

## **SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN SISTEMA DE TUBOS EMBEBIDOS CON ACTIVACIÓN TÉRMICA: UN NUEVO MODELO RC**

**Marcos Hongn<sup>a</sup>, Facundo Bre<sup>b</sup>, Federico Montenegro**

<sup>a</sup> INENCO – Universidad Nacional de Salta – CONICET - Avda. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina

<sup>b</sup> Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC), UNL - CONICET

Tel. 0387-4255424 – Fax: 0387-4255389

E-mail: marcoshongn@gmail.com

**RESUMEN:** Los elementos constructivos con tubos embebidos (APES) son sistemas prometedores de bajo consumo energético y pretenden reducir las cargas de refrigeración y calefacción en los edificios. Se han desarrollado modelos térmicos simplificados para predecir el comportamiento de los sistemas APES integrados en los edificios, pero estos modelos no pueden captar adecuadamente su complejo comportamiento dinámico, especialmente en las estructuras térmicas masivas. En este contexto, la presente contribución pretende introducir una nueva red térmica de resistencias y capacitancias (RC) para mejorar la precisión de los actuales modelos simplificados empleados para predecir el comportamiento de los sistemas APES en los edificios. Para ello, se implementa un modelo de diferencias finitas en el dominio de la frecuencia (FDFD) de un sistema APES para generar un conjunto de resultados de referencia para calibrar y evaluar el rendimiento de los modelos simplificados en los casos de estudio. Un algoritmo genético se acopla dinámicamente a los modelos simplificados para encontrar los parámetros RC que minimizan el error respecto a los resultados de referencia. El desempeño del modelo propuesto es superior al de otros modelos RC de la literatura, sobre todo al simular capas de hormigón masivas.

**Palabras clave:** Sistema de tubos embebidos, Modelo térmico simplificado, Red RC, Respuesta térmica en frecuencia, Calibración, Algoritmo genético.

### **INTRODUCCIÓN**

En las últimas décadas, ha habido mucha preocupación por el consumo de energía y las emisiones de gases de efecto invernadero. Según la Agencia Internacional de Energía (IEA, 2020) el consumo de energía en edificios residenciales y no residenciales representa el 25% del uso global de energía, mientras que el consumo de electricidad en edificios operativos representa casi el 55% del consumo mundial de electricidad. Además, las emisiones de carbono asociadas con las operaciones de construcción han aumentado a su nivel más alto hasta el momento en alrededor de 10 GtCO<sub>2</sub>, lo que significa el 28% del total de las emisiones globales de CO<sub>2</sub> relacionadas con la energía. Este hecho muestra que existe un gran potencial para la reducción del uso de energía solo en el sector de la construcción.

Las tecnologías de bajo consumo de energía con aplicaciones en el sector de la construcción ofrecen reducciones en el consumo, la demanda máxima y el costo de la energía sin afectar el nivel deseado de las condiciones de confort de los ocupantes. Entre las alternativas a los sistemas de refrigeración convencionales, los sistemas de construcción activados térmicamente (TABS) emergen como una tecnología prometedora para proporcionar las condiciones interiores deseadas en cuanto a confort térmico y calidad del aire, Leo Samuel et al. (2018). Las principales ventajas de los TABS son su alta inercia

térmica y sus grandes superficies para la transferencia de calor que permiten un intercambio de calor significativo con un pequeño gradiente de temperatura, Guerrero Delgado et al. (2020).

La configuración de un TABS dado depende del tipo de operación planificada, la ubicación del sistema y el fluido de trabajo empleado. Cuando el fluido de trabajo es agua, que fluye a través de tuberías incrustadas en el hormigón, el sistema generalmente se conoce como una estructura constructiva activa de tubos embebidos (APES). Este término se puede aplicar a los sistemas horizontales (suelo y techo), así como a los sistemas verticales (paredes), que se pueden utilizar tanto para calentar como para enfriar espacios interiores, Shen y Li (2017). Los sistemas APES se pueden acoplar a diferentes fuentes de energía de baja entalpía (agua subterránea, torres de enfriamiento, fuentes geotérmicas, enfriamiento radiativo nocturno, etc.) para reducir el vínculo entre el clima exterior y el ambiente interior, minimizar la transferencia de calor externa y mejorar confort térmico interior, Zhu et al. (2014).

Debido a la gran inercia térmica de los sistemas APES y su naturaleza dinámica, se requieren simulaciones transitorias para diseñar y caracterizar su complejo comportamiento térmico (Romaní et al., 2016 y Antonopoulos et al., 1997). El desarrollo de modelos simplificados con la suficiente precisión para predecir el rendimiento térmico de los sistemas APES es relevante para el campo de la simulación energética de edificios, siendo las redes térmicas de resistencias (R) y capacitancias (C) las más adecuadas para predecir el rendimiento térmico del APES, Zhu et al. (2014). Estas redes RC se desarrollan en el dominio de la frecuencia, luego de que los cálculos del flujo de calor se realizan bajo un número infinito de oscilaciones armónicas en los límites, Wu et al. (2020). Los resultados de otros métodos numéricos más complejos como Elementos Finitos (FEM), Diferencias Finitas (FDM) o Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) se emplean para calibrar y validar los modelos de redes RC.

Las configuraciones características de las redes RC generalmente son del tipo estrella o triángulo, según Weber y Jóhannesson (2005). Además, algunos autores proponen la implementación de algoritmos genéticos (GA) para la determinación de los parámetros de las redes RC obteniendo resultados muy aceptables. Por ejemplo, Li et al. (2017) desarrolló y validó un modelo simplificado RC para pisos radiantes con tubos embebidos. En este enfoque, la capa principal (núcleo central) se modeló a través de un modelo RC tipo estrella y las capas superior e inferior con una configuración simple 2R1C. Los parámetros de la capa principal se identificaron en el dominio de frecuencia mediante un GA que minimiza el error con respecto a las respuestas de frecuencia obtenidas mediante un modelo de Elementos Finitos en el Dominio de Frecuencia (FDFF) de alta fidelidad. Los resultados mostraron que el modelo simplificado puede representar con precisión las respuestas térmicas para la mayoría de las frecuencias. Sin embargo, su desempeño cae en el rango de fluctuaciones térmicas rápidas (mayor frecuencia) cuando una capa principal de hormigón de 100 mm de espesor es estudiada. Zhu et al. (2014) presentó un modelo 5R2C basado en una configuración triangular para simular la transferencia de calor a lo ancho de un sistema APES. Implementaron un modelo de Diferencias Finitas en el Dominio de la Frecuencia (FDFD) como modelo de referencia en el proceso de identificación de parámetros mediante GA. De los resultados, como en otras referencias, también se observó que la precisión del modelo disminuye para muros con masa térmica moderada a alta, especialmente en el rango de alta frecuencia ( $10^{-4}$  a  $10^{-3}$  rad/s).

De esta manera, el presente trabajo tiene como objetivo la generación de un nuevo modelo RC para generar con precisión las respuestas características de un modelo numérico complejo para elementos con capas de hormigón de diferente masividad y para un rango de frecuencias amplio, acoplando dinámicamente un proceso de identificación de parámetros mediante GA. El desempeño térmico del modelo propuesto fue comparado contra dos modelos RC de la bibliografía para tres casos de estudio.

## METODOLOGÍA

### *Modelo de referencia FDFD*

Como se mencionó anteriormente, se implementa un modelo de transferencia de calor bidimensional basado en el método de Diferencias Finitas en el Dominio de la Frecuencia (FDFD) para generar las respuestas de frecuencia “teóricas” o de referencia de un sistema APES. Las respuestas de frecuencia del sistema se obtienen considerando tres variables principales de entrada / salida: las temperaturas en las superficies del APES exterior, pared del tubo e interior. El análisis de estas superficies permite caracterizar la respuesta de estado estacionario del sistema APES debido a todas las posibles combinaciones de entradas periódicas, Weber y Jóhannesson (2005). Esto se debe al principio de superposición para sistemas lineales y al hecho de que una señal periódica arbitraria se puede representar como una serie de Fourier. La relación entre el dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo viene dada por la Transformada de Fourier. El análisis del problema de la transferencia de calor en el dominio de la frecuencia en lugar del dominio del tiempo suele ser conveniente para el proceso de identificación de parámetros de modelos teóricos simplificados construidos como redes RC.

Las características de respuesta en frecuencia obtenidas a través del modelo FDFD se utilizan como datos de referencia para calibrar (mediante un método de identificación de parámetros) los diferentes modelos RC. Se imponen tres condiciones de contorno para las simulaciones: la temperatura de las caras exterior e interior (superficies externas) y la temperatura de la superficie de la pared de la tubería. Estas temperaturas vienen dadas por una perturbación armónica de media cero caracterizada por una amplitud y un ángulo de fase para una frecuencia determinada. Debido al principio de superposición mencionado anteriormente, es posible considerar las tres condiciones de perturbación como sigue:

- 1) Temperatura de amplitud 1 y ángulo de fase igual a 0 para la superficie exterior del APES y 0 para las temperaturas restantes.
- 2) Temperatura de amplitud 1 y ángulo de fase igual a 0 para la superficie interior del APES y 0 para las temperaturas restantes.
- 3) Temperatura de amplitud 1 y ángulo de fase igual a 0 para la superficie del tubo y 0 para las temperaturas restantes.

El modelo térmico bidimensional FDFD propuesto por Zhu et al. (2014) se implementa en este trabajo, considerando las siguientes simplificaciones:

- la transferencia de calor es bidimensional; por lo tanto, se ignora la transferencia de calor a lo largo de las tuberías,
- entre tubos adyacentes se considera una superficie adiabática, ya que la temperatura del agua de los tubos es la misma (ver Figura 1),
- la temperatura de la superficie de la tubería es radialmente uniforme y la resistencia conductiva a través de la pared del tubo es despreciada,
- el flujo de agua a través de las tuberías es turbulento.

Aunque el FDFD simplifica algunos de los procesos de transferencia de calor, estos pueden considerarse de manera relativamente sencilla cuando se acoplan los componentes adecuados a las redes RC. Estos componentes podrían considerar los siguientes efectos: la resistencia conductiva en la pared del tubo, condiciones no turbulentas de flujo (transferencia de calor convectiva en el interior del tubo) y la variación de temperatura del agua entre la entrada y la salida del sistema (dirección axial).

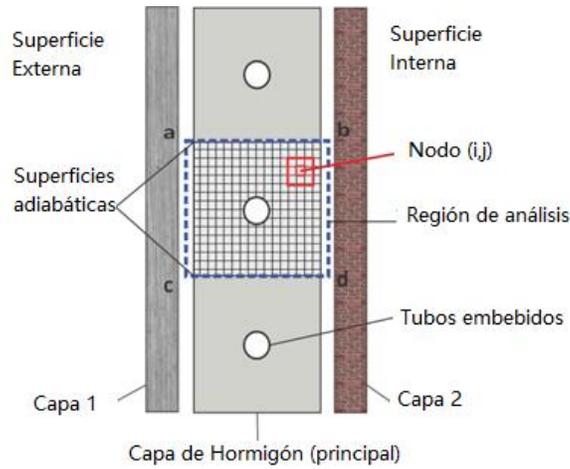


Figura 1: APES: Discretización de la región de análisis para la implementación del modelo FDFD.

En el análisis del dominio de la frecuencia, la temperatura de cada celda se expresa como

$$T_i = \hat{T}e^{j(\omega t + \phi)} = (u + jv)e^{j\omega t} \quad (1)$$

donde  $j = \sqrt{-1}$  es la unidad imaginaria,  $\omega$  (rad/s) es la frecuencia,  $\phi$  (rad) es el ángulo de fase,  $t$  (s) es el tiempo,  $u$  y  $v$  son las partes real e imaginaria de la amplitud compleja  $\hat{T}e^{j\phi}$  (K). Explícitamente,  $u$  y  $v$  estarán dadas por

$$u = \hat{T} \cos \phi, \quad v = \hat{T} \sin \phi \quad (2)$$

y la amplitud de temperatura  $\hat{T}$  y el ángulo de fase  $\phi$  en términos de  $u$  y  $v$  por

$$\hat{T} = \sqrt{u^2 + v^2} \quad \phi = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \quad (3)$$

Para cada nodo o celda, la ecuación de equilibrio térmico con las celdas o nodos adyacentes se escribe en términos del equilibrio del flujo de calor en el dominio de la frecuencia. Entonces, para el nodo  $(i, j)$ , la ecuación de balance de calor bidimensional se describe como:

$$dx dy \rho c_p \frac{\partial T_{i,j}}{\partial t} = U_n(T_{i+1,j} - T_{i,j}) + U_s(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + U_e(T_{i,j+1} - T_{i,j}) + U_w(T_{i,j-1} - T_{i,j}) \quad (4)$$

$$U_{n,s} = \frac{dx_{i,j}}{\frac{dy_{i,j}}{2k_{i,j}} + \frac{dy_{i,j\pm 1}}{2k_{i,j\pm 1}}}, \quad U_{e,w} = \frac{dy_{i,j}}{\frac{dx_{i,j}}{2k_{i,j}} + \frac{dx_{i,j\pm 1}}{2k_{i,j\pm 1}}} \quad (5)$$

donde los coeficientes de transferencia de calor  $U$  (conductancias) se calculan de acuerdo con la Ec. (5), aquí el signo positivo o negativo depende de la posición del nodo vecino: norte (+), sur (-), este (+), oeste (-). La Ec. (4) debe resolverse simultáneamente para todos los nodos de la red. Es conveniente desarrollar en forma matricial la ecuación de balance de calor para cada nodo generando ecuaciones lineales simultáneas. La ecuación de balance de calor en forma de matriz para el nodo  $(i, j)$  se escribe como Eq. (6). Este análisis se extiende para todos los nodos obteniendo una gran matriz de coeficientes dispersos no simétricos de tamaño  $[2N \text{ nodos}] \times [2N \text{ nodos}]$  y el vector solución contendría los componentes de temperatura real e imaginaria de cada nodo desconocido.

$$\begin{bmatrix} U_n + U_s + U_e + U_w & -dx dy \rho c_p \\ dx dy \rho c_p & U_n + U_s + U_e + U_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i,j} \\ v_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_n u_{i+1,j} + U_s u_{i-1,j} + U_e u_{i,j+1} + U_w u_{i,j-1} \\ U_n v_{i+1,j} + U_s v_{i-1,j} + U_e v_{i,j+1} + U_w v_{i,j-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Cabe aclarar, que sólo se modela y estudia la *capa principal* de un sistema APES (contiene los tubos embebidos), representada como la capa central en la Fig. 1.

### Modelos RC

Como se mencionó, en este trabajo se implementan dos configuraciones RC denominadas modelos *Star* (Li et al. 2017) y *5R2C* (Zhu et al. 2015), correspondiendo a una configuración estrella y triangular respectivamente.

Estos modelos consideran de manera diferente la sección de análisis. La capa principal se puede descomponer en un núcleo y dos capas externas, como indica la red *Star* (ver Figura 2a) o considerando una sola capa como propone la red *5R2C* (ver Figura 2b). De hecho, la configuración *5R2C* también se utiliza para simular sistemas multicapa (elementos de tres capas), donde todo el elemento está representado por esta configuración RC.

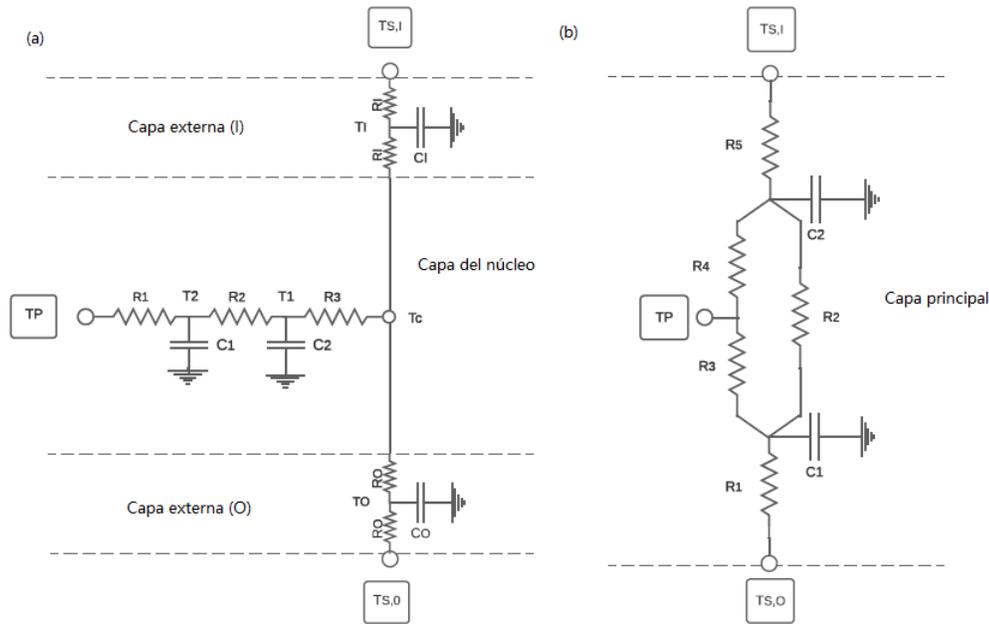


Figura 2: Redes RC de la literatura: a) *Star* y b) *5R2C*.

**Modelo RC Combinado:** El objetivo de este modelo es la representación más precisa de las respuestas térmicas en frecuencia en comparación a los modelos RC de la literatura. Entonces, la propuesta es un modelo Combinado que se compone de ocho parámetros desconocidos (5 resistencias y 3 capacitancias) para capturar las respuestas de frecuencia térmica de la capa central (ver Figura 3). Los parámetros  $R_1, R_0, C_1$  y  $C_0$  pueden expresarse como dependientes de  $R_1, \dots, R_5$ . La formulación matemática de esta dependencia se desprende de la consideración del estado cuasi estacionario, para frecuencias cercanas a 0 rad/s, derivando la resistencia equivalente de un circuito puramente resistivo bajo la consideración mencionada. El término *Combinado* se debe a que el nodo de temperatura de la tubería,  $T_p$ , está conectado con los nodos de temperatura de las superficies exterior e interior,  $T_{s,o}$  y  $T_{s,i}$  respectivamente, y también está conectado a un nodo virtual de temperatura de núcleo,  $T_2$ .

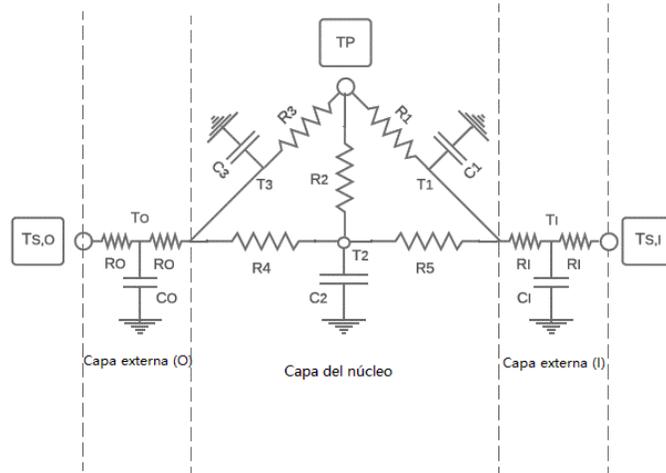


Figura 3: Representación de la capa principal de un APES mediante el modelo RC Combinado.

Para el rango de frecuencias de interés (donde se encontrarían la mayoría de las componentes de frecuencia para las fluctuaciones térmicas típicas en esta aplicación), considerado como  $10^{-8} \text{ rad/s} \leq \omega \leq 10^{-3} \text{ rad/s}$ , las respuestas térmicas en frecuencia de este modelo RC se obtienen mediante la resolución de funciones de transferencia para nodos con temperaturas  $T_1, T_2, T_3, T_I$  y  $T_O$ . Entonces, las ecuaciones de balance de calor para los nodos mencionados se pueden escribir como las Ecs. (7) - (11), respectivamente. Para cada una se desarrollan dos ecuaciones ya que la temperatura se expresa en forma compleja de acuerdo con la Ec. (1).

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} = \frac{T_I - T_1}{R_I} + \frac{T_P - T_1}{R_1} + \frac{T_2 - T_1}{R_5} \quad (7)$$

$$C_2 \frac{dT_2}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{R_I} + \frac{T_P - T_2}{R_2} + \frac{T_3 - T_2}{R_3} \quad (8)$$

$$C_3 \frac{dT_3}{dt} = \frac{T_O - T_3}{R_O} + \frac{T_P - T_3}{R_3} + \frac{T_2 - T_3}{R_4} \quad (9)$$

$$C_I \frac{dT_I}{dt} = \frac{T_I - T_1}{R_I} + \frac{T_2 - T_I}{R_5} + \frac{T_{S,I} - T_I}{R_I} \quad (10)$$

$$C_O \frac{dT_O}{dt} = \frac{T_3 - T_O}{R_O} + \frac{T_2 - T_O}{R_4} + \frac{T_{S,O} - T_O}{R_O} \quad (11)$$

donde  $C$  ( $\text{Jm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ) y  $R$  ( $\text{m}^2\text{KW}^{-1}$ ) son la capacitancia y la resistencia térmica, respectivamente. Este sistema de ecuaciones es expresado en forma matricial, luego de ser descompuesto en las partes real y compleja, y debe resolverse con algebra matricial.

#### Calibración de los modelos de red RC

La calibración de cada modelo RC se puede plantear como un problema de optimización, que matemáticamente se define como encontrar un conjunto de variables de diseño  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  (el conjunto de las resistencias ( $R$ ) y capacitancias ( $C$ ) de cada modelo) que minimizan el error de predicción del modelo RC con respecto al modelo FDFD,

$$\min f(x) \quad (12)$$

Sujeto a:

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1, \dots, n$$

donde  $x_i^L$  y  $x_i^U$  son los límites inferior y superior para la variable de diseño  $x_i$ . La función objetivo  $f$  se define como

$$f(x) = \sum_{b=1}^B \omega_b nRMSE_b(x) \quad (13)$$

donde  $nRMSE_b(\cdot, b)$  es el error cuadrático medio normalizado de la magnitud predicha  $b$  por el modelo RC, las magnitudes  $b$  son la amplitud y el ángulo de fase en las superficies exterior, interior y en la pared del tubo del sistema APES. La  $\omega_b$  se elige constante e igual a  $1/B$  con  $B = 6$ , que es el total de magnitudes  $b$  consideradas para la calibración.

Los valores de  $nRMSE_b$  empleados en la función objetivo se calculan como

$$nRMSE_b = \frac{\|b_{FDFD,\omega} - b_\omega\|}{\|b_{FDFD,\omega} - \bar{b}_{FDFD,\omega}\|} \quad (14)$$

donde  $b_{FDFD,\omega}$  puede ser la amplitud o fase en una de las superficies del sistema APES (exterior, pared del tubo o interior) para cada frecuencia  $\omega$  predicha por el modelo FDFD de referencia, y  $b_\omega$  es el valor correspondiente predicho por el modelo RC (5R2C, Star, Combinado). El rango de frecuencia para la calibración es de  $10^{-8}$  a  $10^{-3}$  rad/s usando 51 puntos. Este rango ha demostrado ser lo suficientemente amplio como para cubrir los componentes de frecuencia dominantes de los elementos de construcción típicos (Zhu et al. 2014). Los parámetros RC se calibran para el modelo propuesto (Combinado) y también para los modelos de la literatura (Star y 5R2C).

### Casos de estudio

Para analizar y comparar el desempeño de cada modelo RC, se estudian tres sistemas de capa simple (losas) con diferentes espesores: 40 mm (capa fina), 100 mm (capa media) y 200 mm (capa gruesa). Estos sistemas están compuestos por hormigón de alta densidad. El espaciamiento y el diámetro de la tubería son 200 mm y 20 mm, respectivamente. Los tubos se colocan en el medio de la capa en dirección transversal. La conductividad térmica, la capacidad calorífica y la densidad del hormigón elegido son  $1.731 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $840 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $2243 \text{ kg m}^{-3}$ , respectivamente. Por lo tanto, los resultados FDFD para estos tres estudios de caso se obtienen implementando las tres condiciones de perturbación presentadas en la Sección 2.1 (para usar en el proceso de calibración de cada red RC analizada).

## RESULTADOS

### Conjuntos de parámetros RC optimizados

La Tabla 1 muestra los parámetros calibrados de todas las redes RC y para los tres casos de estudio propuestos. Asimismo, la tabla indica los valores de la función objetivo  $f$  resultantes de la optimización, que son indicadores generales de la concordancia entre los resultados del modelo base FDFD y los obtenidos por los modelos RC.

Para los tres casos de estudio, el modelo RC Combinado presenta un mejor ajuste que el resto de los modelos. Además, los modelos Star y 5R2C muestran un desempeño similar, para todos los casos,

evaluando los valores de  $f$ . Para la capa fina (40 mm), los tres modelos presentan un buen rendimiento tras el proceso de optimización. Para la capa media (100 mm), se pueden observar diferencias en los valores de  $f$ . En este caso, el modelo 5R2C presenta valores más bajos de  $f$  en comparación con la red Star, lo que indica un mejor nivel de concordancia con respecto a los resultados bases (DFD). Asimismo, cabe destacar que el modelo Combinado reduce en más de un 40% el valor de  $f$  respecto al resto de los modelos. En cuanto a la capa más gruesa de 200 mm de espesor, el rendimiento térmico de la red Combinada es significativamente mejor que los otros modelos según los valores de  $f$ . Los modelos Star y 5R2C presentan valores de  $f$  aproximadamente cinco veces mayores que el modelo Combinado.

Caso de estudio	Modelo	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$f(x)$
40 mm	5R2C	0.003321	0.018468	0.025242	0.025242	0.003321	37680	37680	-	0.00756
	Star	0.008841	0.000357	4.84E-05	-	-	25741	3957.8	-	0.01122
	Combinado	0.067792	0.015624	0.067792	0.006100	0.006100	21541	16145	21541	<u>0.00661</u>
100 mm	5R2C	0.011570	0.046773	0.051843	0.051843	0.011570	84271	84271	-	0.02807
	Star	0.000076	0.000480	0.017554	-	-	1008	5738	-	0.03988
	Combinado	0.201700	0.024904	0.201700	0.012114	0.012114	16914	44735	16914	<u>0.01668</u>
200 mm	5R2C	0.019335	0.156660	0.073144	0.073144	0.019335	174540	174540	-	0.14803
	Star	0.004603	0.019211	1.00E-05	-	-	58642	18615	-	0.14103
	Combinado	0.286050	0.028525	0.286050	0.034411	0.034411	36726	1.10E+05	36726	<u>0.03366</u>

Tabla 1: Parámetros calibrados  $R$  y  $C$  para los modelos 5R2C, Star y Combinado, para los tres casos de estudio.

#### Ajuste general entre el modelo de referencia FDFD y las redes RC

El análisis de la amplitud y el ángulo de fase del flujo de calor a través de las tres superficies “claves” del sistema APES (exterior, interior y pared del tubo) permite determinar la precisión de estos modelos en el rango de frecuencia propuesto, para cada condición de contorno (perturbaciones) y para cada superficie individualmente. El error cuadrático medio normalizado ( $nRMSE$ ) y el error de sesgo medio normalizado ( $nMBE$ ) se emplean para determinar la precisión de los resultados arrojados por los modelos RC, estos errores se encuentran resumidos en la tabla 2.

$$nRMSE = 100\% \frac{\|x_{ref,i} - x_i\|}{\|x_{ref,i} - \bar{x}_{ref,i}\|} \quad (15)$$

$$nMBE = 100\% \frac{\|\bar{x}_{ref,i} - x_i\|}{\|x_{ref,i} - \bar{x}_{ref,i}\|} \quad (16)$$

donde  $x_{ref,i}$  y  $x_i$  son los valores del modelo de referencia y los valores predichos por los modelos RC, respectivamente.

Modelos	Amplitud		Ángulo de Fase	
	$nRMSE\%$	$nMBE\%$	$nRMSE\%$	$nMBE\%$
Star	4.9	0.3	8.2	1.1
5R2C	5.0	0.3	11.8	2.3
Combinado	0.7	0.006	5.3	0.5

Tabla 2: Valores medios de  $nRMSE$  y  $nMBE$  de cada modelo y para todos los casos analizados.

#### Respuestas térmicas en función de la frecuencia

Por cuestiones de extensión del trabajo, en esta sección sólo se muestran los resultados correspondientes al tercer caso de estudio (capa de hormigón de 200 mm). De las tres condiciones de perturbación, sólo se presenta la 1ra condición (perturbación sobre la cara externa del APES) y la 3ra condición (perturbación

sobre la pared del tubo dentro del sistema APES). Por simetría, ya que los tubos están embebidos al centro geométrico de la capa, no se analiza la situación de la 2da condición de perturbación (resultados análogos a la 1ra condición). Se define como rango crítico de frecuencias entre  $10^{-4}$  rad/s (17.45 h) y  $10^{-3}$  rad/s (1.74 h), en este intervalo se observan variaciones apreciables en los perfiles de amplitud y ángulo de fase lo que afecta el desempeño de los modelos RC.

*Superficie exterior:* La Figura 4a muestra los valores de amplitud del flujo de calor ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ) estimados con los modelos 5R2C, Star y Combinado frente a los valores de referencia generados por el modelo numérico FDFD. Los perfiles de mayor amplitud, con valores entre 14 y  $57 Wm^{-2}K^{-1}$ , corresponden a la primera condición de perturbación, para la cual el modelo Combinado presenta un muy buen ajuste en todo el rango de frecuencias. El modelo 5R2C responde confiablemente para bajas frecuencias, sin embargo, para  $\omega > 10^{-4}$  rad/s su precisión disminuye. El modelo Star muestra mayores inconvenientes de ajuste, incluso fuera de la zona de frecuencias crítica. En este rango de altas frecuencias, los errores relativos medios son 1%, 10% y 14% para el modelo Combinado, 5R2C y Star respectivamente. Cuando se analizan las respuestas térmicas para la tercera condición de perturbación, curvas inferiores en la Fig. 4a, se puede ver que los resultados de los modelos RC se corresponden en gran medida con el modelo FDFD, encontrando un desempeño ligeramente superior por parte del modelo Combinado en el rango de  $\omega > 10^{-4}$  rad/s.

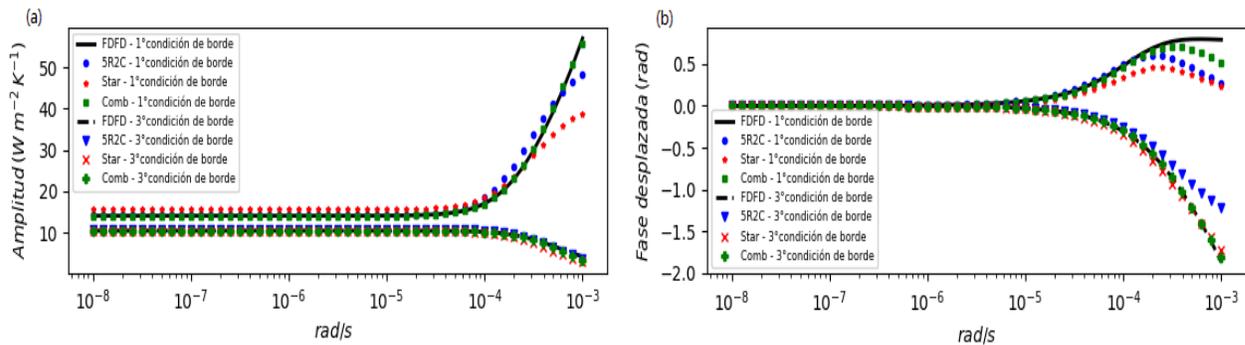


Figura 4: Variación de los perfiles de amplitud y desfase del flujo de calor con respecto a la frecuencia, para la superficie exterior del APES.

Con respecto al *desfase* del ángulo de fase del flujo de calor o fase desplazada, ver Fig. 4b, también se puede apreciar que el rango de frecuencia crítica es  $10^{-3}$  rad/s  $\geq \omega \geq 10^{-4}$  rad/s. Para frecuencias más altas (cercasas a  $10^{-3}$  rad/s), los modelos RC pierden precisión para la primera condición de perturbación (curvas superiores). Aun así, los resultados del modelo Combinado presentan un mejor grado de ajuste que los modelos 5R2C y Star en este rango crítico, con un error relativo medio del 12.4% (Combinado) frente a 29.1% (5R2C) y 45.4% (Star), en el rango mencionado. Para la 3ra condición de perturbación, curvas inferiores en la Fig. 4b los datos de referencia son predichos con precisión por el modelo Combinado en todo el rango de frecuencias, mientras que el modelo Star muestra un leve desajuste para frecuencias inferiores a  $10^{-4}$  rad/s y la precisión del modelo 5R2C cae en las frecuencias altas. Teniendo en cuenta todo el rango de frecuencias, los errores relativos medios son 3.1%, 14.0% y 15.1% para los modelos Combinado, Star y 5R2C, respectivamente.

*Superficie de la pared del tubo:* Cuando se analiza la 3ra perturbación, los valores de amplitud del flujo de calor varían entre 20 y  $39 Wm^{-2}K^{-1}$ , según las curvas superiores de la Figura5 (a). Para el rango de frecuencia entre  $10^{-8}$  y  $10^{-4}$  rad/s, los valores de amplitud son casi constantes, luego, desde  $\omega > 10^{-4}$  rad/s, la amplitud aumenta rápidamente con la frecuencia. En el rango de frecuencias crítica, el rendimiento de los modelos Star y Combinado es notable (error relativo medio inferior al 1% frente al 14.9% del modelo 5R2C, en este rango). Las curvas de la parte inferior se refieren a la perturbación sobre la superficie exterior

(1ra), donde la amplitud del flujo de calor mantiene constante al rango de frecuencia crítica ( $10.5 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ). Para las frecuencias más altas, los valores FDFD son capturados con precisión por los modelos 5R2C y Combinado, siendo ligeramente superior el desempeño del último mencionado. En este rango de frecuencias, los valores del error relativo medio son inferiores al 3% para ambos modelos, mientras que el modelo Star presenta un valor de 11.3%.

En cuanto al desfase, las curvas de la parte inferior se refieren a primera condición de perturbación (sobre la superficie exterior), donde retardo de fase alcanza un valor de  $-1.8 \text{ rad}$  para  $\omega=10^{-3} \text{ rad/s}$ , ver Figura 5 (b). La respuesta del modelo FDFD es bien capturada por el modelo Combinado, mientras que el modelo 5R2C presenta grandes diferencias en el rango de fluctuaciones rápidas (alta frecuencia) donde los valores de error relativo medio son 2.0% (Combinado) y 19.1% (5R2C) en el rango de frecuencias crítico. Para este mismo rango, el desempeño del modelo Star es muy aceptable con un error relativo medio de 9.2%. En cuanto a la tercera condición de perturbación, las estimaciones del modelo Star son las más exactas, sobre todo para el rango de frecuencias críticas, seguido por el modelo Combinado. Para  $\omega > 10^{-4} \text{ rad/s}$ , los errores relativos medios son 9.0%, 20.2% y 72.3% para los modelos Star, Combinado y 5R2C, respectivamente.

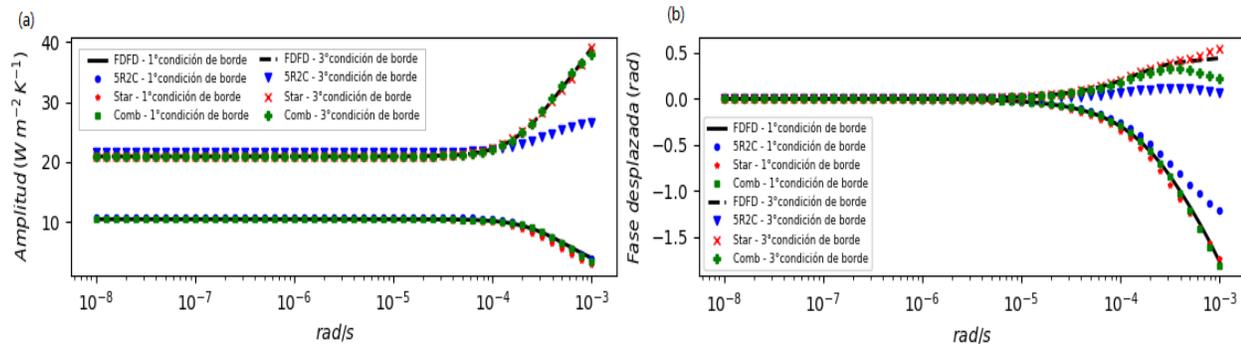


Figura 5: Variación de los perfiles de amplitud y desfase del flujo de calor con respecto a la frecuencia, para la superficie de la pared del tubo.

**Superficie interior:** Los perfiles de amplitud del flujo de calor se observan en la Fig. 6 (a). Estos perfiles muestran que la magnitud y tendencia de los datos generados por el modelo Combinado presentan alta fidelidad con los resultados del modelo FDFD, para las dos condiciones de perturbación. Los errores relativos medios son inferiores al 2% para ambas situaciones, para todo el rango de frecuencias. A partir de las curvas obtenidas mediante el modelo 5R2C, para ambas perturbaciones se observan ligeras diferencias con respecto a los resultados de referencia (FDFD) en el rango de baja frecuencia. La tendencia de los datos es seguida adecuadamente por el modelo mencionado, incluidas las frecuencias críticas donde la amplitud del flujo de calor disminuye de  $10.5$  a  $4.3 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  para la tercera perturbación, y desde  $3.5$  a  $0.8 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  para la primera perturbación. Considerando todo el rango de frecuencias, los errores relativos medios son 3.1% y 10.0% para la primera y tercera perturbación, respectivamente. En cuanto al modelo Star, muestra dificultad en el ajuste de las amplitudes del flujo de calor con frecuencias menores a  $10^{-4} \text{ rad/s}$  cuando se analiza la primera condición de perturbación (Fig. 6a). Para el caso mencionado, el error relativo medio para todo el rango de  $\omega$  es de 39.9%, mientras que para la 3ra condición de perturbación este error es de 2.9%.

En cuanto al ángulo de desfase, el comportamiento de los datos de referencia no puede ser representado con precisión por el modelo 5R2C para altas frecuencias, ver marcadores azules en la Fig. 6b. En cambio, el modelo Combinado predice muy bien estos valores en referencia a los resultados del modelo FDFD para ambas situaciones de perturbación. El modelo Star le sigue en desempeño. Aunque es notoria la complejidad de capturar las variaciones de desfase asociadas con la primera perturbación en el rango de

frecuencia crítica, el modelo Combinado arroja errores relativos medios de 12.6% y 2.3% para la primera y tercera condición de perturbación, respectivamente, menores a los presentados por los modelos Star (levemente) y 5R2C (ampliamente).

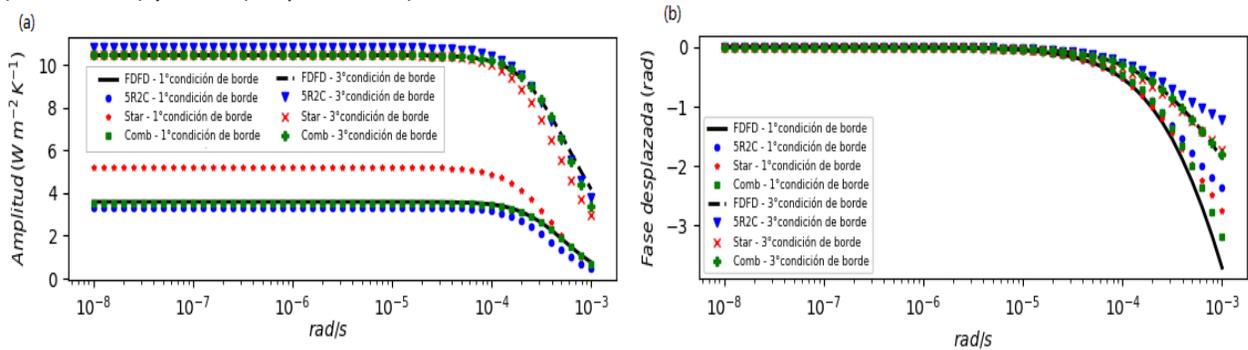


Figura 6: Variación de los perfiles de amplitud y desfase del flujo de calor con respecto a la frecuencia, para la superficie interior del APES.

## CONCLUSIONES

En este trabajo, se presentó un nuevo modelo térmico simplificado denominado modelo RC Combinado para la simulación de las estructuras constructivas con tubos embebidos, verticales y/o horizontales, (APES). Solo la capa principal de hormigón fue considerada en la modelación. Las otras capas que componen el sistema APES (generalmente multicapas) pueden simularse fácilmente como circuitos térmicos 2R1C acoplados al circuito de la capa principal. Se empleó un modelo bidimensional de frecuencia-dominio de diferencias finitas FDFD para calcular las características de frecuencia de referencia de los APES estudiados. Para los modelos simplificados, los parámetros de la red RC, es decir, las resistencias y capacitancias térmicas, se determinaron mediante un método de optimización basado en un algoritmo genético. Este proceso de identificación de parámetros se acopló dinámicamente con los modelos simplificados para encontrar los parámetros RC que generaron características de frecuencia equivalentes con respecto al modelo de referencia. Se estudiaron capas de hormigón con diferentes espesores: 40 mm, 100 mm y 200 mm (espesor variable).

A partir de los resultados analizados, se puede observar que la masividad de la capa, que está asociada a su espesor, afecta considerablemente la precisión de los modelos RC. Para la capa delgada (40 mm), todos los modelos generan resultados confiables para todas las condiciones de perturbación. Sin embargo, el desempeño de los modelos disminuye para las capas media y gruesa (100 mm y 200 mm). El modelo Star predice con precisión los resultados cuando se evalúa la superficie de la tubería (amplitud y ángulo de fase del flujo de calor), mientras que la amplitud del flujo de calor para las caras externas del sistema (superficies externa e interna) se estiman mejor mediante una configuración triangular como la red 5R2C, pero con  $nRMSE$  más grandes que el modelo Star para los resultados de la fase de flujo de calor.

La propuesta del modelo RC Combinado, permite obtener mejores resultados que las configuraciones simples de forma individual. Para todos los casos, este modelo presenta valores de  $nRMSE$  inferiores al 1% para las amplitudes del flujo de calor y cercanos al 2% para los ángulos de fase del flujo de calor sobre la superficie exterior y sobre la pared del tubo, mientras que el valor de  $nRMSE$  es de 12% cuando se analiza la superficie interior. Estos valores indican la configuración RC propuesta estima con precisión el comportamiento térmico dinámico para capas delgadas, medianas y gruesas, incluso para el rango de frecuencias crítico. El modelo RC propuesto puede integrarse con softwares de simulación energética de edificios, para simular el comportamiento térmico global de los mismos. Este proceso de acoplamiento se evaluará pronto.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se realizó en el marco de los proyectos PICT-2018 N° 04124 y CIUNSa N° 2575.

## REFERENCIAS

- Antonopoulos K.A., Vrachopoulos M., Tzivanidis C. Experimental and theoretical studies of space cooling using ceiling-embedded piping. *Applied Thermal Engineering*, 17(4):351-367, 1997. ISSN 1359-4311.
- Guerrero Delgado M.C., Sánchez Ramos J., Álvarez Domínguez S., Tenorio Ríos J.A., Cabeza L.F. Building thermal storage technology: Compensating renewable energy fluctuations. *Journal of Energy Storage*, 27:101147, 2020. ISSN 2352-152X.
- International Energy Agency. *World energy balances 2020*, 2020.
- Leo Samuel D.G., Shiva Nagendra S.M., Prakash Maiya M. Parametric analysis on the thermal comfort of a cooling tower based thermally activated building system in tropical climate - an experimental study. *Applied Thermal Engineering*, 138:325-335, 2018
- Li A., Sun Y., Xu X. Development of a simplified resistance and capacitance (RC)-network model for pipe-embedded concrete radiant floors. *Energy and Buildings*, 150: 353-375, 2017. ISSN 0378-7788.
- Romaní J., de Gracia A., Cabeza L.F. Simulation and control of thermally activated building systems (TABS). *Energy and Buildings*, 127:22-42, 2016. ISSN 0378-7788.
- Shen C., Li X. Energy saving potential of pipe-embedded building envelope utilizing low-temperature hot water in the heating season. *Energy and Buildings*, 138:318-331, 2017. ISSN 0378-7788
- Weber T., Jóhannesson G. An optimized RC-network for thermally activated building components. *Building and Environment*, 40(1):1-14, 2005. ISSN 0360-1323
- Wu W., Zhang W., Benner J., Malkawi A. Critical evaluation of analytical methods for thermally activated building systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 117:109516, 2020. ISSN 1364-0321
- Zhu Q., Xu X., Wang J., Xiao F. Development of dynamic simplified thermal models of active pipe-embedded building envelopes using genetic algorithm. *International Journal of Thermal Sciences*, 76:258-272, 2014. ISSN 1290-0729

**ABSTRACT:** Active pipe-embedded structures (APES) are promising low-energy systems for reducing cooling and heating loads in buildings. Simplified heat transfer models of these systems are often required for building energy performance simulations. The majority of the simplified models available in the literature show limitations to capture accurately the dynamic thermal behavior of these systems, especially when they have large thermal mass. The goal of the present effort is to introduce a new Resistance-Capacitance (RC) network model, for the main concrete layer of a prototypical APES system. The parameters of the model are obtained through a genetic algorithm, which is dynamically coupled with the models. This algorithm minimizes the error between the RC networks and a baseline dataset that was generated through a frequency-domain finite-difference (FDFD) model of an APES system. To assess the performance of the proposed model, it is compared with two others from the literature for three different thicknesses of the main layer. The proposed RC network was shown to have remarkable accuracy over a frequency range wider than the other models, even for the massive structures.

**Keywords:** Active pipe-embedded structure, Simplified thermal model, RC network, Frequency thermal response, Calibration, Genetic algorithm.