

On Economic Optimality of Model Predictive Control

A. Ferramosca, A. H. González, D. Limon, G. A. Bustos, J. L. Godoy, and J. L. Marchetti

Abstract— Model Predictive Control (MPC) is the most used advanced control strategy in the industries, mainly due to its capability to fulfill economic objectives, taking into account a dynamic simplified model of the plant, constraints, and stability requirements. In the last years, several economic formulations of MPC have been presented, which get over the standard setpoint-tracking formulation. The goal of this work is to provide, by means of application to a highly nonlinear plant, a comparison of different strategies, focusing mainly on economic optimality, computational burden, and economic performance.

Keywords— Model Predictive Control, Economics, Real Time Optimization.

I. INTRODUCCIÓN

EL OBJETIVO principal de las estrategias de control avanzado es mantener la planta en un punto de operación económicamente óptimo, garantizando al mismo tiempo estabilidad. En la industria de procesos, este objetivo se logra por medio de una estructura de control jerárquica [20]: en el nivel más alto de esta estructura, un planificador económico decide qué, cuándo y cuánto producir, teniendo en cuenta informaciones de planta y de mercado. Las salidas de este nivel son objetivos de producción, precios, funciones económicas y restricciones, y son al mismo tiempo entradas para el optimizador en tiempo real (en inglés, Real Time Optimizer, RTO). El RTO es un sistema basado en modelos que trabaja en lazo cerrado. Implementa la decisión económica en tiempo real, realizando una optimización estática, y computando los setpoints para el nivel de control avanzado. Utiliza un modelo estacionario y complejo de la planta, y su escala de tiempo es del orden de horas o incluso días. Los setpoints calculados por el RTO son las entradas para el nivel de control avanzado, normalmente un controlador predictivo (en inglés, Model Predictive Control, MPC) [18, 21], que calcula la acción de control óptima necesaria para controlar la planta en el setpoint, teniendo en cuenta un modelo dinámico de la planta, restricciones, y requerimientos de estabilidad.

Normalmente, los controladores MPC se diseñan como controladores para seguimiento de setpoint: en este caso, el objetivo de control es guiar la planta al setpoint deseado en el menor tiempo posible. Además, el modelo utilizado para las predicciones es generalmente lineal: por lo tanto el setpoint económico calculado por el RTO puede ser inconsistente o inalcanzable por el controlador dinámico [14]. Una manera de evitar este problema es añadir un nivel de optimización adicional entre el RTO y el MPC, el cual se conoce como optimizador de target de estado estacionario (en inglés, Steady State Target Optimizer, SSTO). Un SSTO calcula un punto de equilibrio admisible para el sistema lineal, resolviendo un problema de programación lineal o cuadrática, y teniendo en cuenta informaciones del RTO [19, 17]. En [15, 7, 8] se propuso un MPC que integra un SSTO en el propio controlador predictivo. Este controlador garantiza que, bajo cualquier cambio de setpoint, el sistema en lazo cerrado mantiene factibilidad y garantiza optimalidad local. Una estrategia similar se propuso en [11].

En los últimos años, se ha difundido la tendencia de incluir objetivos económicos en el propio controlador MPC. Una primera solución son los controladores MPC de un solo nivel. Dichos controladores integran la función de costo económica del RTO como un costo estacionario adicional al costo cuadrático dinámico de un MPC para seguimiento de setpoint [23]. De esta manera, los objetivos económicos se convierten en objetivos de proceso. Sin embargo, se añade una notable complejidad al problema de optimización, debido a la elevada no linealidad de la función de costo económico. En [1] se propuso un MPC que, por medio de un algoritmo subóptimo y usando el gradiente de la función económica, es resoluble a través de un solo problema de programación cuadrática. De esta manera, se reduce considerablemente la complejidad computacional.

Estos últimos controladores están diseñados para garantizar seguimiento asintótico del setpoint económico, pero sin tener en cuenta el problema del valor del costo económico en el transiente [4]. Esta estrategia de control es prácticamente óptima cuando el setpoint no cambia respecto a la dinámica del sistema. Sin embargo, en algunas aplicaciones industriales, el valor del costo económico durante el transiente es más importante que el valor en el estado estacionario. En particular, cuando el costo económico está sujeto a continuos cambios. Por lo tanto, resulta importante optimizar el criterio económico a lo largo de toda la trayectoria, y no solamente en el estado estacionario. Todo eso que se acaba de mencionar representa la motivación principal para el diseño de lo que se define como MPC Económico. En este caso, la función de costo económico del RTO se toma directamente como coste

A. Ferramosca, Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, CONICET, Santa Fe, Argentina, ferramosca@santafe-conicet.gov.ar

A. H. González, Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, CONICET, Santa Fe, Argentina, alejgon@santafe-conicet.gov.ar

D. Limon, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla, España, dlm@us.es

G. A. Bustos, Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, CONICET, Santa Fe, Argentina, gbustos@santafe-conicet.gov.ar

J. L. Godoy, Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, CONICET, Santa Fe, Argentina, jlgodoy@santafe-conicet.gov.ar

J. L. Marchetti, Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, CONICET, Santa Fe, Argentina, jlmarch@santafe-conicet.gov.ar

de etapa del controlador MPC [22, 5, 3, 9, 6].

El objetivo de este trabajo es comparar distintas estrategias de MPC con objetivos económicos, considerando en particular el cumplimiento de dichos objetivos económicos, tanto en el estacionario como en el régimen transiente, así como la carga computacional requerida para resolver el problema MPC. La comparación se hará tomando como benchmark un simulador no lineal de un reactor de polimerización.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considérese un sistema descrito por un modelo lineal discreto invariante en el tiempo:

$$x^+ = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

donde $x \in R^n$ representa el estado del sistema, $u \in R^m$ representa la entrada de control, x^+ representa el estado al instante de tiempo siguiente, $y \in R^p$ representa la salida controlada del sistema. La solución de este sistema para una dada secuencia de control \mathbf{u} y un estado inicial x se denota como $x(j) = \varphi(j; x, \mathbf{u})$, con $x = \varphi(0; x, \mathbf{u})$. El estado del sistema y la entrada de control aplicados al instante k se denotan respectivamente como $x(k)$ y $u(k)$.

El sistema está sujeto a restricciones duras en el estado y en la entrada:

$$x(k) \in X, \quad u(k) \in U \quad (3)$$

para todo $k \geq 0$, donde $X \in R^n$ y $u \in R^m$ son conjuntos compactos.

Hipótesis 1: La pareja (A, B) es controlable y el estado es medible en cada instante de tiempo.

Los estados estacionarios de la planta (x_s, u_s) cumplen con la ecuación (1), i.e. $x_s = Ax_s + Bu_s$. Definimos los conjuntos de puntos de equilibrio de la siguiente manera:

$$Z_s = \{(x, u) \in \mathcal{D}(X \times U) \mid x = Ax + Bu\} \quad (4)$$

$$X_s = \{x \in X \mid \exists u \in U \text{ t.q. } (x, u) \in Z_s\} \quad (5)$$

$$Y_s = \{y = Cx \mid x \in X_s\} \quad (6)$$

donde $\delta \in (0, 1)$ es una constante que se toma arbitrariamente cercana a 1. Nótese que X_s es la proyección de Z_s sobre X .

Definición 1: El criterio económico está definido por la función

$$f_{eco}(x, u, p) \quad (7)$$

donde x y u son el estado y la entrada del sistema, y p es un vector de parámetros que tiene en cuenta precios, costos, objetivos de producción, etc.

La función (7) representa el criterio económico que se quiere optimizar, y puede cambiar de manera acorde a cambios en el mercado, en los objetivos de producción, a la planificación, o la reconciliación de datos.

El punto de operación óptimo en el cual se desea estabilizar la planta es el punto de equilibrio económico resultado de la optimización en tiempo real RTO, y se define como:

Definición 2: El punto de equilibrio óptimo satisface

$$\begin{aligned} (x_s, u_s, y_s) &= \arg \min_{x, u, y} f_{eco}(x, u, p) \\ \text{s.t. } x &= Ax + Bu \\ y &= Cx \\ x &\in X, u \in U \end{aligned} \quad (8)$$

y se asume único.

Observación 1: Notese que el punto de operación óptimo depende del valor de p , eso es $(x_s(p), u_s(p), y_s(p))$. Sin embargo, con el objetivo de ser más claros, en el resto del trabajo se utilizará la notación (x_s, u_s, y_s) .

Observación 2: Notese que el Problema (8) es una versión simplificada de un problema RTO. En general, esos problemas pueden también tener en cuenta otros objetivos (no sólo el económico), como por ejemplo funciones de restricciones de ingeniería que no pueden normalmente ser incorporadas en las restricciones lineales (3).

En las siguientes secciones, se presentaran los cuatro controladores objeto de estudio de este trabajo.

A. MPC para seguimiento: MPCT

En el MPC para seguimiento (en inglés, MPC for tracking, MPCT), la función de costo es una medida de la distancia entre la trayectoria predicha y el setpoint económico y_s . En particular, la formulación considerada en este trabajo, propuesta en [15, 7, 8], garantiza factibilidad recursiva para todo y_s , y de ser posible, convergencia del sistema en lazo cerrado al setpoint deseado.

La función de costo del MPCT es:

$$V_N^t(x, y_s; \mathbf{u}) = \sum_{j=0}^{N-1} \|x(j) - x(N-1)\|_Q^2 + \|u(j) - u(N-1)\|_R^2 + V_O(y(N-1) - y_s) \quad (9)$$

donde $x(j) = \varphi(j; x, \mathbf{u})$, $Q > 0$ y $R > 0$. La función $V_O: R^p \rightarrow R$ se denomina *función de coste de offset*, y se define como:

Definición 3: $V_O(y, y_s)$ es una función convexa definida positiva y tal que el único mínimo de $\min_{y \in Y_s} V_O(y, y_s)$ es y_s .

Este costo adicional es necesario para garantizar convergencia del sistema en lazo cerrado a (x_s, u_s, y_s) . La ley de control se deriva de la solución del siguiente problema de optimización, $P_N(x, y_s)$:

$$\min_{\mathbf{u}} V_N^l(x, y_s; \mathbf{u}) \quad (10a)$$

s.t.

$$x(0) = x, \quad (10b)$$

$$x(j+1) = Ax(j) + Bu(j), j = 0, \dots, N-1 \quad (10c)$$

$$y(j) = Cx(j), j = 0, \dots, N-1 \quad (10d)$$

$$x(j) \in X, u(j) \in U, j = 0, \dots, N-1 \quad (10e)$$

$$x(N) = x(N-1) \quad (10f)$$

Observación 3: Nótese que la restricción (10f) define un punto de equilibrio admisible, tal que $(x(N-1), u(N-1)) \in Z_s$, $x(N) = x(N-1) = Ax(N-1) + Bu(N-1) \in X_s$, y $y_s \in Y_s$.

Observación 4: El conjunto de restricciones (10b)-(10f) no depende de y_s , por lo tanto la región de factibilidad del problema (10) tampoco depende de y_s . Entonces, existe una región X_N tal que para todo $x \in X_N$ y para todo $y_s \in Y_s$, (10) es factible. X_N se puede ver como el conjunto de estados iniciales que pueden alcanzar y_s en N pasos.

Una demostración de estabilidad detallada no está en el objetivo de este trabajo. El lector interesado, puede referirse a [15, 7].

B. MPC de un solo nivel: RTO+MPC

El controlador que se presenta en esta sección, integra la función de costo del RTO como un costo estacionario adicional de un problema MPC para seguimiento [23]. La función de costo está definida como:

$$V_N^r(x, p; \mathbf{u}) = \sum_{j=0}^{N-1} \|x(j) - x(N-1)\|_Q^2 + \|u(j) - u(N-1)\|_R^2 + f_{eco}(x(N-1), u(N-1), p) \quad (11)$$

La ley de control se deriva de la solución del siguiente problema de optimización $P_N^r(x, p)$:

$$\min_{\mathbf{u}} V_N^r(x, p; \mathbf{u}) \quad (12)$$

s.t. (10b)-(10f)

Nótese que ni la función de costo ni el conjunto de restricciones dependen de setpoint económico y_s . Es el propio controlador RTO+MPC el que determina cuál es este

punto, guiando el sistema a lazo cerrado hacia el mínimo de la función de costo económico f_{eco} .

C. MPC de un solo nivel basado en el gradiente: subRTO+MPC

En esta sección se presenta el controlador propuesto en [1]. Dicho controlador es una versión de bajo costo computacional del controlador presentado en la sección anterior. En lugar de usar la misma función económica como costo estacionario adicional, se propone el uso del gradiente de dicha función. Además, en lugar de controlar la planta con la solución óptima del problema MPC aproximado, se propone una ley de control basada en una combinación convexa entre una solución factible conocida y la solución aproximada. De esta manera se obtiene una estrategia MPC subóptima, la cual sigue garantizando factibilidad recursiva y convergencia al punto de operación económicamente óptimo. Sin embargo, la carga computacional resulta considerablemente reducida.

La función de costo del controlador subRTO+MPC se define como:

$$V_N^s(x, \hat{\mathbf{u}}, p; \mathbf{u}) = \sum_{j=0}^{N-1} \|x(j) - x(N-1)\|_Q^2 + \|u(j) - u(N-1)\|_R^2 + \nabla f_{eco}(\hat{x}(N-1), \hat{u}(N-1), p) \begin{bmatrix} x(N-1) - \hat{x}(N-1) \\ u(N-1) - \hat{u}(N-1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde $(\hat{\mathbf{u}}, \hat{x}(N-1), \hat{u}(N-1))$ al tiempo k es una solución factible conocida, obtenida desplazando en un paso la solución subóptima aplicada al sistema al tiempo $k-1$.

La ley de control al tiempo k es el resultado de la combinación convexa $\mathbf{u}(k) = \lambda \mathbf{u}^* + (1-\lambda)\hat{\mathbf{u}}$, con $\lambda \in (0,1)$, siendo \mathbf{u}^* la solución al tiempo k del siguiente problema de optimización

$$P_N^s(x, p):$$

$$\min_{\mathbf{u}} V_N^s(x, \hat{\mathbf{u}}, p; \mathbf{u}) \quad (14)$$

s.t. (10b)-(10f)

Una demostración de estabilidad detallada puede encontrarse en [1].

D. MPC Económico –EMPC

En esta sección se presenta el controlador que se conoce como MPC Económico. Este tipo de controlador se caracteriza por utilizar como costo de etapa dinámico, la propia función de costo económica del RTO [3, 4, 5, 22]. En este trabajo se considera en particular la formulación propuesta en [6, 9]. La función de costo se define como:

$$V_N^e(x, y_s, p; \mathbf{u}) = \sum_{j=0}^{N-1} f_{eco}(x(j) - x(N-1) + x_s, u(j) - u(N-1) + u_s, p) + V_O(y(N-1), y_s) \quad (15)$$

La ley de control se deriva de la solución del siguiente problema de optimización $P_N^e(x, y_s, p)$:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \quad & V_N^e(x, y_s, p; \mathbf{u}) \\ \text{s.t.} \quad & (10b) - (10f) \end{aligned} \quad (16)$$

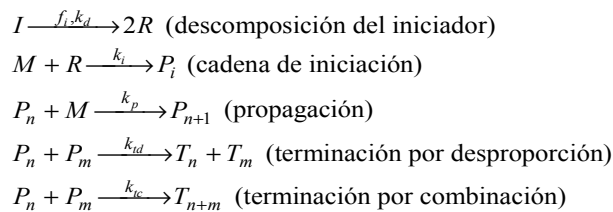
La función $V_O(y(N-1), y_s)$ es la misma que aparece en la Ecuación (9). Nótese además que en esta formulación, así como en el MPCT, es necesario conocer el valor del setpoint económico (x_s, u_s, y_s) . Por lo tanto es necesario resolver el problema RTO (8) antes del problema MPC.

Una demostración de estabilidad detallada puede encontrarse en [6].

III. REACTOR DE POLIMERIZACIÓN - CSTR.

Los cuatro controladores estudiados se han comparado en un ensayo de simulación sobre el modelo no lineal de un reactor de polimerización.

El reactor de polimerización es generalmente el corazón del proceso de producción de polímeros y su funcionamiento puede ser dificultoso ya que en éste se llevan a cabo reacciones exotérmicas, reacciones cinéticas desconocidas y a altas viscosidades [2]. Este trabajo considera un reactor de tanque agitado continuo con camisa de enfriamiento, donde se produce la polimerización de estireno en solución y en presencia de radicales libres (Continuous Stirred Tank Reactor, CSTR). La polimerización de estireno es homogénea y, por lo general, se utilizan combinaciones de varios tanques para alcanzar las exigencias de producción. Como se muestra en la Fig. 1, el CSTR tiene tres fuentes de alimentación: el monómero puro de estireno, el iniciador disuelto en benceno 2,2'-azoisobutironitrilo (AIBN) y el solvente puro de benceno. La salida del proceso contiene polímero, monómero sin reaccionar, iniciador y solvente. El modelo cinético que se utiliza para estos procesos de homopolimerización es muy general y puede ser descripto siguiendo los siguientes pasos [13]:



Las dos reacciones de iniciación involucran la descomposición del iniciador I para producir radicales R , los cuales reaccionan con las moléculas de monómero M para iniciar una cadena de polímero P_1 . Durante el paso de propagación, las moléculas de monómero se van sumando, una a la vez, a la cadena de polímero P_n , con $n \geq 1$. El crecimiento de las cadenas termina cuando la propagación de los radicales pierde su actividad a través de cualquier reacción de terminación, resultando en cadenas de polímeros muertas T_n ($n \geq 1$).

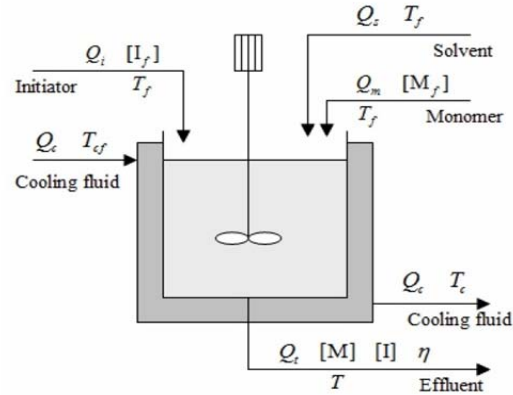


Figura 1. Diagrama del reactor de polimerización.

El modelo no lineal que representa la dinámica del reactor de polimerización por radicales libres queda definido por el siguiente sistema de ecuaciones [16]:

$$\begin{aligned} \frac{d[I]}{dt} &= \frac{(Q_i[I_f] - Q_t[I])}{V} - k_d I \\ \frac{d[M]}{dt} &= \frac{(Q_m[M_f] - Q_t[M])}{V} - k_p[M][P] \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{Q_t(T_f - T)}{V} + \frac{(-\Delta H_r)}{\rho C_p} k_p[M][P] - \frac{hA}{\rho C_p} (T - T_c) \\ \frac{dT_c}{dt} &= \frac{Q_c(T_{cf} - T_c)}{V_c} + \frac{hA}{\rho C_{pc} V_c} (T - T_c) \end{aligned} \quad (17)$$

donde

$$[P] = \left[\frac{2f_i k_d [I]}{k_t} \right]^{0.5} \quad (18)$$

$$k_j = A_j e^{-\frac{E_j}{T}}, \quad j = d, p, t \quad (19)$$

$$Q_t = Q_i + Q_s + Q_m \quad (20)$$

La definición de los parámetros y de las variables involucradas en las ecuaciones anteriores se pueden encontrar en [2] (Tablas 1 y 2).

Las ecuaciones de los momentos moleculares del polímero inactivo, son:

$$\frac{dD_0}{dt} = 0.5k_t[P]^2 - \frac{Q_t D_0}{V} \quad (21)$$

$$\frac{dD_1}{dt} = M_m k_p [M][P] - \frac{Q_t D_1}{V} \quad (22)$$

$$\frac{dD_2}{dt} = 5M_m k_p [M][P] + 3M_m \frac{k_p^2}{k_t} [M] - \frac{Q_t D_2}{V} \quad (23)$$

D_0 , D_1 , y D_2 representan el cero, primero y segundo momento del polímero inactivo respectivamente.

El peso molecular promedio se obtiene como:

$$\bar{M}_w = M_m \frac{D_2}{D_1} \quad (24)$$

Para control on-line, es más común medir la viscosidad en lugar del peso molecular promedio. En las simulaciones de este trabajo se asume que un viscosímetro on-line provee mediciones de la viscosidad intrínseca del proceso. La Ecuación (25) define la relación para simular la medición de la viscosidad [10]:

$$\eta = 0.0012M_w^{0.71} \quad (25)$$

IV. CASO DE ESTUDIO: APLICACIÓN AL CSTR.

A. Modelo de predicción lineal

En las siguientes simulaciones, las variables controladas del procesos son la viscosidad $y_1 = \eta$ y la temperatura del reactor $y_2 = T$. Las variables manipuladas por el controlador son el caudal del iniciador $u_1 = Q_i$ y el caudal del líquido refrigerante $u_2 = Q_c$, ya que estas variables presentan gran sensibilidad a las salidas del proceso. Los caudales de entrada restantes Q_m y Q_c están relacionados a Q_i mediante las Ecuaciones (26) y (27). En el caso de Q_m :

$$Q_m = \frac{\bar{Q}_m}{\bar{Q}_i} Q_i \quad (26)$$

donde \bar{Q}_m y \bar{Q}_i son los valores nominales de Q_m y Q_i respectivamente. Por otro lado, la fracción de volumen de solvente debe mantenerse en 0.6 para evitar el efecto gel [12]. Además, luego una ley de control para el caudal de solvente es implementada de la siguiente manera:

$$Q_s = 1.5Q_m - Q_i \quad (27)$$

Para poder implementar los controladores analizados, se precisa un modelo de predicción lineal del reactor. Dicho modelo se ha identificado usando el método de subespacios. El punto de equilibrio alrededor del cual se ha realizado la linealización es $u_{ss} = (0.030; 0.131)$ y $y_{ss} = (3.8968; 323.56)$. La señal de excitación utilizada para identificar el modelo es una señal binaria psuedo-aleatoria (PRBS) con una amplitud del 10% del valor de u_{ss} . El modelo lineal identificado está dado por:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9788 & 0.0292 & 0.0010 \\ -0.0006 & 0.9375 & 0.0011 \\ 0.0124 & -0.0327 & 0.9569 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$B = \begin{bmatrix} 10.2205 & -1.2333 \\ -6.6059 & -1.3983 \\ -7.1717 & 0.2481 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$C = \begin{bmatrix} -0.0757 & 0.0447 & -0.1073 \\ 0.6023 & -0.2749 & -0.0256 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Para tener en cuenta las diferencias entre planta y modelo, en el esquema de control se han añadido un observador de estado y un estimador de perturbaciones:

$$\hat{x}^+ = A\hat{x} + Bu + L_x(C\hat{x} + \hat{d} - y_p) \quad (31)$$

$$\hat{d}^+ = \hat{d} + L_d(C\hat{x} + \hat{d} - y_p) \quad (32)$$

donde (L_x, L_d) son respectivamente las ganancias del observador de estado y del estimador de perturbaciones, y y_p es la salida de la planta.

B. Función económica y restricciones

El criterio económico del problema RTO se define como la maximización de la tasa de producción más un costo de separación (que se asume proporcional al caudal del líquido refrigerante). La tasa de producción se define como el producto del caudal total Q_i por el momento primero D_1 . Este producto representa el peso total de polímero inactivo producido por unidad de tiempo. La función de costo económico está dada por:

$$f_{eco} = Q_i D_1 + (p(1)Q_c T - p(2)Q_c) \quad (33)$$

donde $p = (p(1), p(2))$ son precios que pueden variar. El problema RTO es:

$$\begin{aligned} \max_{y,u} \quad & f_{eco}(y,u,p) \\ \text{s.t.} \quad & x = f(x,u) \\ & y = h(x) \\ & u \in U, y \in Y \end{aligned} \quad (34)$$

donde $f(x,u)$ es la función que describe el modelo no lineal de la planta, $h(x)$ es la función que describe el modelo no lineal de las salidas.

Las restricciones son: $Y = \{y \mid [3; 310]' \leq y \leq [5.5; 331]'\}$, y $U = \{u \mid [0.01; 0.08]' \leq u \leq [0.07; 0.25]'\}$.

Las restricciones en el estado para el problema MPC son $X = \{x \mid \|x\|_\infty \leq 20\}$.

Las simulaciones empiezan en el punto de operación nominal (u_{ss}, y_{ss}) . Se han considerado tres precios diferentes: $p_1 = (1; 1)$, $p_1 = (1.5; 1)$, y $p_1 = (0.1; 5)$.

C. *Optimalidad económica*

Las Fig. 2, 3 y 4 muestran los resultados de la aplicación de los cuatro controladores estudiados al modelo no lineal del CSTR.

Lo primero que notamos es que los cuatro controladores son capaces de guiar el sistema hacia el punto de operación economicamente óptimo, garantizando factibilidad y estabilidad. Como se esperaba, la principal diferencia yace en la manera de alcanzar el punto de operación.

En particular, se puede notar que el EMPCT (en línea negra), tiene una respuesta transitoria muy distinta a las respuestas de los otros tres controladores. Esto se debe a que el costo dinámico del EMPCT es el criterio económico a optimizar, mientras que los otros controladores sólo consideran un costo económico estacionario. Cabe destacar que esta propiedad del EMPCT es de gran interés, sobre todo en caso de criterios económicos que cambian con frecuencia, o en caso de procesos cíclicos.

Otro aspecto interesante es que subRTO+MPC acelera la convergencia al óptimo: esto se debe al conocimiento del gradiente de la función de costo económico, que permite guiar la parte estacionaria del controlador rápidamente al óptimo.

El controlador MPCT, en el caso del segundo cambio de criterio económico, no logra guiar el sistema al setpoint deseado. Este hecho se ve claramente en la Fig. 4. Esto se debe a que el MPCT, en su costo estacionario (la función de costo de offset), sólo trata de minimizar una distancia al setpoint, sin tener en cuenta ninguna otra información de carácter económico. Notese que, el valor de la función de costo económico que provee el MPCT, para el caso del segundo cambio, claramente no es el óptimo.

D. *Carga computacional*

La Tabla I presenta el tiempo de ejecución de una iteración de MPC, para los cuatros controladores analizados. MPCT es el algoritmo más rápido, pues sólo precisa resolver un problema de programación cuadrática (QP). El controlador subRTO+MPC es también bastante rapido en resolver el QP; su tiempo de ejecución promedio es hasta menor que el del MPCT. Sin embargo, cabe subrayar que en este caso se está considerando solamente el tiempo de optimización. Si se considerara también el cálculo del gradiente, el tiempo de ejecución del algoritmo subRTO+MPC terminaría siendo más alto. Una forma para reducirlo sería proveer al controlador un gradiente aproximado (por ejemplo usando metodos como BFGS o similares).

La solución del EMPCT es claramente la que necesita más tiempo, debido a la elevada no linealidad del problema.

TABLA I. TIEMPOS DE EJECUCIÓN (EN SEGUNDOS).

	Algoritmo	Máximo	Mínimo	Promedio
MPCT	QP	0.4591	0.0096	0.0230
RTO+MPC	SQP	0.6880	0.0182	0.0807
subRTO+MPC	QP	0.6114	0.0065	0.0096
EMPCT	SQP	0.9382	0.0257	0.1393

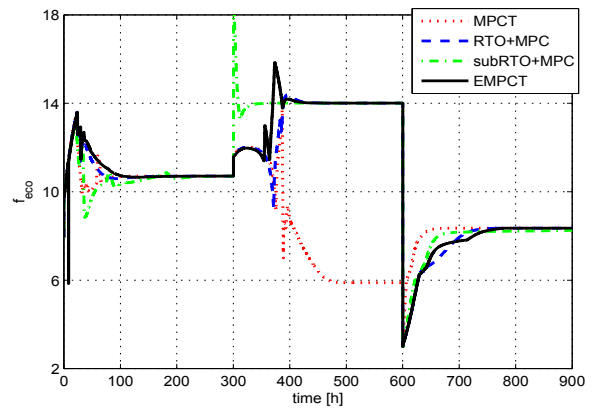


Figura 2. Evolución del costo económico: línea negra EMPCT, línea de trazos azul RTO+MPC, línea de trazos y puntos verde subRTO+MPC, línea de puntos roja MPCT.

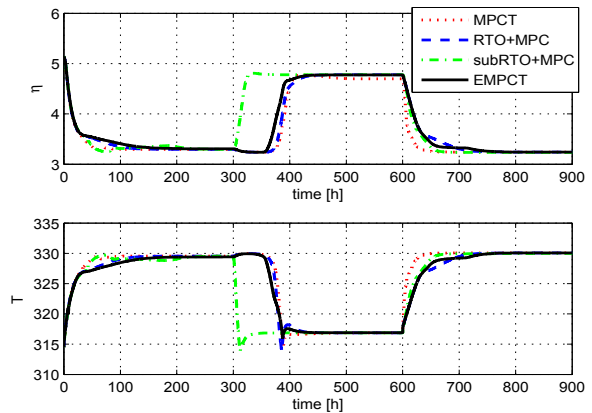


Figura 3. Evolución de las salidas: línea negra EMPCT, línea de trazos azul RTO+MPC, línea de trazos y puntos verde subRTO+MPC, línea de puntos roja MPCT.

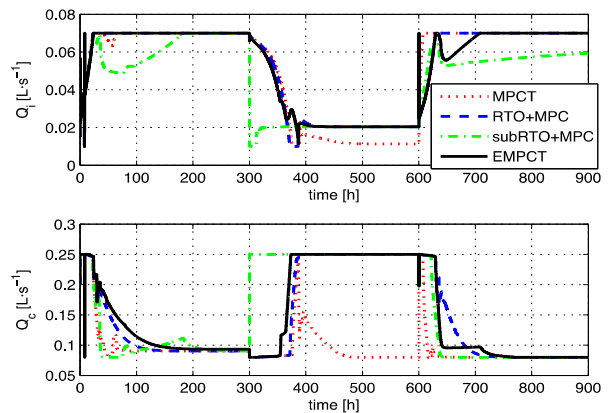


Figura 4. Evolución de las entradas: línea negra EMPCT, línea de trazos azul RTO+MPC, línea de trazos y puntos verde subRTO+MPC, línea de puntos roja MPCT.

V. CONCLUSIONES.

En este trabajo, se ha estudiado y comparado el desempeño económico de cuatro distintas formulaciones de control predictivo.

Los resultados del estudio han demostrado que cada una de esas formulaciones garantiza factibilidad, convergencia al setpoint y estabilidad, siempre cumpliendo las restricciones.

La principal diferencia entre las cuatro formulaciones consideradas yace en el desempeño económico. Cada una de las formulaciones produce diferentes comportamientos: los controladores formulados para seguimiento aceleran la convergencia al setpoint; por otro lado, el MPC Económico provee trayectorias económicamente óptimas.

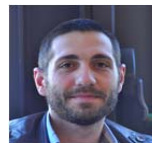
La carga computacional está también directamente relacionada con la formulación de cada controlador: RTO+MPC y EMPCT son los controladores más costosos computacionalmente, debido a las no linealidades presentes en sus respectivas formulaciones. Respeto a la implementación, es preciso subrayar que ambos MPCT y EMPCT necesitan conocer el punto de operación económico, por lo que será necesario resolver previamente un problema RTO. Por otro lado, RTO+MPC y subRTO+MPC son capaces de guiar al sistema al setpoint económico por sí mismos.

El estudio demuestra que, a la hora de considerar objetivos económicos en un MPC, la formulación MPCT es la menos interesante. EMPCT garantiza optimalidad económica estacionaria y transitoria. RTO+MPC y subRTO+MPC garantizan solamente, optimalidad económica estacionaria; sin embargo hacen que la presencia de un RTO sea innecesaria.

REFERENCIAS

- [1] T. Alamo, A. Ferramosca, A. H. González, D. Limon, and D. Odloak, "A gradient-based strategy for the one-layer RTO+MPC controller", *Journal of Process Control*, vol. 24, no. 4, pp. 435-447, 2014.
- [2] L. Alvarez and D. Odloak, "Optimization and control of a continuous polymerization reactor", *Brazilian Journal of Chem. Engineering*, vol. 29, no. 4, pp. 807-820, 2012.
- [3] R. Amrit, "Optimizing Process Economics in Model Predictive Control", PhD Thesis. University of Wisconsin, Madison, 2011.
- [4] D. Angeli, R. Amrit, and J. B. Rawlings, "On average performance and stability of Economic Model Predictive Control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 7, pp. 1615-1626, 2012.
- [5] M. Diehl, R. Amrit and J. B. Rawlings, "A Lyapunov function for Economic Optimizing Model Predictive Control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 3, pp. 703-707, 2011.
- [6] A. Ferramosca, D. Limon and E. F. Camacho, "Economic MPC for a Changing Economic Criterion for Linear Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 59, no. 10, 2014.
- [7] A. Ferramosca, D. Limon, I. Alvarado, T. Alamo and E. F. Camacho, "MPC for tracking with optimal closed-loop performance", *Automatica*, vol. 45, no. 8, pp. 1975-1978, 2009.
- [8] A. Ferramosca, D. Limon, I. Alvarado, T. Alamo, F. Castaño and E. F. Camacho, "Optimal MPC for tracking of constrained linear systems", *International Journal of Systems Science*, vol. 42, no. 8, pp. 1265-1276, 2011.
- [9] A. Ferramosca, J. B. Rawlings, D. Limon and E. F. Camacho, "Economic MPC for a changing economic criterion", in *Proceedings of 49th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 6131-6136, 2010.
- [10] E. Gazi, W. Seider and L. Ungar, "Verification of controllers in the presence of uncertainty: Application to styrene polymerization", *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 35, no. 7, pp. 2277-2287, 1996.
- [11] A. H. Gonzalez, and D. Odloak, "A stable MPC with zone control", *Journal of Process Control*, vol. 19, no. 1, pp. 110-122, 2009.

- [12] P. Hidalgo, and C. Brosilow, "Nonlinear Model Predictive Control of styrene polymerization at unstable operating points", *Computer and Chemical Engineering*, vol. 14, no. 4, pp. 481-494, 1990.
- [13] R. Jaisinghani, and W. Ray, "On the dynamic behaviour of a class of homogeneous continuous stirred tank polymerization reactor", *Chemical Engineering Science*, vol. 32, no. 8, pp. 811-825, 1977.
- [14] J. V. Kadam, and W. Marquardt, "Integration of economical optimization and control for intentionally transient process operation", in *Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control*, (R. Findeisen, F. Allgöwer and L. T. Biegler, Eds.), pp. 419-434, 2007.
- [15] D. Limon, I. Alvarado, T. Alamo and E. F. Camacho, "MPC for tracking of piecewise constant references for constrained linear systems", *Automatica*, vol. 44, no. 9, pp. 2382-2387, 2008.
- [16] B. Maner, F. Doyle III, B. Ogunnaike and R. Pearson, "Nonlinear model predictive control of a simulated multivariable polymerization reactor using second-order volterra models", *Automatica*, vol. 32, no. 9, pp. 1285-1301, 1996.
- [17] A. G. Marchetti, A. Ferramosca and A. H. Gonzalez, "Steady-state target optimization designs for integrating Real Time Optimization and Model Predictive Control", *Journal of Process Control*, vol. 24, no. 1, pp. 129-145, 2014.
- [18] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao and P. O. M. Sokaert, "Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality", *Automatica*, vol. 36, no. 6, pp. 789-814, 2000.
- [19] K. Muske, "Steady-state target optimization in linear Model Predictive Control", in *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 3597-3601, 1997.
- [20] S. J. Qin, and T. A. Badgwell, "A survey of industrial model predictive control technology", *Control Engineering Practice*, vol. 11, no. 7, pp. 733-764, 2003.
- [21] J. B. Rawlings, and D. Q. Mayne. "Model Predictive Control: Theory and Design". 1st ed., Nob-Hill Publishing, 2009.
- [22] J. B. Rawlings, D. Angeli and C. N. Bates, "Fundamentals of Economic Model Predictive Control", in *Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3851-3861, 2012.
- [23] A. C. Zanin, M. Tvrzka de Gouva and D. Odloak, "Integrating real time optimization into the Model Predictive Controller of the FCC system", *Control Engineering Practice*, vol. 10, no. 8, pp. 819-831, 2002.



Antonio Ferramosca was born in Maglie (LE), Italy, in 1982. He received his degree in Computer Science Engineering from the University of Pavia (Italy) in 2006, and the Ph.D. degree in Automation, Robotics and Telematics, with full marks and honors (summa cum laude), from the University of Seville (Spain) in 2011. He visited the Department of Chemical Engineering of the University of Wisconsin, Madison, USA, (from August 2009 to February 2010), and the Department of Process Control of the Institute of Technological Development for the Chemical Industry (INTEC, CONICET), Santa Fe, Argentina, (from September 2010 to March 2011), both as a guest researcher. He is currently Assistant Researcher at the Argentine National Scientific and Technical Research Council (CONICET). He is author and co-author of more than 30 publications including book chapters, journal papers, and conference papers. His research interests include Model Predictive Control, economic optimization, distributed control, control of constrained systems, stability, invariance, robust control, and process control.



Alejandro H. González is a Titular Professor of Industrial Engineering at National University of Litoral (UNL), and Assistant Researcher at the Argentine National Scientific and Technical Research Council (CONICET). After getting his Ph.D from UNL in 2006, he became Postdoctoral fellow at the Chemical Engineering Department at Universidade de São Paulo, São Paulo-Brazil, under the supervision of Prof. Darci Odloak (2007-2008) and, subsequently, at the "Departamento de Ingeniería y Automática de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla, Seville-Spain (2005-2006). After concluding his Postdoctoral activities, he returned to Argentine to work as a researcher in the Process Control Group of INTEC (CONICET-UNL) and Professor at the University, as well as to supervise Ph.D. research projects and students at INTEC (CONICET-UNL). His research interests include Advanced Control, Model Predictive Control

(MPC) design, Control of Constrained System and Invariant Sets for Linear Systems.



Daniel Limon received his M. Eng. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from University of Seville (Spain) in 1996 and 2002 respectively. From 1997 to 1999 he was research assistant of the Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática of the University of Seville. From 1999 to 2007, he has been assistant professor and since 2007 associate professor in the same department. He is the author or

coauthor of more than 50 publications including book chapters, journal papers, conference proceedings and educational books. He has been keynote speaker at International Workshop on Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control 2008 and semiplenary lecturer at IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control 2012 (NMPC'12). His current research interests include Model Predictive Control, stability analysis, control of constrained systems, robust control, invariant sets and process control.



German A. Bustos is currently a PhD student in Engineering - mention: Computational Intelligence, Signals and Systems - in the Faculty of Engineering and Water Sciences of the National University of Litoral. He received his B.S. in Bioengineering from the National University of Entre Ríos (UNER) - Faculty of Engineering, in 2009. His research interests include

System open and closed-loop Identification, system modeling and Model Predictive Control (MPC).



José Luis Godoy is currently a Postdoctoral Fellow at the Argentine National Council of Scientific and Technical Research (CONICET). He received his Ph.D. in Chemical Technology from National University of Litoral (UNL) in 2012, and his B.S. in Bioengineering from the National University of Entre Ríos (UNER) in 2005, Argentine. His research interests include signal

processing, multivariate statistical analysis, soft-sensors, nonlinear process monitoring, fault detection and diagnosis, Latent Variable-MPC for batch processes and MPC performance monitoring.



Jacinto L. Marchetti is full Professor at the Universidad Nacional del Litoral (UNL), and Member of the Argentine National Council of Scientific and Technical Research (CONICET) as Independent Researcher. He completed his Chemical Engineering degree from the UNL at Santa Fe, Argentina in 1971, and his M.Sc. and Ph. D. in Chemical Engineering from the University of California at Santa

Barbara (UCSB), USA, in 1980 and 1982 respectively. After his return from USA in October 1982, Dr. Marchetti joins the Institute of Technological Development for the Chemical Industry (INTEC) en Santa Fe, Argentina. Since then, he participates in research projects and supervises graduate students thesis works. He also teaches graduate and undergraduate courses at the School of Chemical Engineering of UNL. His main research interest have been in the areas of continuous and discrete process control, control of energy recovery systems, predictive control, statistical quality control and process monitoring. His teaching interests include courses on similar subjects: Computer Process Control, Statistical Quality Control and Process Monitoring. He is also a former Industrial Engineering Department Head, and presently Member of the Directive Council of the School of Chemical Engineering of UNL.