

# Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza

**Mónica E. Villarreal**

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas  
(CONICET)

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

E-mail: mvilla@famaf.unc.edu.ar

## **Resumen**

En este artículo se realizan consideraciones y reflexiones en relación a la presencia de tecnologías en el ámbito educativo, haciendo foco en la educación matemática. Se hace mención a la aparente inmutabilidad de la escuela frente a los avances tecnológicos, el reconocimiento de su importancia desde los diseños curriculares provinciales y las políticas de inclusión digital promovidas desde el estado. Se presenta, como visión epistemológica, la noción de humanas-con-medios como unidad epistémica que reconoce el papel central de los medios en la producción del conocimiento. Se discute el vínculo entre tecnologías y producción del conocimiento matemático y la relación entre tecnologías y educación matemática. Finalmente se hace referencia a abordajes pedagógicos que están en sintonía con la presencia de nuevas tecnologías en las clases de matemática. Se presenta y analiza un ejemplo de actividad matemática en un ambiente de aprendizaje con un abordaje experimental-con-tecnología.

## **Palabras claves**

Humanos-con-medios, educación matemática, abordaje experimental-con-tecnología

## Abstract

Considerations and reflections regarding technologies in educational contexts are presented in this paper. A focus is made on mathematics education. The seeming immutability of school in front of new technologies advances, the importance assigned to these advances in the curricular documents and the policies of digital inclusion promoted by the government are mentioned. The epistemological vision of humans-with-media is presented. According to such vision a central role is assigned to media for the production of knowledge. The connection between technologies and the production of mathematical knowledge and the relation between technologies and mathematics education are discussed. Finally a reference is made to pedagogical approaches in mathematical classrooms which are resonant with new technologies. An example of a mathematical activity developed in a learning environment with an experimental-technology approach is presented and analyzed.

## Key words

Humans-with-media, mathematics education, experimental-with-technology approach.

## Tecnología y educación: un contexto y una posición epistemológica

En 2001, en el marco de una conferencia dictada en el *Institute for Information Technologies in Education* de la UNESCO en Moscú, el matemático y educador sudafricano Seymour Papert se refirió al encuentro de la escuela con la ola de cambios mundiales vinculados con los avances tecnológicos, el proceso de globalización, la omnipresencia de la computadora, el acceso a la información y las posibilidades de comunicación y conexión de la sociedad. En ese marco, señalaba que esos cambios a nivel macro implicaron cambios en los modos en que se aprende y en los medios de los cuales se dispone para aprender, pero que: «(...) en medio de estas explosiones de cambio, la institución Escuela ha permanecido sorprendentemente estable a lo largo del tiempo y de los países» (Papert, 2001, p. 2).

Afirma este autor que:

Los medios digitales son LOS medios para el trabajo intelectual así como la escritura lo fue en siglos pasados.

Por lo tanto, lo que se requiere aquí es un cambio profundo en cómo pensar la educación. Así, la tecnología no es la solución, es sólo la herramienta. Pero mientras la tecnología no produce automáticamente una buena educación, la falta de tecnología garantiza automáticamente una mala educación (Papert, 2001, p. 2, énfasis del autor).

A más de diez años de estas palabras de Papert, vale la pena revisar el carácter de inmutabilidad atribuido a la escuela frente a los avances tecnológicos y preguntarnos acerca del sentido de la última afirmación del autor que vincula la falta de tecnología con la mala educación. Considero que la respuesta tiene que ver con el sentido de una educación sin tecnología en una sociedad altamente tecnológica. También puede pensarse que esta sentencia puede tener sentido solo en países del primer mundo donde el acceso a medios informáticos es mayor. Sin embargo, aunque las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) lleguen a la escuela de manera tardía en relación a los avances tecnológicos producidos en la sociedad, considero primordial partir de dos premisas básicas que son insoslayables:

- 1) Es fundamental que el acceso a las TIC sea entendido como un derecho de cualquier ciudadano.
- 2) Es necesario que los alumnos tengan una «alfabetización tecnológica» en las escuelas, integrando el uso de la tecnología en actividades esenciales tales como: leer, escribir, comprender textos, interpretar gráficos, contar, desarrollar nociones espaciales, resolver problemas, crear modelos, etc.

En síntesis, y haciendo uso de palabras de Borba & Penteadó (2001):

(...) el acceso a la informática en la educación debe ser visto no sólo como un derecho, sino como parte de un proyecto colectivo que prevé la democratización de accesos a tecnologías desarrolladas por esa misma sociedad. Es de estas dos formas que la informática en la educación debe ser justificada: alfabetización tecnológica y derecho

al acceso (p. 17).

El escenario actual en las escuelas de nuestro país parece estar cambiando en relación a garantizar el acceso. A nivel nacional el *Programa Conectar Igualdad* (Decreto N° 459/10) que ha iniciado la entrega de netbooks para estudiantes y docentes de escuelas públicas de todo el país<sup>1</sup>, previendo llegar a los 3 millones en 2012, busca favorecer la inclusión digital de toda la población de modo tal que se logre su alfabetización tecnológica. A nivel provincial, el *Programa Internet para Educar* del Gobierno de la Provincia de Córdoba busca garantizar el acceso a Internet de los alumnos de escuelas públicas de la provincia. Por su parte, y a tono con la llegada de las TIC a la escuela, el Diseño Curricular de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba, en su Encadre General propuesto para el período 2011-2015, incluye como uno de los objetivos de la Educación Secundaria: «Desarrollar las capacidades necesarias para la comprensión y utilización inteligente y crítica de los nuevos lenguajes y herramientas producidos en el campo de las tecnologías de la información y la comunicación» (p.6), haciendo explícita la importancia que desde el marco curricular se otorga al uso de tecnologías en el aula. *Comprensión y utilización inteligente y crítica* son la clave que los diseños curriculares proponen para el empleo de las TIC en el marco de cualquier espacio curricular en la escuela.

Los programas de inclusión digital antes mencionados garantizan que cada alumno y docente posea su computadora y también acceso a Internet en la escuela, por su parte los objetivos y consideraciones declaradas en los Documentos Curriculares acerca del uso de TIC abre las puertas a la posibilidad de reorganizaciones en el aula a fin de dar cuenta de la «alfabetización tecnológica» tal como fuera descripta anteriormente. Sin embargo, hubo voces que se levantaron planteando dudas<sup>2</sup> o críticas<sup>3</sup> en torno a los programas de inclusión digital como Conectar Igualdad. El escepticismo ante las potencialidades de las nuevas tecnologías en el ámbito de la escuela se ve reflejado en la viñeta titulada «La cabeza» (Figura 1)<sup>4</sup>, perteneciente al humorista santafecino Sergio Periotti y que con claridad meridiana da cuenta de una posición frecuente en la sociedad actual.



Figura 1. «La cabeza», viñeta de Sergio Perioti

La reacción paterna puesta de manifiesto en la viñeta da cuenta de una manera de entender a los jóvenes de hoy, sus modos de ser en el mundo y sus vínculos con la tecnología, que merece ser revisada a fin de generar un cambio de mirada que busque comprender y acompañar. Al respecto, en el Encuadre General del Diseño Curricular de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba se advierte que:

En muchas ocasiones, los adultos no comprenden los cambios en el mundo de los jóvenes y generan miradas o situaciones que los marginan, suponiendo sentidos deficitarios que resultan de la comparación con los jóvenes de otros tiempos. La dificultad de esta mirada es que no permite ver qué están haciendo los jóvenes hoy, qué piensan, qué sienten, cuáles son sus prácticas, con qué experiencias cuentan y qué están imaginando para este mundo. (p.11).

Acompañando esta reflexión vinculada con los jóvenes de hoy se requiere también reconocer que la construcción del conocimiento está y estuvo siempre mediada por la presencia de diferentes tecnologías y no depende solo de «la cabeza». A lo largo de la historia tales tecnologías fueron arribando al ámbito

educativo y condicionando las actividades de enseñanza y aprendizaje.

Hablar de tecnologías en educación hoy, remite casi de modo natural a computadoras, software multimedia, Internet; sin embargo, el concepto de tecnología no está sólo vinculado a desarrollos de equipos sofisticados, va más allá, «*engloba la totalidad de cosas que el ingenio del cerebro humano consiguió crear en todas las épocas, sus formas de uso, sus aplicaciones*» (Kenski, 2007, p. 22-23). Por ejemplo, diversos autores se refieren al lenguaje (oral en su comienzo, escrito más tarde) como una tecnología, una construcción humana que permitió la comunicación entre los miembros de un determinado grupo social. Según Kenski (2007),

Nuestras actividades cotidianas más comunes – como dormir, comer, trabajar, desplazarnos hacia diferentes lugares, leer, conversar y divertirnos – son posibles gracias a las tecnologías a las que tenemos acceso. Las tecnologías están tan próximas y presentes que no percibimos que no son cosas naturales (p.24).

Y, podríamos agregar, no siempre estuvieron donde hoy las encontramos. Lápiz, cuaderno, lapicera, pizarrón, tiza son productos tecnológicos cuya presencia en la escuela hoy resultan *transparentes*, sin embargo no siempre fueron parte de ella. Villarreal & Borba (2010) presentan evidencias de los modos en que diferentes medios han condicionado y reorganizado la educación en general y la educación matemática en particular. Según Kidwell, Ackerberg-Hastings & Roberts (2008), quienes reportan acerca de las herramientas que fueron utilizadas para la enseñanza de la matemática en América del Norte en el período 1800-2000, para comprender el modo en que estas tecnologías se han vuelto componentes estándares de las aulas,

... deberíamos considerar no solamente la historia de los dispositivos electrónicos sino también la historia de productos más antiguos – tales como libros de texto, pizarrones, papel gráfico, ... – que se han mostrado tan prácticos y durables que se asumen como dados (...) estos instrumentos reflejan nuevas ideas educativas y capacidades técnicas así como visiones cambiantes de la matemática y de la educación a través de la cultura (p.312).

La actividad escolar se fue transformando con el arribo de cada nueva

tecnología. De igual manera, la producción de conocimiento se ve condicionada por los medios utilizados. Tales medios transforman las prácticas, los contenidos y las formas de conocer. Asumimos así que el sujeto epistémico es en realidad un colectivo constituido por *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005). La noción de humanos-con-medios trae dos ideas centrales: por un lado, que la cognición no es una empresa individual, sino social (por eso humanos) y, por otro lado, que la cognición incluye herramientas, medios con los cuales se produce el conocimiento y este componente del sujeto epistémico no es auxiliar o suplementario, sino esencial. Tan esencial que ese medio es constitutivo del conocimiento, de suerte que si estuviera ausente el conocimiento construido sería otro. Esta posición epistemológica que coloca a los medios en una situación de coautor en la producción del conocimiento brinda una perspectiva que nos permite comprender el papel de la tecnología en la escuela con un carácter potenciador y reorganizador en lugar de supresor del raciocinio.

### **Breve comentario acerca del vínculo entre tecnologías y producción del conocimiento matemático**

El uso de medios en la producción de matemática así como en la educación matemática ha sido, como ya se dijo anteriormente, usualmente tratado como *transparente*. Por ejemplo, Davis & Hersh (1989) enfatizan, en tono de crítica, que: «No faltan matemáticos a quienes les agrada pensar que incluso un ser solitario encerrado en un cuarto oscuro podría crear matemáticas, apelando tan sólo a los recursos de un brillante intelecto platónico» (p.28). Sin embargo, este pensamiento hipotético olvida el carácter social de la producción matemática y la necesidad de la comunidad de pares para validar las prácticas y resultados obtenidos.

Davis & Hersh, se refieren también a los equipos auxiliares o instrumentos necesarios para producir matemática. Afirman que, posiblemente en lejanos tiempos pasados, la matemática primitiva, así como las religiones antiguas o las grandes epopeyas se transmitieron por tradición oral, pero más tarde se tornó evidente la necesidad de instrumentos de escritura, registro y duplicación. Davis & Hersh (1989) van más allá cuando señalan que regla y compás son parte intrínseca de los axiomas que fundamentan la geometría euclidiana y afirman

que la geometría euclidiana «podría ser definida como la ciencia de las construcciones con regla y compás» (p. 28). Esto es, los instrumentos utilizados en la producción geométrica están presentes en la propia definición de geometría euclidiana; la producción del conocimiento geométrico se ve condicionado por el uso de regla y compás, los medios que permiten realizar construcciones geométricas.

Ya adentrados en el siglo XX, las nuevas tecnologías continuaron en escena. Devlin (1997), matemático norteamericano, se refiere a las transformaciones que esas tecnologías han traído para la actividad del matemático:

Esta rápida transformación del modo de trabajo ha cambiado la naturaleza del hacer matemática de un modo fundamental. La matemática hecha con la ayuda de una computadora es cualitativamente diferente de la matemática hecha con papel y lápiz solamente. La computadora no «asiste» simplemente al matemático para hacer su tarea de la manera usual, antes bien cambia la naturaleza de lo que es hecho (p. 632).

Devlin (1997) cree que la computadora puede jugar un papel significativo en el proceso de razonamiento del matemático. Pero muchos autores indican que esta tendencia, cuando es asociada con la prueba matemática, es aún altamente polémica al interior de la comunidad matemática: la computadora es vista como un «extraño en el nido» (Domingues, 2002) y la «comunidad de matemática pura en su mayoría todavía considera a las computadoras como invasoras, saqueadoras de la tierra sagrada» (Mumford -citado en Horgan, 1993- quien es crítico de esa posición entre los matemáticos, p. 76). Sin embargo la demostración del famoso Teorema de los Cuatro Colores realizada por Kenneth Appel y Wolfgang Haken en 1976 solo fue posible valiéndose de cálculos realizados en una computadora. Estas referencias son solo una muestra de las diferentes posiciones acerca del uso de nuevas tecnologías al interior de la comunidad matemática. A pesar de las posiciones encontradas no puede negarse la presencia de diferentes medios a lo largo de la historia que transformaron los modos de producir matemática. ¿Podría haber avanzado la Matemática sin ellos? Las referencias previas son sólo una muestra de diferentes posiciones sobre el uso de nuevas tecnologías dentro de la comunidad matemática.



Más allá del reconocimiento que la comunidad matemática pueda atribuir o no a las tecnologías en relación a la producción del conocimiento matemático y sus avances en distintas áreas, la educación matemática no puede permanecer ajena a la presencia de tecnologías en la escuela. Más aún, si asumimos que el sujeto epistémico es un colectivo de humanos-con-medios y que el conocimiento se constituye también por los medios que lo producen.

### **Tecnologías y educación matemática**

En contextos educacionales, el uso de materiales manipulativos ha sido una recomendación frecuente para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en diferentes épocas. Por ejemplo, podemos contar o resolver operaciones aritméticas usando piedritas o fichas, mediante ábacos, contando con los dedos, con lápiz y papel, con una calculadora. A partir del análisis de cada uno de esos medios, Davis & Hersh (1989) afirman que:

Cada uno de esos métodos tiene por efecto una distinta percepción de los [números] enteros y una diferente forma de entrar en relación con ellos. Si hoy se protesta que los niños hagan sus operaciones aritméticas con calculadora, quienes lo hacen tienen razón al afirmar que las cosas no serían como cuando se luchaba con la aritmética armados de lápiz y papel. Pero se equivocan al pensar que lo ideal es esa forma de calcular, y que los medios que los reemplazan no son viables (p. 40).

Se vislumbra aquí un cierto rechazo al uso de la calculadora, frente al cual los autores reaccionan. La llegada de una nueva tecnología al ámbito educativo produce recelos y desconfianza ante lo no conocido. Esta reacción no es nueva y puede producir el no empleo de las nuevas herramientas en las actividades que se presentan al estudiante. En particular, en las clases de matemática, el uso de computadoras, e inclusive el uso de la calculadora, como medios para construir conocimientos matemáticos no es frecuente en ningún nivel educativo. Cuando en la década del 70, la disminución del precio de las calculadoras hizo posible el acceso a las mismas en el ámbito educativo, las reacciones de rechazo no tardaron en manifestarse. Por aquel entonces, encuestas realizadas en Estados Unidos revelaron que tanto profesores de

matemática y autoridades escolares como padres estaban en desacuerdo con el uso de calculadoras en la escuela elemental. Kidwell et al. (2008) señalan que algunos de quienes respondieron tales encuestas sostenían que las calculadoras solo deberían emplearse una vez que los estudiantes manifestaran dominio de los cálculos con lápiz y papel y otros pensaban que el uso de la calculadora «promovería la vagancia y la ineficiencia» (p. 256). Por su parte, Ruthven (2008), basándose en un artículo que él mismo publicó en 1999, afirma en relación al uso de la calculadora que:

... en el nivel primario, donde el currículum ha sido tradicionalmente organizado alrededor de métodos de cálculo escrito y mental altamente valorizados, los beneficios pedagógicos del uso de la calculadora son controvertidos y las formas apropiadas de re (organización) curricular no han sido desarrolladas (p.6).

Este hecho también se constata hoy en nuestros contextos educativos. Si bien los diseños curriculares (por ejemplo los de la Provincia de Córdoba) recomiendan el uso de TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje, la realidad de las escuelas muestra un panorama diferente.

Las observaciones realizadas por los autores citados tienen vigencia aún hoy en nuestro país. Hay quienes opinan que el empleo de la computadora o la calculadora impide que el alumno razone e indican que antes de utilizarla los alumnos deben primero manejar los contenidos matemáticos. Sin embargo, pocos cuestionarían que un alumno utilice lápiz y papel para resolver un ejercicio matemático o demostrar un teorema sin percibir, quizás, que su raciocinio y su propia producción matemática están siempre mediados por los dispositivos o medios que emplea para desarrollarlos. En contraposición a esta opinión vale la pena citar lo que Papert argumentó, en una conferencia dictada en 2006 en el marco del 17° ICMI Study: «Technology Revisited». Este autor indicó que contar con un acceso total y fácil a las computadoras tornaría posible un nuevo abordaje para la educación matemática con singulares beneficios para los países en desarrollo. Al mismo tiempo señaló que si bien es importante considerar cómo el conocimiento matemático existente puede ser tratado en ambientes tecnológicos, el desafío está en pensar qué nuevos tipos de conocimientos y prácticas matemáticas pueden emerger como consecuencia del acceso y uso de

las nuevas tecnologías digitales (citado en Hoyles & Lagrange, 2010).

Dentro del campo de la educación matemática, la investigación ha proporcionado evidencias de la transformación que el uso de computadoras trae para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Una de tales transformaciones es la creación de ambientes donde la matemática puede ser vivenciada como una ciencia experimental, a través de herramientas que permiten la generación y validación de conjeturas; un laboratorio matemático donde un «ensayo y error educado» fuese permitido y la visualización fuese un aliado para la comprensión matemática. Estos ambientes tornan obsoletas, poco interesantes y aburridas algunas viejas prácticas educativas e inclusive transforman la noción de aquello que puede ser llamado problema.

A pesar de estos resultados de investigación, la resistencia al uso de tecnología en ambientes educativos continúa. Las causas son variadas: temor a lo desconocido, temor a la pérdida del poder en el aula, desconocimiento del uso de diversos softwares educativos y sus posibilidades para el aula, etc. En este sentido es importante que se garantice a los estudiantes el abordaje de la tecnología no de modo domesticado, como auxiliar para mostrar un gráfico o una construcción geométrica dinámica; los estudiantes deberían tener la oportunidad de **aprender matemática con la computadora**. Entretanto, los estudiantes tienen escasas oportunidades de aprender matemática con computadoras porque no es la manera usual de aprender matemática y porque no se asume como posición epistemológica básica que los medios son constitutivos del conocimiento.

En este marco busco comprender los escenarios educativos de los cuales la tecnología es parte, sin compararlos con los escenarios tradicionales, sino intentando mostrar evidencias de una reorganización del pensamiento matemático, de la actividad del estudiante, del papel del profesor, de la gestión del aula, de los propios contenidos y su organización curricular cuando se asume que quien construye o produce conocimiento es un colectivo de humanos-con-medios. La aparición de nuevas tecnologías suscita cambios que activan formas de conocimiento diferentes, expandiendo formas de saber que estuvieron relegadas, o debilitando otras.

Es claro que la oralidad y la escritura continúan siendo las tecnologías intelectuales más comunes en el trabajo matemático de los estudiantes. El abordaje algebraico de cuestiones matemáticas es característico de la cultura de la escritura, soporte fundamental para tales resoluciones. Los dispositivos tradicionales, lápiz y papel, influyen en el estilo de producción matemática y enfatizan «*el conocer un dado fenómeno, primordialmente a través del álgebra*» (Borba, 1993, 1995). En este sentido puede decirse que los dispositivos impregnan la Matemática y el pensamiento de quien hace y aprende Matemática.

Reconocer la condición mediadora de las tecnologías plantea el desafío de diseñar propuestas educativas que promuevan **pensar y aprender con las TIC**, creando ambientes de aprendizaje que se constituyan en escenarios de investigación y exploración y evitando caer en una domesticación de la tecnología (Borba & Penteadó, 2001). Dicha domesticación se produce cuando las TIC son utilizadas sólo como un barniz de modernidad, sin afectar el *status quo* de la actividad escolar vigente, manteniendo inalterados los objetivos, contenidos, tipos de problemas, metodologías de enseñanza o formas de evaluación. Asumir este desafío conduce inevitablemente, como lo señala Ruthven (2008), a una reorganización curricular o como afirma, de manera más contundente Moreno Armella (2011), a una *erosión curricular*, que implica el abandono de contenidos que resultan obsoletos en el nuevo escenario.

Si asumimos entonces que el conocimiento es una construcción colectiva de humanos-con-medios y siendo las TIC los nuevos medios que se hacen presentes en el ambiente educativo, podemos preguntarnos: ¿Cuáles son los abordajes pedagógicos que creemos están en sintonía con esta presencia? Podemos definir varios abordajes pedagógicos desarrollados y estudiados en diferentes escenarios (de clases o de investigación) que están en sinergia con la manera en que entendemos el papel de las TIC en la construcción de conocimientos: abordaje experimental-con-tecnología, modelización como estrategia pedagógica o el trabajo con proyectos<sup>5</sup>. En la siguiente sección se presenta un ejemplo que proviene del trabajo de investigación realizado por Scheffer (2001, 2002) en un ambiente de aprendizaje experimental-con-tecnología. Se describen también las características de un abordaje experimental en matemática, detallando las particularidades que adquiere con la presencia de tecnologías.

## Un ejemplo en un ambiente experimental-con-tecnología

En un abordaje experimental-con-tecnología los estudiantes se encuentran en un escenario rico en medios tecnológicos, el cual les permiten experimentar para realizar conjeturas, explorar nuevamente para así mejorarlas y discutir sus hallazgos con colegas y el profesor de la clase. Si bien en un principio se recurre a procesos de ensayo y error, pasado un período exploratorio, los mismos dejan de tener un carácter azaroso, para transformarse en procesos de ensayo y error educados. Esto ocurre porque el feedback que proviene de la computadora o calculadora gráfica, conjuntamente con el conocimiento matemática previo y la elaboración de argumentos lógicos, permiten reformular con fundamentos lo que se ha conjeturado, o bien justificar su validez.

Según Borba & Villarreal (2005):

(...) un abordaje experimental en educación matemática implica:

- el uso de procedimientos tentativos y ensayos educados para apoyar la generación de conjeturas matemáticas;
- el descubrimiento de resultados matemáticos previamente desconocidos para el experimentador;
- la posibilidad de testar modos alternativos de obtener un resultado;
- la oportunidad de proponer nuevos experimentos;
- un modo diferente de aprender matemática. (p. 75)

El abordaje experimental se ve potenciado con la presencia de medios tecnológicos y así:

(...) el abordaje experimental-con-tecnología proporciona:

- la posibilidad de testar una conjetura usando un gran número de ejemplos y la oportunidad de repetir el experimento, debido al feedback rápido dado por la computadora;
- la oportunidad de obtener más fácilmente diferentes tipos de representaciones de una situación dada (Borba & Villarreal, 2005, p. 75).

Cabe destacar que una de las características del feedback ofrecido por una computadora o una calculadora tiene una fuerte característica visual: una tabla, un gráfico cartesiano generado a partir de una expresión algebraica o del movimiento registrado por un sensor acoplado al dispositivo, un diagrama que representa datos estadísticos, etc. La coordinación entre representaciones se torna relevante para que la comprensión del conocimiento matemático en juego ocurra.

El siguiente episodio muestra el tipo de actividades que se pueden desarrollar en un ambiente de aprendizaje dotado de un dispositivo tecnológico particular: un CBR (Calculator Based Range), esto es, un sensor de movimiento conectado a una calculadora gráfica que dibuja en tiempo real, gráficos de distancia ´ tiempo, velocidad ´ tiempo o aceleración ´ tiempo, mientras un movimiento es registrado con el sensor, durante un período no mayor a 15 segundos. La Figura 2 muestra una calculadora gráfica acoplada a un CBR y un gráfico de distancia ´ tiempo obtenido a partir de datos recolectados por el CBR.

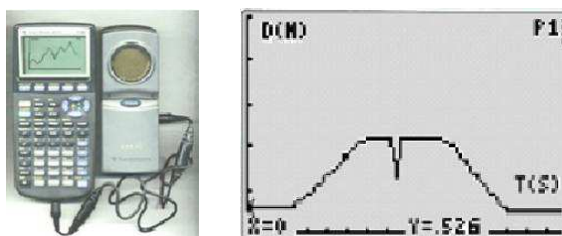


Figura 2. Calculadora gráfica acoplada a un CBR.

Por ejemplo, si un estudiante se aleja de una pared caminando a una velocidad constante, y sosteniendo el sensor orientado hacia ella, la calculadora gráfica mostrará en su pantalla una función lineal creciente, ya que la distancia entre el sensor y la pared aumenta de manera uniforme mientras el tiempo transcurre. También es posible dejar el sensor fijo y realizar un movimiento delante del mismo de modo tal que se registre la distancia entre el sensor y el objeto que se le antepone. Así si un alumno se para delante del sensor y permanece quieto frente a él, la calculadora gráfica mostrará en su pantalla una recta constante e igual a la distancia que separa al estudiante del sensor.

A continuación se presenta el relato de lo ocurrido en el transcurso de una sesión de trabajo con dos estudiantes de trece años, Nathália y Priscila, que cursaban el octavo grado<sup>6</sup> en una escuela pública brasilera y estaban participando de la investigación de Scheffer (2001). En dicha sesión la investigadora propuso a las estudiantes la siguiente actividad: realizar un movimiento delante del sensor que se encuentra fijo y prever cual sería el gráfico que representa la distancia en función del tiempo. El objetivo de tal actividad era explorar la representación cartesiana de distancia  $\times$  tiempo dada por la calculadora para un movimiento corporal efectuado delante del CBR. Priscila realiza el siguiente movimiento: se para a una distancia aproximada de 1 metro del CBR, se aproxima lentamente hacia el mismo y luego se aleja, también lentamente, para finalmente detenerse un poco más lejos del lugar donde había comenzado, quedándose inmóvil hasta que el tiempo de registro del movimiento en la calculadora termina. Una vez realizado el movimiento, y sin tener acceso al gráfico trazado por la calculadora, la investigadora preguntó: *¿Qué gráfico te parece que va a dar?* Priscila dibujó en el pizarrón un sistema de coordenadas cartesianas, definió las variables tiempo y distancia en los ejes X e Y respectivamente y comenzó a trazar el gráfico (Figura 3) que se puede ver más en detalle en la Figura 4.

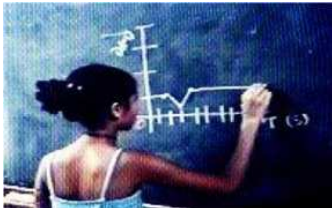


Figura 3. La previsión de Priscila.

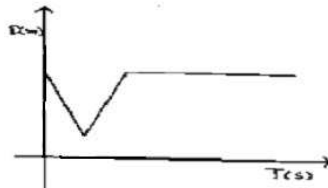


Figura 4. Detalle del gráfico de Priscila.

Priscila explica qué sección del gráfico representa cada una de las acciones realizadas en el transcurso del movimiento: por haber iniciado el movimiento a un metro del sensor, el gráfico comienza en  $y = 1$ ; el movimiento de acercamiento al sensor, se corresponde con el trecho decreciente del gráfico; el alejamiento del sensor, se corresponde con el trecho creciente del gráfico; finalmente al detenerse, el gráfico se torna constante. Mientras Priscila explica su gráfico, Nathália realiza acotaciones. Por ejemplo le indica a Priscila que el

lugar al cual ella regresa y se detiene está más alejado del sensor que el lugar desde el cual partió al iniciar el movimiento, motivo por el cual sugiere que el tramo constante de la función debería ubicarse más arriba en relación a  $y=1$  que representa la distancia desde la cual se inicia el movimiento. Priscila no está de acuerdo e insiste en que ella se detuvo en el mismo lugar desde el cual inició el movimiento. Posteriormente la investigadora muestra el gráfico trazado por la calculadora (Figura 5), representando el movimiento realizado por la estudiante

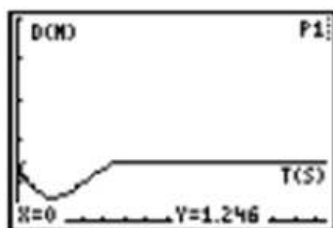


Figura 5. El gráfico en la calculadora.

Priscila se muestra entusiasmada al ver que su previsión luce semejante al gráfico que se observa en la pantalla de la calculadora gráfica. La investigadora analiza junto a las estudiantes el gráfico en la calculadora y lo comparan con aquel trazado por Priscila en el pizarrón. Se produce entonces el siguiente diálogo:

**Priscila:** Quedó más o menos parecido aquí [se refiere al gráfico que ella trazó en el pizarrón]

**Investigadora:** Pero está mostrando que cuando vos paraste, estabas más lejos del lugar en que iniciaste el movimiento [se refiere a que la altura a la que aparece la constante en el gráfico de la calculadora está por encima del punto de inicio del movimiento]

**Priscila:** Sí, pero es casi la misma cosa que el mío [Priscila ve semejanza entre los dos gráficos en el trazado general]

**Investigadora:** En este de aquí [se refiere al gráfico en la calculadora], ¿dónde está el punto de partida?

**Nathália:** En el  $y$  donde está marcando 1,2 en metros [señalando el punto de



partida del gráfico en el eje de la distancia ( $y$ ) en la pantalla de la alculadora. Observar que en la parte inferior de la pantalla de la calculadora se muestran las coordenadas del punto que corresponde al inicio del movimiento  $x = 0, y = 1,246$

**Investigadora:** ¿Es, más o menos, la distancia en la que vos estabas?

**Priscila:** Sí, cuando yo comencé a hacer mi gráfico marqué el punto en que estaba, a más o menos, 1 metro de distancia del CBR.

Este episodio ilustra el modo en que se coordinaron las diferentes representaciones. Primero hay una anticipación del gráfico cartesiano que representaría el movimiento realizado por Priscila al desplazarse frente al CBR. Después tienen que coordinar la representación realizada por Priscila en el pizarrón, con el gráfico que muestra la calculadora. El episodio enfatiza cómo el movimiento del cuerpo fue coordinado con la representación cartesiana. Se destaca también la constitución de un colectivo constituido por los estudiantes, la investigadora y la calculadora gráfica acoplada al sensor de movimiento que actúan y dialogan en torno a las previsiones realizadas para la representación del movimiento realizado. La posibilidad de validar la conjetura gráfica efectuada por Priscila a través de la pantalla de la calculadora otorga al dispositivo un papel protagónico en la construcción del conocimiento matemático. Así, el episodio relatado permite observar y analizar un colectivo de humanos-conmedios en acción.

Es importante destacar que en el ámbito educativo generalmente se trabaja con la coordinación de representaciones numéricas, algebraicas y gráficas. Sin embargo la discusión adquiere nuevos matices cuando las representaciones son producidas por un medio tecnológico a partir de movimientos corporales registrados por dicho medio. Así, se pone de manifiesto la necesidad de coordinación entre los medios y se amplían las posibilidades de visualización ya que las imágenes kinestésicas se incorporan como nuevas representaciones asociadas a conceptos matemáticos, ampliando las posibilidades de comprensión matemática de un fenómeno real.

Cabe destacar también que el episodio brevemente relatado muestra un abordaje visual para la introducción de funciones que prescinde del álgebra,

mostrando que la generación de funciones no depende necesariamente de la existencia previa de una expresión algebraica que la represente. Esto permite iniciar el estudio de funciones a partir de la experiencia del movimiento realizado con el propio cuerpo, para, en una instancia más tardía introducir la representación algebraica de una función, desafiando la hegemonía de lo algorítmico y lo algebraico que caracteriza la enseñanza matemática tradicional. Como una consecuencia natural de la actividad propuesta en el episodio se produce la generación de una función definida por partes, concepto matemático que por lo general no se estudia ni siquiera en el nivel secundario. El ambiente experimental que genera el uso de la calculadora gráfica acoplada a un sensor de movimientos resulta fértil para la discusión acerca de cómo generar una expresión algebraica para el gráfico producido. Asimismo posibilita recorrer el camino que vincula la matemática con un fenómeno real en los dos sentidos posibles: dar significado matemático a cada particularidad del movimiento realizado y dar un significado físico a cada característica matemática del gráfico generado.

### **A modo de cierre... para abrir caminos**

El desarrollo de experiencias como la relatada en la sección anterior no es frecuente en el ámbito escolar cotidiano. A pesar de las múltiples evidencias que muestran que las potencialidades de las TIC abren nuevas maneras de relacionarse con el conocimiento en general y el conocimiento matemático en particular, la educación matemática se mantiene todavía como valuarte de la tradición oral y escrita atravesada por el uso del lápiz y el papel como herramientas de trabajo privilegiadas en el aula tradicional. Mientras tanto, el escenario educativo ha comenzado a cambiar con la llegada de nuevos actores tecnológicos a las escuelas públicas del país y entonces surge la pregunta: ¿la presencia de estos nuevos actores entre los muros de la escuela, requiere de una nueva pedagogía? Lévy (1993) describía con claridad la tendencia a aferrarse a la tradición y a resistir los cambios:

Es grande la tentación de condenar o ignorar aquello que nos es extraño. Es aún posible que no percibamos la existencia de nuevos estilos de saber, simplemente porque no corresponden a los criterios

y definiciones que nos constituyeron y que heredamos de la tradición (p. 117).

Es claro que la sola existencia de la infraestructura no garantiza calidad didáctica y pedagógica para el desarrollo de actividades en el aula. Como ya intentamos mostrarlo a través de un ejemplo, se requiere de una pedagogía que esté en sintonía con las TIC y que se produzcan cambios curriculares para evitar, como decía Seymour Papert, colocar un motor de cohete a un carro viejo. En este escenario resulta fundamental que «los profesores en formación y en ejercicio, sobretodo, produzcan significados al trabajar con la multiplicidad de tecnologías de información y comunicación» (Diniz & Lins, 2009, p. 4).

La introducción de estos cambios en los distintos niveles educativos implica desafíos para profesores, directivos y formadores de docentes. La preocupación por dar cuenta de estos desafíos, se pone en evidencia en las problemáticas y estrategias de acción delineadas en los *Documentos de Formación Docente del Plan Nacional de Formación Docente* formulados en 2007 por el Instituto Nacional de Formación Docente (INFD), entre las cuales se señala el escaso empleo de las tecnologías en las escuelas y en la formación inicial y continua de los docentes y la necesidad de afianzarlos en su dominio para así garantizar su incorporación en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se abren así nuevas posibilidades en el escenario de la educación matemática, posibilidades que serán provechosas si los docentes aceptamos el reto de abandonar viejas prácticas y decidimos adentrarnos en la «zona de riesgo» del terreno educativo hoy minado de tecnologías que para muchos resultan desconocidas y amenazadoras.

## Notas

<sup>1</sup> El programa prevé la entrega de netbooks para estudiantes y docentes de educación secundaria de escuela pública, educación especial y de institutos de formación docente.

<sup>2</sup> En la edición impresa del diario La Nación del 29 de mayo de 2011 en la nota titulada: Silvina Gvirtz, de la academia al desafío de la gestión política, puede leerse: *Alguien que comandó la cartera educativa y habla con la condición de que se reserve su identidad dice que el programa Conectar Igualdad genera una falsa sensación respecto de la calidad educativa. «Existe un riesgo grande de que sea mucho marketing y que su impacto sea bajo. Tengo dudas de la prioridad que se da a este en relación con otras cosas. Conectar Igualdad brilla como el oro, pero no necesariamente*

*es ora.*» Esta nota también está disponible en <http://www.lanacion.com.ar/1376975-silvina-gvirtz-de-la-academia-al-desafio-de-la-gestion-politica>.

<sup>3</sup> Recordar, por ejemplo, las críticas de Richard Stallman, líder del movimiento que apoya el uso del software libre, en relación a la instalación de un sistema operativo comercial en las netbooks que se entregan en el marco de diferentes programas nacionales o provinciales.

<sup>4</sup> Esta viñeta fue extraída de la página <http://www.sergioperiotti.com.ar/home/index/ch?page=2> y cuenta con la autorización de su autor para ser incluida en este artículo.

<sup>5</sup> En este artículo no se profundizará el abordaje a través de la modelización matemática o el trabajo con proyectos. El artículo de Villarreal, Esteley & Mina (2010) presenta ejemplos de tal abordaje en diferentes ambientes de aprendizaje dotados con diversas tecnologías.

<sup>6</sup> El octavo grado en el sistema educativo de Brasil, correspondería, en función de la edad de los alumnos, al segundo año de la escuela secundaria en Argentina.

## Referencia Bibliográfica

BORBA, M. (1993). *Students' Understanding of Transformations of Functions using Multi-representational Software*. Tesis de Doctorado. Cornell University. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

BORBA, M. (1995). «Funções, representações múltiplas e visualização na Educação Matemática», *Anais do I Seminário Internacional de Educação Matemática*. Rio de Janeiro. IM-UFRJ, pp.71-90.

BORBA, M. & PENTEADO, M. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Editora Autêntica.

BORBA, M. & VILLARREAL, M. (2005). *Humans-with-media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer Science+business Media.

DAVIS, P. & HERSH, R. (1989). *Experiencia Matemática*. Madrid: Editorial Labor.

DEVLIN, K. (1997). «The logical structure of computer-aided mathematical reasoning». *American Mathematical Monthly*, 104(7), pp. 632-646.

- DINIZ, R. & LINS, A. (2009). «Calculadora: uma simples tecnologia de grande revolução», *Anais do XIII Encontro Baiano de Educação Matemática*. Jequié. Universidade de Jequié, pp.1-13.
- DOMINGUES, H. (2002). «A demonstração ao longo dos séculos». *Boletim de Educação Matemática - BOLEMA*, 18, pp. 55-67.
- Encuadre General del Diseño Curricular de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba. (2011-2015).
- HOYLES, C & LAGRANGE, J-B. (2010). «Introduction», en Hoyles, C. & Lagrange, J-B. (Edts.) *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*. New York: Springer, pp 1-11.
- HORGAN, J. (1993). «La muerte de la demostración». *Investigación y Ciencia* (Spanish version of *Scientific American*), 207, pp. 70-77.
- KENSKI, V. (2007). *Educação e tecnologias. O novo ritmo da informação*. Campinas: Papirus Editora.
- KIDWELL, P., ACKERBERG-HASTINGS, A., & ROBERTS, D. (2008). *Tools of American Mathematics Teaching, 1800–2000*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press.
- LÉVY, P. (1993). *As tecnologias da inteligência. O futuro do pensamento na era da informática*. São Paulo: Editora 34.
- MORENO-ARMELLA, L. (2011). «¿Cómo impactan las tecnologías los currículos de la Educación Matemática?», *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife Brasil. 26 al 30 de junio de 2011. p. 8.
- PAPERT, S. (2001). «Education for the knowledge society. A Russia-oriented perspective on technology and school». *IITE Newsletter*, Enero-Marzo 2001, pp.1-2. <[http://www.iite.ru/img/upload/Newsletter\\_1\(2001\).pdf](http://www.iite.ru/img/upload/Newsletter_1(2001).pdf)>
- RUTHVEN, K. (2008). «Mathematical technologies as a vehicle for intuition and experiment: a foundational theme of the ICMI, and a continuing preoccupation», ICMI Centennial Symposium, Rome.
- SCHEFFER, N. (2001). *Sensores, informática e o corpo: noção de movimento no Ensino Fundamental*. Tesis de doctorado. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro – Brasil.
- SCHEFFER, N. (2002). *Corpo-Tecnologías-Matemática. Uma interação possível no ensino*

*fundamental*. Erechim: EdiFAPES.

- VILLARREAL, M. & BORBA, M. (2010). «Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and ... notebooks throughout 100 years of ICMI». *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 42(1-2), pp. 49-62.
- VILLARREAL, M.; ESTELEY, C. & MINA, M. (2010). «Modeling empowered by information and communications technologies». *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 42(3-4), pp. 405-419.