Infinitesimales y conocimiento simbólico en Leibniz

Oscar M. Esquisabel
UNQ-CONICET-UNLP
omesqui1@speedy.com.ar

Abstract: This paper is concerned with the question about the status of the infinitesimals in relation to the Leibnizian views on symbolic knowledge. Departing from the fact that Leibniz sustains a representationalist conception about semiotic systems, the introduction of the infinitesimal notation challenges this representationalism, since Leibniz defends a fictionalist interpretation of infinitesimal quantities. The interpretation of E. Grosholz is critically analyzed and it is proposed an answer to the problem that emphasizes the structural aspects of symbolic knowledge over the substantive ones.
Key Words:

Nuestro trabajo se propone abordar la cuestión del estatuto de los infinitesimales en relación con la concepción leibniziana del conocimiento simbólico. Partiendo del hecho de que Leibniz sustenta una concepción representacionista de los sistemas semióticos, la introducción de la notación infinitesimal plantea un desafío para tal concepción, en la medida en que Leibniz defiende una concepción ficcional de dichas cantidades. Se aborda críticamente la interpretación de E. Grosholz acerca de la cuestión y se propone una respuesta al problema que acentúa los aspectos estructurales del conocimiento simbólico por sobre los sustantivos.
Palabras Clave:

1. Introducción

El diseño leibniziano del cálculo infinitesimal puede ser considerado como parte de su proyecto de una *característica general*, entendida esta última en el sentido de un arte o disciplina que tiene como meta fundamental el diseño de sistemas simbólicos eficientes para todas las ciencias.[1] A su vez, el programa de la característica general se sustenta en la concepción leibniziana acerca de la relevancia epistémica de los sistemas semióticos para el conocimiento. En efecto, la conformación y el funcionamiento de los sistemas semióticos, tales como el lenguaje común, los diagramas geométricos o los sistemas simbólicos de la aritmética y el álgebra, tienen un decisivo efecto en el desarrollo de nuestros sistemas de conocimiento, constituyendo, de esta manera, un suplemento que puede amplificar (o retardar, llegado el caso) nuestras capacidades cognoscitivas.

El conjunto de los análisis leibnizianos en torno de la eficiencia epistémica de los sistemas simbólicos se condensa en el concepto leibniziano de *conocimiento simbólico* (también *pensamiento simbólico o ciego*), esto es, el conocimiento que podemos obtener de un objeto a través de la mediación y manipulación de diversos sistemas semióticos.[2] En trabajos anteriores (Esquisabel y Legris 2002; Esquisabel 2011) hemos tratado de proporcionar un análisis de dicho concepto leibniziano. En el presente contexto, sintetizaremos algunos de los aspectos fundamentales con el fin de plantear nuestro problema principal, a saber, el lugar que ocupa la introducción de la notación infinitesimal en el marco de dicha concepción.

La cuestión fundamental que plantea el conocimiento simbólico, es decir, el conocimiento mediado por sistemas semióticos, consiste en establecer qué es lo que permite que, mediante su manipulación, podamos determinar las propiedades y características de los objetos a los cuales dichos sistemas semióticos se refieren. Dentro de de este marco problemático general, la preocupación central de Leibniz se dirige al modo en que deben estar construidos los sistemas semióticos de modo tal que podamos tener una certeza

[1] Con esta observación no pretendemos agotar todas las dimensiones del programa de la característica. Un análisis más completo se encontrará en Esquisabel 2002.
[2] Si bien Leibniz utiliza el término “símbolo”, no por ello su significado coincide plenamente con el que usualmente se le concede al término en la actualidad. En efecto, hoy en día posee se entiende por símbolo un signo establecido por convención. Aunque este significado no es ajeno al uso que le da Leibniz, en general tiende a proporcionarle un significado más amplio, en el sentido de un signo instaurado por el uso humano pero que no por ello es de carácter puramente arbitrario.

razonable de que el uso de los sistemas semióticos constituye una herramienta cognoscitiva confiable que nos permite conocer sin error las propiedades de los correspondientes objetos. En síntesis, de las reflexiones leibnizianas, que toman como paradigma de sistemas semióticos epistémicamente más eficientes (aunque no exclusivamente) las notaciones analíticas de la aritmética y el álgebra, surgen las siguientes propiedades fundamentales del conocimiento simbólico: 1) la sustitución o subrogación, 2) la representación, 3) el cálculo, 4) la visualización y 5) el carácter estructural.[3]

Así, los sistemas semióticos se caracterizan por tener un carácter sustitutivo o subrogativo, en el sentido de que la consideración y tratamiento de las estructuras semióticas (por ejemplo, fórmulas o figuras) sustituye la consideración y el tratamiento de los objetos mismos a que dichos sistemas semióticos se refieren. Por otra parte, lo que posibilita que los sistemas semióticos sustituyan exitosamente sus objetos está dado por el hecho de que las relaciones entre los signos guardan una relación próxima a la de isomorfía con las relaciones que se dan entre sus objetos de referencia. Es en este sentido que Leibniz considera que hay una relación de representación entre los sistemas semióticos y sus objetos. Asimismo, la estructura de cálculo, es decir, la posibilidad de realizar procedimientos de inferencia mediante la transformación regulada de estructuras semióticas, es otra de las propiedades fundamentales que Leibniz atribuye a los sistemas semióticos que cumplen con las condiciones del conocimiento simbólico en sentido estricto. Por su parte, la visualización consiste en la propiedad de presentar o mostrar de manera visual, a través de las formas y relaciones de los elementos constituyentes de un sistema semiótico, la estructura de los objetos referidos, lo cual se encuentra estrechamente vinculado con su tratamiento sustitutivo y operacional. Finalmente, el hecho de que la posibilidad del conocimiento a través de sistemas semióticos se de por la relación de representación entendida en el sentido señalado, le proporciona a dicho conocimiento un carácter esencialmente estructural, ya que lo que dichos

[3] Para un análisis más completo de las propiedades del conocimiento simbólico remitimos a Esquisabel y Legris (2002) y Esquisabel (2011). Un análisis concordante en Krämer (1991).

sistemas nos permiten conocer de los objetos son sus sistemas de relaciones y conexiones. Una cuestión que dejaremos pendiente es la de si, siendo el conocimiento simbólico de carácter más bien estructural, no podría concebirse una forma de conocimiento simbólico que se independizara completamente de sus objetos y consistiese en un conocimiento puramente "formal" o "estructural". Como veremos, en los problemas que plantean la introducción de los infinitesimales para la concepción leibnziana del conocimiento simbólico hay evidencias que apuntan en dicho sentido.

2. El desafío de la notación infinitesimal para la concepción leibniziana del conocimiento simbólico.

Del carácter sustitutivo y representacional de los sistemas semióticos parece seguirse que debe haber una relación en principio biunívoca entre los elementos del sistema semiótico y los objetos que dichos sistemas representan. Así, por ejemplo, entre los símbolos que constituyen el sistema de numeración decádico y los números debe existir una correspondencia que garantice no sólo la correcta expresión de los últimos, sino también, entre otras cosas, su correspondiente orden. No obstante, esta propiedad del sistema decádico supone, en el caso de Leibniz, que hay realmente números a los cuales las expresiones se refieren. No es el caso en el presente contexto de determinar qué estatuto ontológico le confiere Leibniz a los números (es decir, si son objetos "realmente existentes" o son entidades conceptuales o puramente "mentales"). Basta con aceptar que *hay* números en algún sentido y que son la referencia de las expresiones aritméticas.

Ahora bien, si el concepto de conocimiento simbólico implica el hecho de que todos las expresiones de un sistema semiótico deben tener una referencia, se sigue que la introducción de la notación del cálculo infinitesimal plantea serios problemas a dicha concepción representacional de los sistemas semióticos, en particular a partir de la interpretación explícita que da Leibniz de las expresiones para las cantidades infinitesimales, esto es, *dx*. En efecto, Leibniz sostiene una concepción ficcional de las cantidades infinitesimales según la cual la expresión utilizada para designar un infinitesimal, *dx*, es un mero recurso de cálculo, sin referencia a una cantidad "real" que fuese la referencia de la expresión. Así, por ejemplo, lo expresa Leibniz en una carta a Des Bosses:

> Filosóficamente hablando, yo no afirmo más las magnitudes infinitamente pequeñas que las infinitamente grandes, es decir: ni más las infinitésimas que las infinituples. Para resumir, tanto las unas como las otras, las considero ficciones de la mente, aptas para el cálculo, como lo son también las raíces imaginarias en el Álgebra. No obstante he demostrado que estas expresiones son de gran utilidad para pensar resumidamente y, por tanto, para la invención… (GP 2 305; OFyC 14, 172)

La concepción ficcional de los infinitesimales[4] hace su aparición a partir de las objeciones de Nieuwentijt al cálculo infinitesimal en 1694 y se refuerza sobre todo por la polémica entablada por Rolle en la Academia Real de Ciencias acerca de la realidad de las cantidades infinitesimales, en julio de 1700.[5] No obstante, como lo ha mostrado R. Arthur, ya desde una época temprana Leibniz sostuvo una concepción ficcional de los infinitésimos. Sea de ello lo que fuere, esta manera de concebir los infinitésimos plantea un desafío a la concepción representacionalista, dado que priva de referencia a la expresión *dx.* Se desmorona así una de las propiedades más importantes que un sistema semiótico debe poseer para cumplir con las exigencias del ideal leibniziano del conocimiento simbólico y justamente en la introducción del sistema del cálculo infinitesimal, una de las realizaciones más importantes en el dominio de la creación de notaciones en el sentido de una *característica general*.

[4] Cfr. también GM 3 499-500, 516, 524; GM 4 91-93; GM 4 95-96; Leibniz (1846, 43).
[5] Ver nota 7.

3. Grosholz: colaboración entre el cálculo y la geometría

A pesar de que no es su meta fundamental, encontramos en una reciente obra de E. Grosholz estimulantes sugerencias que apuntan a proporcionar una solución a la cuestión. En efecto, dado que tanto el diagrama geométrico como la fórmula constituyen formas de conocimiento simbólico, podría proponerse que la solución al papel que le cabe a las expresiones diferenciales *dx* en el cálculo infinitesimal se encuentra en la colaboración entre ambos tipos de sistemas semióticos, a saber, el cálculo, por un lado, y los diagramas geométricos, por el otro. De esta forma, la eficacia y solidez del cálculo infinitesimal no puede ser concebida de manera independiente de la geometría. Un argumento de esta clase puede extraerse del capítulo dedicado a Leibniz en *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics* (2007), una obra en la que Grosholz aborda el problema de la representación mediante sistemas semióticos a través de distintos autores y en distintas ciencias.[6]

El punto de partida de Grosholz es la defensa del pluralismo metodológico en la actividad de Leibniz como matemático. De este modo, los métodos que Leibniza aplica en la matemática no pueden reducirse a un lenguaje operacional único (2007, pp. 203-204). Así, el pluralismo metodológico compromete a Leibniz con una multitud de métodos de representación (2007, 205). En el marco de este contexto interpretativo, Grosholz aborda el tratamiento del problema de los infinitésimos y del infinito a través de cuatro casos, a saber, la introducción de los infinitésimos en *De la methode de l'universalité* (C 97-143, c. 1674) y el tratamiento de las curvas trascendentes: la isócrona, la tractriz y la catenaria. Para los análisis pormenorizados, remitimos a la obra de Grosholz. En este contexto, sintetizaremos los lineamientos generales de su argumento.

La interpretación de Grosholz destaca la importancia que poseen, para la invención matemática, los diagramas geométricos en su interrelación con las

[6] "Leibniz on Transcendental Curves", en: Grosholz, E. 2007, *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences*, Oxford, OUP, cap. 8.

fórmulas algebraicas. En este contexto, hay dos aspectos de los procedimientos leibnizianos que cobran especial relevancia. El primero es la introducción de los "signos ambiguos" tanto en el caso de los diagramas como de las fórmulas. El segundo consiste en que la utilización de "diagramas ambiguos", un caso de los "signos ambiguos", se fundamenta en último término en el principio de continuidad.

Los signos ambiguos (que pueden ser letras o diagramas) representan casos que pueden recibir tanto una interpretación finita como infinitesimal o infinita, dependiendo dicha interpretación del contexto (2007, 206-207). Según Grosholz, el recurso al diagrama geométrico ambiguo es indispensable para la invención matemática que apela a entidades infinitesimales o infinitas. Por su parte, las expresiones algebraicas desarrollan la significación del diagrama (2007, 206). En efecto, el diagrama ambiguo puede ser interpretado "estáticamente" o "fluyentemente". Del primer modo obtenemos la interpretación finita, del segundo, en cambio, la interpretación infinitesimal o infinita. En particular, el modo infinitesimal se obtiene al concebir una aproximación creciente como una coincidencia.

Del análisis del uso de los diagramas ambiguos, Grosholz concluye que para Leibniz su utilización es indispensable en la invención matemática (2007, 209-210). A la objeción de que el programa de *De la méthode de l'universalité* fue posteriormente abandonado por Leibniz a favor del desarrollo del cálculo infinitesimal, la respuesta de Grosholz es que, a pesar de la introducción de la notación diferencial, la ambigüedad de los diagramas siguió siendo una pieza irreductible en el nuevo cálculo. A modo de ejemplo, la autora aporta el tratamiento de las curvas trascendentes, que ya hemos mencionado.

La principal objeción a que se enfrenta el abordaje de Grosholz es que crea la apariencia de que Leibniz introduce las cantidades infinitesimales apoyándose en la polisemia del diagrama, es decir, en la posibilidad de interpretarlos tanto estática como fluyentemente. No obstante, ello no agota las cuestiones de fundamento planteadas por los infinitesimales.

4. La solución de los problemas teóricos de los infinitesimales

A modo de respuesta, trataremos de mostrar en lo que sigue que si bien la introducción de los infinitesimales en el cálculo apela ciertamente a los diagramas geométricos, el recurso a las cantidades infinitesimales introduce problemas que van más allá de una interpretación finito-infinitesimal-infinita de dichos diagramas. En otras palabras, es cierto que los diagramas geométricos poseen un papel heurístico fundamental en el tratamiento de problemas con infinitésimos, pero por sí mismos no resuelven los problemas teóricos que planteaba la adopción de la notación infinitesimal en el nuevo cálculo. Es así que Leibniz propone muy poco después de *De la méthode de l'universalité* su concepción ficcional a la que ya nos hemos referido y que se hace pública en la segunda mitad de la década de 1690, a partir de la controversia con Nieuwentijt.[7]

En efecto, los problemas teóricos que plantean las cantidades infinitesimales e infinitas no comienzan con la elaboración del cálculo infinitesimal, cuyos primeros esbozos se remontan al año 1673. Por el contrario, ya desde una época temprana Leibniz había abordado la cuestión de las cantidades infinitamente pequeñas a partir del tratamiento del problema de la composición del continuo, especialmente en lo que respecta a la naturaleza del movimiento y la composición de la materia.[8] Otra fuente de problemas,

[7] Cfr. *Numeri Infiniti*, abril de 1676, A VI 3 498-499. La controversia comienza con el escrito polémico de Bernhard Nieuwentijt 1694, "*Considerationes circa circa analyseos ad quantitates infinite parvas applicatae principia et calculi differentialis usum in resolvendis problematis Geometricis*, Amsterdam. Este escrito recibe la respuesta de Leibniz en 1695 con el escrito "Responsio ad nonnullas difficultates a Dn. Bernardo Nieuwentijt circa methodum differentialem seu infinitesimalem motas", *Act. Eurdit*, julio 1695, pp. 310-316, GM 5 320-326. Nieuwentijt responde, a su vez, en 1696 con el escrito *Considerationes secundae circa calculi differentialis principia, et responsio ad virum nobillissimum G.G. Leibnitium, Amsterdam, 1696*. Con la Real Academia de Ciencias de Paris la controversia se desata a partir de las críticas de Rolle al cálculo infinitesimal en julio de 1700 (Rolle, M. 1703, "Du nouveau système de l'infini", Histoire et mémoires de l'Académie Royale des Sciences, 312-336. Cfr. Jesseph (1998, 16-17), Mancosu (1989, 1996) y Bos (1974, 55 et ss.) Para una historia detallada de las controversias, ver Mancosu (1996, cap. 6).

[8] Arthur, R. T.W., "Actual Infinitesimals In Leibniz's Early Thought", en: http://www.humanities.mcmaster.ca/~rarthur/articles.arthur.htm.

vinculada a lo infinitesimal y lo infinito, proviene del temprano interés de Leibniz por la suma de series infinitas (Jesseph 1998; Levey 1998). En síntesis, las dificultades planteadas tanto por la composición del continuo como por la suma de series infinitas tienen su fuente en la aparición de paradojas del infinito. La concepción ficcional de los infinitésimos y del número infinito resulta así un modo de evitar dichas paradojas. Como hemos anticipado, dicha solución aparece por primera vez en *Numeri Infiniti* (A VI 503) y en otros escritos posteriores del período.

Justamente, el desarrollo del algoritmo del cálculo infinitesimal acompañó de cerca la evolución de las ideas de Leibniz acerca de la naturaleza de las cantidades infinitesimales e infinitas. Ahora bien, dicho cálculo se proponía como procedimiento para simplificar la resolución de problemas matemáticos, fundamentalmente geométricos, que consistían en principio en la cuadratura de áreas limitadas por curvas y la determinación de máximos y mínimos para una curva dada (es decir, la determinación de una tangente). Expresada de manera esquemática, la base del método consistía en concebir la curva dada en términos de un polígono infinitángulo, es decir, como un polígono con un número infinito de lados de dimensiones infinitesimales. Así, el método de la cuadratura consistía en realizar una suma infinita (simbolizada por'$\int$') de áreas rectangulares infinitesimales (cuyas bases infinitesimales se simbolizaban mediante *dx*), mientras que la tangente se obtenía mediante el procedimiento de aplicar triángulos de dimensiones infinitesimales (de lados *dx* y *dy*) (Gerhardt 1855, 149; Child 1920, 137).

El desarrollo del cálculo culminó en la publicación de la *Nova Methodus pro Maximis et Minimis* en las *Acta Eruditorum* de 1684,[9] que constituyó la primera exposición pública del cálculo infinitesimal. La meta fundamental del *Nova Methodus* era la introducción de las reglas de operación con cantidades diferenciales (suma, resta, multiplicación, división y potencias), cuya trabajosa elaboración había sido abordada por Leibniz desde 1673. Como hemos visto,

[9] Título complete: *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus* (1684), GM 5 220-226.

Leibniz disponía de antemano de la interpretación ficcional de las cantidades infinitesimales (simbolizadas por *dx* en el algoritmo del cálculo), de acuerdo con la cual debían ser concebidas meramente como *compendia loquendi* o meros recursos de cálculo. Así, el ficcionalismo respecto de los infinitesimales habría de ser la primera respuesta que Leibniz daría cuando, al hacerse público el cálculo infinitesimal, comenzaron a llegarle objeciones sobre cuestiones de fundamento.

No obstante, Leibniz era consciente de que las objeciones de principio no podían responderse simplemente haciendo referencia a la efectividad del cálculo. Aunque constituía una técnica eficiente, era preciso dar una interpretación de la notación diferencial que eliminase las oscuridades del concepto de infinitesimal. Así, los problemas de fundamento enfrentan a Leibniz con la cuestión del estatuto ontológico de las cantidades infinitesimales, por un lado, y con el problema de la solidez teórica de la concepción ficcional en lo relativo a la confiabilidad y consistencia del cálculo infinitesimal, por el otro.[10]

No obstante, la concepción ficcional de los infinitesimales sólo puede proporcionar un punto de partida para la respuesta, pero no puede aspirar zanjar definitivamente la cuestión. Por esa razón, Leibniz intenta profundizar sus razones para justificar el cálculo mediante dos estrategias que, en esencia, proponen la sustitución coherente de las operaciones con cantidades infinitesimales por operaciones con cantidades finitas. La primera de ellas, que introduce a partir de 1676, reduce las cantidades infinitesimales a una relación entre cantidades finitas tales que sus diferencias pueden hacerse arbitrariamente pequeñas (Bos 1974, 55). Por esta vía, que aproxima a Leibniz a la concepción de límite de una serie convergente, proseguirá el argumento leibniziano principal en la disputa sobre los infinitesimales a partir de la segunda mitad de la década de 1690 en adelante.[11]

Una segunda estrategia es la que apela al principio de continuidad (a la cual alude Grosholz, sin entrar en los detalles del argumento leibniziano). Dicha estrategia aparece en la respuesta a Nieuwentijt de 1695. El núcleo fundamental

[10] Gerhardt (1846, 43).
[11] GM 5 350; GM 4 92, 95-96, *inter alia*.

de su argumento consiste en sostener que, a los fines del razonamiento, el caso límite de una progresión cualquiera puede ser concebido como perteneciente a la progresión misma, como uno de sus elementos. Este principio constituye una aplicación del principio general de continuidad.[12] Así, la aplicación de dicho principio valida la introducción de cantidades infinitesimales ficticias que pueden ser sustituidas por cantidades finitas: cuando en un proceso de aproximación continua las cantidades finitas son nulificadas, obtenemos el caso límite, que es también finito, quedando justificado el paso de una situación a otra en virtud del principio de continuidad. De esta manera, la expresión *dx* pasa a ser un operador que afecta siempre a cantidades finitas. Basándose en esta idea, Leibniz ensaya una prueba de las reglas del cálculo infinitesimal sin apelar a cantidades infinitesimales en sentido propio (Bos 1974, 57 ss; Gerhardt 1846, 44-48; Child 1920, 150 ss).

5. Conclusiones

Tomando como punto de partida el desafío que implica el cálculo infinitesimal para la concepción leibniziana del conocimiento simbólico, hemos pasado revista a la concepción que Grosholz defiende acerca del carácter indispensable del diagrama geométrico para el cálculo infinitesimal. No obstante, a nuestro modo de ver, la interpretación de Grosholz no tiene en cuenta los problemas teóricos a los que Leibniz trató de dar respuesta con el fin de salvaguardar la solidez del cálculo, manteniendo el carácter ficcional de los infinitésimos. Para ello, según vimos, presentó dos series de líneas argumentales que apuntan convergentemente a la eliminación de las cantidades infinitesimales en un sentido sustantivo. En último término, la apelación a las relaciones y al principio de continuidad proporciona al símbolo diferencial, *dx*, el carácter de un operador con cantidades finitas. En este sentido, tal manera de entender el

[12] Gerhardt (1846, 40)

cálculo infinitesimal apunta fundamentalmente a una interpretación del conocimiento simbólico que acentúa sus aspectos estructurales por sobre sus pretensiones "sustantivas" y tiende a independizar así a los sistemas semióticos de la necesidad de representar algo, una característica que parece ser esencial a ellos, pero que en realidad es una función que no están obligados a ejercer.

Bibliografía

ARTHUR, R. "Actual Infinitesimals In Leibniz's Early Thought", en: http://www.humanities.mcmaster.ca/~rarthur/articles.arthur.htm

BOS, H.J.M. 1974, "Differentials, Higher-Order Differentials, and the Derivative in the Leibnizian Calculus", *Archive for History of Exact Sciences* 14, 1-90.

BREGER, H. 1985, "Das Kontinuum bei Leibniz", en: Lamarra A. (ed.), *L'infinito in Leibniz. Problemi e teminologia. Simposio Internazionale del Lessico Intelletualle Europeo de della Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft, Roma, 6-8 Novembre 1986*, Edizione dell' Ateneo.

CHILD, J. M. 1920, *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz*, Chicago/London (citado como Child 1920).

ESQUISABEL, O. M. 2002, "¿Lenguaje racional o ciencia de las fórmulas? La pluridimensionalidad del programa leinbiziano de la Característica general", en Michael B. Wrigley (ed.), *Dialogue, Language, Rationality. A Festschrift for Marcelo Dascal, Manuscrito*, vol 25, 2 (octubre 2002), UNICAMP, Brasil, 147-197.

_____. 2011, "Visualization and Symbolic Knowledge in Leibniz and Lambert", en: Breger, H., Herbst, J. y Ernder, S. (comp.), *Akten des IX. Internationaler Leibniz-Kongresses Natur und Subjekt, Hannover, 26. September bis 1. Oktober 2011*, Hannover, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft, Bände 1-3, Vol. 1, pp. 312-323.

ESQUISABEL, O.M. y LEGRIS, J. 2003, "Conocimiento simbólico y representación" (en colaboración), en: Leticia Minhot y Ana Testa (comp.), *Representación en la Ciencia y el Arte. La Representación en la Ciencia y el Arte (Selección de trabajos del I Simposio Internacional "Representación en la Ciencia y el Arte. Aspectos históricos, epistémicos y culturales")*, Córdoba, Editorial Brujas-Universidad Nacional de Córdoba.

GERHARDT, C. I. 1855, *Die Entdeckung der höheren Analysis*, Halle (citado como Gerhardt 1855).

_____. 1848, *Die Entdeckung der Differentialrechnung durch Leibniz*, Halle (citado como Gerhardt 1848).

GROSHOLZ, E. 2007, *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences*, Oxford, OUP.

JESSEPH, D. 1998, "Leibniz on the Foundation of the Calculus: The Question of the Reality of Infinitesimal Magnitudes", *Perspectives on Science* 6, 1998, 1-40.

KRÄMER, S. 1991. *Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert*. Berlin, Walter de Gruyter.

LEIBNIZ, G.W.1846, *Historia et Origo Calculi Differentialis*, hrsg. von C. I. Gerhardt, Hannover (citado como Gerhardt 1846).

_____. 1849, *Die mathematische Schriften*, hrsg. Von C.I. Gerhardt, 7 vols., Berlin 1849-1863 (citado como GM)

_____. 1875, *Die philosophischen Schriften*, hrsg. von C. I. Gerhardt, 7 vols., Berlin 1875-1890 (citado como GP).

_____. 1923, *Sämtliche Schriften und Briefe*. Herausgegeben von der Deutschen Akademie der Wissenschaften, Darmstadt, 1923; Leipzig, 1938; Berlin, 1950 y prosigue (citada como A)

_____. 2007, *Obras filosóficas y científicas*, ed. Por la Sociedad Española Leibniz, J.A. Nicolás, coordinador, vols. 2, 8, 14, 16ª y 16b, Granada, Comares, 2007- (citado como OFyC)

LEVEY, S. 1998, "Leibniz on Mathematics and the Actually Infinite Division of Matter", *The Philosohical Review* 107, 1998, 50-96.

MANCOSU, P. 1989, "The Metaphysics of Calculus: A Foundational Debate in the Paris Academy of Sciences, 1701-1706", *Historia Mathematica* 16, 224-248.

_____. 1996, *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeent Century*, Oxford, OUP.

NIEUWENTIJT, B. *Considerationes circa circa analyseos ad quantitates infinite parvas applicatae principia et calculi differentialis usum in resolvendis problematis Geometricis*, Amsterdam, 1694.

ROLLE, M. 1703, "Du nouveau systême de l'infini", *Histoire et mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 312-336.