

## **Análisis multirresolución del motor trifásico de inducción sometido a huecos de tensión**

*Triphasic induction motor multiresolution analysis on voltage sags*

M.G. Macri<sup>1</sup>, M. Benedetti<sup>1</sup>

Recibido 14 de marzo de 2011, aceptado 28 de marzo de 2012

*Received: March 14, 2011 Accepted: March 28, 2012*

### **RESUMEN**

Este documento presenta los resultados del estudio realizado de la descomposición wavelet multinivel 1D de las señales perturbadas del par electromagnético y de la velocidad del eje del motor trifásico de inducción, cuando este es sometido a diferentes tipologías de huecos de tensión según la caracterización ABC, Bollen (2000).

Los huecos de tensión trifásicos (3 variables) son analizados indirectamente en el efecto producido en una variable perturbada (el par electromagnético o la velocidad del eje) que contiene indirectamente información del tipo de hueco de tensión trifásico producido en el estator.

El estudio analiza el efecto de los siete diferentes tipos de huecos de tensión, considerando también la influencia de la duración y tensión retenida. Para cada caso se obtiene un vector cuyos elementos son los niveles de energía wavelet en los distintos niveles de descomposición de la variable analizada, mostrando que la forma en que se distribuye la energía de la señal 1D en los distintos niveles de descomposición establece una firma única para cada caso.

Esta forma de descripción de los huecos de tensión producidos en el estator, basada en la descomposición multinivel de una variable perturbada, reduce la cantidad de variables a analizar y permite posteriormente la clasificación de las perturbaciones empleando técnicas de inteligencia artificial; es ventajosa pues el almacenamiento de los vectores de niveles de energía de aproximación en las bases de datos emplea menor cantidad de espacio que la necesaria para una señal temporal, y empleando una DWT reversible es posible, además, reconstruir la variable de estado temporal.

Palabras clave: Calidad de la energía, huecos de tensión, análisis wavelet, máquinas eléctricas, motores de CA.

### **ABSTRACT**

*This document presents the study results of the wavelet 1D multi-level decomposition of perturbed electromagnetic torque and shaft speed signals, of the three-phase induction motor, when it is subjected to different types of voltage sags, as characterization ABC, Bollen (2000).*

*The three-phase voltage sags (3 variables) are analyzed in the effect on a perturbed variable (the electromagnetic torque and mechanical speed) that contains indirect information from the voltage sag occurred in the stator.*

*The study examines seven different types of voltage sags, also considering the influence of duration and retained voltage. For each case, a vector whose elements are the energy levels at different wavelet decomposition levels of the analyzed variable is obtained, showing that the way 1D signal energy is distributed at different levels of decomposition set a unique signature for each case.*

---

<sup>1</sup> Grupo de Estudio en Sistemas Eléctricos. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Mar del Plata. Juan B. Justo 4302, Mar del Plata, Argentina. E-mail: gmacri@fi.mdp.edu.ar; mbenedet@fi.mdp.edu.ar

*This form of description of the voltage sags, produced in the stator, based on the multi-level decomposition, reduces the amount of variables to be analyzed and subsequently allows the classification of the disturbances using artificial intelligence techniques; storage is advantageous because the vectors of energy levels of approximation in databases used less amount of space required for a temporary signal, and employing a reversible DWT, it's also possible to reconstruct the state variable.*

**Keywords:** Power quality, voltage sags, wavelet analysis, electric machines, AC motors.

## INTRODUCCIÓN

Es sabido que los motores trifásicos de inducción son los accionamientos más difundidos en la industria y que son particularmente sensibles a los huecos de tensión debido a que el par electromagnético es función del cuadrado de la tensión estatórica. Dada su importancia en lo que hace a la frecuencia de aparición de los huecos de tensión, e impacto en el accionamiento, los efectos que producen en los motores trifásicos han sido estudiados por diversos autores desde hace tiempo [1], [2], [5], [10], entre otros. Actualmente existen dos métodos básicos para obtener la caracterización de los huecos de tensión [10], [16], uno llamado “clasificación de componentes simétricas” y el denominado “clasificación ABC”

La clasificación de componentes simétricas es un método sistemático para el análisis de huecos de tensión trifásicos desbalanceados. Abarca todos los casos y en general es preferible por encima de la clasificación ABC, pues este último da un enfoque más intuitivo y que requiere ciertas aproximaciones. La clasificación de componentes simétricas también conduce a un algoritmo bien definido para la extracción de tipo y características de mediciones de formas de onda, y además permite una mejor cuantificación de los efectos producidos en la carga [10]. La clasificación ABC, sin embargo, también posee sus ventajas. Una de las razones para la introducción de esta clasificación fue describir la propagación de huecos de tensión a través de transformadores de potencia [17]. Este método principalmente da una interpretación gráfica muy sencilla de la transferencia de los huecos de tensión trifásicos desequilibrados a través de transformadores.

Al producirse un hueco de tensión en un motor trifásico, las corrientes, enlaces de flujo, el par electromagnético y velocidad mecánica del motor resultan ser señales no periódicas, y por consiguiente

no resultan adecuadas para su tratamiento mediante la transformada de Fourier (FT). El empleo de la transformada wavelet permite el análisis de señales aperiódicas que caracterizan los huecos de tensión y a las variables perturbadas del MTI. El análisis multirresolución que proveen las wavelets permite, entre otras cosas, la detección temporal de las variaciones transitorias rápidas de las variables de estado del motor y al mismo tiempo el análisis de las componentes de baja frecuencia. En este documento se muestra por simulaciones que la descripción dada por el análisis multirresolución de la distribución de la energía de los coeficientes en los distintos niveles de descomposición resulta ser una firma única dejada por el hueco de tensión.

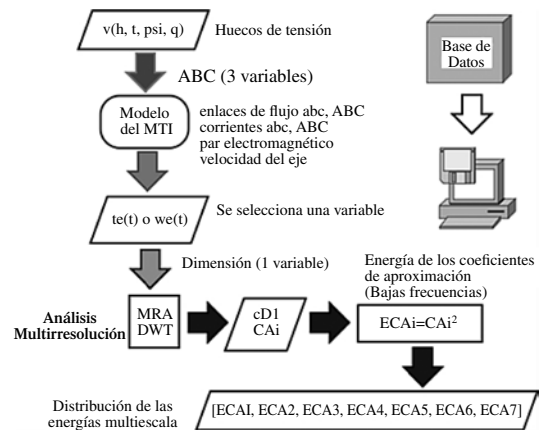


Figura 1. Esquema de análisis de la señal.

Los huecos de tensión trifásicos (3 variables) Figura 1, son analizados indirectamente en el efecto producido en una variable perturbada (el par electromagnético o la velocidad mecánica o del eje), estas variables contienen información del tipo de hueco de tensión trifásico producido en el estator.

Este documento muestra por simulaciones que para un motor trifásico existe una relación definida entre un hueco de tensión, la forma de onda de

una variable perturbada, como por ejemplo el par electromagnético, y la descripción wavelet de los niveles de energía multinivel que resulta única en cada caso. Esta firma que deja la perturbación en la variable de la máquina dependerá, para un estado de carga del motor, de los parámetros eléctricos y mecánicos y de los parámetros del hueco de tensión.

**Huecos de tensión**

Se describen aquí los siete tipos de huecos de tensión según el sistema ABC [10], [15], [16]. Se presentan las ecuaciones temporales que los describen y que son empleadas en el estudio como entradas al modelo del motor.

Se dice que el hueco es simétrico cuando el valor eficaz de la tensión de todas las fases disminuye en la misma proporción, y el desfase entre ellas se mantiene en 120°. Por ejemplo, un cortocircuito trifásico, el arranque de un motor trifásico o la conexión de cargas equilibradas trifásicas originan este tipo de huecos. Un hueco de tensión es asimétrico, cuando la disminución del valor eficaz de la tensión no es igual para las tres fases y/o el desfase entre las mismas no es de 120°. En este caso faltas fase-tierra, fase-fase y fase-fase-tierra, así como la conexión de transformadores de potencia, o la sobrecarga por cargas monofásicas o no simétricas, originan este tipo de huecos. En sistemas trifásicos de transmisión y distribución de energía eléctrica los huecos de tensión pueden afectar más de una fase y con diferentes características en cada fase.

Un hueco de tensión en general queda caracterizado por cuatro parámetros:

- La profundidad h
- La duración Δt
- El punto inicial de onda ψ
- La tipología q

$$v_{hueco}(h \Delta t \psi q)$$

Los siete tipos diferentes de huecos de tensión, de acuerdo al sistema ABC son, [14], [10], [15], Figura 2.

En la Figura 2 la tensión previa al evento en la fase A se denomina E<sub>1</sub>, y la tensión en la fase o fases que experimenta el hueco de tensión se indica con V.

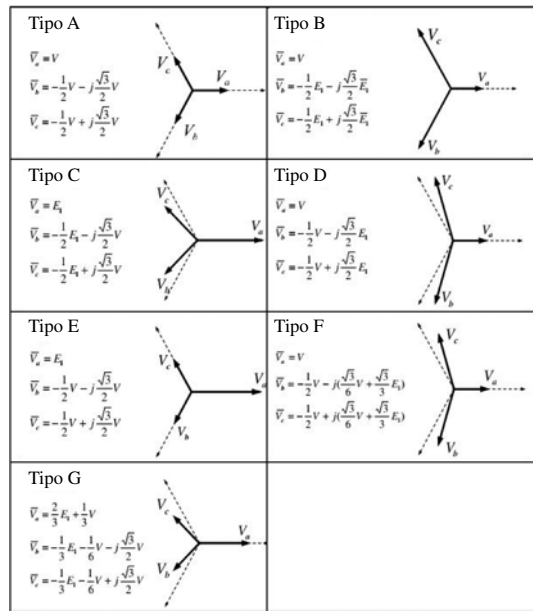


Figura 2. Tipos de huecos trifásicos (Clasificación ABC).

Se consideró la fase A como referencia, por lo que otro conjunto de ecuaciones se obtendría al tomar otra fase como referencia.

Los huecos tipo A son producidos por fallas trifásicas, mientras que los huecos tipo B, C y D se producen por fallas monofásicas y entre dos fases.

Los huecos tipo E, F y G son producidos por fallas entre dos fases. [15.]

Cuando los huecos de tensión contienen una componente de secuencia cero esta generalmente no es transferida a través de los transformadores, si estos están conectados en triángulo o en estrella sin neutro.

La Figura 3 muestra que la eliminación de la componente de secuencia cero debido al tipo de conexionado del transformador. Esta muestra que, según la ubicación de la falla, un transformador DY cambia un hueco tipo C a un tipo D, un hueco tipo F a un tipo G, y al revés. Un hueco tipo B se convierte en el tipo C, o D. La tipología A no es afectada.

Huecos a diferentes niveles de voltaje debidos a distintos tipos de falla

Tipo de falla	Ubicación I	Ubicación II	Ubicación III
Tres fases	A	A	A
Dos fases a tierra	E	F	G
Dos fases	C	D	C
Una fase a tierra	B	C	D

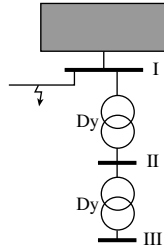


Figura 3. Tipos de huecos (clasificación ABC).

El método de clasificación ABC [10], [15] permite obtener las expresiones temporales de los distintos tipos de huecos de tensión, lo que permite poder simular las entradas perturbadas en distinto tipo de equipamiento, en este caso sobre el motor de inducción.

La Tabla 1 [16] muestra para cada tipo de hueco, el módulo y el ángulo de los fasores de tensión durante la perturbación, siendo h la magnitud relativa del hueco.

Tabla 1. Magnitud y ángulo de la tensión [16].

Tipo	Fase a		Fase b		Fase c	
	Módulo	Ángulo	Módulo	Ángulo	Módulo	Ángulo
A	$h \cdot V$	0	$h \cdot V$	$\frac{2\pi}{3}$	$h \cdot V$	$\frac{2\pi}{3}$
B	$h \cdot V$	0	$V$	$-\frac{2\pi}{3}$	$V$	$\frac{2\pi}{3}$
C	$V$	0	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi + \text{atan}(\sqrt{3} \cdot h)$	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi - \text{atan}(\sqrt{3} \cdot h)$
D	$h \cdot V$	0	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi + \text{atan}(\frac{\sqrt{3}}{h})$	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi - \text{atan}(\frac{\sqrt{3}}{h})$
E	$V$	0	$h \cdot V$	$\frac{2\pi}{3}$	$h \cdot V$	$\frac{2 \cdot \pi}{3}$
F	$h \cdot V$	0	$\sqrt{\frac{h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi + \text{atan}(\frac{2+h}{\sqrt{3} \cdot h})$	$\sqrt{\frac{h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi - \text{atan}(\frac{2+h}{\sqrt{3} \cdot h})$
G	$\frac{2+h}{3} \cdot V$	0	$\sqrt{\frac{7 \cdot h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi + \text{atan}(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h})$	$\sqrt{\frac{7 \cdot h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi + \text{atan}(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h})$

En base a los valores de la Tabla 1, a continuación se presentan las ecuaciones temporales para cada tipo de hueco de tensión, aplicadas luego al modelo del motor trifásico de inducción, presentado en la Ec. (14).

### Hueco de tensión tipo A

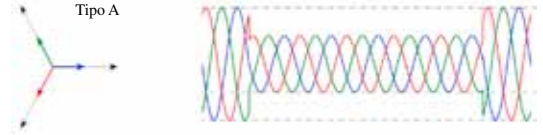


Figura 4. Hueco de tensión trifásico q=A [16].

El diagrama fasorial y ecuaciones complejas, de la Figura 4, muestran que en este caso las tres fases son afectadas por igual, con la misma tensión retenida y salto de ángulo de fase. La tensión retenida en la perturbación se puede definir como  $V_{\text{hueco}} = h \cdot V$ , siendo V la tensión de fase en condiciones normales (previo al hueco de tensión) y h la magnitud relativa de la tensión en el hueco. Las ecuaciones de tensiones complejas pueden escribirse en función de la magnitud relativa h del hueco, obteniéndose las Ec. (1)

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V)h \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V)h \sin\left[\left(\omega t\right) - \frac{2\pi}{3}\right] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V)h \sin\left[\left(\omega t\right) + \frac{2\pi}{3}\right] \end{cases} \quad (1)$$

Donde  $0 \leq h \leq 0.9$

La relación entre la tensión de línea  $U_L$  y de fase  $U_F$  es:

$$U_L = U_F [\text{pu}]$$

### Hueco de tensión tipo B



Figura 5. Hueco de tensión trifásico q= B.

En este caso llamando h a la magnitud relativa del hueco, se obtienen las Ec. (2)

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V)h \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V) \sin\left[\left(\omega t\right) - \frac{2\pi}{3}\right] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V) \sin\left[\left(\omega t\right) + \frac{2\pi}{3}\right] \end{cases} \quad (2)$$

Siendo  $0 \leq h \leq 0.9$

Ocurren por fallas línea a tierra, propagándose por transformadores Yyn, en caso contrario la componente homopolar es filtrada.

La relación entre la tensión de línea  $U_L$  y de fase  $U_F$  en p.u. está dada por la Ec. (3):

$$U_L = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2}U_F\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2}}{\sqrt{3}} \text{ [pu]} \quad (3)$$

**Hueco de tensión tipo C**



Figura 6. Hueco de tensión trifásico  $q=C$ .

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V) \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V) \frac{\sqrt{1+3h^2}}{2} \sin[(\omega t) + \pi + \beta] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V) \frac{\sqrt{1+3h^2}}{2} \sin[(\omega t) + \pi - \beta] \end{cases} \quad (4)$$

Donde  $0 \leq h \leq 0.9$

Siendo:

$$\beta = \tan^{-1} \sqrt{3}h$$

Ocurren por fallas línea a tierra, y también con un hueco B, en el lado de AT, propagándose por transformadores DY, como hueco C, debido a que en el triángulo es bloqueada la componente homopolar. La relación entre la tensión de línea  $U_L$  y de fase  $U_F$  es, Ec. (5):

$$U_L = \frac{4}{3}U_F^2 - \frac{1}{3} \quad (5)$$

**Hueco de tensión tipo D**

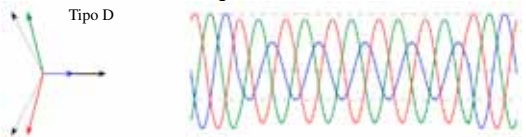


Figura 7. Hueco de tensión trifásico  $q=D$ .

Se obtienen las Ec. (6)

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V)h \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V) \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \sin[(\omega t) + \pi + \beta] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V) \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \sin[(\omega t) + \pi - \beta] \end{cases} \quad (6)$$

Donde  $0 \leq h \leq 0.9$

Siendo:

$$\beta = \tan^{-1} \sqrt{3}h$$

Son causados por la propagación de un hueco tipo C por un transformador DY, apareciendo en la BT como una caída de tensión en una fase. La relación entre la tensión de línea  $U_L$  y de fase  $U_F$  es:

$$U_L = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}U_F^2 \text{ [pu]} \quad (7)$$

**Hueco de tensión tipo E**

En el caso de fallas de dos fases a tierra se pueden producir los tipos de hueco E, F y G.

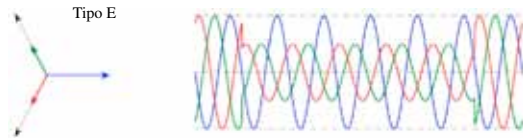


Figura 8. Hueco de tensión trifásico  $q=E$ .

En este caso las ecuaciones temporales son:

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V) \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V)h \sin\left[(\omega t) - \frac{2\pi}{3}\right] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V)h \sin\left[(\omega t) + \frac{2\pi}{3}\right] \end{cases} \quad (8)$$

Donde  $0 \leq h \leq 0.9$

Estos huecos muestran una relación simétrica entre las tensiones fase a fase y fase a neutro.

La relación es la misma que en el caso de huecos tipo A. Son huecos no frecuentes, debido a que se producen por fallas de dos fases a tierra ubicadas en el mismo nivel de tensión que el punto de monitoreo; o cuando el hueco se propaga a través de un transformador con conexión Yyn.

### Hueco de tensión tipo F



Figura 9. Hueco de tensión trifásico  $q = F$ .

El tipo de hueco F también puede producirse en caso de fallas de dos fases a tierra.

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V)h \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V)\sqrt{\frac{h^2 + h + 1}{3}} \sin[(\omega t) + \pi + \beta] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V)\sqrt{\frac{h^2 + h + 1}{3}} \sin[(\omega t) + \pi - \beta] \end{cases} \quad (9)$$

Donde  $0 \leq h \leq 0.9$

$$\text{Siendo } \beta = \tan^{-1} \left[ \left( \frac{2+h}{3h\sqrt{3}} \right) \right] \quad (10)$$

Son causados por la propagación de una falla de dos fases a tierra en el lado de AT, por un transformador DY, apareciendo en la BT como una caída de tensión en dos fases. La relación entre la tensión de línea  $U_L$  y de fase  $U_F$  es:

$$3U_L^2 = \left(2 + \frac{1}{3}\right)U_F^2 + \frac{1}{3}U_F + \frac{1}{3} \text{ [pu]} \quad (11)$$

### Hueco de tensión tipo G

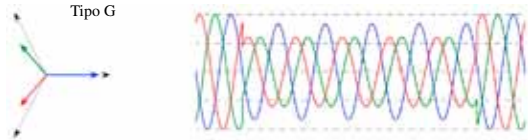


Figura 10. Hueco de tensión trifásico  $q = G$ .

El tipo de hueco G, también puede producirse en caso de fallas de dos fases a tierra.

El diagrama fasorial y ecuaciones complejas muestran que en este caso las tres fases son afectadas: la fase a es afectada solo en magnitud, la fase b con un ángulo de atraso, la fase c fase con un ángulo de adelanto:

$$\begin{cases} v_{Ah} = (\sqrt{2}V)\frac{(2+h)}{3} \sin(\omega t) \\ v_{Bh} = (\sqrt{2}V)\frac{\sqrt{7h^2 + h + 1}}{3} \sin[(\omega t) + \pi + \beta] \\ v_{Ch} = (\sqrt{2}V)\frac{\sqrt{7h^2 + h + 1}}{3} \sin[(\omega t) + \pi - \beta] \end{cases} \quad (12)$$

Siendo

$$\beta = \pi + \tan^{-1} \left[ \left( \frac{3h\sqrt{3}}{2+h} \right) \right]$$

Son causados por la propagación de un hueco tipo F (producido por una falla de dos fases a tierra) a través de un transformador DY, apareciendo en la BT como una caída de tensión en dos fases. La relación entre la tensión de línea  $U_L$  y de fase  $U_F$  es:

$$U_L = -0.0707 + \frac{\sqrt{3.112(U_F)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2}}{1.556} \text{ [pu]} \quad (13)$$

### MODELO MATEMÁTICO DEL MTI

El modelo utilizado para las simulaciones y el estudio del motor trifásico de inducción es de quinto orden, siendo las variables de estado seleccionadas los enlaces de flujo, y con los parámetros del rotor referidos al estator. No se tiene en cuenta los efectos de la saturación magnética, pero son de inmediata implementación dado las variables de estado seleccionadas. El modelo matemático está dado por el sistema de Ec. (14):

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{sa}}{dt} = \frac{R_s}{L_s} \left( \frac{L_{eq}}{L_s} - 1 \right) \psi_{sa} + \left( \frac{R_s}{L_s} \frac{L_{eq}}{L'_{lr}} \right) \psi'_{ra} + v_{sa} \\ \frac{d\psi_{sb}}{dt} = \frac{R_s}{L_s} \left( \frac{L_{eq}}{L_s} - 1 \right) \psi_{sb} + \left( \frac{R_s}{L_s} \frac{L_{eq}}{L'_{lr}} \right) \psi'_{rb} + v_{sb} \\ \frac{d\psi'_{ra}}{dt} = \frac{R'_r}{L'_{lr}} \left( \frac{L_{eq}}{L'_{lr}} - 1 \right) \psi'_{ra} - P\omega_{eje} \psi'_{rb} + \left( \frac{R'_r}{L'_{lr}} \frac{L_{eq}}{L_s} \right) \psi_{sa} \\ \frac{d\psi'_{rb}}{dt} = \frac{R'_r}{L'_{lr}} \left( \frac{L_{eq}}{L'_{lr}} - 1 \right) \psi'_{rb} + P\omega_{eje} \psi'_{ra} + \left( \frac{R'_r}{L'_{lr}} \frac{L_{eq}}{L_s} \right) \psi_{sb} \\ \frac{d\omega_{eje}}{dt} = \frac{3P}{2J} \left( \frac{L_{eq}}{L_s L'_{lr}} \right) (\psi'_{ra} \psi_{sb} - \psi'_{rb} \psi_{sa}) - \left( \frac{D}{J} \right) \omega_{eje} - \left( \frac{1}{J} \right) t_L \end{cases} \quad (14)$$

La ecuación adicional que modela la dinámica del sistema mecánico está dada por la Ec. (15):

$$\frac{d\omega_{eje}}{dt} = \frac{3P}{2J} \frac{L_{eq}}{L_s L'_{lr}} (\psi'_{ra} \psi_{sb} - \psi'_{rb} \psi_{sa}) - \frac{D}{J} \omega_{eje} - \frac{t_L}{J} \quad (15)$$

El par electromagnético está dado por la Ec. (16)

$$t_e = \frac{3}{2} P \frac{L_{eq}}{L_s L'_{lr}} (\Psi'_{ra} \Psi_{sb} - \Psi'_{rb} \Psi_{sa}) \quad (16)$$

Las corrientes en el sistema de referencia ab pueden obtenerse mediante las Ec. (17)

$$\begin{cases} i_{sa} = \frac{1}{L_s} (\Psi_{sa} - \Psi_{ma}) \\ i_{sb} = \frac{1}{L_s} (\Psi_{sb} - \Psi_{mb}) \\ i'_{ra} = \frac{1}{L'_{lr}} (\Psi'_{ra} - \Psi_{ma}) \\ i'_{rb} = \frac{1}{L'_{lr}} (\Psi'_{rb} - \Psi_{mb}) \end{cases} \quad (17)$$

En las ecuaciones es:

- $v_{sa}, v_{sb}$ : tensión estatórica según los ejes ab [V]
- $i_{sa}, i_{sb}$ : Corriente estatórica según los ejes ab [A]
- $i'_{ra}, i'_{rb}$ : Corriente estatórica según los ejes ab [A]
- $\Psi_{sa}, \Psi_{sb}$ : Enlaces estatóricos según los ejes ab [Wb-t]
- $\Psi'_{ra}, \Psi'_{rb}$ : Enlaces rotóricos según los ejes ab [Wb-t]
- $\Psi_{ma}, \Psi_{mb}$ : Enlaces magnéticos según los ejes ab [Wb-t]
- $L_s, L'_{lr}$ : Induc. dispers. del estator y rotor referida [H]
- $L_{eq}$ : Inductancia equivalente [H]
- $R_s$ : Resistencia de una fase estatórica [ $\Omega$ ]
- $R_r$ : Resistencia de una fase rotórica [ $\Omega$ ]
- $\theta_r$ : Pos. del rotor respecto al eje magnético fase A
- $t_e$ : Par electromagnético del motor [Nm]
- $t_L$ : Par de la carga [Nm]
- $J$ : Momento de inercia total en el eje [Kg m<sup>2</sup>]
- $D$ : Coeficiente de amortiguamiento viscoso total en el eje del motor [Nm / rad/s]
- $P$ : Pares de polos del estator
- $w_r = P w_{eje}$  velocidad eléctrica del rotor [rad/s]; es la derivada de la posición  $w_r = d\theta_r/dt$

### DESCOMPOSICIÓN MULTINIVEL

La transformada discreta wavelet es una herramienta matemática cuyas aplicaciones se han extendido enormemente en el procesamiento de señales, particularmente en el caso del análisis de señales en sistemas eléctricos de potencia para el estudio de la calidad de la energía eléctrica [3], [4], [6], y en particular para la detección y clasificación de señales [8], [11], [12].

La idea de utilizar diferentes funciones de ventana para analizar distintas bandas de frecuencia fue presentada originalmente por el Ingeniero Geofísico Jean Morlet, quien posteriormente con el físico teórico A. Grossman formaliza la transformación.

El método fue mejorado por el matemático francés Yves Meyer en 1985 al presentar funciones base ortogonales wavelets con buena localización en espacio y frecuencia, por otra parte la idea del análisis multirresolución fue presentada por Stephane Mallat, otras contribuciones fueron realizadas por científicos como Ingrid Daubechies, Ronald Coifman y Victor Wickerhauser.

La teoría de wavelets y algunas de las aplicaciones más comunes se exponen en los trabajos de Daubechies (1992), Kaiser (1994) y Burrus (1998). Las wavelets son funciones matemáticas utilizadas para filtrar series temporales de datos y analizar la variación de su contenido espectral, pero a diferencia del análisis tradicional de Fourier la cual solo es aplicable a señales estacionarias, la transformada wavelet permite el análisis tiempo-frecuencia de señales no estacionarias al igual que la transformada Gabor y la STFT. La transformada wavelet continua se define como:

$$CWT(\tau, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \Psi_{\tau, s}(t) \cdot dt \quad (18)$$

Donde la función  $\Psi_{\tau, s}(t)$  denominada wavelet, definida por la Ec. (19).

$$\Psi_{\tau, s}(t) = \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \right] \quad (19)$$

Como se desprende de la Ec. (19), la señal transformada es una función de dos variables,  $\tau$  y  $s$ , los parámetros de traslación y escala respectivamente.  $\Psi_{\tau, s}(t)$  es la función de transformación que se le denomina "wavelet madre", es análoga a la función de ventana de la STFT. El parámetro  $s$  es el factor de escala (conocido como parámetro de dilatación), regula la escala temporal, debido a la presencia de este parámetro en el denominador de la Ec. (9), la relación entre la escala y la frecuencia consiste en que las escalas menores corresponden a altas frecuencias y las escalas mayores corresponden a bajas frecuencias:

- Si  $s \ll 1$  la wavelet es una versión muy concentrada de la wavelet madre, conteniendo frecuencias elevadas.
- Si  $s \gg 1$  la wavelet es una versión expandida de la wavelet madre conteniendo bajas frecuencias.

Como se ve el parámetro de escala se relaciona con el contenido frecuencial de la señal de manera inversa: a mayor escala, menor frecuencia y viceversa. La Ec. (19) implica trabajar con una resolución infinita de la variable  $t$ , lo que es imposible si la misma va a ser implementada en forma numérica. Por lo tanto se emplea la versión discreta de la misma, conocida como Transformada Wavelet Discreta (DWT) definida por la Ec. (20):

$$DWT(\tau, s) = \sum_n x(n) \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{n - \tau}{s}\right) \right] \quad (20)$$

En este caso, no sólo debe discretizarse el tiempo. Para implementación numérica de la transformada es necesario discretizar los parámetros  $\tau$ ,  $s$  de manera apropiada para equilibrar la eficiencia del mapeo de la información con la complejidad computacional. Si los valores se consideran como potencias de dos con el fin de hacer más eficientes los algoritmos (escalas y traslaciones diádicas), puede escribirse  $s = 2^j$  y  $\tau = n \cdot 2^j$ , donde el parámetro  $j$  determina el nivel de descomposición. Se selecciona un conjunto de escalas y traslaciones basadas en potencias de dos, o diádicas, a efectos de hacer más eficiente los algoritmos. La transformada wavelet discreta no es continuamente escalable y trasladable, pero sí lo es en pasos discretos.

El método de análisis multirresolución (MRA) es el método utilizado para la implementación de la mayoría de las transformaciones wavelet discretas (DWT).

**Algoritmo de Mallat**

El algoritmo de Mallat puede describirse de la siguiente manera:

La señal  $S$  original,  $x(n)$  de  $N$  puntos, pasa a través de dos filtros complementarios (un paso bajo y otro paso alto), surgiendo dos nuevas señales denominadas  $A$  y  $D$ , Figura 11.

Dado que al realizar esta operación en una señal digital real se obtiene el doble de muestras que la señal original, se procede a realizar un submuestreo tomándose un punto de cada dos, de tal manera que la cantidad total de puntos se conserva igual a la cantidad de puntos de la señal original.

Esto da como resultado dos vectores denominados  $cA$  y  $cD$ , que corresponderán a los coeficientes de aproximación (baja frecuencia, alta escala) y a los coeficientes de detalle (alta frecuencia, baja escala).

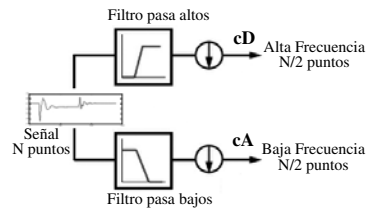


Figura 11. Tratamiento en cada nivel  $j$ .

La salida del filtro pasa altos luego de un proceso de submuestreo (reduciendo el número de puntos a la mitad) da los coeficientes wavelets  $cD$  (de detalle) de dicho nivel; el vector  $cD$  posee  $N/2$  puntos.

A la salida del filtro pasabajos se realiza también un proceso de submuestreo reduciendo el número de puntos a la mitad, por lo que el vector de coeficientes  $cA$  (de aproximación) de dicho nivel posee  $N/2$  puntos. En el análisis, las aproximaciones son las componentes de baja frecuencia (alta escala) de la señal, y los detalles son las componentes de alta frecuencia (baja escala), Figura 11. Como se mencionó el submuestreo en cada nivel de descomposición se realiza para conservar el número de puntos de la señal original. Si se define la resolución como  $1/s$  esta incrementa cuando la escala a disminuye, obteniéndose las mayores resoluciones con las escalas menores. A mayores resoluciones ( $1/s$ ) pueden obtenerse mejores detalles de la señal, Figura 12:

$j$	10	9	...	2	1	0	-1	-2
Scale	1024	512	...	4	2	1	1/2	1/4
Resolution	1/2 <sup>10</sup>	1/2 <sup>9</sup>	...	1/4	1/2	1	2	4

Figura 12. Resolución en función de la escala.



También es posible realizar una descomposición multinivel, donde una señal original,  $x(n)$  de  $N$  puntos, pasa a través de dos filtros complementarios (un paso bajo y otro paso alto), realizándose un posterior submuestreo a efectos de mantener el número de puntos totales igual a la de la señal original. De este algoritmo en cada nivel de descomposición surgen dos nuevas señales denominadas coeficientes de aproximación  $cA$  (baja frecuencia, alta escala), y coeficientes de detalle (alta frecuencia, baja escala)  $cD$ . Esta operación es denominada también árbol de descomposición, y se ilustra en la Figura 13.

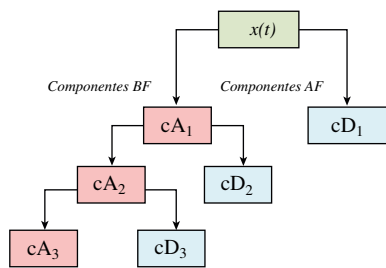


Figura 13. Descomposición multinivel.

Para este caso:  $S = cA1 + cA2 + cA3 + cD3$ .

### RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

En este apartado se presentan los resultados de la descomposición wavelet multiresolución de las señales perturbadas 1D del par electromagnético y posteriormente de la velocidad del eje del motor, al someterlo a las diferentes tipologías de huecos de tensión según la caracterización ABC.

Se simuló un motor trifásico de inducción de 50 HP, 460 [V] 60 [Hz], 4 polos, con un momento de inercia en el eje  $J=1.662$  [Kg.m<sup>2</sup>] cuando el mismo está funcionando en condiciones nominales al verse sometido a los diferentes huecos de tensión analizados.

Se presenta una descomposición en siete niveles para cada tipología  $q$  del hueco de tensión, obteniéndose en cada nivel de descomposición la distribución de energía en por unidad, de los coeficientes wavelet contenida en cada nivel. Figura 14.

### Influencia de la tipología $q$ en el contenido energético del par electromagnético

Como se puede apreciar en la Figura 14, con iguales parámetros del hueco (tensión retenida  $h$ , tiempo  $\Delta t$ , y el punto inicial de onda  $\psi$ ) las siete tipologías  $q$  en todos los casos producen distribuciones de energía que resultan ser diferentes.

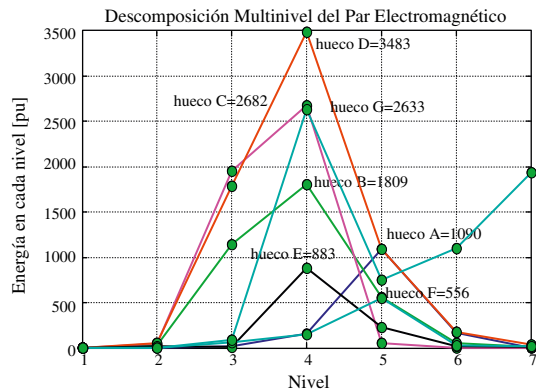


Figura 14. Niveles de energía de detalle  $t_e$  ( $h=0.5$ ,  $\Delta t=0.3$ ,  $\Psi=0^\circ$ ,  $q$ ): A, azul, B, verde; C, magenta; D, rojo; E, negro; F, magenta, G: turquesa.

### Influencia de la tipología $q$ en el contenido energético en la velocidad del eje

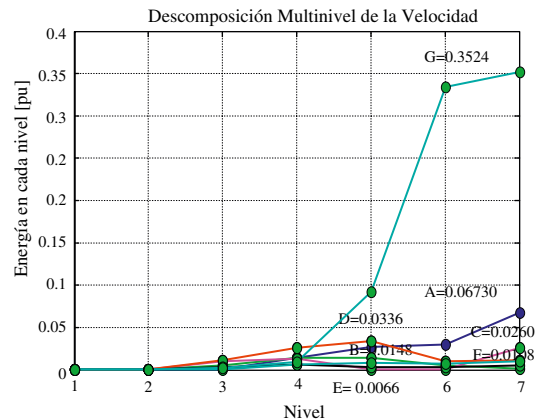


Figura 15. Niveles de energía de detalle  $w_{eje}$  ( $h=0.5$ ,  $\Delta t=0.3$ ,  $\Psi=0^\circ$ ,  $q$ ): A, azul, B, verde; C, magenta; D, rojo; E, negro; F, magenta, G: turquesa.

Con tensión retenida  $h$ , tiempo  $\Delta t$ , y el punto inicial de onda  $\psi$  iguales, en todos los casos se tienen distribuciones diferentes para cada tipología  $q$ , Figura 15.

**Influencia de h en el contenido energético del par electromagnético**

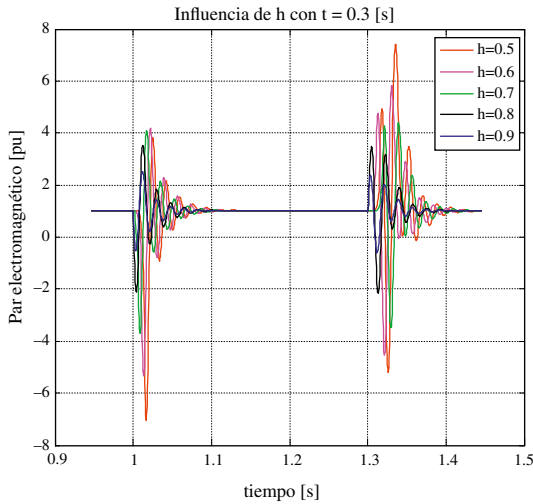


Figura 16. Par electromagnético variando h  $t_e$  ( $h$ ,  $\Delta t = 0.3$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ ).

Se hace variar la profundidad del hueco de tensión (tensión retenida) h entre 0.5 y 0.9, manteniendo ahora la tipología q = A,  $\Delta t = 0.3$ ,  $\Psi = 0^\circ$ , Figura 16. En este caso se obtiene la distribución de la energía de los coeficientes wavelets en los distintos niveles de descomposición presentados en la Figura 17.

Se observa que también se tienen distribuciones diferentes para cada valor de h.

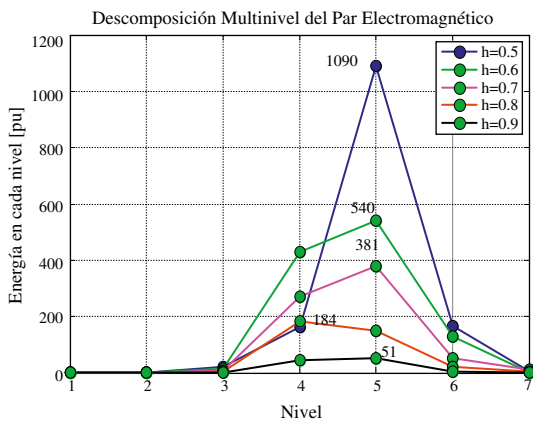


Figura 17. Distribuciones de las energías de detalle del par electromagnético  $t_e$  ( $h$ ,  $\Delta t = 0.3$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ ).

**Influencia de h en el contenido energético de la velocidad del eje**

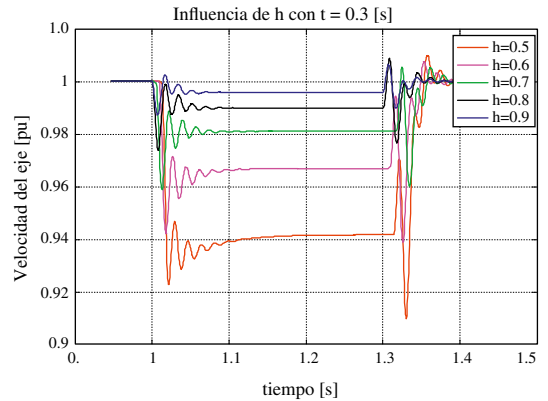


Figura 18. Velocidad del eje en el hueco  $w_{eje}$  ( $h$ ,  $\Delta t = 0.3$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ ).

En este caso se obtiene la distribución de la energía en los distintos niveles de descomposición presentados en la Figura 18, observándose diferentes distribuciones de energía para cada valor de h.

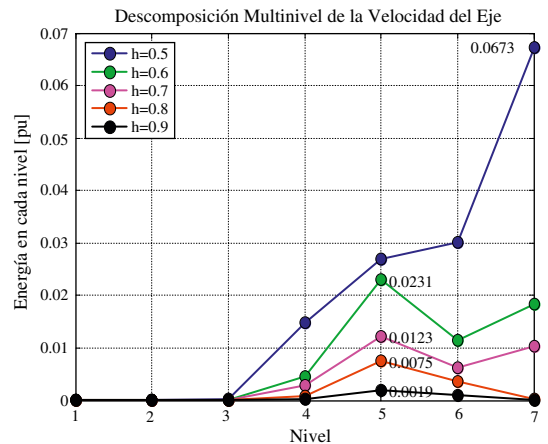


Figura 19. Distribuciones de las energías de detalle de  $w_{eje}$  ( $h$ ,  $\Delta t = 0.3$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ ).

### Influencia de t en el contenido energético del par electromagnético

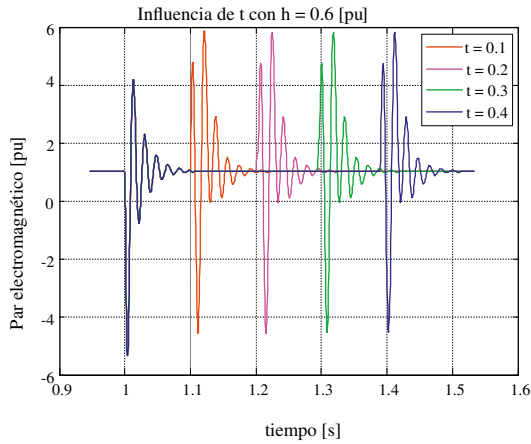


Figura 20. Par electromagnético  $t_e$  ( $h=0.6$ ,  $\Delta t$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ ).

Se analiza a continuación la influencia de la duración del hueco de tensión, en el par electromagnético, cuando se mantienen los demás parámetros constantes. Se simuló la duración del hueco de tensión  $\Delta t$  variable entre 0.1 y 0.4 [s], manteniendo la tipología  $q = A$ , la tensión retenida en  $h=0.6$ , y  $\Psi = 0^\circ$ . La Figura 20 muestra la influencia en el par electromagnético. Por otra parte el análisis multiresolución de dichas señales muestra que las distribuciones de la energía en por unidad en los diferentes niveles de descomposición, para cada valor  $\Delta t$  mostrados en la Figura 21, resultan diferentes para cada duración  $\Delta t$  del hueco.

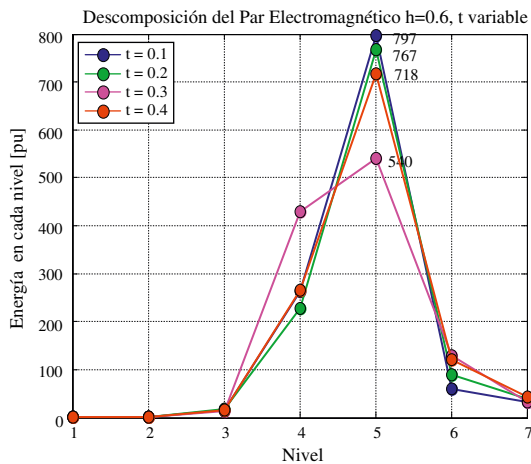


Figura 21. Distribuciones de las energías de detalle de  $t_e$  ( $h = 0.6$ ,  $\Delta t$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ )

### Influencia de h en el contenido energético de la velocidad del eje

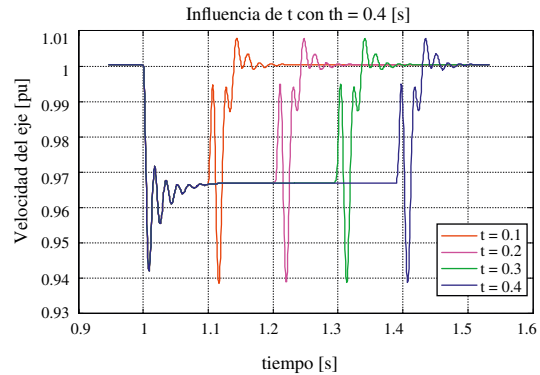


Figura 22. Velocidad del eje  $w_{eje}$  ( $h, \Delta t = 0.4$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ )

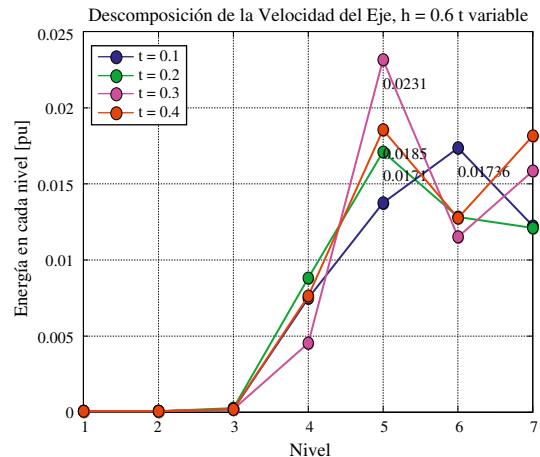


Figura 23. Distribuciones de las energías de detalle de la velocidad del eje  $w_{eje}$  ( $h = 0.6$ ,  $\Delta t$ ,  $\Psi = 0^\circ$ ,  $q = A$ )

En este caso las distribuciones de la energía en por unidad en los diferentes niveles, para cada valor  $\Delta t$  resultan las de la Figura 23, también diferentes, para cada  $\Delta t$  del hueco.

## CONCLUSIONES

En función de las simulaciones realizadas, se concluye lo siguiente:

- Al seleccionar como variables de análisis el par electromagnético y la velocidad del eje, se ha reducido la dimensión del análisis de tres variables para un hueco trifásico, al análisis de una variable. Estas variables contienen

información del tipo de perturbación producida en la tensión de entrada, Ecs. (15), (16) y (17).

- Las simulaciones de la influencia de la tipología del hueco de tensión en el motor muestran que tanto en la señal del par electromagnético como de la velocidad del eje la distribución de energía en cada nivel de descomposición es diferente para cada tipo de hueco, a pesar de ser huecos con igual duración, tensión retenida, ángulo de fase y duración. Figuras 14 y 15.
- La influencia de la profundidad del hueco  $h$ , en el par electromagnético Figura 17, y velocidad del eje Figura 19, muestran además que para una tipología dada, el parámetro  $h$  también modifica la magnitud de la energía en cada nivel de descomposición.
- La influencia del tiempo del hueco en el par electromagnético y velocidad del eje muestran además que para una tipología dada, la duración del hueco cambia la magnitud de la energía en cada nivel de descomposición. Figuras 21 y 23.
- Es posible un mapeo entre cada tipo de hueco de tensión y la distribución de energía multinivel del par electromagnético, esto permite una forma de caracterización de la señal en el dominio tiempo-escala con agrupamiento según el sistema ABC.
- La cantidad de puntos necesarios para almacenar las señales temporales en las bases de datos es mayor, sensiblemente, que la necesaria para almacenar los vectores conteniendo la distribución de energía multinivel (siete niveles de descomposición).

Incluyendo además en el vector la energía del primer nivel de detalle, y empleando una DWT reversible es posible reconstruir la señal temporal original.

Las empresas de energía monitorean diversos puntos del sistema eléctrico, acumulando una base de datos de señales perturbadas para posteriores estudios. Se podrían procesar las señales, haciendo una descomposición multinivel, y guardar los vectores que contienen los niveles de energía (alrededor de siete valores, frente a una mayor cantidad de puntos de la señal temporal), esto permite disminuir sensiblemente el tamaño de las bases de datos.

Además, también es posible, fijando un margen de tolerancia, realizar un agrupamiento de señales

con características similares empleando técnicas de inteligencia artificial permitiendo realizar diversos estudios de Calidad de la Energía en sistemas de potencia

## AGRADECIMIENTOS

Al Laboratorio de Máquinas Eléctricas y al Laboratorio de Instrumentación y Control de la Universidad Nacional de Mar del Plata por el apoyo prestado.

## REFERENCIAS

- [1] J.C. Das. "Effects of momentary voltage dips on the operation of induction and synchronous motors". IEEE Trans. Ind. Appl. Vol. 26, Issue 4. July-August, 1990.
- [2] M.H.J. Bollen. "The influence of motor reacceleration on voltage sags". IEEE Trans. Ind. Appl. Vol. 31, Issue 4, pp. 667-674. July-August, 1995.
- [3] S. Santoso, E.J. Powers, W.M. Grady and P. Hoffmann. "Power quality assessment via wavelet transform analysis". IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 11, pp. 924-930. 1996.
- [4] S. Santoso, E.J. Powers, W. Grady and A. Parsons. "Recognition using wavelet-based neural classifier". The 1997 IEEE/PES Winter Meeting. NY, USA. 1997.
- [5] F. Córcoles, J. Pedra and Ll. Guasch. "Analysis of the Induction Machines sensitivity to voltage sags". Int. Conference on Electrical Machines, Istanbul (Turkey). Vol. III, pp. 1538-1543. September, 1998.
- [6] N.S.D. Brito, B.A. Souza and F.A.C Pires. "Daubechies wavelets in quality of electrical power systems". The 1998 International Conference on Harmonics and Quality of Power, pp. 511-515. Athens, Greece. 1998.
- [7] F. Córcoles and J. Pedra. "Algorithm for the study of Voltage Sags on Induction Machines". IEEE Transactions on Energy Conversion. Vol. 14, Issue 4. 1999.
- [8] A.C. Parson. "A wavelet based procedure for automatically determining the beginning end and depth of transmission system voltage sags". The 1999 IEEE/PES Winter Meeting. New York, USA. 1999.

- [9] A.M. Gaouda, S.H. Kanoun, M.M.A. Salama and A.Y. Chikhani. "Power Quality Detection and Classification Using Wavelet-Multiresolution Signal Decomposition". IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 4, Issue 4, pp. 1469-1476. 1999.
- [10] M.H.J. Bollen. "Understanding Power Quality Problems, Voltage Sags and Interruptions". IEEE Press Series on Power Engineering, IEEE. 2000.
- [11] A.M. Gaouda, S.H. Kanoun, M.M.A. Salama and A.Y. Chikhani. "Wavelet-based signal processing for disturbance classification and measurement". IEEE Proc. Gener. Transm. Distrib. 2002.
- [12] J.B. Reddy, D.K. Mohanta and B.M. Karan. "Power System Disturbance Recognition Using Wavelet and S-Transform Techniques". International Journal of Emerging Electric Power Systems. 2004.
- [13] M.F. McGranaghan and B. Roettger. "Economic Evaluation of Power Quality". IEEE Power Engineering Review. Vol. 22, Issue 2, pp. 8-12. February, 2002.
- [14] E. Pérez Fernández. "Nuevo método de detección y análisis en tiempo real de eventos en la tensión de suministro de energía eléctrica empleando un modelo combinado wavelets - filtro de Kalman extendido". Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria, Depto. de Electrónica y Computadores. Santander, España. Marzo de 2006.
- [15] M. Bollen and I.Y.Gu. "Signal Processing of Power Quality Disturbances". IEEE Press On Power Engineering, Wiley. 2006.
- [16] L. Guasch. "Efectos de los huecos de tensión en las máquinas de inducción y en los transformadores trifásicos". Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya. Enero 2006.