

# TEORÍA DE GRADIENTES TERMODINÁMICAMENTE CONSISTENTE PARA HORMIGONES EN CAMPOS DE ALTAS TEMPERATURAS

Guillermo J. Etse, Marianela Ripani

CONICET - LMNI -Laboratorio de Métodos Numéricos en Ingeniería  
Universidad de Buenos Aires. Las Heras 2214 (C1127AAR) Bs. As., Argentina.



## RESUMEN

Los materiales cementicios expuestos a efectos de las altas temperaturas experimentan degradaciones severas en sus propiedades mecánicas: cohesión, fricción, resistencia y rigidez. Estas degradaciones son particularmente críticas en el caso de hormigones, en virtud del extendido uso de este material en estructuras y en la ingeniería en general. Los campos de altas temperaturas producen degradaciones irreversibles y severas en hormigones, conllevando a pérdidas significativas de sus propiedades mecánicas fundamentales. Es por ello de gran importancia el desarrollo de teorías constitutivas realistas y confiables, las cuales deben estar enmarcadas en los principios termodinámicos fundamentales de la ciencia de materiales y al mismo tiempo deben permitir su implementación en códigos de elementos finitos, en virtud de ser este procedimiento el más eficiente y extensivamente usado para el análisis del comportamiento de falla de materiales y estructuras.

Si bien es ampliamente aceptada la teoría de fisura difusa (smeared crack) como la más eficiente para el estudio de problemas de falla de sólidos y estructuras con el Método de Elementos Finitos, son también reconocidas sus fuertes limitaciones para predecir en forma objetiva los comportamientos post-pico en función del tamaño de elementos utilizados. En ese sentido, es menester en el desarrollo de las teorías constitutivas la consideración de formulaciones no locales. Esta propuesta se refiere a una teoría poro-plástica termodinámicamente consistente basada en gradientes, para hormigones sometidos a campos de altas temperaturas. La misma constituye una propuesta original en la cual los hormigones son considerados medios porosos cerrados parcialmente saturados de características no locales. La teoría propuesta permite predecir el comportamiento termo-químico-mecánico acoplado de hormigones en campos de altas temperaturas.



## ABSTRACT

Concrete materials exposed to high temperatures suffer severe degradations in its mechanical properties: cohesion, friction, strength and stiffness. These degradations lead to relevant changes in the failure mechanism and in the response behavior of concrete subjected to durable high temperature fields. From the structural engineering point of view, accurate constitutive theories are required to capture the complex changes of mechanical properties when it is subjected to long term exposure of high temperature. They should be capable to realistically predict maximal strength, stiffness and ductility

variations with the applied temperature. Non-local model strategies based on temperature dependent characteristic lengths need to be considered to reproduce the variation from ductile to brittle failure modes. In this work, a thermodynamically consistent gradient poro-plastic model for concrete subjected to high temperature is proposed. The constitutive theory follows the concept of chemomechanics media wherein a restricted form of the gradient formulation is considered, whereby the state variable is the only one of non-local character.



## INTRODUCCIÓN

Diversos modelos constitutivos fueron propuestos hasta el presente para predecir el comportamiento de hormigones expuestos a altas temperaturas. Entre los más destacados se distingue la propuesta de Ulm y Coussy <sup>[1]</sup> en la cual, la degradación mecánica de hormigones, planteado como un medio poroso cerrado expuesto a altas temperaturas, es atribuido al fenómeno de deshidratación de la pasta cementicia, dando lugar a un marco teórico termo-químico-mecánico acoplado. Este trabajo inspiró varias otras propuestas que incorporaron diversas teorías inelásticas a la componente mecánica, basada en daño continuo y plasticidad del flujo.

Otros autores que también han estudiado el comportamiento del hormigón frente a las altas temperaturas, han centrado sus trabajos en establecer las ecuaciones de gobierno necesarias para modelar la transferencia de calor, humedad y aire en el marco de los medios porosos deformables parcialmente saturados <sup>[2][3]</sup>.

Desde el punto de vista fenomenológico, son ampliamente reconocidos los efectos y procesos que evidencian las estructuras de hormigón frente a la acción sostenida de altas temperaturas, a saber: (1) a nivel material se observa la pérdida irreversible de la rigidez elástica y de la resistencia, denominadas

daño térmico y descohesión térmica, respectivamente. La pérdida de resistencia a nivel material es causada principalmente por la deshidratación de la pasta de cemento. (2) a nivel estructural se observa el descascaramiento de las superficies (spalling) como consecuencia del incremento de la presión de poros en las zonas cercanas al foco de calentamiento. Este fenómeno es debido a la formación de vapor, el cual es obstruido dentro de la pasta como consecuencia de la baja permeabilidad del hormigón. En hormigones de alta resistencia, el efecto del descascaramiento es bien marcado, ya que poseen menor permeabilidad que hormigones de resistencia normal y, por lo tanto, los primeros exhiben un comportamiento más frágil que estos últimos frente a altas temperaturas. Respecto del descascaramiento en hormigones sometidos a altas temperaturas, en un trabajo de De Moraes et al.<sup>[4]</sup> se presentó un ensayo computacional basado en el método de los elementos finitos, donde se representaron los gradientes de temperatura y presión de vapor a través de un modelo termo-hídrico, que fue complementado con un modelo elastoplástico para el análisis de las tensiones mecánicas generadas.

Si bien se han registrado destacados avances en la predicción y análisis del comportamiento de degradación mecánica del hormigón frente a la acción sostenida de campos de altas temperaturas, existen aún diversas preguntas abiertas y falencias relevantes. En particular se destaca la falta de teorías constitutivas termo-química-mecánicas acopladas basadas en formulaciones constitutivas no-locales, en las que la

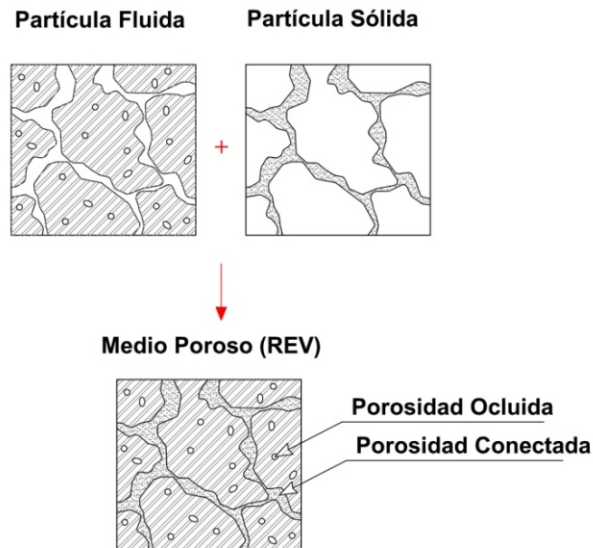
longitud característica es formulada en términos de la temperatura y gradientes térmicos resultantes. Esta falencia conlleva a que los modelos constitutivos desarrollados hasta el presente son realmente incapaces de predecir en forma objetiva los mecanismos de falla en términos de bandas de corte y zonas de concentración de degradaciones realmente finitas e independientes del tamaño y dirección de los elementos finitos. En particular, resulta indispensable que estas teorías no-locales estén enmarcadas en conceptos termodinámicos apropiados.

En respuesta a las necesidades antes expuestas, se presenta en este trabajo una teoría constitutiva termodinámicamente consistente para hormigón sometidos a altas temperaturas, basada en una formulación poroplástica de gradientes superiores de deformación. Para tal fin, se consideran altas temperaturas a aquellas que sobrepasan los 200°C, debido a que a partir de dicho umbral se desarrolla la deshidratación de la pasta de cemento. Por debajo de 200°C el principal mecanismo de actuación es la expulsión del vapor de agua a través de la red de poros y por lo tanto, no se evidencian grandes cambios en las propiedades mecánicas del hormigón<sup>[5]</sup>.

La formulación termodinámicamente consistente utilizada en este trabajo se basa en una teoría de gradientes restringida que fuera desarrollada por Svedberg y Runesson<sup>[6]</sup> para el caso de medios continuos clásicos J2, y ampliada por Vrech y Etse<sup>[7]</sup> para el caso de materiales cohesivo-friccionales, y recientemente por Mroginiski, Etse y Vrech<sup>[8]</sup> para el

caso de medios porosos. Esta teoría asume que el estado termodinámico de un material disipativo bajo un proceso isotérmico es definido en forma completa a través de la deformación elástica y de un número finito de variables internas de ablandamiento-endurecimiento plástico, siendo dichas variables las únicas de carácter no-local. En el caso de la presente formulación donde la degradación deviene del proceso de deshidratación, la masa fluida es incorporada como una variable interna adicional representativa del estado químico.

### Descripción del Medio Poroso



**Figura 1.** Descripción del medio poroso

El medio poroso es considerado como la superposi-

ción de dos medios continuos: la partícula esqueleto y la partícula fluida, ambas coincidentes en tiempo y espacio y conformando el volumen representativo elemental (REV-Representative Elementary Volume)<sup>[9]</sup> tal como se muestra en la Fig. (1). El tener en cuenta dos medios continuos superpuestos, permite describir el campo cinemático y el campo de deformaciones del medio poroso, a partir de las consideraciones de medios continuos clásicos. Si además, se considera que la partícula fluida está constituida por varias fases, por ejemplo: agua y vapor de agua, se puede hablar de un medio poroso parcialmente saturado sin que ello implique la refutación de la descripción adoptada anteriormente, ya que en este caso la partícula fluida puede considerarse compuesta por dos medios fluidos continuos.

### Modelo de Deshidratación

Sabiendo que el modelo poroso se divide en una partícula esqueleto y una partícula fluida, y que además, el hormigón expuesto a los efectos de las altas temperaturas experimenta la deshidratación de la pasta de cemento, puede considerarse la existencia de una masa de agua químicamente adherida a la matriz sólida cuya función es ligar a los silicatos de calcio hidratados (CSH) en el cemento endurecido y que, por efecto de las temperaturas elevadas, se convierte en agua libre pasando a formar parte de la partícula fluida a través de un proceso de microdifusión<sup>[10][11]</sup>. Los CSH conforman la fase principal de la hidratación y son los responsables de la resistencia mecánica de la pasta de cemento. En otras palabras,



el agua de hidratación considerada como componente de la matriz sólida es transformada en agua libre debido al aumento de la temperatura, dando lugar a que el hormigón manifieste una pérdida de resistencia mecánica. El esquema del modelo adoptado se muestra en la Fig. (2).

## Teoría del Flujo de la Poro-plasticidad

En la teoría de la plasticidad de un medio continuo se estudian las deformaciones permanentes que acontecen en el sólido, llámense deformaciones permanentes a aquellas que persisten en el material luego de un ciclo de carga y descarga. De manera análoga, en la teoría de la poroplasticidad, no sólo ocurren deformaciones permanentes del esqueleto sólido, sino que también existen variaciones permanentes en el contenido de masa fluida. En base a lo expuesto, y considerando un campo de deformaciones infinitesimales, las tasas temporales de las variables de estado pueden descomponerse aditivamente en una parte elástica y una parte plástica como muestra la Ec. (1).

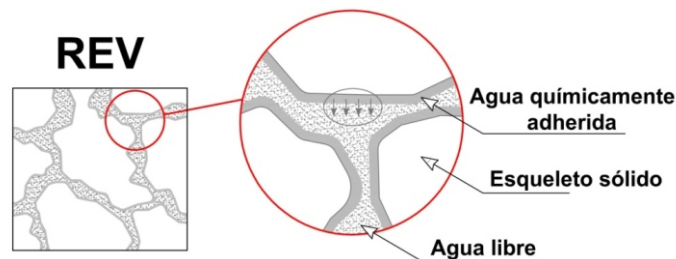
$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} &= \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \\ \dot{m} &= \dot{m}^e + \dot{m}^p \end{aligned}$$

Donde  $\varepsilon_{ij}$  es el tensor de segundo orden correspondiente a las deformaciones infinitesimales del esqueleto sólido y  $m$  es la variación del contenido de masa fluida. Los subíndices  $e$  y  $p$  corresponden a la parte elástica y plástica, respectivamente. Los cambios de porosidad irreversibles en el esqueleto están relacio-

nados con la tasa temporal de la parte plástica de la variación de la masa fluida como se muestra en la Ec. (2).

$$(2) \quad \dot{\phi}^p = \frac{\dot{m}^p}{\rho_0^{fl}}$$

Donde  $\phi^p$  corresponde a la porosidad plástica y  $\rho_0^{fl}$  a la densidad inicial de la masa fluida<sup>[8]</sup>.



**Figura 2.** Modelo de deshidratación

## Base Termodinámica del Modelo

La termodinámica analiza las transformaciones que afectan todas las formas de energía que participan en los cambios de estado de un sistema. Desde ese punto de vista, una teoría constitutiva termodinámicamente consistente significa que cumple con las leyes termodinámicas: la conservación de la energía y el balance de entropía. En este trabajo se considera que la consistencia termodinámica de ambos continuos superpuestos en el medio poroso: la partícula fluida y la partícula esqueleto, se satisface.

### Primera Ley Termodinámica

La conservación de la energía es la primera ley de la termodinámica. Esta establece el balance temporal entre la energía interna, la energía cinética, el trabajo mecánico de las fuerzas exteriores y el calor suministrado a un REV, ver Ec.(3).

$$(3) \quad \int_{\Omega} \rho \dot{e} d\Omega = \int_{\Omega} \left[ -g_m \nabla_i w_i + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \rho r - \nabla_i h_i \right] d\Omega$$

Donde el punto sobre una variable  $x$  representa la derivada temporal de dicha variable, los subíndices  $i, j$  indican el orden de los tensores,  $\rho$  es la densidad,  $e$  la energía interna del sistema,  $g_m$  la entalpía libre por unidad de masas del fluido,  $\nabla$  el operador derivada espacial,  $w_j$  el vector de velocidad relativa fluido-esqueleto,  $\sigma_{ij}$  el tensor de tensiones de Cauchy,  $\varepsilon_{ij}$  el tensor de deformaciones infinitesimales,  $r$  una fuente interna de calor,  $h_j$  el vector flujo de calor y  $\Omega$  el REV considerado.

### Segunda Ley Termodinámica

La segunda ley de la termodinámica establece que la variación de la entropía de un sistema material que evoluciona de un estado de equilibrio a otro es mayor o igual a la entropía externa suministrada, de acuerdo a:

$$(4) \quad \int_{\Omega} \left[ \rho \dot{s} + \nabla_i (s_m w_i) + \nabla_i \left( \frac{h_i}{\theta} \right) - \frac{\rho r}{\theta} \right] d\Omega \geq 0$$

siendo  $s$  la entropía,  $s_m$  la entropía por unidad de

masa del fluido y  $\theta$  la temperatura absoluta del sistema.

### Desigualdad de Clausius-Duhem

Teniendo en cuenta que la energía interna del sistema está relacionada con la densidad de energía libre de Helmholtz  $\psi$  de la forma:  $e = \psi + \theta_s$ , y mediante la combinación de la primera y la segunda ley de la termodinámica, se arriba a la desigualdad de Clausius-Duhem (CD)

$$(5) \quad \int_{\Omega} \frac{1}{\theta} \left[ \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - (g_m \nabla_i w_i) - \rho s \dot{\theta} - \rho \dot{\psi} - w_i \left( \nabla_i g_m + s_m \nabla_i \theta \right) - \frac{h_i}{\theta} \nabla_i \theta \right] d\Omega \geq 0$$

Asumiendo que en el medio poroplástico de gradientes considerado solamente las variables internas revisten carácter no local<sup>[7, 8]</sup>, y que estas juntamente con la deformación elástica, la temperatura y la masa química elásticas son las variables que definen completamente un estado termodinámico determinado, entonces, bajo la hipótesis de un desacoplamiento de tipo aditivo la energía libre de un medio poroso cerrado, químicamente activo, puede ser expresada de la forma:

$$(6) \quad \begin{aligned} \Psi = & \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - C_{ijkl} \alpha_{kl} (\theta - \theta_0) \varepsilon_{ij}^e + \\ & - C_{ijkl} \beta_{kl} \varepsilon_{ij}^e m^{ch} + \frac{L}{\theta_0} (\theta - \theta_0) + \\ & - \frac{1}{2} \frac{C}{\theta_0} (\theta - \theta_0)^2 + \Psi^{ch} + \Psi^p + \Psi^{p, nl} \end{aligned}$$

donde  $C_{ijkl}$  es el tensor constitutivo elástico,  $\alpha_{kl}$  el tensor de segundo orden que contiene los coeficientes de dilatación térmica del hormigón, que en el caso de considerarse isotropía en la conductividad del calor resulta  $\alpha_{kl} = \delta_{kl}$ , siendo  $\delta_{kl}$  el delta de Kronecker, y  $\theta_0$  la temperatura inicial del sistema. La variación o pérdida de la masa de agua del esqueleto sólido que pasa a formar parte del agua libre debido a la reacción química de deshidratación se denomina  $m_{ch}$ . En la Ec.(6)  $\beta_{kl}$  es un tensor de segundo orden que contiene los coeficientes de dilatación química de los agregados del hormigón,  $L$  el calor latente de hidratación de la pasta de cemento y  $C$  la capacidad calorífica del hormigón.

Cabe destacar, finalmente que, cuando se hace referencia a un medio poroso cerrado, se está hablando de un sistema en el cual el flujo de fluidos entre el REV y el medio externo, se encuentra impedido, es decir que  $w_i = 0$  y  $\nabla_{iwi} = 0$  en la Ec.(5).

## Ecuaciones de Estado

A partir de la desigualdad de CD en la Ec.(5) y de la definición aditiva de la Energía libre de Helmholtz en la Ec.(6) se deducen las ecuaciones de estado:

$$(7) \quad \sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \quad s = -\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad A = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial m^{ch}}$$

Siendo  $A$  la afinidad química entre la masa de agua combinada en el estado sólido y la masa de agua libre en la red de poros. De las Ecs.(5) y (6) también se

obtienen las disipaciones originadas en el REV

$$(8) \quad D^p = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \rho \theta \dot{s}^p + Q_\alpha \dot{q}_\alpha + A \dot{m}^{ch} \geq 0$$

$$D^{th} = -h_i \nabla_i \theta \geq 0$$

y en su contorno  $\partial\Omega$

$$(9) \quad D^{(b)} = Q_\alpha^{(b)} \dot{q}_\alpha \geq 0$$

donde  $D^p$ ,  $D^{th}$  y  $D^{(b)}$  son las disipaciones plásticas, térmica y de contorno, respectivamente,  $Q_\alpha$  es la tensión disipativa debida a las variables de estado internas de carácter local  $q_\alpha$ , y las de carácter no local  $\nabla_i q_\alpha$  en el volumen  $\Omega$ , mientras que,  $Q_\alpha^{(b)}$  es la tensión disipativa debida a las variables de estado internas de carácter no local en el borde  $\partial\Omega$ . Las tensiones disipativas en el volumen y en el contorno tienen las siguientes expresiones:

$$(10) \quad Q_\alpha = -\rho \frac{\partial \Psi^p}{\partial q_\alpha} + \rho \frac{\partial \Psi^{p,nl}}{\partial (\nabla_i q_\alpha)}$$

$$Q_\alpha^{(b)} = -n_i \frac{\partial \Psi^{p,nl}}{\partial (\nabla_i q_\alpha)}$$

Donde  $n_i$  es el vector normal a la superficie  $\partial\Omega$ . Las expresiones de la parte química y plástica local de la energía libre de Helmholtz resultan:

$$(11) \quad \Psi^{ch} = \frac{1}{2} \frac{A_0}{m_0} (m^{ch})^2 - A_0 m^{ch}$$

$$\Psi^{p,loc} = -k m^{ch} q_\alpha + \frac{1}{2} h q_\alpha^2$$

Donde  $A_0$  es la afinidad química inicial,  $k$  es un coeficiente de acoplamiento químico-plástico y  $h$  el módulo de endurecimiento local. En base a las Ecs.(6)-(7) y teniendo en cuenta la parte química y plástica de la energía libre de Helmholtz en la Ec.(11), pueden determinarse las ecuaciones constitutivas en forma de tasa, para un medio poro-plástico cerrado de gradientes, y químicamente reactivo:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e - C_{ijkl} \alpha_{kl} \dot{\theta} - C_{ijkl} \beta_{kl} \dot{m}^{ch} \\ (12) \quad \dot{A}_m &= C_{ijkl} \beta_{kl} \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{L}{\theta_0} \dot{\theta} + \frac{A_0}{m_0} \dot{m}^{ch} + k \dot{q}_\alpha \\ \dot{s} &= C_{ijkl} \alpha_{kl} \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{L}{\theta_0} \dot{m}^{ch} + \frac{C}{\theta_0} \dot{\theta} \end{aligned}$$

Siendo  $m_0$  la masa de agua químicamente adherida que forma parte del esqueleto sólido en el estado inicial. De la misma manera, pero teniendo en cuenta la Ec.(10) se obtienen las expresiones en forma de tasa de las tensiones disipativas que se muestran en la Ec.(13).

$$\begin{aligned} \dot{Q}^{p,loc} &= -h \dot{q}_\alpha - k \dot{m}^{ch} \\ (13) \quad \dot{Q}^{p,nl} &= -l_c^2 \theta \nabla_i \left( \frac{\mathbf{H}^{p,nl}}{\theta} \right) \cdot \nabla_i \dot{q}_\alpha \end{aligned}$$

Los coeficientes de las relaciones constitutivas en las Ecs.(12)-(13) derivan de las expresiones de la energía libre de Helmholtz de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} C_{ijkl} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \quad C_{ijkl} \alpha_{kl} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \theta} \\ (14) \quad C_{ijkl} \beta_{kl} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial m^{ch}} \quad L = \theta_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial m^{ch}} \\ k &= \theta_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q_\alpha \partial m^{ch}} \quad C = \theta_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} \quad h = \theta_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q_\alpha^2} \\ \mathbf{H}^{p,nl} &= \frac{1}{l_c^2} \frac{\partial^2 \Psi^{p,nl}}{(\partial \nabla_i q_\alpha)^2} \end{aligned}$$

Desde un punto de vista físico, el coeficiente  $C_{ijkl} \alpha_{kl}$  representa el acoplamiento térmico-mecánico, es decir, la tensión inducida por cada unidad de cambio de la temperatura en caso de dilataciones térmicas restringidas.  $C_{ijkl} \beta_{kl}$  representa el acoplamiento químico-mecánico entre las propiedades elásticas y la masa deshidratada  $m^{ch}$ , es decir, este coeficiente permite tener en cuenta la dilatación química del hormigón relacionada con el incremento del volumen causado por transformación química de los agregados, lo cual se da aproximadamente a partir de los 600°C. La capacidad calorífica volumétrica del hormigón  $C$  es la cantidad de calor por unidad de volumen que es necesaria para cambiar una unidad de temperatura del sistema. El módulo de endurecimiento de gradientes  $H^{p,nl}$  depende de la longitud característica  $l_c$  que a su vez depende de la presión de confinamiento, del estado hidráulico y de la temperatura del sistema, permitiendo de esta manera, la regularización de la respuesta post-pico de material en base a una calibración adecuada de  $l_c$  en base a

las condiciones mecánicas, hidráulicas y térmicas a las se encuentre sometido el modelo.

Como se había mencionado anteriormente,  $L$  es el calor latente de deshidratación, en otras palabras, es la cantidad de calor consumida para el cambio de fase sólido-líquido que se da en la reacción química de deshidratación y que no genera cambios en la temperatura del sistema. Combinando la expresión de la segunda ley de la termodinámica Ec.(4), en forma localizada, con la tasa de entropía, Ec.(12-c), y adoptando la expresión de Fourier para la conducción del flujo térmico, es decir:  $h=K \nabla \theta$ , resulta:

$$(15) \quad L \dot{m}^{ch} = C \dot{\theta} - K \nabla_{ii} \theta$$

siendo  $K$  el coeficiente de conductividad térmica del hormigón y  $\nabla_{ii}$  el operador divergencia.

El incremento de temperatura  $(\theta - \theta_0)$  da lugar a un desbalance termodinámico que promueve la deshidratación de la pasta de cemento, esta situación continúa hasta que la reacción alcanza el equilibrio, cuando la afinidad química entre ambas masas de agua tiende a cero, o bien,  $A=0$ . Considerando entonces, la expresión discretizada de la afinidad química en la Ec.(12-b), despreciando los acoplamientos elastoplásticos en dicha expresión y utilizando la Ec.(15) para definir al calor latente de deshidratación, resulta:

$$(16) \quad A = -\frac{L}{\theta_0} (\theta - \theta_0) + \frac{A_0}{m_0} (m_0 - m^{ch})$$

Esta última expresión describe la cinética de la reacción de deshidratación de la pasta de cemento.

## Grado de Deshidratación

Como fue expresado, el proceso de deshidratación termina cuando la afinidad química entre el agua combinada y el agua química es nula. Por lo tanto, planteando tal condición en la Ec.(16) se obtiene la masa química deshidratada en función de la variación de la temperatura:

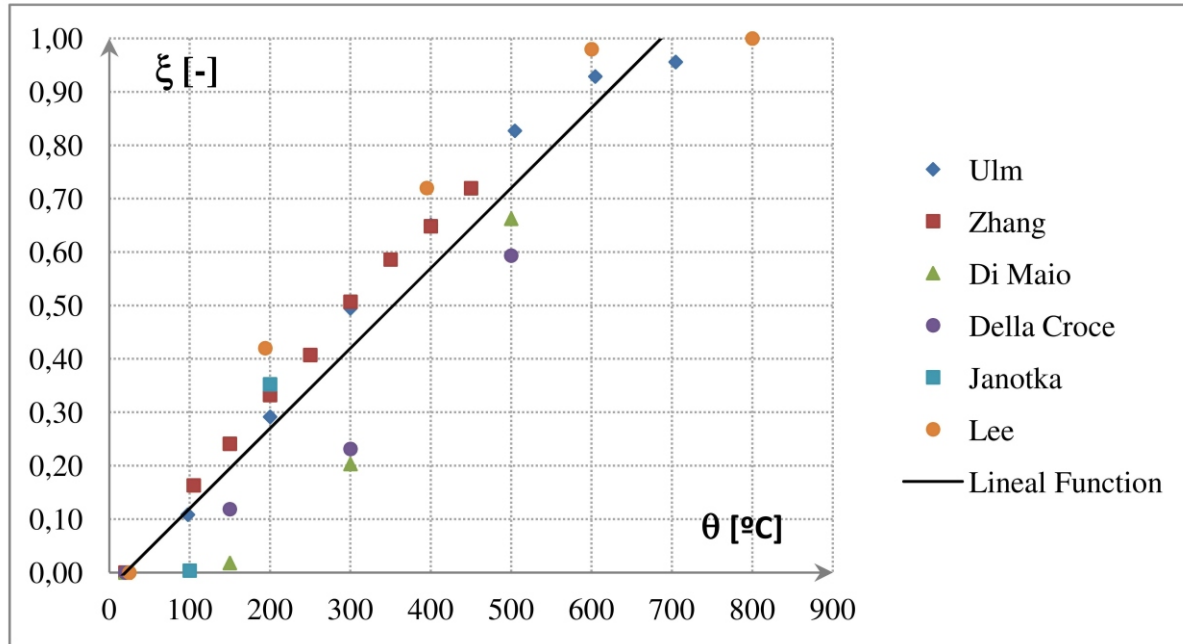
$$(17) \quad m^{ch} = m_0 \frac{L m_0}{A_0 \theta_0} (\theta - \theta_0)$$

Teniendo en cuenta la Ec.(17) y bajo la asunción de un sistema poroso cerrado, se puede definir el grado de deshidratación:

$$(18) \quad \xi = \frac{m^{ch}}{m_0} = \gamma (\theta - \theta_0)$$

donde  $\xi$  varía de 0 a 1 y es proporcional a la variación de la temperatura a través del coeficiente  $\gamma$ .

Estudios experimentales sobre la evolución del grado de deshidratación en hormigones expuestos a campos de altas temperaturas indican que  $\xi$  muestra una dependencia aproximadamente lineal con la variación de temperatura<sup>[1, 12, 13, 14, 15, 16]</sup>. Dicha tendencia se evidencia claramente en la Fig.(3), donde también se puede ver que la máxima deshidratación de la pasta de cemento ocurre aproximadamente entre los 700-800°C.



**Figura 3.** Evolución del grado de deshidratación con el aumento de la temperatura

### Modelo Constitutivo para Hormigón Dependiente de la Temperatura

En esta sección se propone el modelo constitutivo no local y termodinámico para hormigón sometido a campos de altas temperaturas. Este es un material cuasi-frágil que presenta diferentes comportamientos mecánicos según las condiciones de carga a las que se encuentre sometido. Bajo cargas de tracción predominantes tiene una respuesta marcadamente frágil. Por el contrario, bajo cargas de compresión predominantes su respuesta es dúctil y dicha ductili-

dad se ve incrementada con el aumento de la presión de confinamiento.

El modelo Drucker-Prager (DP), es un modelo simple, dependiente de solo dos invariantes de tensiones. A pesar de su simplicidad puede describir el comportamiento mecánico del hormigón de manera acertada. El criterio de falla de Drucker-Prager es:

$$(19) \quad \Phi = J_2 + \mu I_1 - c$$

$J_2$  es el segundo invariante de tensiones desviadoras,



$I_1$  el primer invariante de tensiones normales,  $\mu$  es la fricción y  $c$  la cohesión. Estos dos últimos parámetros se relacionan con las resistencias de compresión y tracción uniaxial del hormigón mediante la expresión:

$$(20) \quad \mu = \frac{f'_c - f'_t}{3} \quad c = \frac{f'_c f'_t}{3}$$

Cabe destacar que para un estudio más realista del efecto térmico en el hormigón,  $\mu$  y  $c$  también deberían ser dependientes de la temperatura, ya que las resistencias pico se ven notablemente afectadas por el incremento de la temperatura.

La deshidratación produce descohesión en la pasta de cemento, si se considera a ésta como el motivo principal de pérdida de resistencia en el hormigón, entonces, se puede afirmar de manera intuitiva que existe un ablandamiento químico relacionado con el grado de deshidratación  $\xi$ , el cual afecta al criterio de falla dado en la Ec.(19) de la siguiente manera:

$$(21) \quad \Phi = J_2 + \mu I_1 - (1 - \xi)c$$

En base a los resultados experimentales mostrados en la Fig.(3) se puede aproximar la deshidratación mediante una regresión lineal de la forma:

$$(22) \quad \xi = 0,0014 \theta [^{\circ}C]$$

Esto permite modificar el criterio de falla de la Ec.(19) para diferentes valores de temperatura. El modelo se completa con una ley de no asociatividad para controlar la excesiva dilatación volumétrica a la que

conduce la ley de normalidad del flujo en el régimen de bajo confinamiento. Particularmente, el potencial plástico adoptado es:

$$(23) \quad \Phi^* = J_2 + \eta I_1 - (1 - \xi)Q_\alpha$$

Consiguientemente, las leyes de evolución de la deformación plástica y variables internas resultan

$$(24) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi^*}{\partial \sigma_{ij}} \quad \dot{q}_\alpha = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi^*}{\partial Q_\alpha}$$

donde  $Q_\alpha$  son las tensiones disipativas que revisten carácter no local,  $\lambda$  es el multiplicador plástico y  $\eta$  el grado de no asociatividad.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta en forma simplificada una teoría constitutiva poro-plástica termodinámicamente consistente, basada en gradientes superiores de deformación para predecir el comportamiento termo-químico-mecánico acoplado del hormigón cuando es sometido a campos de altas temperaturas. El planteo termodinámico permite derivar las variables de estado en endurecimiento y ablandamiento a partir de las tensiones disipativas que resultan explícitamente de la desigualdad de Clausius-Duhem. En particular, la inclusión de los términos de temperatura en la formulación de la energía libre de Helmholtz permite definir las variables de estado y la evolución de las tensiones

disipativas en términos térmicos y del gradiente térmico. Por otra parte, la teoría de gradientes combinada con la ley del flujo plástico otorga a la formulación constitutiva un marco de objetividad para la predicción del comportamiento de ablandamiento, subsanando la deficiencia intrínseca de la teoría de fisura difusa (smeared crack). En definitiva, la presente constituye un aporte original para el estudio numérico en el marco del Método de Elementos Finitos, de materiales porosos parcialmente saturados, como hormigones, sometidos a acciones combinadas mecánicas y térmicas.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean manifestar su agradecimiento al Consejo Superior de Investigaciones Científicas y Técnicas-CONICET- por el soporte brindado a la presente línea de investigación.

## REFERENCIAS

- [1] The chunnel fire I: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete, Ulm F.J., Coussy O., J. Eng. Mech.-ASCE. 125 (1999) 272-289.
- [2] Coupled heat-moisture-air transfer in deformable unsaturated media, Zhou Y., Rajapakse R., J. Eng. Mech. ASCE 124 (1998) 1090-1099.
- [3] A fully coupled multiphase finite element model of hygro-thermo-mechanical behavior of concrete at high temperature, Gawin D., Majorana C. E., Pesavento F., Schrefler B. A., in: Computational Mechanics New Trends and Applications (1998), Barcelona, Spain.
- [4] Numerical and experimental analysis of chemical dehydration,

heat and mass transfer in concrete hollow cylinder submitted to high temperatures, De Moraes M., Pliya P., Noumow A., Beaucour A., Ortola S., Nucl. Eng. Des. 240 (2010) 2655-2663.

[5] Simultaneous heat and mass transfer in heated concrete, Mihashi H., Numao T., Fukuzawa K., in: 3rd International Workshop Behavior of Concrete Elements under Thermal and Hygral Gradients (1992) Weimar, Germany.

[6] A thermodynamically consistent theory of gradient-regularized plasticity coupled to damage, Svedberg T., Runesson K., Int. J. Plasticity 13 (1997) 669-696.

[7] Gradient and fracture energy-based plasticity theory for quasi-brittle materials like concrete, Vrech S., Etse G., Appl. Mech. Eng. 199 (2009) 136-147.

[8] A thermodynamical gradient theory for deformation and strain localization of porous media. Mrojiniski J., Etse G, Vrech S. International Journal of Plasticity. 27 (2011) 620-634.

[9] Poromechanics, Coussy O., Wiley (2004).

[10] Prediction of moisture migration and pore pressure build-up in concrete at high temperatures. Ichikawa Y., England, G. L., Nucl. Eng. Des. 228 (2004) 245-259.

[11] Moistures propagation and resulting stress in heated concrete walls, Majumdar P., Gupta A., Marchetas A., 156 (1995) 147-158.

[12] Resistencia y deformabilidad en compresión de hormigones afectados por las altas temperaturas, Di Maio A., Hirschi F., Giaccio G., Zerbino R., in: Jornadas SAM-IV Coloquio Latinoamericano de Fractura y Fatiga (2000).

[13] Hormigones expuestos a altas temperaturas: evaluación de la permeabilidad y otras propiedades físicas, Della Croce G., Giaccio G., Villa I., Zerbino R., in: Anales SAM (1999).

[14] Pore structures, permeabilities and compressive strengths of concrete at temperatures up to 800°C, Janotka I., Bagel L., ACI Mater. J. 100 (2003) 196-200.

[15] Properties of concrete after high-temperature heating and cooling, Lee J., Xi Y., Willam K., ACI Mater. J. 105 (2004) 334-341.

[16] Effects of moisture evaporation (weight loss) on fracture properties of high performance concrete subjected to high temperatures, Zhang B., Fire Safety J. 46 (2011) 543-549.