# *127 MODELO DE DECISIÓN INDIVIDUAL CON RESTRICCIONES MONETARIAS Y DE TIEMPO: EL ROL DEL TRANSPORTE*

Fernandez María José[1] – Parma Andrea[2]
[1]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET - Universidad de Buenos Aires. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP- BAIRES), [2]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CIMBAGE - IADCOM
[1]mariajfernandez@economicas.uba.ar - [2]andreaparma38@gmail.com

**Especialidad:** Matemática Aplicada

**Palabras Clave:** Optimización, transporte, Paneles interactivos.

**Resumen**

Los modelos de optimización de utilidad, cuando uno de los bienes es el transporte, no sólo están condicionados por los precios y la renta, sino también del tiempo. La disponibilidad de tiempo es relevante en dos aspectos: en primer lugar, porque para realizar cualquier actividad necesitamos invertir tiempo y en segundo lugar porque los ingresos suelen estar asociados al tiempo dedicado a trabajar. Es así como trabajar más incrementa la renta y a su vez reduce la disponibilidad de tiempo para otras actividades.
En este trabajo se presenta un modelo de optimización de la utilidad del consumidor, sujeto a la renta total disponible y la dotación total de tiempo. El problema del consumidor consiste en asignar sus dotaciones de tiempo y renta disponible, con el fin de obtener la máxima utilidad posible. Para poder analizar gráficamente la elección individual del consumidor, se considera únicamente la existencia de dos bienes dentro de la cesta de consumo del individuo, que podrían interpretarse como las cantidades demandadas de transporte y otros bienes o servicios.
Para mejorar la interpretación del modelo, se confeccionó un panel interactivo en formato de documento computable (CDF) para visualizar la cesta óptima de consumo, con un nivel de gasto generalizado que agrupa sus restricciones presupuestarias y su disponibilidad de tiempo total distribuido entre trabajo y consumo. Este panel permitirá un análisis pormenorizado del modelo ante posibles modificaciones de las variables exógenas y los parámetros que provocarán alteraciones en las opciones de consumo de la cesta óptima.

## 1 Introducción

La decisión del usuario para demandar una determinada infraestructura o servicio de transporte supone, entre otras cosas, una inmovilización de tiempo reservado a la producción y al consumo de otros bienes o servicios. Así, el consumidor que selecciona entre varias opciones para maximizar su utilidad, debe elegir la mejor canasta disponible compuesta por bienes, servicios y viajes, teniendo en cuenta varias restricciones. Las mismas, incluyen no solo al dinero disponible, sino a la limitación que impone el tiempo. Por otro lado, la elección del agente respecto a cuánto tiempo gastará viajando, constituye un costo de oportunidad respecto al trabajo remunerado.

La introducción de las tecnologías de información y comunicación (TIC) son una herramienta muy valiosa para tomar decisiones en modelos referidos al comportamiento del consumidor. También realizan un gran aporte en el ámbito educativo, ya que generan nuevas maneras de pensar y conducir los procesos de enseñanza – aprendizaje en todos los niveles educativos, en particular, el universitario. Se ha debatido extensamente respecto a la incorporación curricular de las TIC (Pizarro, 2009). Los principales aspectos que se ven influenciados al implementar las TIC en el desarrollo de las materias del área matemática son: la interactividad, la motivación, la autonomía, la cooperación entre pares y la comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes (Córdoba Gómez, 2014). Las ventajas del uso de la tecnología en la educación matemática son muy significativas, pues permite un manejo más dinámico de múltiples sistemas de representación de objetos matemáticos.

En este trabajo se presenta un modelo empírico de optimización de la utilidad del consumidor, sujeto a las dos restricciones: la renta total disponible y la dotación total de tiempo. Para poder analizar gráficamente la elección individual del consumidor, se considera únicamente la existencia de dos bienes o servicios dentro de la cesta de consumo. En general, estas dos variables podrían interpretarse como las cantidades demandas de transporte y otros bienes o servicios, o la elección entre dos posibles modos de transporte para viajar entre un punto y otro.

Para mejorar la interpretación del modelo, se confeccionará un panel interactivo en formato de documento computable (CDF) para visualizar la cesta óptima de consumo, dentro del nivel de gasto generalizado que le permite sus restricciones presupuestarias y su disponibilidad de tiempo total distribuido entre trabajo y consumo de bienes. Este panel permitirá un análisis pormenorizado del modelo ante posibles modificaciones de las variables exógenas o parámetros que interactúan en el mismo, que provocarán alteraciones en las opciones de consumo y en la cesta óptima.

## 2 Demanda individual de transporte

La demanda de transporte puede definirse como la disposición a pagar que tienen los consumidores por hacer uso de una determinada infraestructura o servicio de transporte (de Rus, *et al.*, 2003). Esta disposición a pagar, que refleja la valoración que hacen los usuarios de dichos servicios, se obtiene a partir de sus preferencias sobre las distintas características de los mismos en comparación con otros bienes que puedan adquirir.

La primera característica de la demanda de transporte es su carácter derivado. En la medida en que el transporte actúa como input o servicio intermedio para otras actividades económicas o sociales, su demanda se ve afectada por un conjunto amplio de factores, muy diferentes entre sí, que pueden alterarla o condicionarla en diversas formas. El más relevante, de la misma manera que con cualquier otro bien, es el precio. Cuando hablamos del precio, nos estamos refiriendo al del transporte propiamente dicho, así como también el de otros bienes y servicios alternativos. Los ingresos del consumidor, además de otras características socioeconómicas del individuo, tales como edad, sexo u ocupación, son el segundo factor relevante. Existen también factores no monetarios, como la calidad del medio de transporte y el tiempo. La importancia de este último factor merece un tratamiento más detallado y constituye la tercera característica relevante al comparar esta demanda con la de otros bienes. El tiempo constituye un input fundamental que los usuarios aportan a la producción de cualquier actividad de transporte. Una vez multiplicado por su valor unitario, este tiempo determina el coste que dichos usuarios soportan, permitiendo establecer una relación directa entre éste y la demanda de transporte.

Como decisión individual, la demanda de transporte depende por tanto de un conjunto de variables monetarias y no monetarias. En ocasiones resulta útil considerar cada una de estas variables por separado, pero a veces es preferible contar con un único índice que las resuma en un solo valor. Para cumplir esta función se utilizará el concepto de precio generalizado.

### 2.1 El concepto de precio generalizado

Cuando un agente desea trasladarse desde un punto a otro no sólo considera cuánto le va a costar ese viaje, sino también el tiempo que tardará y las condiciones en las que va a realizar el trayecto. Entonces, resulta conveniente comenzar el análisis a partir de una sola variable que incluya todos los elementos que intervienen, dejando para estudios empíricos el análisis de la contribución particular de cada uno de los factores a la demanda de transporte (de Rus, *et al.*, 2003).

Esa variable, el precio generalizado (*g*), puede ser definido como la suma del valor monetario de todos los determinantes de la demanda de transporte para un individuo. Se utiliza el valor monetario como unidad común de medida porque permite una comparación interpersonal más objetiva.

La expresión más utilizada del precio generalizado (de Rus, *et al.*, 2003) es una combinación lineal de tres elementos: los componentes monetarios del viaje (*p*), el valor del tiempo total empleado en el mismo (*v.t*) y la valoración monetaria del resto de elementos cualitativos que intervienen en la decisión ($\theta$):

$$g = p + v.t + \theta \tag{1}$$

El componente monetario o precio del viaje (*p*) incluye todos los pagos que debe hacer el usuario con el fin de trasladarse de un lugar a otro. El segundo componente (*v.t*) es el valor monetario del tiempo empleado en dicho viaje. Su importe se obtiene del producto del tiempo total invertido en el transporte por el valor de cada unidad de dicho tiempo. El valor unitario del tiempo (*v*) dependerá del coste de oportunidad de éste para cada usuario y suele asociarse al salario. El tercer componente del precio generalizado ($\theta$) es la valoración monetaria de los aspectos cualitativos de éste. Un pasajero puede preferir un modo de transporte a otro por factores relacionados con la comodidad o la seguridad ofrecidas. Suele resultar muy difícil cuantificarlo de forma objetiva con el fin de poder hacer comparaciones válidas entre individuos, por lo que suelen omitirse en el análisis formal de la demanda de transporte.

## 3 Modelo de optimización individual

Las decisiones del consumidor con relación al transporte no sólo dependen de los precios y la renta, sino también del tiempo. Al aumentar el tiempo dedicado al trabajo, se incrementa la renta, pero también reduce el tiempo disponible para realizar otras actividades. El problema del consumidor consiste, por consiguiente, en asignar sus dotaciones de tiempo y renta con el fin de obtener la máxima utilidad posible.

La utilidad de cualquier individuo depende de las cantidades que consume de todos los bienes y servicios entre los que puede elegir (incluyendo el transporte), *U =U(x),* donde *x* es una cesta de *n* bienes o servicios $(x_1, x_2, \dots x_n)$, perfectamente divisibles cuyos precios son $(p_1, p_2, \dots p_n)$ respectivamente. El supuesto de la divisibilidad no presenta excesivas dificultades para la mayoría de los bienes (si los medimos, por ejemplo, en kilogramos de comida, de ropa, etc.), pero no siempre resulta adecuado para las decisiones de transporte. En muchos casos estas decisiones tienen carácter discreto (utilizar o no un determinado medio de transporte, una ruta concreta, etc.), haciendo más difícil su tratamiento formal. Para evitar esta dificultad y simplificar el análisis supondremos por ahora que x es una magnitud divisible en unidades más pequeñas incluso para el transporte (toneladas-kilómetro o pasajeros-kilómetro transportados), aunque no siempre se trate de valores continuos (viajes realizados).

La elección entre cestas se enfrenta a dos limitaciones. En primer lugar, existe una restricción presupuestaria: el gasto monetario en consumo no puede superar la renta total disponible, $x_1 p_1 + x_2\, p_2\, + \cdots x_n\, p_n \leq m$ , donde *m* suele descomponerse en una parte fija $m_0$ (por ejemplo, rentas no salariales) y una parte proporcional al tiempo de trabajo $vt$ donde *v* representa el valor unitario del tiempo. En este artículo, se considera en este artículo que se consume toda la renta total disponible, por lo tanto la restricción presupuestaria, $x_1 p_1 + x_2\, p_2\, + \cdots x_n\, p_n = m$ En segundo lugar, el individuo también se enfrenta a una restricción sobre su dotación total de tiempo, T (por ejemplo, 24 horas al día), ya que debe distribuirlo entre el trabajo y el consumo: $T = t_1 + t_2\, + \cdots t_n + t_w$, donde $t_i$. es el tiempo requerido para consumir o realizar cada unidad de la actividad *i*.

El problema de elección del consumidor consiste por tanto en resolver:

$$Max_x\, U(x) \qquad s.a. \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i\, p_i = m_0 + v\, t_w & (2) \\ \sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i + t_w = T & (3) \\ x_1 \geq 0, x_2\, \geq 0, \ldots x_n \geq 0, U \geq 0 \end{cases}$$

De la restricción (3) se obtiene la expresión del tiempo destinado al trabajo: $t_w = T - \sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i$.

Reemplazando $t_w$ en (2): $\sum_{i=1}^{n} x_i\, p_i = m_0 + v\, (T - \sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i)$

Reagrupando términos se obtiene: $\sum_{i=1}^{n} (p_i\, + v\, t_i) x_i\, = m_0 + v\, T$ que es una restricción total, completa o generalizada que refleja todas las limitaciones monetarias y de tiempo que condicionan la decisión individual, donde $g_i = p_i\, + v\, t_i$ representa el precio generalizado del bien $i$ para $\theta = 0$ mientras que $m = m_0 + v\, T$ es la renta generalizada del consumidor, es decir, la renta que éste obtendría (junto con la renta no salarial) si todo su tiempo estuviera dedicado al trabajo.

Finalmente, el modelo a optimizar es:

$$Max_x\, U(x) \qquad s.a. \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (p_i + v t_i) x_i\, = m_0 + v\, T \\ x_1 \geq 0, x_2\, \geq 0, \ldots x_n \geq 0, U \geq 0 \end{cases}$$

En adelante plantearemos el problema de maximización de la utilidad para el caso de dos variables, es decir para $x = (x_1, x_2)$, ya que facilita el análisis geométrico de elección individual, es decir:

$$Max_x\, U(x_1, x_2) \qquad s.a. \begin{cases} (p_1 + v t_1) x_1\, + (p_2 + v t_2) x_2\, = m \\ x_1 \geq 0, x_2\, \geq 0, U \geq 0 \end{cases}$$

Para obtener la solución del problema de optimización se considera la Función de Lagrange:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda\, (m - (p_1\, + v\, t_1) x_1 - \, (p_2\, + v\, t_2) x_2)$$

El parámetro $\lambda$ se denomina el multiplicador de Lagrange y puede interpretarse como la utilidad marginal de la renta del individuo, $\lambda = \frac{dU}{dm}$.

Las condiciones de primer orden asociadas a la maximización son:

$$\begin{cases} L_{x_1} = U_{x_1} - \lambda \left(p_1\, + v\, t_1\right) = 0 \\ L_{x_2} = U_{x_2} - \lambda \left(p_2\, + v\, t_2\right) = 0 \\ m - \left(p_1\, + v\, t_1\right) x_1 - \, \left(p_2\, + v\, t_2\right) x_2 = 0 \end{cases}$$

Despejando $\lambda$ de las dos primeras ecuaciones e igualando, obtenemos la condición óptima de equilibrio que representa la elección óptima del consumidor:

$$\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1 + v\,t_1}{p_2 + v\,t_2} = \frac{g_1}{g_2} \tag{4}$$

El cociente de utilidades marginales en el lado izquierdo de esta expresión es la llamada relación marginal de sustitución entre $x_1\ y\ x_2$ y refleja la tasa a la que el individuo *está dispuesto* a sacrificar unidades de un bien por una unidad del otro. El lado derecho es el cociente de precios generalizados y recoge la tasa a la que el individuo *debe* sacrificar dichas unidades. La expresión (4) indica que para maximizar su utilidad, el individuo debe determinar las cantidades consumidas de $x_1\ y\ x_2$ de manera que ambas tasas coincidan.

Despejando $x_2$ de la restricción se obtiene $x_2 = \frac{m}{g_2} - \frac{g_1}{g_2}x_1$ , que geométricamente representa la recta de posibilidades de consumo, empleando toda la renta total disponible.

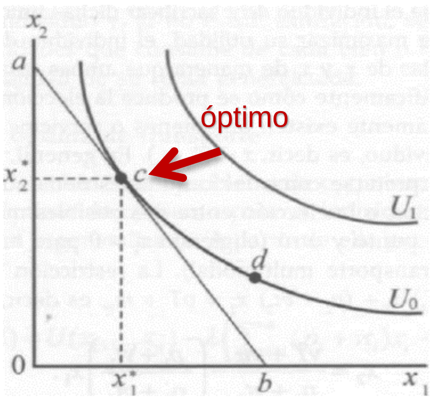



**Figura 1.** Óptimo
**Fuente**: Elaboración propia.

El punto $a$, (Figura 1) corresponde al mayor consumo posible de $x_1$ si el individuo no consume nada de $x_2$. La pendiente viene dada por el opuesto del cociente de precios generalizados $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{g_1}{g_2}$.

Las curvas de indiferencia $U = K$ reflejan niveles de utilidad para distintas cantidades consumidas de $(x_1, x_2)$. Cada curva de indiferencia se forma con todas las cestas de consumo que proporcionan la misma satisfacción a un consumidor (por ejemplo, *c* y *d* en $U_0$).

La pendiente de una curva de indiferencia $(\frac{dx_2}{dx_1})$ en cualquier punto coincide con la relación marginal de sustitución.

Para comprobarlo, basta con diferenciar ambos miembros una curva de indiferencia $U = K$, quedando $dU = U_{x_1}dx_1 + U_{x_2}dx_2 = 0$ de donde queda que $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}}$.

Gráficamente, si el consumidor desea alcanzar la máxima utilidad posible dentro del nivel de gasto generalizado que le permite su restricción deberá situarse en la curva de indiferencia más alejada posible del origen que sea compatible con éste. En el punto c, donde se igualan las pendientes de las curvas de indiferencia y de la restricción generalizada, se satisface dicha condición. El punto de equilibrio *c* determina las cantidades óptimas consumidas de ambos bienes o servicios sin que resulte posible obtener más utilidad (con ese nivel de gasto) fuera de dicho punto. Indirectamente, también determina los tiempos totales invertidos en el consumo de cada actividad: $T_1 = t_1 x_1^*$ y $T_2 = t_2 x_2^*$ , el tiempo dedicado al trabajo $t_w^* = T - t_1 x_1^* - t_2 x_2^*$ y la renta salarial obtenida $v\ t_w^*$.

## 4 Estudio del modelo con un panel interactivo

En el área matemática, la incorporación de diferentes herramientas tecnológicas, ha cobrado particular preponderancia, debido a su potencialidad en la visualización y velocidad en el cálculo debido a que promueven una mejor comprensión de conceptos matemáticos y sirven de apoyo al trabajo en clase como motivadores del estudio autónomo por parte de los alumnos (Santos Marín, *et al*., 2005).

Las TIC suponen una gran ayuda al docente en las clases debido a que permiten el acceso a una amplia información y recursos en muchas ocasiones de acceso abierto lo cual permite al docente ahorrar tiempo y ganar flexibilidad en sus clases. Los docentes, han incorporado gradualmente dichas herramientas con el objetivo de desarrollar las clases en forma más dinámica. Los alumnos podrán explorar conceptos usando ejemplos interactivos, ofrecer hipótesis de resultados y validar su trabajo, pasando de la intuición a la construcción de conceptos.

Se empleará como recurso didáctico Documentos de Formato Computable (CDF) desarrollados con *Wolfram Language* del *Mathematica*, que es un lenguaje de programación muy potente y versátil, con múltiples funciones computacionales y de programación, adecuados para generar CDF. Con la adopción de este tipo de tecnología es posible elaborar presentaciones interactivas para explorar situaciones hipotéticas, manipular resultados por medio de cuadros dinámicos que funcionan computacionalmente en tiempo real. Además, los CDF generados por *Mathematica* pueden distribuirse gratuitamente siempre y cuando el contenido en sí mismo sea gratuito o de dominio público.

Con el objetivo de poder realizar cambios en los parámetros del modelo, se desarrolló un panel interactivo para optimizar una función de utilidad de tipo Cobb Douglas sujeta una restricción generalizada que que refleja todas las limitaciones monetarias y de tiempo. Dicho panel permite modificar todos los parámetros del problema y muestra gráficamente el óptimo. Además, se visualiza el problema a resolver y tablas con los valores óptimos de las variables *U*, $x_1$ y $x_2$, como así también los tiempos óptimos dedicados a cada actividad.

### 4.1 Caso 1. Situación inicial

Suponga que la utilidad de un individuo representativo de la población de una ciudad depende únicamente de su consumo diario de una canasta de bienes, es decir, $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5}\ x_2^{0.5}$ donde $x_1$ representa las unidades de transporte (viajes en tn/km) y $x_2$ las unidades del resto de bienes y servicios consumidos. Si \$10 y \$5 son los precios respectivos de estos bienes, y 15 y 30 minutos es el tiempo que se invierte en consumir cada unidad respectivamente. Plantee formalmente y resuelva el problema de maximización de la utilidad con dicha restricción. Considere que el tiempo total disponible es 24 horas, y que el valor unitario del tiempo es \$15 por hora. No recibe ingresos no salariales ($m_0$=0).

En primer lugar, planteamos formalmente el problema:

$$Máx\ \ U(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$$
$$s.a.\ (10 + 15\ .0{,}25)x_1 +\ (5 + 15\ .\ 0{,}5)x_2 = 0 + 15\ .24$$
$$x_1 \geq 0, x_2\ \geq 0, U \geq 0$$

Para resolver el problema, utilizaremos el panel CDF desarrollado (Figura 2).

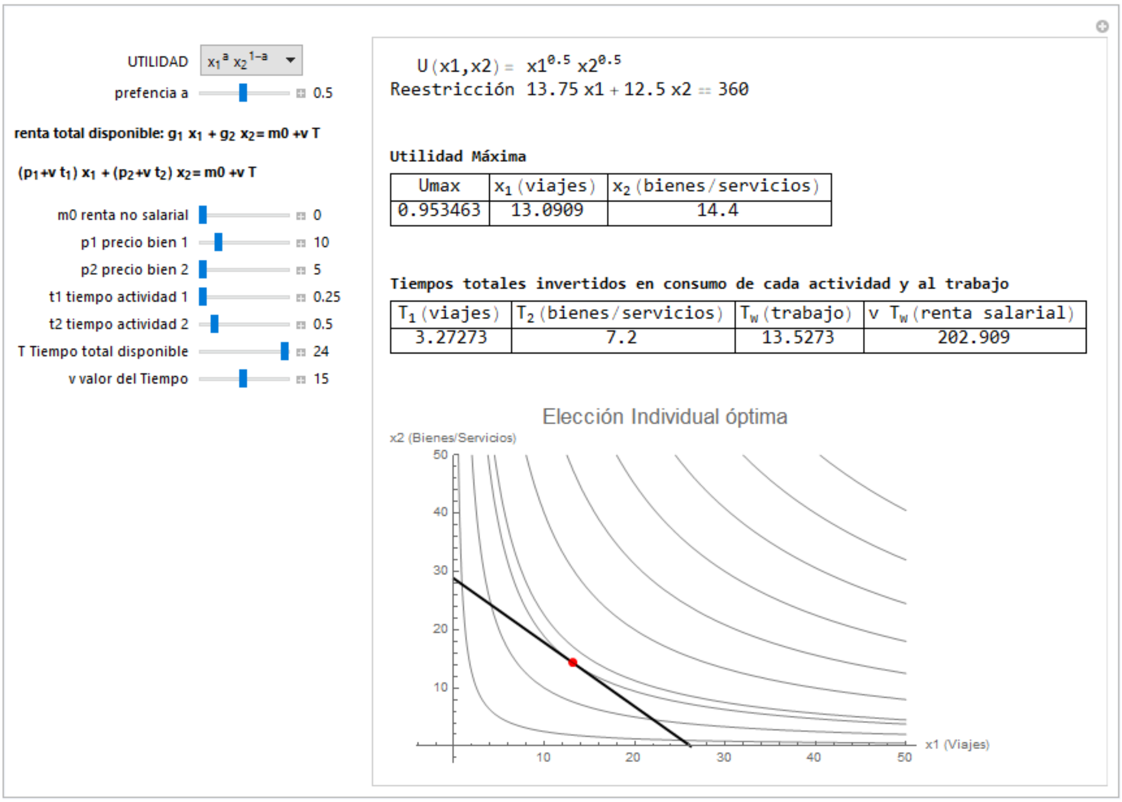
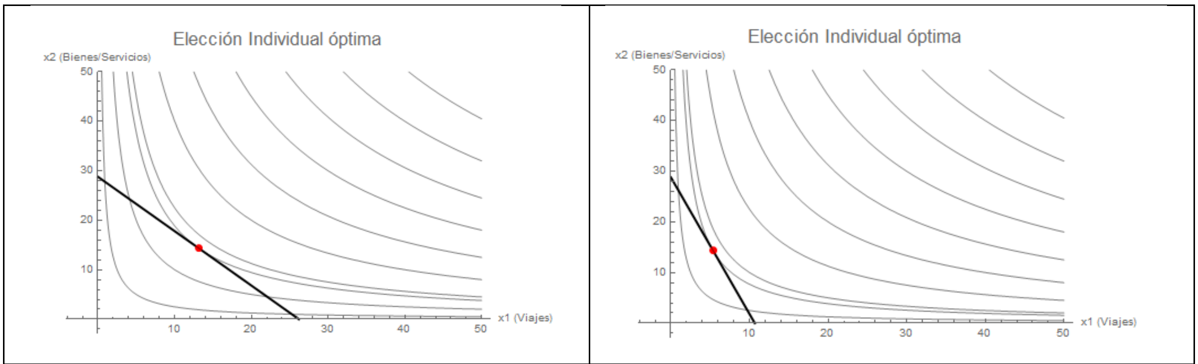



**Figura 2.** Caso 1
**Fuente**: Elaboración propia

Con este panel, se puede observar gráficamente y analíticamente la resolución del problema.

### 4.2 Caso 2. Análisis de sensibilidad asociado a la modificación del precio generalizado

Supongamos que aumenta el precio del precio del transporte a \$30 (Figura 3).



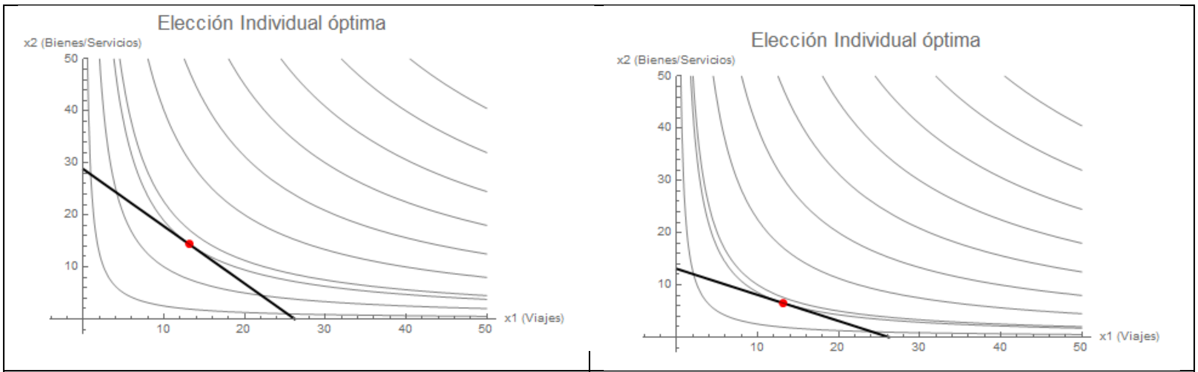

| $p_1 = 10$ | $p_1 = 30$ |
|---|---|

**Figura 3.** Caso 2.1
**Fuente**: Elaboración propia

A partir de los resultados anteriores es inmediato observar que cualquier modificación en el cociente de precios relativos altera la pendiente de la restricción generalizada ($x_2 = \frac{m}{g_2} - \frac{g_1}{g_2} x_1$) a la que se enfrenta el consumidor.

Si aumenta $g_1$ ($p_1$ o $t_1$) el consumo del bien $x_1$ resulta relativamente más caro (en términos de precio o tiempo), por lo que, sin modificarse la ordenada de la recta que representa la restricción generalizada, disminuye su abscisa provocando un área de consumo menor.

En forma similar, si aumenta $g_2$ ( $p_2$ o $t_2$) el consumo del bien $x_2$ resulta relativamente más caro (en términos de precio o tiempo), por lo que, se modifica la ordenada de la restricción generalizada mientras que la abscisa es la misma (Figura 4). El área de consumo también es menor como en el caso anterior.



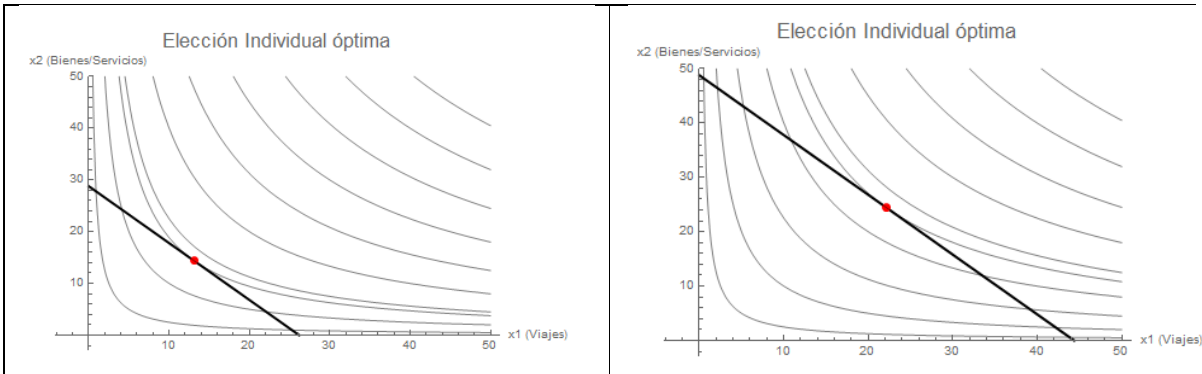

| $p_2 = 5$ | $p_2 = 20$ |
|---|---|

**Figura 4.** Caso 2.2
**Fuente**: Elaboración propia

Si $p_i$ o $t_i$. cambian en direcciones diferentes, su efecto sobre la pendiente resulta difícil de determinar.

### 4.3 Caso 3. Análisis de sensibilidad ante cambios en la renta generalizada

Por otra parte, el efecto sobre el consumo de cambios en la renta generalizada (*m*) es diferente dependiendo de la fuente que genere dicho cambio: la renta no salarial o el valor del tiempo. Si aumenta (disminuye) la renta no salarial, $m_0$, la restricción generalizada ($x_2 = \frac{m}{g_2} - \frac{g_1}{g_2}x_1$) se desplaza paralelamente hacia el exterior (interior), aumentando (disminuyendo) proporcionalmente las oportunidades de consumo (Figura 5).




| $m_0 = 0$ | $m_0 = 250$ |
|---|---|

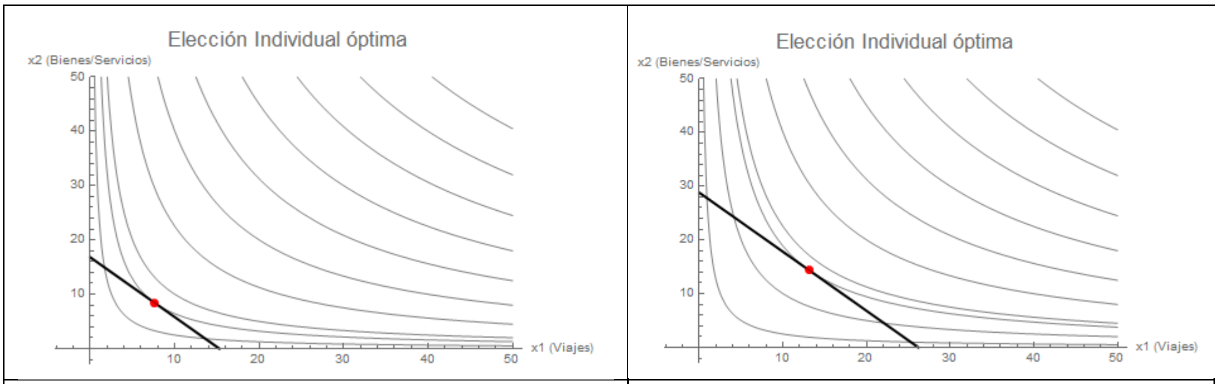
**Figura 5.** Caso 3
**Fuente**: Elaboración propia

### 4.4 Caso 4. Análisis de sensibilidad ante cambios en la disponibilidad de tiempo

Con respecto a la disponibilidad total de tiempo *T* resulta primero conveniente usar la simplificación $m_0 = 0$ y rescribir la restricción generalizada como:

$$x_2 = \frac{vT}{p_2+vt_2} - \left(\frac{p_1+vt_1}{p_2+vt_2}\right)x_1 \quad (5)$$

Esta expresión muestra que cuando aumenta el tiempo total disponible, también aumenta la ordenada de la restricción (como ocurría al cambiar $m_0$), ya que el numerador del cociente que la define es más grande (Figura 6).




| $T = 14$ | $T = 24$ |
|---|---|

**Figura 6.** Caso 4
**Fuente**: Elaboración propia

## 5 Conclusiones

La utilización de herramientas estudiadas en las materias del área matemática en problemáticas concretas genera un incentivo a los alumnos porque descubren aplicaciones relevantes e inmediatas asociadas al ejercicio profesional. Mostrar a los alumnos la diversidad de modelos económicos de optimización con restricciones extenderá la conexión entre las materias herramentales con las de aplicación.

El empleo de paneles interactivos, en particular los de formato CDF, ofrece muchas posibilidades. En primer lugar, los mismos pueden ser utilizados sin conexión a internet, además son fácilmente transportables y se pueden utilizar en forma gratuita con el uso de un programa de soporte. Además, la posibilidad de realizar representaciones interactivas ha mostrado resultados muy favorables en la enseñanza-aprendizaje de ciertos contenidos de Cálculo. Las mismas podrán ser incorporadas fácilmente por los docentes en ejercicios que les permitan a los alumnos explorar el funcionamiento del modelo y reflexionar respecto a las conclusiones realizadas. Además, es posible realizar visualizaciones online en plataformas virtuales de enseñanza.

En particular, en el modelo presentado resulta novedosa la introducción del tiempo disponible como restricción y el valor del tiempo perdido en viajar y en realizar otras actividades, como contracara del tiempo destinado a trabajar y generar ingresos.

En sucesivos trabajos se realizarán ampliaciones del panel programado, para otorgar la posibilidad de cambiar la función de utilidad, agregar restricciones, entre otras cosas.

**Agradecimientos**

Los autores agradecen a la Facultad de Ciencias Económicas y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

**Bibliografía**

Allen, R. G.D. (1960). *Mathematical Economics*. New York, Macmillan & Co. Ltd.

Apostol, T. (1999). *Calculus*. Volumen 2, México, Reverté S.A.

Balbás De La Corte, A.; Gil Fana, J.A.; Gutiérrez Valdeón, S. (1991). *Análisis Matemático para la Economía I. Cálculo diferencial*. Madrid, AC, Thomson.

Carrillo De Albornoz Torres, A., Llamas Centeno, I. (2005). *Mathematica 5. Aplicaciones para PC.* México, Alfaomega, S.A.

Castillo, E.; Iglesias, A.; Gutiérrez, J.; Alvarez, E.; Cobo, A. (1996). *Mathematica*. Madrid, Paraninfo.

Chiang, A. (1999). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. México, Editorial McGraw-Hill.

Córdoba Gómez, F.J. (2014). "Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas: ¿qué creen los estudiantes?". *Actas Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Artículo 1571.

de Rus, G.; Campos, J; Nombela, G. (2003). *Economía del transporte*. Barcelona, Antoni Bosch.

Pizarro, R.A. (2009). *Las TIC en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*. Tesis de Magíster en Tecnología Informática Aplicada en Educación. La Plata: Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Informática.

*Santos Marín, N.; Ramírez García, E.; Ortega Díaz, R.; Torres Alfonso, A. (2005). "*Utilización de las nuevas tecnologías de la comunicación y la información en la enseñanza de la matemática en la educación superior*". Actas CIVE 2005 Congreso Internacional Virtual de Educación.*

Troparevsky, M.; Garcia, R. (1997). *Matemática con Mathematica*. Buenos Aires, Nueva *Librería.*

Wolfram, S. (2016). *An Elementary Introduction to the Wolfram Language*. Wolfram Media Inc, Nueva York.