



Recorrido de estudio e investigación codisciplinar a la microeconomía en el último año del nivel secundario

Preguntas generatrices y derivadas

Verónica Parra
M.^a Rita Otero
M.^a de los Ángeles Fanaro

Universidad Nacional del Centro de la
Provincia de Buenos Aires (Argentina)
Consejo Nacional de Investigaciones
Científicas y Técnicas (Argentina)

Este trabajo presenta un recorrido de estudio e investigación (REI) implementado en el último año del nivel secundario argentino (estudiantes de 17-18 años). Se presentan las preguntas generatrices del REI y las preguntas derivadas durante la implementación, que se realizó en las sesiones de clases de matemáticas habituales, no extraescolares ni paralelas al curso. La duración fue de 36 sesiones de clases. Las preguntas generatrices del REI refieren a la microeconomía, a los modelos de oferta y de demanda de un único bien.

Joint Study and Research Trajectory on micro-economics in the final year of secondary education: Generative and derived questions

This paper presents a Study and Research Trajectory undertaken in the final year of secondary education in Argentina (17- and 18-year-olds). It presents the Study and Research Trajectory's generative questions and the questions derived as it was being carried out, which took place in normal mathematics lessons rather than in out-of-school or parallel sessions. It lasted for 36 lessons. The generative Study and Research Trajectory's generative questions referred to micro-economics and models of supply and demand for a single product.

Palabras clave: *teoría antropológica de lo didáctico, recorrido de estudio e investigación, modelos de oferta y demanda, preguntas generatrices, preguntas derivadas.*

Keywords: *anthropological theory of teaching, Study and Research Trajectory, models of supply and demand, generative questions, derived questions.*

La pérdida de sentido y de razones de ser del estudio de la matemática en los sistemas de enseñanza conduce a estudiar obras no por lo que permiten hacer, sino por ellas mismas, como si fueran transparentes e incuestionables. Este fenómeno es y ha sido objeto de investigación de numerosos investigadores en educación matemática (Barquero, 2009; Chevallard, 2012-2013; Fonseca, 2011; Fonseca, Pereira y Casas, 2011; Llanos y

Otero, 2013; Sureda, Otero y Donvito, 2013). Chevallard (2007) lo ha denominado «monumentalización de saberes». Los estudiantes son invitados a «visitar» estos cuerpos de saberes como a un monumento que no les es propio, que no pueden tocar, solo admirar, y que no tiene ningún uso, solo raros empleos. Este fenómeno nace, vive y se desarrolla en la pedagogía actual que Chevallard (2007) denomina «de inventariar los saberes».

Este trabajo es parte de una investigación que aborda el problema de la enseñanza de la matemática en el nivel secundario argentino por REI. Aquí presentamos las preguntas generatrices del REI y las derivadas durante el proceso de estudio

Pero la matemática, como una obra humana más, no es un monumento que solo haya que visitar, y su estudio no debe reducirse a inventariar praxeologías sin sentido y sin razones de ser, o con razones de ser totalmente ocultas para los estudiantes.

Las organizaciones matemáticas se construyen para dar respuesta a ciertas preguntas, a situaciones problemáticas. Esta forma de considerar el saber matemático es el producto de procesos de estudio funcionales, de enseñanzas que colocan el estudio de preguntas como punto de partida del saber. Una enseñanza funcional consideraría los programas escolares compuestos de preguntas $(Q_i)_{(1 \leq i \leq n)}$. El estudio de cada Q conduce a una respuesta R validada por la cultura, la sociedad, la escuela (Chevallard, 2007). El estudio de preguntas y la búsqueda de respuestas construirían o reconstruirían *praxeologías funcionales*. La TAD propone los REI como un dispositivo didáctico que permitiría el desarrollo de praxeologías funcionales, el desarrollo de praxeologías que se construyan como respuesta a una pregunta, produciendo y justificando respuestas. Esta funcionalidad necesita modificar la pedagogía actual por una nueva denominada «de la investigación y del cuestionamiento del mundo» (Chevallard, 2007).

Este trabajo es parte de una investigación que aborda el problema de la enseñanza de la matemática en el nivel secundario argentino por REI. Aquí presentamos las preguntas generatrices del REI y las derivadas durante el proceso de estudio.

■ Los recorridos de estudio e investigación: características y estructura

Los REI son un tipo de dispositivo didáctico que colocan preguntas Q como punto de partida del saber. El estudio de Q debe ser realizado por un equipo de estudiantes X dirigido por un equipo de profesores Y , generando la emergencia de un sistema didáctico $S(X;Y;Q)$. Su funcionamiento produce una respuesta R a la pregunta Q , recuperando un sentido y una razón de ser. El estudio de esa pregunta puede necesitar el estudio de otra disciplina, dando origen a REI codisciplinarios. La pregunta que genera un REI se denominada *pregunta generatriz*, porque es capaz de formular numerosas *preguntas derivadas*. La búsqueda de respuestas a estas preguntas conduciría a la construcción de un gran número de praxeologías de diversas disciplinas y no únicamente a la recopilación de información. Una pregunta generatriz y sus derivadas tendrían que permitir «recorrer» el programa de estudios propuesto en un curso o, al menos, una buena parte de él. El estudio de Q responde al denominado *esquema herbartiano* que Chevallard (2013) denomina *one more time*. En su forma reducida, este esquema se escribe: $S(X;Y;Q)? R^2$. El símbolo $?$ colocado en R indica que la respuesta a Q fue producida bajo ciertas limitaciones y «funciona» como respuesta a esa pregunta bajo esas limitaciones. Una pregunta Q es estudiada y una respuesta R debe ser producida (Chevallard, 2009). La elaboración de R^2 supone la «fabricación» del medio didáctico, M . Esto se expresa en el

La pregunta que genera un REI se denominada *pregunta generatriz*, porque es capaz de formular numerosas preguntas derivadas

esquema herbartiano semidesarrollado $[S(X;Y;Q)? M]? R^2$. El sistema didáctico –que, en este caso, está formado por el grupo de estudiantes de sexto año (X), el profesor de matemática (Y) y las preguntas referidas al modelo de oferta y de demanda (Q)– construye y organiza (?) M para producir (?) una respuesta R^2 . La elaboración de M se articula con la elaboración de R^2 . Esto conduce al esquema herbartiano desarrollado:

$$[S(X;Y;Q)? \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}]? R^2$$

$$\text{donde } M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}.$$

Las respuestas R_i^\diamond –en este caso, los libros de microeconomía, los accesos a sitios web referidos a los modelos de oferta y de demanda, las consultas realizadas al profesor de economía de la misma institución, etc.–, las preguntas engendradas Q_j (por ejemplo: ¿Qué es el punto de equilibrio en un modelo de oferta y de demanda? ¿Cómo calcular el punto de equilibrio? ¿Cómo construir el modelo?, etc.) y las otras obras O_l –por ejemplo, ecuaciones de rectas, sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, postulados de la oferta y la demanda, etc.– son instrumentos potenciales para el estudio de Q, estudiados convenientemente para utilizarlos oportunamente, efectivamente y eficazmente en el estudio de Q y, entonces, en la construcción y validación de R^2 .

■ Diseño del REI codisciplinar a la microeconomía: preguntas generatrices

El mercado se define como cualquier conjunto de transacciones o acuerdos de negocios entre compradores y vendedores: comprar y vender a un determinado precio. El mercado se interpreta como la institución u organización social a través

de la cual los ofertantes (productores y vendedores) y demandantes (consumidores o compradores) de un determinado bien o servicio entran en estrecha relación comercial a fin de realizar ciertas transacciones comerciales (Gould y Lazear, 2000). Un modelo económico construido adecuadamente, puede informar y predecir el comportamiento del mercado. Un aspecto central en un modelo de mercado es la noción de equilibrio, y una de las ecuaciones más importantes asociada al mismo está dada por la igualdad entre la cantidad demandada del bien o servicio y la cantidad ofrecida (Chiang, 1987).

Las preguntas generatrices del REI implementado se refieren al comportamiento de las leyes de la oferta y la demanda de mercado. Las preguntas e hipótesis de partida (H_0 , H_1 y H_2) permiten construir y analizar las variaciones de un modelo lineal de oferta y de demanda, considerando únicamente el precio del bien (p) y de las cantidades del mismo (C_d cantidad demanda y C_o cantidad ofrecida).

Estas hipótesis fueron consideradas durante las primeras fases de la ingeniería didáctica (Parrá, Otero y Fanaro, 2013):

H_0 : Existencia y accesibilidad del estado de equilibrio.

H_1 : El equilibrio se alcanza si, y solo si, la demanda excedente es cero: $C_d - C_o = 0$.

H_2 : C_d y C_o son lineales y dependen del precio de un único bien.

Bajo estas hipótesis, las preguntas generatrices presentadas a los estudiantes son:

Q_1 : Supongamos que se está elaborando cierto producto con la intención de venderlos. De un ensayo de ventas se obtuvo la siguiente información:

¿Cómo determinar a qué precio por unidad

Cantidad ofrecida	Precio por unidad (en \$)
155	10
307	18
98	7

Cantidad demandada	Precio por unidad (en \$)
330	7
250	15
270	13

todo lo producido se vende y no queda demanda insatisfecha? ¿Qué modelo lineal estudiaría el comportamiento de este mercado?

Q₂: ¿Cómo estudiar el comportamiento de la oferta y la demanda para cualquier par de funciones lineales? ¿Cómo hallar en este caso el equilibrio?

Q₃: Supongamos que la función de oferta de un mercado es $C_o(p) = 3p - 2$ y la función de demanda es $C_d(p) = -4p + 6$. ¿Cómo describir la variación del punto de equilibrio si sólo se modifican las ordenadas?

Q₄: ¿Cómo describir la variación del punto de equilibrio si se modifican las pendientes?

Q₅: ¿Cuánto varía exactamente el punto de equilibrio en cada caso?

Estas preguntas permiten estudiar la organización matemática relativa a rectas del plano, realizando su estudio en diversos momentos del proceso de estudio, la organización matemática en torno a la derivada de funciones que conduce al límite de funciones y el análisis de algunas funciones sencillas.

■ Metodología de la investigación

En Argentina existen dos tipos de estructuras educativas: en una, el nivel primario tiene una duración de siete años, y la escuela secundaria, cinco años, mientras que en la otra, tanto el nivel primario como el nivel secundario tienen una duración de seis años. En este último, las edades de los estudiantes según cada nivel es la siguiente: primer año, 12-13 años; segundo, 13-14 años; tercero, 14-15 años; cuarto, 15-16 años; quinto, 16-17 años y, en sexto, 17-18 años. Los últimos años (cuarto, quinto y sexto) se conforman según especialidades orientativas: industrial, técnica, humanidades, economía y gestión de las organizaciones, ciencias naturales, etc. El curso en el cual se realizó la implementación corresponde al último año del nivel secundario dentro de segunda estructura, modalidad «Economía y gestión de las organizaciones».

La investigación es cualitativa y etnográfica; su objetivo es describir y comprender cómo un grupo de estudiantes (17-18 años) de sexto año del secundario desarrollan el proceso de estudio en las sesiones de clases de matemáticas, a partir de la implementación de una enseñanza por REI. A cada grupo de estudiantes (G) le asignamos un número del 1 al 6 (G1, G2, G3, G4, G5 y G6) y, a su vez, a cada estudiante-miembro (A) del grupo, un número desde el 1 al 28 (A1 al A28).

La implementación, llevada a cabo desde el primer día del ciclo lectivo, estuvo a cargo del investigador. Los estudiantes no sabrían qué nociones matemáticas y microeconómicas permitirían aportar las respuestas a las preguntas, pues no se realizó un «entrenamiento» previo en las praxeologías matemáticas. Durante las 36 sesiones, se realizó observación participante, tomando notas de campo, registrando las sesiones en audio, realizando la bitácora del profesor y recolectando las producciones de los estudiantes de todas las sesio-



nes, que eran escaneadas y devueltas en la sesión siguiente.

Para el análisis de los registros, se diseñó el cuadro 1. En la primera columna se coloca el número de sesión de clase; en la segunda, la fecha; en la tercera, las preguntas generatrices y, en la última columna, las preguntas derivadas a partir de las generatrices.

A continuación, se presentan las preguntas derivadas obtenidas a partir de las preguntas generatrices. Estas preguntas fueron mayoritariamente formuladas por los estudiantes, conjuntamente con el resto de los grupos.

■ Preguntas derivadas del REI

El análisis de la tabla anterior permite resumir las preguntas que fueron abordadas durante el proceso del estudio. Para responder Q1 se formularon preguntas tales como:

¿Qué es el punto de equilibrio? ¿Cómo hallarlo?
 ¿Cómo construir el modelo? ¿Cómo representarlo?

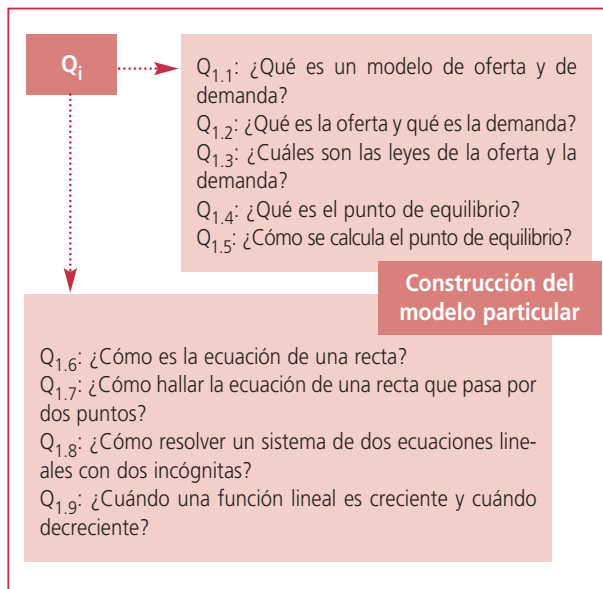
La búsqueda de respuestas a estas preguntas conduce a estudiar obras de la microeconomía. La construcción del modelo particular implica que deben estudiarse obras de la matemática, pues se formulan preguntas tales como:

¿Cómo hallar la ecuación de una recta que pasa por dos puntos? ¿Cómo resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Estas preguntas, propias de la matemática, surgen como una necesidad, por ejemplo, de hallar la función que modeliza los datos de la tabla para luego hallar el punto de equilibrio que es la intersección de ambas funciones. El cuadro 2 resume las preguntas formuladas a partir de Q₁.

Núm. sesión	Fecha	Pregunta Q _i	Pregunta derivada Q _{ij}
-------------	-------	-------------------------	-----------------------------------

Cuadro 1. Preguntas generatrices y derivadas



Cuadro 2. Preguntas derivadas de Q₁

Esta pregunta y sus derivadas permitieron construir el modelo particular para este mercado. El modelo presentado en la imagen 1 se construyó en la sesión número 3.

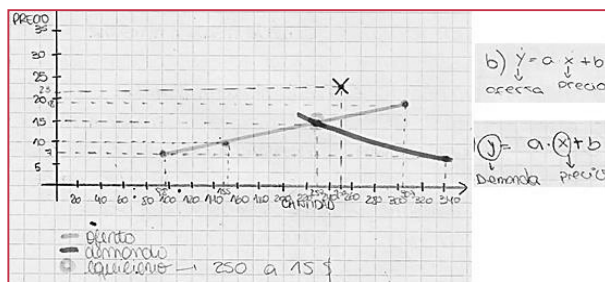


Imagen 1. Sesión 3. 17/03. Q₁



La pregunta Q2 derivó en otras cuyas respuestas permitían la construcción del modelo general para cualquier par de funciones de oferta y demanda lineales (cuadro 3).

El cuadro 4 muestra el modelo construido por dos grupos de estudio (G5 y G6). Este modelo se construyó durante las sesiones 5, 6 y 7. En primera fila, Q₂ corresponde a la pregunta:

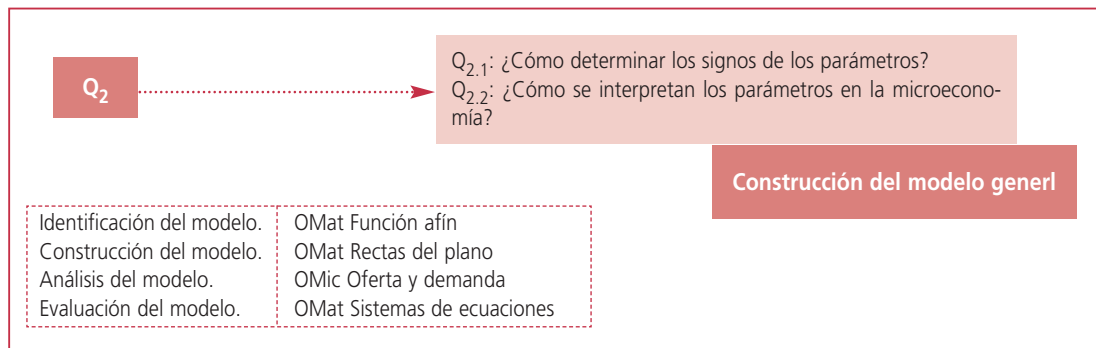
¿Cómo se podría estudiar el comportamiento de las leyes de oferta y la demanda para cualquier par de funciones lineales de oferta y de demanda?

Los estudiantes colocan entre llaves las funciones de oferta, de demanda y la ecuación de equilibrio. Luego, anotan el signo que deben tener

los parámetros para verificar los postulados de la oferta y la demanda. En la segunda fila, tercera columna, Q_{2,1} corresponde a una pregunta derivada de la anterior:

¿Cómo determinar los signos de los parámetros?

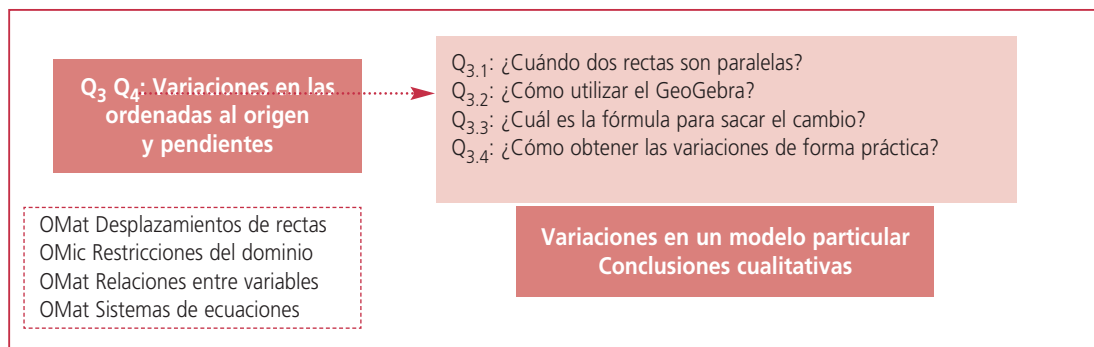
Se presentan los gráficos realizados por otro grupo donde diferencian representaciones distintas para la economía o la matemática, y analizan cómo utilizar las pendientes de las rectas para concluir respecto a las variaciones. En economía, en el eje horizontal se ubica la variable «cantidad» (denominada *q* por este grupo de estudiantes) y sobre el eje vertical, la variable «precio» (denominada *p*). El gráfico de la derecha corresponde al



Cuadro 3. Preguntas derivadas de Q₂

5	29/03	Q ₂	$\begin{cases} Co(p) = a_1 \cdot p - b_1 & a_1 = (+) & b_1 = (-) \\ Cd(p) = -a_2 \cdot p + b_2 & a_2 = (-) & b_2 = (+) \\ Co(p) = Cd(p) \end{cases}$
6	31/03	Q _{2,1}	

Cuadro 4. Modelo general



Cuadro 5. Preguntas derivadas de Q_3 y Q_4

uso «usual» que tendría en matemática. En economía, aunque se utilice el modelo donde las funciones de oferta y demanda dependen del precio, la representación se realiza utilizando los ejes invertidos.

Luego de la construcción del modelo general, se formulan Q_3 y Q_4 , cuyas respuestas conducen al estudio de las variaciones en los parámetros

del modelo. El cuadro 5 presenta las preguntas derivadas a partir de estas.

Los grupos G3 y G4 responden a estas preguntas con la representación gráfica de tablas numéricas. El cuadro 6 contiene ejemplos de estas respuestas. En la primera fila, se aprecia al análisis en las variaciones de la ordenada de la función demanda utilizando el *software* GeoGebra. En la se-

8	07/04	Q_4																																																								
9	10/04	Q_4	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Valor de la ordenada oferta</th> <th>Precio de equilibrio P_e</th> <th>Cantidad equilibrio Q_e</th> <th colspan="2">cantidad/precio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>1,14</td> <td>1,43</td> <td>-0,57</td> <td>0,14</td> </tr> <tr> <td>-3</td> <td>1,29</td> <td>1,07</td> <td>-0,29</td> <td>0,43</td> </tr> <tr> <td>-4</td> <td>1,43</td> <td>0,71</td> <td>-0,57</td> <td>0,14</td> </tr> <tr> <td>-5</td> <td>1,57</td> <td>0,36</td> <td>-1,14</td> <td>0,29</td> </tr> <tr> <td>-6</td> <td>1,71</td> <td>0</td> <td>-1,14</td> <td>0,29</td> </tr> <tr> <td>-7</td> <td>1,86</td> <td>-0,71</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-8</td> <td>2,00</td> <td>-1,43</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-9</td> <td>2,14</td> <td>-2,14</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-10</td> <td>2,29</td> <td>-2,86</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Valor de la ordenada oferta	Precio de equilibrio P_e	Cantidad equilibrio Q_e	cantidad/precio		-1	1	2			-2	1,14	1,43	-0,57	0,14	-3	1,29	1,07	-0,29	0,43	-4	1,43	0,71	-0,57	0,14	-5	1,57	0,36	-1,14	0,29	-6	1,71	0	-1,14	0,29	-7	1,86	-0,71			-8	2,00	-1,43			-9	2,14	-2,14			-10	2,29	-2,86		
Valor de la ordenada oferta	Precio de equilibrio P_e	Cantidad equilibrio Q_e	cantidad/precio																																																							
-1	1	2																																																								
-2	1,14	1,43	-0,57	0,14																																																						
-3	1,29	1,07	-0,29	0,43																																																						
-4	1,43	0,71	-0,57	0,14																																																						
-5	1,57	0,36	-1,14	0,29																																																						
-6	1,71	0	-1,14	0,29																																																						
-7	1,86	-0,71																																																								
-8	2,00	-1,43																																																								
-9	2,14	-2,14																																																								
-10	2,29	-2,86																																																								

Cuadro 6. Sesiones 8 y 9. 07/04 y 12/04. Q_4



Las nociones de *cociente incremental*, *límite* y *derivada* emergen como una necesidad de responder las preguntas de un modo *económico* desde el cálculo

gunda, el análisis de las variaciones en la ordenada de la función oferta a partir de valores numéricos indicados en una tabla.

En el último caso, los estudiantes calculan diferentes puntos de equilibrio para las funciones según las ordenadas, obteniendo valores negativos para las cantidades. Estos resultados no tienen sentido en el sistema económico (acuerdo realizado en las difusiones de las respuestas de cada grupo) pero se tienen en cuenta, pues resultaron útiles para determinar las variaciones en la canti-

dad y precio de equilibrio. Surgen preguntas referidas a los valores constantes en algunas de las variaciones, y a los no constantes, en otras. Esto hace emerger el cociente incremental de una magnitud respecto a otra, conduciendo al estudio de la derivada de funciones y del límite. El cuadro 7 resume las preguntas derivadas de Q_5 .

El cuadro 8 presenta algunas de las preguntas anotadas por los estudiantes del grupo G2, G3 y G5 a partir de Q_5 .

Consideraciones finales

El recorrido desarrollado en este curso de matemática ha mostrado la generatividad de sus preguntas, la capacidad de derivar otras preguntas, especialmente la pregunta Q_5 . Las nociones de *cociente incremental*, *límite* y *derivada* emergen como una necesidad de responder las preguntas

<div style="border: 1px dashed red; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <p>OMat Derivada OMat Límite</p> </div> <div style="background-color: #c0392b; color: white; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <p>Variaciones de un modelo particular</p> </div>	<div style="background-color: #c0392b; color: white; padding: 5px; width: 30px; margin: 0 auto;"> <p>Q_5</p> </div> <p>→</p>	<p>$Q_{5.1}$: ¿Cómo justificar los cambios constantes? $Q_{5.2}$: ¿Cómo hacer para obtener los valores sin graficar?</p>	Variaciones
	<p>$Q_{5.3}$: ¿Cómo determinar el incremento de una variable respecto a otra? $Q_{5.4}$: ¿Cómo se relaciona la derivada con el cociente incremental? $Q_{5.4.1}$: ¿Cómo calcular un cociente incremental? $Q_{5.4.2}$: ¿Cómo hallar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos? $Q_{5.4.2.1}$: ¿Qué es una recta secante? $Q_{5.4.2.1}$: ¿Qué es una recta tangente?</p>	Derivada	
	<p>$Q_{5.5}$: ¿Cómo calcular límites? $Q_{5.6}$: ¿Cuáles son las propiedades del límite de funciones?</p>	Límites	
	<p>$Q_{5.7}$: ¿Cómo calcular la derivada de cualquier función? $Q_{5.8}$: ¿Cómo calcular la derivada de una función en un punto? $Q_{5.9}$: ¿Siempre se debe calcular una derivada por definición? $Q_{5.9.1}$: ¿Cuáles son las reglas de derivación? $Q_{5.9.2}$: ¿Cuáles son los casos elementales? $Q_{5.10}$: ¿Cómo calcular derivadas usando las reglas y los casos elementales?</p>	Derivada	
	<p>$Q_{5.11}$: ¿Cómo estudiar las variaciones en el punto de equilibrio utilizando la derivada? $Q_{5.12}$: ¿Cuál es la relación de la derivada con el análisis de funciones?</p>	Variaciones	

Cuadro 7. Preguntas derivadas de Q_5

25	28/07		
29	02/08	Q ₅	
31	09/08		

Cuadro 8. Preguntas derivadas de Q₅

de un modo *económico* desde el cálculo. Las preguntas derivadas de Q₅, con ayuda del profesor, permitieron recorrer parte del programa de estudio de manera no tradicional: se estudió el cociente incremental, luego se definió la derivada de funciones y, posteriormente, el estudio del límite de funciones, en conjunto con el estudio de rectas en el plano, función afín y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Las organizaciones matemáticas reconstruidas en el aula fueron funcionales a la búsqueda de respuestas a las preguntas formuladas, y se estudiaron porque resultaban útiles para construir las respuestas. Una misma obra se estudió varias veces a lo largo del proceso de estudio. Esta característica, producto de una enseñanza por REI, no se obtiene en una enseñanza tradicional, donde las obras se estudian por una única vez, según un orden fijado por el programa y, excepcionalmente, se vuelven a estudiar. En un REI, una misma obra puede estudiarse tantas veces como sea necesario, estudiando diferentes componentes de la obra en

diferentes momentos. Las organizaciones matemáticas no son cerradas ni definitivas. Se puede ingresar y salir de ellas tantas veces como sea necesario durante el proceso de estudio.

Finalmente, es importante mencionar las dificultades que experimenta el profesor para ocupar su lugar y no ceder ante la demanda de los estudiantes, que inicialmente se resisten a ocupar su espacio y a desarrollar su papel, demandando al profesor la explicación y la responsabilidad de todo lo que se estudia. Esto conduce a la pregunta sobre el equipamiento praxeológico del profesor. Otros aspectos pedagógicos se refieren a la autonomía y a las actitudes necesarias para sostener esta pedagogía.

Referencias bibliográficas

BARQUERO, B. (2009): *Ecología de la Modelización Matemática en la enseñanza universitaria de las Matemáticas*. Tesis doctoral. Barcelona. Universidad Autónoma de Barcelona.

- CHEVALLARD, Y. (2007): «Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique» [en línea]. <<http://yves.chevallard.free.fr/>>.
- (2009): «Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER» [en línea]. <<http://yves.chevallard.free.fr/>>.
- (2012): «Enseñar matemática en la Sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma». *Revista de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (REDIMAT)*, núm. 2 (2), pp. 161-182.
- (2013): «Journal du séminaire TAD/IDD. Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement» [en línea]. <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-1.pdf>>.
- CHIANG, A. (1987): *Métodos fundamentales de la economía matemática*. México: McGraw-Hill.
- FONSECA, C. (2011): «Una herramienta para el estudio funcional de las matemáticas: los Recorridos de Estudio y de Investigación (REI)». *Educación Matemática*, vol. 23(1), pp. 97-121.
- FONSECA, C.; PEREIRA, A.; CASAS, J.M. (2011): «Los REI en la creación de secuencias de enseñanza y aprendizaje» [en línea]. <www.crm.cat/Conferences/0910/cdidactic/cdidactic.pdf>.
- GOULD, J., LAZEAR, E. (2000): *Teoría microeconómica*. Buenos Aires. México. Fondo de Cultura Económica.
- LLANOS, V.C.; OTERO, M.R. (2013): «The Research and Study Paths in the secondary

school: the case the polynomial functions of the second degree». *Journal Problems of Education in the 21st Century*, núm. 52, pp. 60-71.

- PARRA, V.; OTERO, M.R.; FANARO, M. (2013): «Los Recorridos de Estudio e Investigación en la Escuela Secundaria: resultados de una implementación». *Revista Bolema*, núm. Vol.(47), pp. 847-874.
- SUREDA, P.; OTERO, R. ; DONVITO, A. (2013): «Mise en œuvre d'un PER dans trois écoles secondaires: une étude des difficultés». *IV Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Toulouse.

Referencias de las autoras

Verónica Parra

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Buenos Aires (Argentina)
vparra@exa.unicen.edu.ar

M.^a Rita Otero

M.^a de los Ángeles Fanaro

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Buenos Aires (Argentina). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (Argentina)
rotero@exa.unicen.edu.ar
mfanaro@exa.unicen.edu.ar

Línea de trabajo: didáctica de la matemática.

Este artículo fue recibido en UNO: REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS en julio de 2014 y aceptado en octubre de 2014 para su publicación.