Arch Argent Pediatr 2011;109(5):406-411 / 406

Adición no simbólica en niños preescolares de la Argentina

Non-symbolic addition in preschool children from Argentina

Lic. Julia Martínez[a] *y Dr. Pablo F. Argibay*[a]

a. Laboratorio de aprendizaje biológico y artificial. Instituto de Ciencias Básicas y Medicina Experimental. Hospital Italiano de Buenos Aires. Argentina.

Correspondencia:
Dr. Pablo F. Argibay: pablo.argibay@hospitalitaliano.org.ar

Conflicto de intereses:
Ninguno que declarar.

Recibido: 30-5-2011
Aceptado: 26-8-2011

RESUMEN

Introducción. Se requieren muchos años para que los niños aprendan aritmética simbólica. Sin embargo, al igual que los animales y los adultos sin educación formal, los infantes y niños pueden representar el número aproximado de conjuntos de objetos y secuencias de eventos, y utilizar esta capacidad para realizar adiciones y sustracciones aproximadas.

Objetivo. Evaluar si niños preescolares que no hayan recibido educación formal son capaces de realizar adiciones no simbólicas a través de representaciones abstractas de la magnitud.

Métodos. Los participantes fueron 17 niños preescolares de un jardín de infantes privado de una población de clase media de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. La tarea fue adicionar dos conjuntos de puntos azules presentados por separado y comparar su suma con un conjunto de puntos rojos, determinando si la suma de puntos azules o el conjunto de puntos rojos era más numeroso. Se midió el porcentaje de respuestas correctas de cada niño.

Resultados. Los niños respondieron sobre la chance (67,89%, chance= 50%, t(16)= 6,89, p <0,001), observándose el característico efecto de la proporción [(F(1,16)= 8,45, p <0,01, ANOVA] y sin recurrir al uso de estrategias alternativas no aritméticas.

Conclusiones. Este trabajo aporta más evidencia sobre las habilidades aritméticas no simbólicas presentes antes de la instrucción formal y genera junto con investigaciones recientes, importantes aportes en el ámbito educativo, que ayudan a entender cómo los niños aprenden matemáticas, un hecho útil para establecer nuevas formas de enseñanza.

Palabras clave: *sentido numérico, adición no simbólica, preescolares.*

SUMMARY

Introduction. Children take years to learn symbolic arithmetic. Nevertheless, such as animals and human adults, infants and children can represent approximate number in arrays of objects and sequences of events, and use these capacities to perform approximate addition and subtraction.

Objective. To evaluate whether preschool children without formal education could perform non-symbolic additions, through abstract representations.

Methods. We evaluated 17 preschoolers from a private kindergarten recruited from the city of Buenos Aires. They had to add to groups of blue dots, and then compare their addition with a third group of red dots, determining if the blue or the red dots were more numerous. We measured accuracy of responses of each child.

Results. Across all the problems, children performed well above chance (67.89%, chance= 50%, t(16)= 6.89, p <0.001), showing the characteristic ratio effect [F(1, 16)= 8.45, p <0.01, ANOVA], and without resort to non-arithmetic strategies.

Conclusions. This study provides further evidence regarding the non-symbolic arithmetic skill present before formal education, and together with recent research, raises important contributions in education, trying to understand how children learn mathematics and to establish new methods of teaching.

Key words: *number sense, non-symbolic addition, preschoolers.*

doi:10.5546/aap.2011.406

INTRODUCCIÓN

La numerosidad, o número de objetos, en un conjunto, así como el color o el movimiento son propiedades básicas del ambiente que los animales deben detectar para su mejor supervivencia en el ambiente en el que se desarrollan. En relación a los seres humanos, las habilidades numéricas son muy importantes para nuestra vida, ya que la manipulación de los números está involucrada en una amplia gama de actividades diarias, como la estimación de cantidades, el manejo de dinero, o en establecer la hora. Desde sus formas más simples, como la comparación de dos conjuntos de objetos, hasta sus formas más complejas, como el cálculo o el álgebra lineal, todas contribuyen a la supervivencia y al desarrollo de la raza humana. Por esta razón, en las últimas décadas, las investigaciones acerca de las habilidades aritméticas han cobrado importancia tanto en el campo de la piscología como en el de las neurociencias y la educación. Tradicionalmente, la evaluación de habilidades aritméticas se ha centrado en el concepto de "magnitud", es decir todo aquello que se puede medir a través de operaciones de comparación con estándares, como el "metro patrón". Sin embargo, cada vez cobra más importancia el concepto de estimación de numerosidad a través de habilidades no simbólicas. En general, se entiende por "operaciones aritméticas simbólicas", aquellas en las cuales el sujeto utiliza elementos numéricos en forma de símbolos; en general, números arábigos. Por otra parte, en las "operaciones aritméticas no simbólicas, el individuo emplea en forma aproximada conjuntos de elementos sin valor simbólico asociado a las magnitudes, como los conjuntos de puntos o de otros elementos no asociados a números, sino a estimaciones aproximadas de cantidad.[1]

Nuestras convenciones culturales mediadas por una escolarización matemática nos permiten representar y operar con números de manera simbólica para realizar operaciones aritméticas. Sin embargo, también somos capaces de comparar y discriminar conjuntos de objetos de una forma aproximada sin el uso de ningún lenguaje simbólico. Estas representaciones numéricas más básicas se apoyan en un sistema de aproximación del número que es evolutivamente antiguo, y que es compartido por adultos, infantes, niños y animales. Todos estos grupos pueden representar el número aproximado de objetos sin aplicar el conteo verbal, a través de un "sentido numérico aproximado" básico pre-verbal presente antes del surgimiento del lenguaje y que constituiría una base para el aprendizaje de las matemáticas formales.[2]

La evidencia a favor de este sentido numérico aproximado proviene de estudios realizados en animales no humanos y en infantes humanos, en quienes la sensibilidad al número aparece muy tempranamente en el desarrollo. Los infantes discriminan conjuntos de objetos y de puntos en base a la numerosidad y no a otras variables continuas.[3-5] Al igual que los seres humanos adultos sin un conocimientos simbólico relevante, pueden comparar, adicionar y sustraer conjuntos de elementos en diferentes formatos y modalidades cuando las cantidades continuas, como la densidad de elementos, el tamaño del elemento o el área total ocupada están estrictamente controladas, lo cual sugiere que sus respuestas se realizan en base a un sentido de numerosidad.[6-10]

Estudios recientes han demostrado que niños preescolares pueden comparar y adicionar cantidades no simbólicas con una exactitud dependiente de la proporción entre las numerosidades,[1,8] y que utilizan estas capacidades para realizar adiciones o sustracciones simbólicas aproximadas antes de aprender aritmética.[12]

Por estudios previos se sabe que los niños preescolares son capaces de realizar operaciones aritméticas no simbólicas, pero hasta la fecha, este tipo de tareas no han sido evaluadas en niños de nuestro país. El objetivo de este trabajo fue investigar si niños preescolares de una población de la Argentina, sin conocimiento numérico simbólico, son capaces de realizar adiciones no simbólicas mediante representaciones abstractas del número.

POBLACIÓN Y MÉTODOS

El experimento fue amablemente proporcionado por Elizabeth Spelke de la Universidad de Harvard.[8]

Los participantes fueron niños preescolares de un jardín de infantes privado de una población de clase media y la mayoría con padres profesionales con algún título de grado (n= 17; media edad= 5,77 años; intervalo= 5,3-6,3 años; 5 niños, 12 niñas). Los niños fueron evaluados al finalizar el año lectivo.

Tanto el procedimiento experimental como el consentimiento informado fueron aprobados por el Comité de Ética del Hospital Italiano de Buenos Aires, Argentina, y de los padres de los niños se obtuvo el consentimiento informado para realizar el estudio.

Antes de comenzar con el experimento, los niños fueron evaluados mediante el Test de Matrices Progresivas de Raven para medir coeficiente intelectual.[13]

De acuerdo con Barth et al. (2005) y la bibliografía en la cual se describe el uso de tareas aritméticas no simbólicas en niños y adultos,[6,7,10,14] medimos la exactitud del desempeño de esta muestra de niños.

En este experimento, los participantes debieron adicionar dos conjuntos de puntos azules presentados por separado, y luego comparar su suma con un conjunto de puntos rojos, determinando si la suma de puntos azules o el conjunto de puntos rojos era más numeroso. Las comparaciones se presentaron como un juego de computadora con el software E-prime 2.0.[15] En cada comparación, el primer conjunto de puntos azules aparece en el cuadrante inferior izquierdo (1300 ms), luego se presenta un ocultador en el cuadrante inferior derecho (1300 ms) y se desplaza hasta cubrir el subgrupo de puntos azules (1449 ms). Tras una pausa (1300 ms), el otro conjunto de puntos azules aparece en el cuadrante superior izquierdo (1300 ms) y se desplaza hasta detrás del ocultador (2250 ms). Tras otra pausa (1300 ms), el conjunto de puntos rojos aparece en el cuadrante superior derecho (1300 ms) y se desplaza hacia el cuadrante inferior derecho (2798 ms). Luego de la animación y con la pantalla en blanco, los participantes deben contestar cuál de los dos conjuntos, el total de azules o el de rojos, contiene la mayor cantidad de puntos (*Figura 1*).

A lo largo de las comparaciones, los conjuntos de puntos difirieron en tres proporciones (numerosidad pequeña/numerosidad mayor) de 4:5 (0,57), 4:6 (0,67) y 4:7 (0,8), en la mitad de los ensayos el conjunto de puntos rojos fue más numeroso para cada proporción.

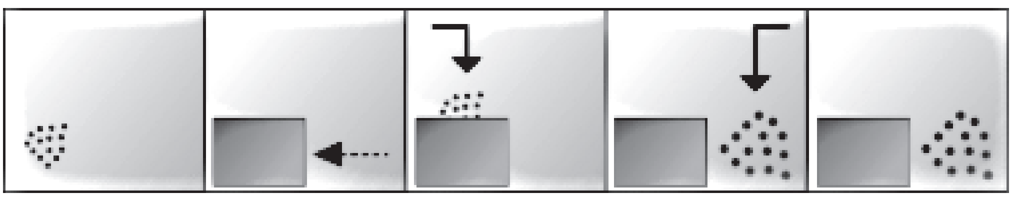
Para prevenir el uso de estrategias basadas en variables de cantidad continua, en la mitad de los problemas se correlacionó positivamente el tamaño de los puntos, la longitud total del contorno, el área de puntos sumada y la densidad, con el número total de puntos; en los problemas restantes, la correlación fue inversa. Los niños completaron 24 problemas, con un intervalo de puntos entre 5 y 58 en cada comparación.

RESULTADOS

En todos los casos se realizó un estudio de medidas estadísticas descriptivas, de posición central y de dispersión de los valores alrededor de la media, mediante el programa SPSS.

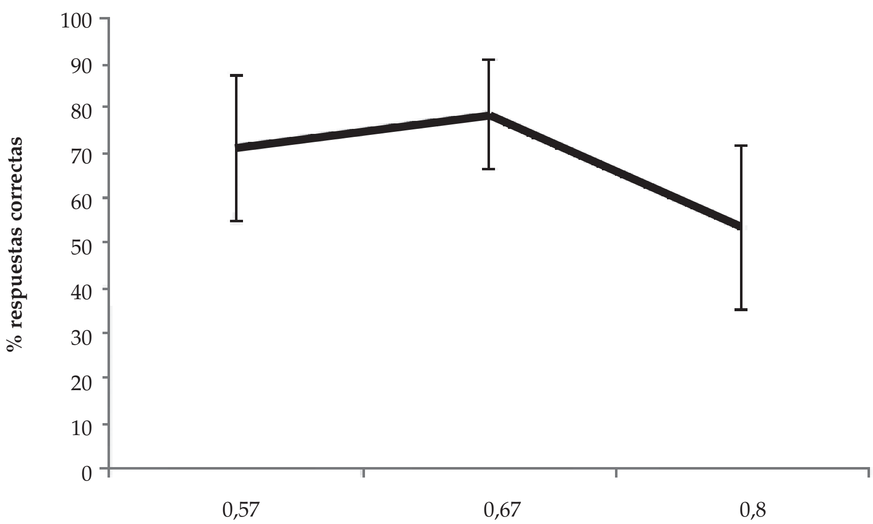
A lo largo de toda la tarea los niños respondieron sobre la chance [67,89%, chance = 50%, $t(16) = 6,89$, $p<0,001$]. Mediante un análisis de varianza de medidas repetidas se observó el característico efecto de la proporción [$F(1, 16) = 8,45$, $p <0,01$)], y la comparación por pares arrojó que, con ajuste para comparaciones múltiples (Bonferroni), existen diferencias significativas al comparar la proporción de 0,57 y 0,67 con la de 0,8 ($p < 0,05$), en la cual se hizo más difícil la comparación (*Figura 2*).

Figura 1. *Experimento de adición visual*



Descripción esquemática de la tarea de adición visual en la cual los participantes deben adicionar dos conjuntos de puntos azules y comparar su suma con un conjunto de puntos rojos, determinando cuál es el más numeroso.
El gráfico ha sido modificado de Barth et al. 2005, con permiso de los autores.

Figura 2. *Exactitud de la respuesta para cada proporción*



La exactitud de las respuestas se graficó para cada proporción (0,57, 0,67 y 0,8), observándose mediante un ANOVA el característico efecto de la proporción [$F(1, 16)= 8,45$, $p <0,01$]; es decir, que la exactitud disminuye a medida que la proporción entre las magnitudes a comparar aumenta.

Un análisis detallado de cada comparación se realizó sobre el desempeño de los niños para verificar que hubiesen respondido sobre la base de representaciones abstractas del número y no en base al uso de estrategias alternativas noaritméticas.[12]

Primero se evaluó la posibilidad de que los niños muestren una tendencia a elegir la suma de los conjuntos azules o el conjunto de puntos rojos como respuesta correcta. Aquellos niños que hubiesen utilizado esta estrategia tendrían un puntaje del 50% del total, pero como el desempeño estuvo sobre la chance en todos los experimentos, esta estrategia no pudo haber sido utilizada. Como se observa en la *Tabla 1* los niños respondieron significativamente sobre la chance para los problemas en los cuales la respuesta correcta fue la suma de los puntos azules, como para aquellos en los cuales la respuesta correcta fue el conjunto de puntos rojos.

Luego se analizó si los niños basaron sus respuestas en el intervalo de valores evaluados a lo largo de todos los problemas. Por ejemplo, los niños podrían contestar que existen más puntos rojos cuando el conjunto de puntos rojos es grande. En la mitad de los problemas, el tamaño de la suma de conjuntos de puntos azules predijo la respuesta correcta, y en la otra mitad, el tamaño del conjunto de puntos rojos predijo la respuesta correcta. El uso de esta estrategia podría predecir la respuesta correcta en la mitad de los problemas y la respuesta incorrecta en la otra mitad. Como se observa en la *Tabla 2*, los niños respondieron sobre la chance en aquellos problemas en los cuales el uso de esta estrategia predice la respuesta incorrecta.

También se analizó si los niños basaron sus respuestas en el intervalo de valores dentro de cada comparación, es decir, si la diferencia entre el mayor conjunto de puntos azules y el conjunto de puntos rojos es particularmente pequeña, entonces la respuesta correcta siempre es que la suma de los conjuntos de puntos azules es mayor. Por el contrario, si la diferencia entre el mayor conjunto de puntos azules y el conjunto de puntos rojos es particularmente grande, entonces la respuesta correcta siempre es que el conjunto de puntos rojos es mayor. Si los niños utilizaron esta estrategia para responder, entonces su desempeño estaría en la chance para aquellos problemas en los cuales la diferencia entre el mayor de los conjuntos azules y el conjunto rojo se halla en un valor medio. Mediante una prueba de la t de Student para una muestra, se observó que los niños no utilizaron esta estrategia, ya que en aquellos problemas en los cuales no podía ser utilizada respondieron sobre la chance [$t(16)= 2{,}45$, $p= 0{,}026$].

En el último análisis se examinó si, para resolver la tarea, los niños se basaron en información de cantidad continua. Como puede observarse en la *Tabla 3*, el desempeño de los niños estuvo sobre la chance para todos los problemas en los cuales la densidad, el tamaño del conjunto, el área total sumada y la longitud del contorno fallaron en predecir el resultado correcto.

TABLA 1. *Testeo de sesgos en la respuesta*

Comparaciones/ sujeto	**Exactitud (%)**	**Valor de p**	**Sobre la chance (50%)**
Suma de azules > rojos (12)	68,13	0,001	Sí
Suma de azules < rojos (12)	67,65	0,001	Sí

Los niños respondieron sobre la chance (50%) para los problemas en los cuales la respuesta correcta fue la suma de puntos azules y para los problemas en los cuales la respuesta correcta fue el conjunto de puntos rojos.

TABLA 2. *Testeo de la estrategia de intervalo numérico*

Comparaciones/ sujeto	**Exactitud (%)**	**Valor de p**	**Sobre la chance (50%)**
Total de puntos azules no predice respuesta correcta (12)	71,08	0,001	Sí
Total de puntos rojos no predice respuesta correcta (12)	64,71	0,001	Sí

En la mitad de los problemas, el tamaño de la suma de conjuntos de puntos azules predijo la respuesta correcta, y en la otra mitad, el tamaño del conjunto de puntos rojos predijo la respuesta correcta. Los niños respondieron sobre la chance (50%) en aquellos problemas en los cuales el uso de esta estrategia predice la respuesta incorrecta.

TABLA 3. *Testeo del uso de estrategias basadas en las variables de cantidad continua*

Comparaciones/ sujeto	**Exactitud (%)**	**Valor de p**	**Sobre la chance (50%)**
1[a] (12)	67,65	0,001	Sí
2 (12)	68,14	0,001	Sí

[a] Tipo de cantidad continua: (1) El tamaño de los puntos, la longitud total del contorno, el área de puntos sumada y la densidad se correlacionaron negativamente con el número total de puntos. (2) El tamaño de los puntos, la longitud total del contorno, el área de puntos sumada y la densidad, se correlacionaron positivamente con el número total de puntos. En todos los casos, los niños respondieron sobre la chance (50%), por lo que no se basaron en las variables de cantidad continua para realizar la tarea.

(Para ver la lista completa de problemas y las posibles estrategias utilizadas ir a [12]).

DISCUSIÓN

En este trabajo se puede observar que, como en países más desarrollados, los niños preescolares de una población de la Argentina son capaces de adicionar dos conjuntos de puntos y comparar su suma con un tercer conjunto. Debido a que el éxito de su desempeño varió con la proporción entre las numerosidades a comparar y no puede explicarse por respuestas basadas en variables no numéricas o por el uso de otras estrategias no aritméticas como, por ejemplo, adivinar, estos resultados sugieren que el desempeño de estos niños depende de una representación abstracta del número para resolver problemas de adicción no simbólica.

Esta representación del número o sentido numérico, nos brinda un entendimiento intuitivo sobre qué significan los números y nos permite manipular información numérica sin utilizar símbolos.

Durante los primeros años de educación formal, los niños aprenden mucho sobre las representaciones simbólicas del número. Sin embargo, es importante tener en cuenta que también cuentan con habilidades numéricas y de magnitud que están presentes antes del comienzo de la escolarización. Es interesante considerar cómo estas habilidades tempranas influyen sobre la manera en la que los niños aprenden matemáticas en la escuela.

Diferentes investigaciones sugieren que este sentido numérico serviría de base para el sistema simbólico, es decir, parecería que la gente convierte lo simbólico en su propia magnitud para comparar los numerales a nivel simbólico.[16] Sin embargo, aún no queda claro cómo es la relación entre estos dos sistemas, el no simbólico con el simbólico.

Un estudio reciente realizado en niños de 5 años, demostró que son capaces de comparar y adicionar grandes conjuntos de numerosidades no simbólicas presentadas en diferentes modalidades (visual y auditiva). Sin embargo, fueron incapaces de realizar las adiciones simbólicas correspondientes, lo cual sugiere un fuerte aporte a la hipótesis que sostiene que el sentido numérico actuaría de base para las representaciones simbólicas.[8] Aún más interesante, otra investigación reciente muestra que niños preescolares que no recibieron educación formal en aritmética, pueden efectuar adiciones y sustracciones simbólicas aproximadas, mientras que fallan al realizar problemas de aritmética simbólica exacta.[12] Estos resultados sugieren que los niños pueden, espontáneamente, usar el sistema no simbólico para responder estos problemas simbólicos aproximados. Lo importante es su implicancia en la educación, ya que proponen que las dificultades en aritmética surgen cuando los niños son forzados a moverse más allá del sistema aproximado y realizar aritmética con números exactos.

CONCLUSIÓN

Si bien las investigaciones en esta área se hallan en sus comienzos, los resultados obtenidos son un gran aporte para el diseño de nuevos programas para la enseñanza de las matemáticas. Es importante saber que los niños entienden y pueden reconocer las magnitudes que son la base de los símbolos. Los maestros deberían mejorar la unión entre los dos sistemas del número a través de tareas que permitan significativamente a los niños conectar los símbolos con las cantidades que representan.

Agradecimientos

Patricia Junco y Marcela Bergoglio de la Escuela La Nueva Expresión, como así también a los padres de los niños que participaron del estudio. ■

BIBLIOGRAFÍA

1. Venkatramana V, Ansarib D, Cheea MWL. Neural correlates of symbolic and non-symbolic arithmetic. *Neuropsychologia* 2005;43(5):744-753.
2. Dehaene S. The number sense: how the mind creates mathematics. Oxford University Press; 1997.
3. Starkey P, Cooper RGJr. Perception of numbers by human infants. *Science* 1980;210(4473):1033-5.
4. Wynn K. Psychological foundations of number: numerical competence in human infants. *Trends Cognit Sci* 1998;2(8):296-303.
5. Xu F, Spelke ES, Goddard S. Number sense in human infants. *Development Sci* 2005;8(1):88-101.
6. Barth H, Kanwisher N, Spelke E. The construction of large number representations in adults. *Cognition* 2003;86(3):201-21.
7. Barth H, La Mont K, Lipton J, Dehaere S, et al. Non-symbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition* 2006;98(3):199-222.
8. Barth H, La Mont K, Lipton J, Spelke ES. Abstract number and arithmetic in preschool children. *Proc Nat Acad Sci USA* 2005;102(39):14116-21.
9. Wynn K. Addition and subtraction by human infants. *Nature* 1992;358(6389):749-50.
10. Pica P, Lemer C, Izard V, Dehaene S. Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science* 2004;306(5695):499-503.
11. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *Trends Cong Sci* 2004;8(7):307-14.
12. Gilmore CK, McCarthy SE, Spelke ES. Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature* 2007;447(7144):589-91.

13. Raven JC. Test de matrices progresivas para la medida de la capacidad intelectual: escala especial [series A, Ab, B]: cuaderno de matrices. Buenos Aires: Editorial Paidós. 1964.
14. McCrink K, Dehaene S, Dehaene-Lambertz G. Moving along the number line: operational momentum in non-symbolic arithmetic. *Percep Psychophy* 2007;69(8):1324-33.
15. Schneider W, Eshman A, Zuccolotto A. E-Prime User´s Guide. Pittsburgh: Psychology Software Tools, Inc, 2001.
16. Moyer RS, Landauer TK. Time requiered for judgemets of numerical inequality. *Nature* 1967;215(S109):1519-20.

Durante mucho tiempo se creyó que, con el avance de los conocimientos y de la cultura democrática, la religión, esa horma elevada de superstición, se iría deshaciendo, y que la ciencia y la cultura la sustituirían con creces. Ahora sabemos que esa era superstición que la realidad ha ido haciendo trizas. Y sabemos, también, que aquella función que los librepensadores decimonónicos, con tanta generosidad como ingenuidad, atribuían a la cultura, ésta es incapaz de cumplirla, sobre todo ahora. Porque, en nuestro tiempo, la cultura ha dejado de ser esa respuesta seria y profunda a las grandes preguntas del ser humano sobre la vida, la muerte, el destino, la historia, que intentó ser en el pasado, y se ha transformado, de un lado, en un divertimento ligero y sin consecuencias, y, en otro, en una cábala de especialistas incomprensibles y arrogantes, confinados en fortines de jerga y jerigonza, y a años luz del común de los mortales.

La cultura no ha podido reemplazar a la religión ni podrá hacerlo, salvo para pequeñas minorías, marginales al gran público. La mayoría de seres humanos sólo encuentra aquellas respuestas, o, por lo menos, la sensación de que existe un orden superior del que forma parte y que da sentido y sosiego a su existencia, a través de una trascendencia que ni la filosofía ni la literatura ni la ciencia han conseguido justificar racionalmente.

Mario Vargas Llosa
La Nación, Setiembre 2011