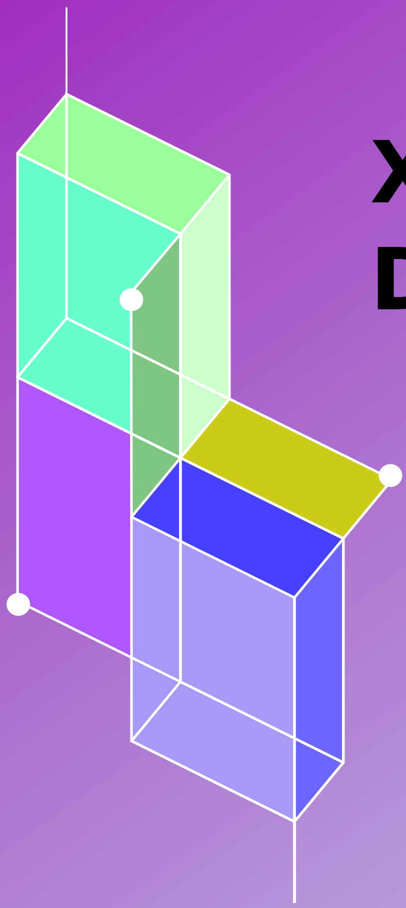

XVII Congreso Dr. Antonio Monteiro

Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

7 al 9 de Junio de 2023

Organizan

Universidad Nacional del Sur — UNS Bahía Blanca

Departamento de Matemática

INMABB CONICET UNS

Con el apoyo de

Secretaría de Ciencia y Tecnología, UNS

CONICET

UMA — Unión Matemática Argentina — Fundada en 1936

CIC — Comisión de Investigaciones Científicas

FUNS — Fundación de la Universidad Nacional del Sur

Sobre la coordinación de los complementos de línea de árboles

Martín Safe, **Rocío Belén Suárez Albanesi**
Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET

Los *grafos coordinados* son aquellos en los cuales, para todo subgrafo inducido, coinciden el *grado clique* (que es el cardinal máximo de un conjunto de cliques maximales que comparten todas un mismo vértice) y el *número clique-cromático* (que es el mínimo número de colores necesario para pintar las cliques maximales de modo que dos cliques maximales con el mismo color no compartan vértices).

La clase de grafos coordinados es hereditaria, es decir, cerrada por subgrafos inducidos. Por lo tanto, admite una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales. Si bien no se conoce una descripción completa de la lista de subgrafos inducidos prohibidos minimales para la clase de los grafos coordinados, sí se han obtenido resultados parciales para aquellos grafos coordinados dentro de las clases de los grafos de línea y de los complementos de árboles [2] y las clases de los grafos libres de paw y de los libres simultáneamente de gem, 4-wheel y bull [1]. Cada una de estas caracterizaciones conduce a un algoritmo de tiempo polinomial (o incluso lineal) para el reconocimiento de los grafos coordinados dentro de cada una de estas clases. Sin embargo, se sabe que la clase de los grafos coordinados admite familias de grafos prohibidos minimales cuya cardinalidad crece exponencialmente con el número de vértices [3] y que el reconocimiento de grafos coordinados es NP-duro en general [4].

En este trabajo, buscamos caracterizar por subgrafos inducidos prohibidos minimales cuándo un complemento de un grafo de línea de un árbol T es coordinado. Conjeturamos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales y la demostramos para todos los árboles T con diámetro a lo sumo 5. Más aún, demostramos que para probar que la conjetura es cierta, alcanza con demostrarla para los árboles cuyo diámetro es 6.

REFERENCIAS

[1] F. Bonomo, G. Durán, F. Soulignac, and G. Sueiro. Partial characterizations of clique-perfect and coordinated graphs: Superclasses of triangle-free graphs. *Discrete Appl. Math.*, 157(17):3511–3518, 2009.
[2] F. Bonomo, G. Durán, F. Soulignac, and G. Sueiro. Partial characterizations of coordinated graphs: line graphs and complements of forests. *Math. Oper. Res.*, 69(2):251–270, 2009.
[3] F. Soulignac and G. Sueiro. Exponential families of minimally non-coordinated graphs. *Rev. Un. Mat. Argentina*, 50(1):75–85, 2009.
[4] F. J. Soulignac and G. Sueiro. NP-hardness of the recognition of coordinated graphs. *Ann. Oper. Res.*, 169(1):17–34, 2009.

Este trabajo fue financiado parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 de la Universidad Nacional del Sur. M.D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.

Grafos cuyo cuadrado de línea es libre de P_k

Martín Safe, **Martina Vergara**
Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET

El *grafo de línea* de un grafo G, denotado $L(G)$, es el grafo cuyos vértices son las aristas de G y tal que dos aristas de G son adyacentes en $L(G)$ si y solo si comparten un extremo. El *cuadrado* de un grafo G, denotado G^2, es el grafo con los mismos vértices que G y tal que dos vértices son adyacentes si están unidos en G por un camino de longitud a lo sumo 2. Denotamos por P_k al camino sin cuerdas con k vértices. Un grafo es *libre de* P_k si no contiene P_k como subgrafo inducido.

El problema del MATCHING INDUCIDO MÁXIMO consiste en encontrar un conjunto de aristas no incidentes dos a dos de cardinalidad máxima. El problema del CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO consiste en hallar un conjunto de vértices no adyacentes dos a dos de máxima cardinalidad. Claramente, resolver el problema de MATCHING INDUCIDO MÁXIMO en un grafo G es equivalente a resolver el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO en $L(G)^2$. Este hecho implica que el problema de MATCHING INDUCIDO MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial) para la clase de todos los grafos G tales que $L(G)^2 \in \mathscr{H}$, para cada clase $\mathscr{H}$ de grafos en la cual el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial).

Por ejemplo, una clase de grafos $\mathscr{H}$ en la cual el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial es la clase de los grafos cordales [2]. Luego, el problema del MATCHING INDUCIDO MÁXIMO puede resolverse en tiempo polinomial en la clase de los grafos G tales que $L(G)^2$ es cordal. Una caracterización de la clase de tales grafos G, por subgrafos inducidos prohibidos minimales, fue dada por Scheidweiler y Wiederrecht [4].

Una clase de grafos $\mathscr{H}$ en la cual el problema de CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO puede resolverse en tiempo cuasipolinomial es la clase de los grafos libres de P_k, para cada k [1]. En consecuencia, si $\mathscr{G}_k$ es la clase de los grafos G tales que $L(G)^2$ es libre de P_k entonces el problema de MATCHING INDUCIDO MÁXIMO puede resolverse en tiempo cuasipolinomial en $\mathscr{G}_k$, cualquiera sea k. Hatzel y Wiederrecht [3] estudiaron el problema de caracterizar la clase $\mathscr{G}_k$ por subgrafos inducidos prohibidos. Sin embargo, su caracterización no es por subgrafos inducidos prohibidos minimales, pues algunos de los subgrafos prohibidos contienen a otros como subgrafos inducidos propios.

En este trabajo, obtenemos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales de la clase $\mathscr{G}_k$, para cada k. Cada familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales queda caracterizada mediante un conjunto de cadenas aceptadas por un autómata finito determinista.

REFERENCIAS

[1] P. Gartland and D. Lokshtanov. Independent set on P_k-free graphs in quasi-polynomial time. In *2020 IEEE 61st Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 613–624. IEEE Computer Soc., Los Alamitos, CA, 2020.

[2] F. Gavril. Algorithms for minimum coloring, maximum clique, minimum covering by cliques, and maximum independent set of a chordal graph. *SIAM J. Comput.*, 1(2):180–187, 1972.

[3] M. Hatzel and S. Wiederrecht. On perfect linegraph squares. In *Graph-theoretic Concepts in Computer Science*, volume 11159 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 252–265. Springer, Cham, 2018.

[4] R. Scheidweiler and S. Wiederrecht. On chordal graph and line graph squares. *Discrete Appl. Math.*, 243:239–247, 2018.

Este trabajo fue financiado parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 de la Universidad Nacional del Sur. M.D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.