Posición de largo plazo con preferencias sobre consumo

Gabriel Montes Rojas
IIEP / UBA-CONICET
gabriel.montes@fce.uba.ar

Long run position with consumption preferences

Posição de longo prazo com preferências de consumo

Fecha de recepción: 30 de agosto de 2021
Fecha de aprobación: 23 de junio de 2022

Resumen
Este trabajo desarrolla un modelo sraffiano de precios de producción con preferencias sobre consumo. Suponemos que hay dos tipos de consumidores que se representan con base en la distribución funcional del ingreso: trabajadores y capitalistas. Se supone que cada uno de estos agregados representa una suma de demandas individuales que da lugar a determinadas preferencias agregadas. Suponemos que la tasa de ganancia, los precios relativos (por ende el salario real) y las cantidades agregadas brutas se consideran como dadas a la hora de decidir cuánto y cómo consumir. Desde el punto de vista de la maximización de utilidad, tanto el salario real para los trabajadores como las ganancias están dadas para resolver la maximización de la utilidad. Luego el nivel de consumo de cada caso tiene que obtenerse para satisfacer las condiciones agregadas. El modelo entonces depende doblemente de la tasa de ganancia provocando: (1) cambios en el ingreso de cada grupo; (2) cambios en los precios relativos.
Palabras clave: modelo sraffiano; precios de producción; maximización de la utilidad; tasa de plusvalía.
Códigos JEL: B14; B24

Abstract
This paper develops a prices of production Sraffian model with consumption preferences. We assume there are two types of consumers based on the functional distribution of income: workers and capitalists. It is assumed that each type of aggregates represents the sum of individual demands that corresponds to these aggregate preferences. We assume that the profit rate, relative prices (and thus real wage) and aggregate gross quantities are given when deciding consumption. From the point of view of utility maximization, both real wage for workers and profit rate for capitalists are given to solve this maximization. Then, the consumption in each case has to be obtained to satisfy aggregate conditions. The model then depends twice on the profit rate by producing: (1) changes in income of each group; (2) changes in relative prices.
Keywords: Sraffian model; production prices; utility maximization; surplus value rate.
JEL codes: B14; B24.

Resumo
Este artigo desenvolve um modelo sraffiano de preços de produção com preferências de consumo. Assumimos que existem dois tipos de consumidores baseados na distribuição funcional da renda: trabalhadores e capitalistas. Assume-se que cada tipo de agregado representa a soma das demandas individuais que corresponde a essas preferências agregadas. Assumimos que a taxa de lucro, os preços relativos (e, portanto, o salário real) e as quantidades brutas agregadas são dadas ao decidir o consumo. Do ponto de vista da maximização da utilidade, tanto o salário real para os trabalhadores quanto a taxa de lucro para os capitalistas são dados para resolver essa maximização. Então, o consumo em cada caso deve ser obtido para satisfazer as condições agregadas. O modelo então depende duas vezes da taxa de lucro ao produzir: (1) mudanças na renda de cada grupo; (2) mudanças nos preços relativos.
Palavras-chave: modelo sraffiano; preços de produção; maximização da utilidade; taxa de mais-valia.
Códigos JEL: B14; B24.

Introducción

El salario real está determinado por circunstancias de naturaleza social y económica, factores históricos e institucionales, así como también relaciones contractuales (Ciccone, Frattini y Trezzini, 2009). Cabe mencionar que el supuesto clásico de considerar que el salario real viene especificado en una canasta de subsistencia fija no es necesario en el modelo sraffiano (ver por ejemplo el análisis de la teoría del salario en los clásicos en Stirati, 1994). Tampoco en el modelo marxista aunque el supuesto de una canasta básica fija que compone el salario real se usa como supuesto simplificador para poder derivar categorías esenciales en ese paradigma (como, por ejemplo, la tasa de plusvalía). El punto central que se hace en este trabajo es que los conceptos de explotación y de distribución del ingreso entre trabajadores y capitalistas no dependen de la posibilidad de elección de la canasta de consumo, y de ningún modo requieren del supuesto de una canasta básica fija. En particular, entendemos las decisiones de consumo dentro del modelo de precios de producción sraffiano: un modelo de producción simple y reproducción simple, donde no hay límite de cantidades a la producción, excepto por la condición de pleno empleo (o las restricciones que vengan dadas por los factores primarios), y una posición de largo plazo (Kurz y Salvadori, 1995).

En base a estos modelos, se estudia cómo las preferencias determinan los vectores de consumo en modelos de reproducción simple. Otros trabajos que presentan esta línea son los de Dorfman, Samuelson y Solow (1958), en el que se analiza explícitamente un modelo de producción de tipo Leontief con preferencias sobre los bienes, y el de Bliss (1975), que presenta una síntesis de modelos sraffianos y neoclásicos para explicar el capital y la distribución.

Asimismo, hay dos tipos de consumidores que se representan en base a la distribución funcional del ingreso: trabajadores y capitalistas. Los trabajadores se van a comportar de manera óptima en base a sus preferencias o a las normas sociales y culturales para elegir lo mejor que esté a su alcance dadas sus limitaciones presupuestarias. Si los trabajadores realizan un proceso de elección cabe notar que la canasta de consumo que determina el salario real va a depender de los precios relativos. Lo mismo aplica a los capitalistas.

Se supone que cada uno de estos agregados (trabajadores y capitalistas) representa una suma de demandas individuales que da lugar a determinadas preferencias agregadas. El uso de modelos basados en preferencias y de preferencias agregadas en particular ha dado lugar a una crítica válida a la teoría *mainstream*. Goodwin, Nelson, Ackerman y Weisskopf (2004) y Davis (2008) resumen en gran parte la crítica a estos modelos, ya sea en cuanto a la posibilidad de describir con una racionalidad individual maximizadora las elecciones de consumo como la consistencia de preferencias agregadas (cabe destacar que en este caso la teoría neoclásica se ha encargado de señalar que la demanda agregada contiene muy pocos elementos de los componentes individuales que la conforman). El presente trabajo no desestima esa crítica y no promueve una síntesis de los modelos marxistas o sraffianos con otros enfoques *mainstream*. El principal objetivo del mismo es demostrar que los modelos de precios de producción clásicos no necesitan supuestos y restricciones sobre los patrones de consumo de los trabajadores y capitalistas, y que éstos pueden ser perfectamente incorporados en una simple extensión de los modelos.

Como menciona Salvadori (2000) en un análisis de la demanda en Sraffa, si el salario se considera como parte del excedente, este no puede depender solo de necesidades fisiológicas o condiciones sociales. Signorino (2001) muestra que la teoría subjetiva del valor (en su versión marshalliana) fue desde muy temprano criticada por Sraffa, lo que lo llevó a centrarse en los economistas clásicos y en una teoría del valor objetiva. Esta disociación entre el modelo neoclásico-marginalista, que centra su atención en las preferencias individuales y la escasez como punto de partida, y el sraffiano, con énfasis en las condiciones técnicas de producción, no tiene por qué reflejarse en la ausencia de elección en cuanto al consumo. Este trabajo tiene como objetivo proponer un modelo que tiene ambos componentes en forma explícita.

Consideramos que la tasa de ganancia, los precios relativos (por ende el salario real) y las cantidades agregadas brutas están dadas a la hora de decidir cuánto y cómo consumir; como el salario real está dado, el problema de maximización de los trabajadores es estándar como en la teoría microeconómica. Los capitalistas, por su parte, consumen lo que resta para agotar el producto neto, aunque también eligen el consumo para maximizar la utilidad. En ambos casos, sin embargo, la tasa de ganancia afecta los precios relativos, con lo cual el consumo de trabajadores y capitalistas dependerá en dos maneras de la tasa de ganancia: (1) provocando cambios en el ingreso de cada grupo; (2) provocando cambios en los precios relativos.

El resultado es un modelo de precios de producción y preferencias en el consumo por parte de los trabajadores y capitalistas que se comportan de manera óptima. A diferencia de los modelos neoclásico-marginalistas, las condiciones de demanda no afectan los precios relativos (porque los patrones de demanda no van a generar problemas de escasez) ni la distribución del ingreso: ambos vienen determinados por los supuestos del modelo sraffiano por las condiciones técnicas de producción y las relaciones de fuerza entre trabajo y capital.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección 1 presenta el modelo general. La sección 2 desarrolla el modelo para un único bien de consumo. La sección 3 desarrolla el modelo para dos bienes de consumo, donde las preferencias juegan un rol en la elección. La sección 4 presenta una variante del modelo marxista con estos rasgos y, por último, se presentan las conclusiones.

1. Posición de largo plazo, precios de producción y consumo

Consideremos una economía de reproducción simple y solo capital circulante (se consume en el periodo) con n sectores, cada sector produce un bien. La economía se describe por una matriz insumo-producto de Leontief $n \times n$ matrix, $\boldsymbol{A}$, con elementos $a_{ij} \geq 0, i, j = 1, \ldots, n$, que determinan la cantidad de la mercancía i que se requiere para producir una unidad de la mercancía j, y un vector de dimensión $1 \times n$ $\ell \gg 0$ que determina las cantidades de trabajo necesarias para produir una unidad de cada mercancía, ℓ_i, $i = 1, \ldots, n$. Asumimos que $\boldsymbol{A}$ es indescomponible y satisface las condiciones de Hawkins-Simon tal que $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ es no negativa, y el sistema es productivo (ver el cap. 4 de Takayama, 1985, para una discusión sobre estos aspectos).

Definimos al vector $\boldsymbol{x} = [\mathrm{x}_1, \ldots, \mathrm{x}_n]' \geq 0_n$ de dimensión $n \times 1$ como el vector de mercancías (brutes) producidas en esta economía y al vector $\boldsymbol{c} = [\mathrm{c}_1, \ldots, \mathrm{c}_n]' \geq 0_n$ de dimensión $n \times 1$ como el vector de excedente tal que

(1) $\boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{x}$.

En todos los modelos considerados se deben satisfacer ciertas condiciones que son comunes al modelo estándar sraffiano (ver las definiciones, análisis y notación de Kurz y Salvadori, 1995).

La primera es la condición de viabilidad $\boldsymbol{c} \leq (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})\boldsymbol{x}$, que marca que lo que se consume no puede exceder el producto neto. Si no hay inversión neta, la desigualdad anterior se tiene que satisfacer con igualdad, y podemos expresarlo de dos maneras:

(2) $$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} \boldsymbol{c},$$

(3) $$\boldsymbol{c} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}) \boldsymbol{x}.$$

La ecuación (2) determina cuánto debe producir cada sector para satisfacer las necesidades de consumo. La ecuación (3) marca explícitamente que el consumo es el excedente.

La segunda condición es que la única restricción en un modelo de reproducción simple viene dada por los factores primarios, que es el trabajo en este caso. Para ello adoptamos la siguiente estandarización:

(4) $\ell \boldsymbol{x} = 1$.

Como menciona un revisor anónimo el uso de esta condición presupone que no hay desempleo y que siempre se satisface el pleno empleo. Para poder abstraernos de estas limitaciones podemos asumir que el modelo impone retornos constantes a escala, aunque esto no es necesario en los modelos sraffianos.

Los valores-trabajo, $\boldsymbol{v} = \left[\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_n\right] \geq 0_n$, en esta economía se obtienen a partir de la ecuación

(5) $\boldsymbol{vA} + \ell = \boldsymbol{v}$,

tal que

(6) $\boldsymbol{v} = \ell\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right)^{-1}$.

Por otro lado, multiplicando (2) a ambos lados de la igualdad por ℓ, y usando (4) obtenemos $\ell\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right)^{-1} \boldsymbol{c} = \boldsymbol{vc} = 1$. Esto nos da una restricción de presupuesto agregada basada en el consumo, que es lineal en los valores-trabajo,

(7) $\boldsymbol{vc} = v_1 c_1 + \ldots + v_n c_n = 1$.

Esta última ecuación tiene que satisfacerse para cualquier distribución del ingreso. Establece que, en el agregado, el consumo tiene que satisfacer relaciones de sustitución entre mercancías proporcionales a los valores de cada una. Esto ocurre porque los valores, por construcción, tienen que satisfacer las condiciones agregadas dadas por la cantidad de trabajo.

Los precios se determinan de acuerdo con el modelo estándar de Sraffa (1960) de precios de producción, usando $w = 1$, como numerario,

(8) $\boldsymbol{pA}\left(1 + r\right) + \ell = \boldsymbol{p}$,

donde $\boldsymbol{p} = \left[p_1, \ldots, p_n\right] \geq 0_n$ es el vector $1 \times n$ de precios de producción y r es la tasa de ganancia uniforme para todos los sectores productores de mercancías. Podemos indexar los precios como función de la tasa de ganancia $\boldsymbol{p}\left(r\right)$ para $r \in \left[0, R\right)$ donde R es la inversa del máximo autovalor de $\boldsymbol{A}$ que representa la máxima tasa de ganancia factible con precios positivos que se asocia con un salario de 0. Para el caso $r = R$ debemos resolver un caso particular para encontrar los precios relativos $\boldsymbol{p}(R)$ donde $\boldsymbol{p}(R)\boldsymbol{A}(1+R)=\boldsymbol{p}(R)$. Para el caso $r=0$, tenemos que $\boldsymbol{p}(0)=\boldsymbol{v}$. Entonces tenemos,

(9a) $\boldsymbol{p}(r)=\ell\left(\boldsymbol{I}-(1+r)\boldsymbol{A}\right)^{-1}$ si $r\in[0,R)$,

(9b) $\boldsymbol{p}(R)$ es el autovector izquierdo asociado al máximo autovalor de $\boldsymbol{A}$ si $r=R$.

En este modelo tenemos que el consumo es la suma de lo que consumen los trabajadores (ℓ) y lo que consumen los dueños de los medios de producción o capitalistas (k), tal que

(10) $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{c}^{\ell}+\boldsymbol{c}^{k}$,
donde $\boldsymbol{c}^{\ell}=\left[c_1^{\ell},\ldots,c_n^{\ell}\right]'$ y $\boldsymbol{c}^{k}=\left[c_1^{k},\ldots,c_n^{k}\right]'$.

Consideramos que un consumidor-trabajador representativo con preferencias $\succeq^{\ell}$ sobre los bienes n que puede ser representada con una función de utilidad $u^{\ell}:\mathbb{R}_+^n\to\mathbb{R}$. Ahora podemos entonces escribir el problema de maximización de la utilidad de los trabajadores,

(11) $\max_{\boldsymbol{c}^{\ell}} u^{\ell}\left(\boldsymbol{c}^{\ell}\right)$ sujeto a $\boldsymbol{p}\boldsymbol{c}^{\ell}\leq \ell\boldsymbol{x}$ si $r\in[0,R)$.

La solución a este problema la podemos escribir como una función de demanda marshalliana, donde definimos $y=\ell\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{c}^{\ell}(\boldsymbol{p},y)$ o la podemos indexar por la tasa de ganancia, $\boldsymbol{c}^{\ell}(r)$. Por otro lado, en el caso particular de $r=R$ y que por lo tanto los trabajadores no tienen ingresos, tenemos $\boldsymbol{c}^{\ell}=0_{\boldsymbol{n}}$. Notemos que si el consumo de los trabajadores está especificado en una canasta básica fija, el problema se podría reescribir como si la utilidad fuera del tipo Leontief. En este caso, no habría cambios en la composición de la canasta de consumo de los trabajadores cuando cambian los precios. Sin embargo, permitimos que cambien las cantidades consumidas en base a la distribución del excedente.

Para el consumidor-capitalista con preferencias $\succeq^{k}$ sobre los bienes n, puede ser representada con una función de utilidad $u^{k}:\mathbb{R}_+^n\to\mathbb{R}$. Entonces,

(12) $\max_{\boldsymbol{c}^{k}} u^{k}\left(\boldsymbol{c}^{k}\right)$ sujeto a $\boldsymbol{p}\boldsymbol{c}^{k}\leq r\boldsymbol{p}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ para $r\in(0,R]$.

La solución a este problema la podemos escribir como una función de demanda marshalliana, $\boldsymbol{c}^{k}(\boldsymbol{p},m)$ donde $m=r\boldsymbol{p}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ está dado o la podemos indexar por la tasa de ganancia, $\boldsymbol{c}^{k}(r)$. Estamos asumiendo entonces que los capitalistas no tienen en cuenta los efectos sobre sus ingresos de sus decisiones de consumo, de manera similar a un modelo de equilibrio walrasiano competitivo. Los ingresos de los capitalistas vienen dados por la tasa de ganancia aplicada a los bienes intermedios utilizados en la producción bruta. Por otro lado, en el caso particular de $r=0$ y que por lo tanto los trabajadores no tienen ingresos, tenemos $\boldsymbol{c}^k = 0_{\boldsymbol{n}}$.

La solución a este problema la definimos como un posición de largo plazo con precios de producción y preferencias sobre consumo, y viene dada por

(A) un vector de productos brutos $\boldsymbol{x}^*$ y consumo agregado $\boldsymbol{c}^*$ que satisfacen las ecuaciones (2) (o (3)) y (4);
(B) un vector de precios $\boldsymbol{p}^*$ y una tasa de ganancia dada $r^* \in [0,R]$ que satisfacen las ecuaciones (9a)-(9b);
(C) $\boldsymbol{c}^* = \boldsymbol{c}^{\ell *} + \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}*}$, tal que $\boldsymbol{c}^{\ell *}$ es la solución a (11) y $\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}*}$ es la solución a (12).

La condición (A) se puede interpretar como una de equilibrio entre oferta y demanda. También como el resultado de las restricciones técnicas. La condición (B) es la determinación de precios y tasa de ganancia que sale del modelo sraffiano con una distribución exógena del excedente, en un contexto de producción simple y reproducción simple. Finalmente, la condición (C) agrega una condición de optimalidad en el consumo.

La idea es entonces que el modelo debe resolverse como uno de maximización estándar, sujeto a una restricción de ingreso monetario dado, $m = r\boldsymbol{pAx}$, $y = \ell\boldsymbol{x}$. En la solución vamos a tener $m(r) = r\boldsymbol{p}(r)\boldsymbol{Ax}(r)$, $y = \ell\boldsymbol{x}(r) = 1$. Luego las decisiones de consumo dependen de los precios relativos y de los ingresos, mientras que todo a su vez depende de las condiciones técnicas y de la distribución del ingreso. Ahora la distribución del ingreso afecta ambos consumos

El algoritmo para resolver este modelo es el siguiente:

(i) Fijar la tasa de ganancia $r \in [0,R]$ y resolver por los precios de producción, $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(r)$.
(ii) Resolver el problema de los trabajadores, $\boldsymbol{c}^{\ell}(\boldsymbol{p},1) = \left(c_1^{\ell}(\boldsymbol{p},1),\ldots,c_n^{\ell}(\boldsymbol{p},1)\right)$.
(iii) Resolver el problema de los capitalistas, $\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{p},m) = \left(c_1^{k}(\boldsymbol{p},m),\ldots,c_n^{k}(\boldsymbol{p},m)\right)$, para todo m.
(iv) Obtener m para que $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\left(\boldsymbol{c}^{\ell}(\boldsymbol{p},1) + \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{p},m)\right)$ donde $m = r\boldsymbol{pAx}$.

En las siguientes secciones, tomamos el caso de $r \in (0,R)$ descartando los casos extremos donde no hay consumo para los trabajadores (entonces todo el excedente es consumido por los capitalistas) o de los capitalistas (tal que todo el excedente va a los trabajadores). Los casos extremos pueden resolverse fácilmente.

2. Modelos de una sola mercancía de consumo

Supongamos un modelo que tiene un único bien de consumo, c_1, tal que $\boldsymbol{c} = [c_1\ 0_{n-1}]$. Si bien es un problema trivial, nos sirve para ver cómo interactúan las distintas restricciones. Podemos pensar que tanto los trabajadores como los capitalistas maximizan la utilidad sobre el único bien de consumo, tal que podemos plantear:

$$\max_{c_1^\ell} u^\ell\left(c_1^\ell\right) \text{ sujeto a } p_1 c_1^\ell \leq \ell \boldsymbol{x},$$
$$\max_{c_1^k} u^k\left(c_1^k\right) \text{ sujeto a } p_1 c_1^k \leq r\boldsymbol{pAx}.$$

Si entendemos que la utilidad es estrictamente creciente, entonces las restricciones de presupuesto se satisfacen con igualdad. Usando la condición $\ell \boldsymbol{x} = 1$ tenemos

$$c_1^\ell = p_1^{-1},$$

es decir, el salario real determina el consumo para los trabajadores. Por otro lado,

$$c_1^k = p_1^{-1} r\boldsymbol{pAx} = p_1^{-1} r\boldsymbol{pA}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right)^{-1}\left[\left(p_1^{-1} + c_1^k\right)\ \boldsymbol{0}'_{n-1}\right]'.$$

Si definimos $\ddot{A}$ como el primer elemento del vector $r\boldsymbol{pA}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right)^{-1}$, obtenemos la siguiente fórmula genérica

$$c_1^k = \frac{p_1^{-1}\ddot{A}}{p_1 - \ddot{A}}.$$

2.1. Modelo de una sola mercancía

Supongamos además que hay una única mercancía en toda la economía, con lo cual $n = 1$. En este modelo se utiliza el bien tanto como insumo y como consumo, y en esto último se observa la distribución del excedente. En este caso, $p_1 = \left(1 - (1+r)a_{11}\right)^{-1}$ por lo cual $c_1^\ell = 1 - (1+r)a_{11}$. Por otro lado, $c_1^k = ra_{11}\left(1 - a_{11}\right)^{-1}\left(1 - (1+r)a_{11} + c_1^k\right)$, tal que podemos obtener $c_1^k\left(1 - (1+r)a_{11}\right) = ra_{11} - ra_{11}^{\ 2}(1+r)$, y luego $c_1^k = ra_{11}$.

2.2. Modelo de una mercancía de consumo no básica y otra mercancía básica

Supongamos $n = 2$ y que la mercancía 1 es de consumo y es no básica ($a_{12} = 0$), y la mercancía 2 es básica y no se consume. En este caso, paraproducir c_1 unidades necesitamos a_{21} unidades de la mercancía 2, a lo que sumado lo que se usa para producir la 2 nos da la siguiente ecuación: $a_{21}c_1 + a_{22}x_2 = x_2$. Entonces, $x_2 = a_{21}(1-a_{22})^{-1} c_1$. Por otro lado, $a_{11}x_1 + c_1 = x_1$ tal que $x_1 = (1-a_{11})^{-1} c_1$. En este caso podemos resolver los precios; primero, $p_2 = \ell_2 (1-(1+r)a_{22})^{-1}$, y luego $p_1 = (1-(1+r)a_{11})^{-1}\left[(1+r)a_{12}\ell_2(1-(1+r)a_{22})^{-1} + \ell_1\right]$, con lo que podemos obtener directamente c_1^{ℓ} como la inversa de dicho precio.

Reemplazando en la restricción de presupuesto de los capitalistas,

$$p_1 c_1^k = r\boldsymbol{pAx} = r\left[p_1 a_{11} + p_2 a_{21} \quad p_2 a_{22}\right]\begin{bmatrix}(1-a_{11})^{-1} \\ a_{21}(1-a_{22})^{-1}\end{bmatrix} c_1$$

$$= r\left((1-a_{11})^{-1}(p_1 a_{11} + p_2 a_{21}) + a_{21}(1-a_{22})^{-1} p_2 a_{22}\right)\left(p_1^{-1} + c_1^k\right)$$

Sea $\Delta_1 = r((1-a_{11})^{-1}(p_1 a_{11} + p_2 a_{21}) + a_{21}(1-a_{22})^{-1} p_2 a_{22})$.

Entonces

$$c_1^k = \frac{p_1^{-1}\Delta_1}{p_1 - \Delta_1}.$$

2.3. Modelo de una mercancía de consumo básica y otra mercancía básica

En este caso,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_1 = x_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = x_2.$$

y así obtenemos

$$x_1 = c_1 \frac{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}}{(1-a_{22})} = c_1\theta_1,$$

$$x_2 = c_1 \frac{a_{21}}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}} = c_1\theta_2.$$

También podemos resolver fácilmente por los precios como

$$p_1 = \frac{(1+r)\ell_2 a_{21} + (1-(1+r)a_{22})\ell_1}{(1-(1+r)a_{11})(1-(1+r)a_{22}) - (1+r)^2 a_{12}a_{21}},$$

$$p_2 = \frac{(1+r)\ell_1 a_{12} + (1-(1+r)a_{11})\ell_2}{(1-(1+r)a_{11})(1-(1+r)a_{22}) - (1+r)^2 a_{12}a_{21}}.$$

Entonces, podemos despejar para obtener,

$$p_1 c_1^k = r\boldsymbol{pAx} = r\boldsymbol{pA}\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix} c_1 = r\boldsymbol{pA}\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix}(p_1^{-1} + c_1^k),$$

tal que, definiendo $\Delta_2 = r\boldsymbol{pA}\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix}$, obtenemos

$$c_1^k = \frac{p_1^{-1}\Delta_2}{p_1 - \Delta_2}.$$

3. Modelos de dos mercancías de consumo

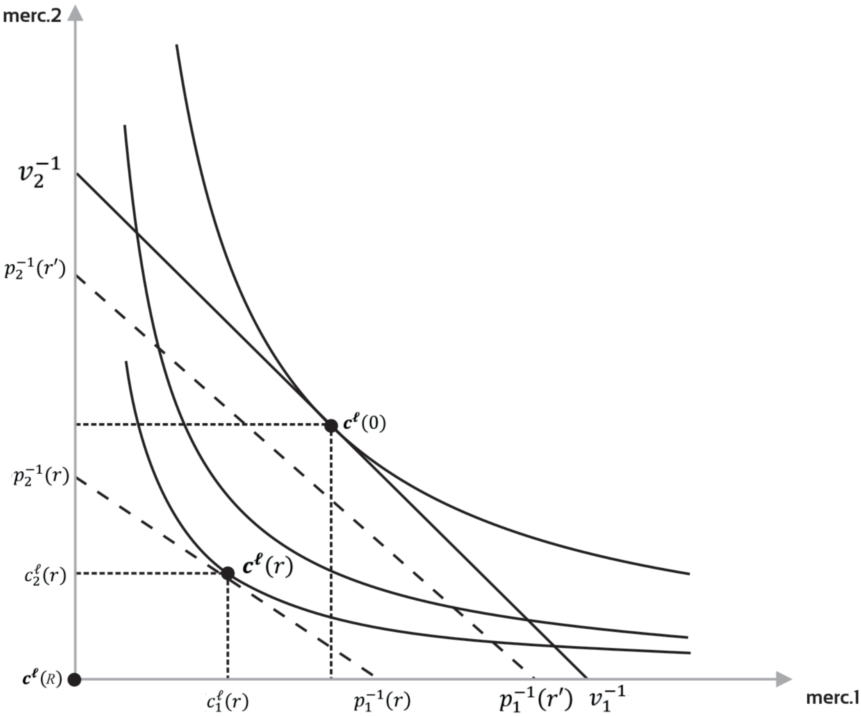
Supongamos ahora un modelo con $n = 2$ en el que ambas mercancías son de consumo y son, además, básicas. Este es el caso más interesante en lo que concierne a este trabajo, dado que, si no hay elección sobre canastas de composición alternativa, el problema no depende de las preferencias. Ahora tanto los trabajadores como los capitalistas eligen en base a las utilidades relativas que aporta cada bien; de esta manera, tenemos lo siguiente:

$$\max_{c_1^\ell, c_2^\ell} u^\ell\left(c_1^\ell, c_2^\ell\right) \text{ sujeto a } p_1 c_1^\ell + p_2 c_2^\ell \leq \ell \boldsymbol{x} = 1,$$
$$\max_{c_1^k, c_2^k} u^k\left(c_1^k, c_2^k\right) \text{ sujeto a } p_1 c_1^k + p_2 c_2^k \leq r\boldsymbol{pAx}.$$

Del problema de maximización podemos obtener las condiciones de primer orden, que excepto que haya soluciones de esquina, implican que la tasa marginal de sustitución es igual al ratio de precios. Esto es así al igual que en los problemas de maximización de la utilidad neoclásica estándar. Por otro lado, lo mismo aplica tanto a los trabajadores como a los capitalistas.

La figura 1 presenta un ejemplo para el consumo de los trabajadores. Este caso es el más simple porque la restricción presupuestaria siempre tiene el valor 1 del lado derecho. Se grafican tres curvas de indiferencia de u^ℓ. El segmento $\overline{v_1^{-1} v_2^{-1}}$ corresponde a las distintas posibilidades de consumo agregadas que se pueden alcanzar. Si la tasa de ganancia fuera tal que $r = 0$, entonces todo el consumo iría a los trabajadores y estos se enfrentarían a precios equivalentes a los valores-trabajo, en cuyo caso podemos pensar que la maximización de la utilidad viene dada por la tangente de las curvas de indiferencia con este segmento, y el consumo $\boldsymbol{c}^\ell(0) = \left(c_1^\ell(0), c_2^\ell(0)\right)$.

Figura 1. Consumo de los trabajadores



A medida que crece la tasa de ganancia r, también lo hacen los precios y entonces disminuye el salario real. Así las restricciones de presupuesto de los trabajadores se mueven hacia el origen indicando que las posibilidades de consumo se achican. Las líneas punteadas $\overline{p_1^{-1}(r)\, p_2^{-1}(r)}$ y $\overline{p_1^{-1}(r')\, p_2^{-1}(r')}$ corresponden a dos casos con $r > r'$. Notemos que estas no son necesariamente paralelas a $\overline{v_1^{-1} v_2^{-1}}$ ni entre sí. De hecho, a medida que aumenta r, aumentan proporcionalmente más los bienes que son más intensivos en bienes intermedios. En el ejemplo de la figura está la mercancía 2. Una vez que fijamos la tasa de ganancia, como por ejemplo en r, podemos encontrar el consumo de los trabajadores como $\boldsymbol{c}^\ell(r) = \left(c_1^\ell(r), c_2^\ell(r)\right)$, nuevamente con los procedimientos usuales de maximización de la utilidad dada una restricción de presupuesto.

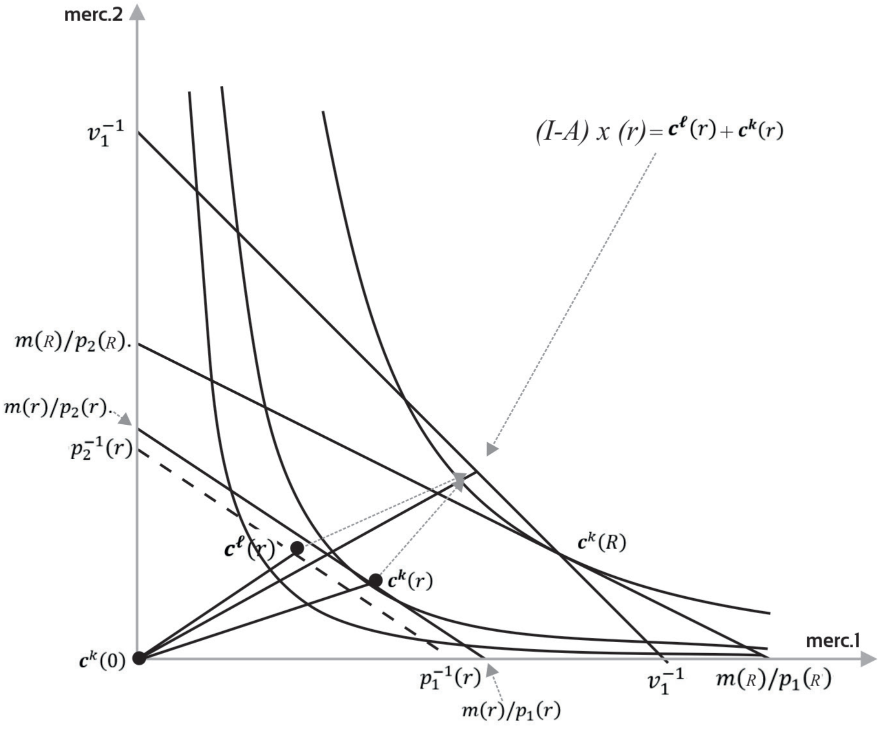
Podemos pensar para los trabajadores un sendero de tasa de ganancia-consumo de $\{r, \boldsymbol{c}^{\ell}(r)\}$ que conecte $\{R, 0_2\}$ (donde usamos que $\boldsymbol{c}^{\ell}(R) = (0,0)$ con $\{0, \boldsymbol{c}^{\ell}(0)\}$. Este sendero depende de las formas de las curvas de indiferencia y de cómo van cambiando las pendientes de los segmentos $\overline{p_1^{-1}(r)\, p_2^{-1}(r)}$. Estos senderos de consumo tienen una interpretación relacionada con la curva de Engel donde se captura como varía la canasta de consumo cuando cambia el ingreso monetario. Aquí lo que cambia es la tasa de ganancia. Sin embargo, a diferencia de la curva de Engel, en el sendero no solo cambia implícitamente el ingreso, sino también los precios relativos, es decir, las preferencias homotéticas no llevarán necesariamente a que los senderos de tasa de ganancia-consumo sean líneas rectas.

La figura 2 presenta un ejemplo para el consumo de los capitalistas, dado el consumo de los trabajadores como en la figura 1. Las curvas de indiferencia corresponden a u^k. De vuelta, podemos representar distintos casos. Si $r = R$ y el consumo de los trabajadores fuera 0, entonces los capitalistas consumirían $\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}}(R)$, sobre la restricción de presupuesto agregada dada por la factibilidad de producción $\overline{v_1^{-1} v_2^{-1}}$ y por los precios $\boldsymbol{p}(R)$. En este caso, deberíamos encontrar $m(R) = R\boldsymbol{p}(R)\boldsymbol{Ax}(R)$ que satisface todas las condiciones de la solución. Notemos que, en este caso, los capitalistas estarían mejor si se enfrentaran a los precios dados por $\boldsymbol{v}$. Este resultado no es general dado que depende de las preferencias relativas para los dos bienes y la pendiente de $p_1(R)/p_2(R)$ en comparación con v_1/v_2. Para otros casos con $r < R$, el consumo debe estar por debajo de $\overline{v_1^{-1} v_2^{-1}}$, dado que no consumen todo el producto neto. En este caso, dada r se tiene que satisfacer que $\boldsymbol{c}^{\ell}(r)$ (obtenido como fuera explicado en la figura anterior) sumado a $\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}}(r)$ (que da lugar al consumo agregado $\boldsymbol{c}$) debe estar sobre $\overline{v_1^{-1} v_2^{-1}}$. Por otro lado, los capitalistas también se enfrentan a los mismos precios que los trabajadores. Así debemos buscar una línea presupuestaria, paralela a $\overline{p_1^{-1}(r)\, p_2^{-1}(r)}$, que viene definida por $\overline{m(r)/p_1(r)\, m(r)/p\_2(r)}$ donde estamos definiendo implícitamente $m(r) = r\boldsymbol{p}(r)\boldsymbol{Ax}(r)$ tal que cuando se considere la maximización $\boldsymbol{c}^{\ell}(r) + \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}}(r) \in \overline{v_1^{-1} v_2^{-1}}$.

Podemos pensar para los capitalistas también un sendero de tasa de ganancia-consumo $\{r, \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{k}}(r)\}$ que conecte $\{0, 0_2\}$ (donde usamos que $\boldsymbol{c}^{k}(0) = (0,0)$) con $\{R, \boldsymbol{c}^{k}(R)\}$. Este sendero depende de las formas de las curvas de indiferencia y de cómo va cambiando la pendiente de los segmentos $\overline{m(r)/p_1(r)\, m(r)/p_2(r)}$. Este sendero puede o no coincidir con el de los trabajadores. En el ejemplo de la figura, los capitalistas van a consumir más de la mercancía 1 relativo a la mercancía 2 que los trabajadores.

Un punto interesante a tener en cuenta es que tanto $\boldsymbol{c}$ como $\boldsymbol{x}$ dependen de r. Entonces las variaciones en la tasa de ganancia van a determinar-qué lugar del segmento $\overline{v_1^{-1}v_2^{-1}}$ se va a localizar la demanda agregada. Esto a su vez está afectado por las preferencias de trabajadores y capitalistas, así como por las condiciones de producción que afectan los precios relativos.

Figura 2. Consumo de los capitalistas



Un caso particular es cuando los trabajadores y los capitalistas tienen las mismas preferencias. Como se enfrentan a los mismos precios, su sendero de consumo será el mismo y la distribución del ingreso (a través de cambios en) determinan el consumo relativo de cada grupo.

Otro caso interesante es cuando las preferencias de los trabajadores son de tipo Leontief o complementos perfectos. En este caso, el sendero tasa de ganancia-consumo de los trabajadores tiene la misma pendiente para cualquier precio relativo; sería aquel en el que la canasta de consumo de los trabajadores está predeterminada (en cuanto a sus proporciones, no sus cantidades). Otro es el de sustitutos perfectos, tal que los consumos estarán sobre el eje vertical, horizontal o indeterminado.

4. Modelo marxista con preferencias sobre consumo

En la aplicación del modelo sraffiano al modelo marxista (véase Pasinetti, 1977, apéndice del capítulo 5), la plusvalía debe determinarse para cada nivel de la tasa de ganancia. Por otro lado, si tomamos la posibilidad de que cambie la composición de con , puede darse el caso que se vean afectadas todas las categorías marxistas, en particular, la tasa de plusvalía. En estos modelos la tasa de plusvalía, , se determina de acuerdo al valor de y no viene determinada de antemano. Este análisis se contrapone al modelo marxista clásico, donde es en el valor trabajo donde surgen las principales variables del capitalismo. Este enfoque tiene relación con los modelos marxistas de determinación endógena de la tasa de plusvalía como en la llamada Nueva Solución de Foley (1982; 1986), Duménil (1983), entre otros. En esta sección, agregamos el efecto que tiene la elección de la canasta de consumo de los trabajadores explícitamente como un elemento a tener en cuenta para obtener categorías marxistas.

Dado el vector de valores , se puede obtener la tasa de plusvalía a partir de la ecuación

$$\big(1+\sigma(r)\big)\boldsymbol{v}\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{\ell}}(r)=1.$$

De esta manera, el valor de una economía se puede descomponer en tres componentes:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{vA}+\big(1+\sigma(r)\big)\boldsymbol{v}\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{\ell}}(r)\boldsymbol{\ell} &= \boldsymbol{vA}+\boldsymbol{v}\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{\ell}}(r)\boldsymbol{\ell}+\sigma(r)\boldsymbol{v}\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{\ell}}(r)\boldsymbol{\ell}\\ &= \boldsymbol{capital\ constante}+\boldsymbol{capital\ variable}+\boldsymbol{plusval}\text{ía}\end{aligned}$$

Esta ecuación es fundamental en el sistema marxista. El valor de cada mercancía está compuesto por el valor incorporado en los medios de producción, el valor de la fuerza de trabajo y la plusvalía.

Para obtener la tasa de plusvalía, tendríamos que resolver como en Pasinetti (1977, p. 125), el siguiente determinante:

$$det\Big(\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{A}-\big(1+\sigma(r)\big)\boldsymbol{c}^{\ell}(r)\ell\Big)=0.$$

Así, se puede obtener el gráfico $\{r,\sigma(r)\}$ permitiendo que la canasta de consumo de los trabajadores pueda ajustarse en base a sus preferencias. Estos modelos satisfacen el Teorema Fundamental de Morishima, tal que $\sigma(0)=0$ y $r\leq\sigma(r)$.

Conclusiones

Este trabajo muestra que los principales rasgos del modelo sraffiano no se ven afectados al permitir que tanto trabajadores como dueños de los medios de producción (capitalistas) elijan la composición de su cesta de consumo de manera óptima. Cabe destacar que el uso de técnicas marginalistas y de optimización, típicas de la economía neoclásico-marginalista, no tiene por qué entrar en conflicto con los modelos heterodoxos (sraffianos, marxistas, etcétera), siempre y cuando se respeten las condiciones básicas de estos últimos. En este caso, la distribución del ingreso no viene determinada por la oferta y demanda de trabajo y capital, ni por las preferencias sobre estas, ni necesitamos imponer dotaciones y heterogéneas.

El modelo puede extenderse en varias direcciones. Primero, el modelo considerado aquí es uno de una sola técnica, resumido en una matriz insumo-producto de Leontief. Permitir más técnicas no debería suponer mayores inconvenientes. La tasa de ganancia se puede usar para determinar la mejor técnica en cada caso, que dados los supuestos no depende de la producción bruta. Segundo, la escasez puede considerarse a partir de la combinación de distintos factores primarios con cantidad limitada, la elección de técnica y los modelos de renta. Tercero y último, el modelo puede extenderse al caso en el cual las decisiones de trabajo son también incorporadas en las preferencias de los trabajadores y se modela el desempleo de factores.

Referencias bibliográficas

Bliss, C. (1975). *Capital Theory and the Distribution of Income.* North-Holland Publishing Company

Ciccone, R., Fratini, S. y Trezzini A. (2009). Notas sobre la teoría clásica del valor y la distribución. https://www.scribd.com/document/282521699/Ciccone-et-al-2009a-NOTAS-SOBRE-LA-TEORIA-CLASICA-DEL-V-Y-D-pdf

Davis, J. (2008). Heterodox Economics, the Fragmentation of the Mainstream, and Embedded Individual Analysis. En Harvey, J. T. y Garnett, R. F. (eds). *Future Directions for Heterodox Economics* (pp. 53-72). University of Michigan Press.

Dorfman, R., Samuelson, P. A. y Solow, R. M. (1958). *Linear Programming and Activity Analysis.* Rand Corporation.

Duménil, G. (1983). Beyond the transformation riddle: A labor theory of value. *Science and Society*, *47*(4), 427-450.

Foley, D. (1982). The value of money, the value of labor power, and the Marxian transformation problem. *Review of Radical Political Economics*, *14*(2), 37-47.

Foley, D. (1986). *Understanding Capital. Marx's Economic Theory*. Harvard University Press.

Goodwin, N., Nelson, J., Ackerman, F. y Weisskopf, T. (2004). A post autistic introduction to economic behavior. *Post Autistic Economics Review*, (28), 27-34.

Kurz, H. D. y Salvadori, N. (1995). *Theory of Production. A Long Period Analysis*. Cambridge University Press.

Pasinetti, L. (1977). *Lectures on the Theory of Production*. Columbia University Press.

Salvadori, N. (2000). Sraffa on demand: A textual analysis. En Kurz, H. (ed.) *Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics* (pp. 181-197). Cambridge University Press.

Signorino, R. (2001). Piero Sraffa on utility and the 'subjective method' in the 1920s: a tentative appraisal of Sraffa's unpublished manuscripts. *Cambridge Journal of Economics*, *25*(6), 749-763.

Sraffa, P. (1960). *Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory.* Cambridge University Press.

Stirati, A. (1994). *The Theory of Wages in Classical Economics. A Study of Adam Smith, David Ricardo and their Contemporaries*. Edward Elgar Publishing.

Takayama, A. (1985). *Mathematical Economics*. Cambridge University Press.