editado por Wilhelm Weischedel, Suhrkamp taschenbuch wussenschaft.

Kant Immanuel (1984) [1781/1787], *Crítica de la razón pura* (traducción de J. del Perojo, J. Rovira Armengol, A. Klein), Hyspamerica.

Kant Immanuel (1786), *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Riga.

Kant Immanuel (1989) [1786], *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza* (traducción de C. Másmela), Alianza Editorial.

Kant Immanuel (1992) [1768], *Concerning the ultimate ground of the differentiation of directions in space*, en "The Cambridge Edition of the Works of Immanuel Kant. Theoretical Philosophy", 1755-1770. Cambridge University Press, pp. 365-372.

Kant Immanuel (1997) [1786], *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Felix Meiner Verlag, Hamburg.

Kant Immanuel (1998) [1781/1787], *Kritik der Reinen Vernunft* (reuniendo ambas versiones, A1781/B1787), Edición en alemán: Philosophische Bibliothek, Ed. v. Jens Timmermann, con Bibliogr. v. Heiner Klemme, Meiner.

Kant Immanuel (1999) [1783], *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia* (edición bilingüe, traducción de Mario Caimi), Ágora de Ideas.

Kant Immanuel (2011) [1804], *Los progresos de la metafísica*, edición bilingüe (traducción de M. Caimi), Fondo de Cultura Económica.

Kant Immanuel (2014) [1781/1787], *Crítica de la razón pura* (traducción de M. Caimi), Colihue Clásica.

Kant Immanuel (2014b) [1770], *Dissertatio [De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis]*, Encuentro.

Kant Immanuel (2015) [1749], *Thoughts on the true estimation of living forces and assessment of the demonstration that Leibniz and other scholars of mechanics have made use of in this controversial subject, together with some prefatory considerations pertaining to the force of bodies in general* (traducción de J. B. Edwards and M. Schönfeld del *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte* en Watkins 2015).

Kant Immanuel (2015b) [1783], *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia*, edición bilingüe (traducción de M. Caimi), Ágora de Ideas, Istmo.

Kant Immanuel (2017) [1786], *Metaphysical foundations of natural sciences*, Jonathan Bennett.

#### *Otra bibliografía*

Bolzano Bernard (1843), *Versuch einer objektiven Begründung der Lehre von den drei Dimensionen des Raumes*, Prague: Gottlieb Haase Söhne; Bolzano Bernard; Kronberger & Řiwnač; Bernard-Bolzano-Gesamtausgabe I, 18, pp. 219-238.

Cajori Florian (1926), *Origins of Fourth Dimension Concepts*, The American Mathematical Monthly, 33, 8, pp. 397-406.

Cassirer Ernst (1918), *Kants Leben und Lehre*, New Haven Connecticut, Yale University Press.

Cassirer Ernst (2018), *Kant, vida y doctrina* (traducción de W. Roces), Fondo de Cultura Económica, 8ª edición.

Carpenter Andrew (2000), *Review of The Philosophy of the Young Kant: The Precritical Project*, Kantian Review, 5, pp. 147-153.



- Deleuze Gilles (2008), *Kant y el tiempo*, Cactus, 1ª edición, 3ª reimpresión, Argentina (año de la primera impresión de Cactus 2008, a partir de Deleuze G., *Kant y el tiempo*, 1978).
- Ehrenfest Paul (1918), *In What Way Does It Become Manifest in the Fundamental Laws of Physics that Space Has Three Dimensions?* Proceedings of the Amsterdam Academy, pp. 200-209.
- Einstein Albert y Bergmann Peter (1938), *Generalization of Kaluza's theory of electricity*, Annals of mathematics, 39, pp. 683-701.
- Fichant Michael (1999), *Nuevas consideraciones sobre la reforma de Leibniz de su dinámica*, Revista de filosofía y teoría política, 33, pp. 115-151.
- Friedman Michael (1992), *Kant and the Exact Sciences*, Harvard University Press.
- Green Michael, Schwarz John y Witten Edward (1987), *Superstring Theory Vol. 1*, Cambridge University Press.
- Kaluza Theodor (1921), *Zum Unitätsproblem der Physik*, Sitzungsberichte Preußische Akademie der Wissenschaften, pp. 966-972.
- Klein Oskar (1926), *The Atomicity of Electricity as a Quantum Theory Law*, Nature, 118, p. 516. Ver también, Zs. für Phys., 37, p. 875.
- Leibniz Gottfried (1995) [1686], *Discurso de metafísica*, Altaya.
- Leibniz Gottfried (2014), *Teodicea: Ensayos sobre la bondad de Dios, la libertad del hombre y el origen del mal*, Biblioteca Nueva.
- Nordström Gunnar (1914), *Über die Möglichkeit, das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld zu vereinigen*, Physikalische Zeitschrift, 15, pp. 504-506.
- Penney Richard (1965), *On the dimensionality of the real world*, Journal of Mathematical Physics, 6, pp. 1607-1611.
- Polchinski Joseph (1998), *String Theory Vol. 1*, Cambridge University Press.
- Rojas Ana (1988), *Immanuel Kant: Pensamientos sobre la verdadera valoración de las fuerzas vivas*, Revista de Filosofía, 3ª época, Vol. 1 (1987-1988), pp. 171-173.
- Schönfeld Martin y Thompson Michael (2019), *Kant's philosophical development*, Stanford Encyclopedia of Philosophy (versión revisada del artículo original de 2003).
- Schönfeld Martin (2000), *The Philosophy of the Young Kant: The Precritical Project*, Oxford University Press.
- Tangherlini Frank (1963), *Schwarzschild field in n dimensions and the dimensionality of space problem*, Nuovo Cimento, 27, pp. 636-651.

Watkins Eric (editor) (2015), *Natural Science, The Cambridge Edition of the Works of Immanuel Kant*, Cambridge University Press.

Torretti Roberto (2013) [1967], *Manuel Kant. Estudio sobre los fundamentos de la filosofía crítica*, Ediciones de la Universidad de Chile.