

Algoritmo evolutivo híbrido basado en la división del espacio de los objetivos para el problema de la mochila bi-objetivo

Daniel Alejandro Rossit¹, Máximo Méndez², Mariano Frutos³, and Begoña González²

¹ Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur (UNS)
INMABB-CONICET, Argentina

² Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes (SIANI)
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), España

³ Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur (UNS)
IIESS-CONICET, Argentina
Email: daniel.rossit@uns.edu.ar
Email: maximo.mendez@ulpgc.es
Email: mfrutos@uns.edu.ar
Email: bego.landin@ulpgc.es

Resumen Este trabajo presenta un Multi-objective Evolutionary Algorithm (MOEA) el cual divide el espacio de los objetivos (OSD), en varias regiones utilizando la solución Nadir calculada ésta en cada generación del algoritmo. Para la clasificación de las soluciones de las distintas regiones en frentes no-dominados, se utilizan diferentes estrategias de optimización de las funciones objetivo. La idea es intensificar la diversidad del frente aproximado de soluciones no-dominadas alcanzado. El algoritmo propuesto (NSGA-II/OSD) se implementa sobre el algoritmo NSGA-II y se ensaya sobre el Problema de la Mochila Bi-objetivo (0-1 MOKP). Con baja dimensionalidad (2-3 objetivos), este problema es de difícil resolución para un MOEA dado el elevado número de soluciones superpuestas que se generan durante su evolución. El método propuesto ofrece muy buen desempeño cuando es comparado con los algoritmos NSGA-II y MOEA/D muy reconocidos ambos en la literatura especializada.

Palabras clave: Algoritmos evolutivos multi-objetivos , Optimización, Bi-objetivo Problema de la Mochila

1 Introducción

Un problema de optimización multiobjetivo (POM) es aquel que corresponde a una cierta realidad industrial, económica o de otra índole y sobre el que un decisor desea optimizar varios objetivos usualmente en conflicto entre sí. Cuando se resuelve un POM de complejidad difícil, métodos metaheurísticos son muy apropiados. Estos métodos no garantizan obtener el frente exacto de soluciones no-dominadas, pero sí un conjunto aproximado.

La segunda generación de algoritmos evolutivos multiobjetivo (MOEAs), ha demostrado obtener excelentes resultados resolviendo POM [1]. De naturaleza estocástica, los MOEAs están basados en el concepto de población de soluciones lo que les proporciona gran destreza para encontrar múltiples soluciones no-dominadas en espacios de soluciones de diversa naturaleza. NSGA-II [2] y MOEA/D [3] son entre otros [4], [5], [6], [7], dos MOEAs muy reconocidos en la comunidad científica multiobjetivo. El primero, utiliza una clasificación de rangos por dominancia como mecanismo de convergencia, mientras que crowding-distance es el mecanismo usado para diversificar las soluciones. El segundo, funciona descomponiendo el POM en un número de subproblemas escalares o mono-objetivos que son resueltos todos a la misma vez mediante la evolución de una población de soluciones. Algunos trabajos recientes describen dificultades en cuanto a la especificación del punto de referencia en MOEA/D [4], [8], [9],[10]. Trabajos con MOEAs que incluyan un sub-división del espacio de los objetivos como la propuesta en este trabajo son muy escasos, sólo hemos encontrado [11], [12].

El problema de la mochila multiobjetivo en variables binarias (0-1 MOKP) es un problema combinatorio bien conocido y ampliamente manejado en la comunidad multi-objetivo. Un considerable número de métodos exactos y meta-heurísticos, ver por ejemplo [3], [13], [14], intentan resolver este problema. En [15], se señala el elevado número de soluciones superpuestas (overlapping solutions) cuando los MOEAs se aplican a problemas combinatorios con muchas variables de decisión y baja dimensionalidad. La aparición de soluciones superpuestas cuando el Problema de la Mochila 0-1 (2-3 objetivos) se resuelve con un MOEA, tiene un significativo impacto negativo sobre la diversidad del frente aproximado final de soluciones no-dominadas alcanzado [15].

Se propone en este trabajo un híbrido de NSGA-II, el cual divide el espacio de los objetivos (OSD) en varias regiones utilizando la solución Nadir la cual es calculada en cada generación del algoritmo. Las distintas subdivisiones utilizan diferentes estrategias de optimización de las funciones objetivo. La idea que subyace es intensificar la diversidad de soluciones del frente óptimo aproximado de Pareto (POF) alcanzado, permitiendo que en cada generación del algoritmo, soluciones dominadas por los extremos del POF alcanzado puedan entrar en la población N no-dominada.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se presentan algunos conceptos básicos para entender mejor este trabajo. En la sección 3 se describe el método propuesto. Los resultados experimentales se detallan en la sección 4. Por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

2 Conceptos básicos

En términos de minimización, un POM puede ser definido de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min. } F(x) = f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x) \\
 & \text{s.a.} \\
 & g_k(x) \leq 0 \quad k \in (1, 2, \dots, p) \\
 & h_l(x) = 0 \quad l \in (1, 2, \dots, q)
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde $F(x)$ es el vector de objetivos a minimizar y $n \geq 2$ el número de objetivos. Las ecuaciones $g_k(x) \leq 0$ y $h_l(x) = 0$ representan respectivamente p restricciones de desigualdad y q restricciones de igualdad. Los valores de x que satisfacen el conjunto de las $(p + q)$ restricciones, definen el espacio realizable S . El vector $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in S$ es un vector solución de m variables de decisión.

El conjunto de las imágenes de cada solución realizable en el espacio de la decisión, conforma el conjunto de soluciones realizables en el espacio de los objetivos $Z = f(S)$ definido como $Z = \{z_1 = f_1(x), \dots, z_n = f_n(x), \forall x \in S\}$ y donde $z = (z_1, \dots, z_n) \in R^n$ representa una solución realizable en el espacio de los objetivos.

Una solución $z^t = (z_1^t, z_2^t, \dots, z_n^t) \in Z$ domina una solución $z^u = (z_1^u, z_2^u, \dots, z_n^u) \in Z$ y se le conoce como Pareto-óptima si se verifican las siguientes condiciones:

1. $z_j^t \leq z_j^u \quad \forall j \in (1, 2, \dots, n)$
2. $\exists j \in (1, 2, \dots, n)$ tal que $z_j^t < z_j^u$

Al conjunto de soluciones Pareto-óptimas en el espacio de soluciones se le llama conjunto óptimo de Pareto y a su imagen en el espacio de objetivos frente óptimo de Pareto.

La solución Ideal z^I de un POM es un vector solución $z^I = (z_1^I, z_2^I, \dots, z_k^I)$, construido con los mejores valores función objetivo de todas las soluciones del espacio de los objetivos (Fig. 1). Esta solución es en general inalcanzable.

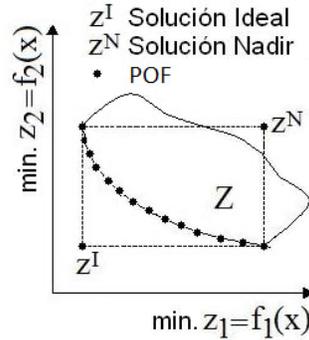


Fig. 1. Soluciones Ideal, Nadir y frente óptimo aproximado de Pareto (POF).

La solución Nadir z^N de un POM es un vector solución $z^N = (z_1^N, z_2^N, \dots, z_k^N)$, construido con los peores valores función objetivo de todas las soluciones del frente de Pareto (Fig. 1). Esta solución puede ser alcanzable o inalcanzable.

2.1 MOEA/D con especificación de Zhang del punto de referencia

Básicamente, MOEA/D trabaja descomponiendo un POM en un número finito de sub-problemas escalares y resolviéndolos simultáneamente mediante la evolución de una población de soluciones. Algunos enfoques para convertir un POM en un sub-problema escalar se pueden consultar en [3]. El enfoque de Tchebycheff se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Min. } g^{te}(x|\lambda, z^*) &= \max_{1 \leq i \leq n} \{\lambda_i f_i(x) - z_i^*\} \\ \text{s.a. } x &\in X \end{aligned} \quad (2)$$

donde $z^* = (z_1^*, \dots, z_n^*)$ es el punto de referencia (PR) especificado en este trabajo de la siguiente forma:

$$z_i^* = \alpha * \max\{f_i(x)|x \in X\} \text{ para cada } i = 1, \dots, n \quad (3)$$

y donde $\alpha \geq 1$.

2.2 MOEA/D con especificación de Ishibuchi del punto de referencia

Ishibuchi et al. proponen en [8] usar en (2) la siguiente especificación para el PR:

$$z^R = z_i^* - \alpha_t(z_i^{max} - z_i^*) \quad (4)$$

donde $z_i^* = (z_1^*, \dots, z_n^*)$ corresponde al mínimo valor en la función objetivo i , $z_i^{max} = (z_1^{max}, \dots, z_n^{max})$ corresponde al máximo valor de la función objetivo i en la generación en curso y α_t es un parámetro que decrece en cada generación del algoritmo. De (4) es obvio que cuando $\alpha_t = 0$ los valores z^R y z^* tienen los mismos valores.

Para hacer que el valor z^R se aproxime gradualmente al valor del punto de referencia z^* durante la ejecución del algoritmo, el valor α_t es modificado en cada generación según:

$$\alpha_t = \alpha (t_{max} - t)/(t_{max} - 1) \quad (5)$$

donde α es un valor inicial de α_t , t_{max} es el número máximo de generaciones del algoritmo y t es la generación actual. Nótese que el valor final de α_t en la última generación es cero, i.e., z^R tiende a z^* durante la ejecución del algoritmo.

3 Método propuesto

El algoritmo propuesto en este trabajo consiste en una versión modificada de NSGA-II, en los siguientes términos:

1. En cada generación t del algoritmo: una población $R_t = P_t + Q_t$ es construida con P_t la población de padres de tamaño N y Q_t la población de hijos (tamaño N) generados de las operaciones de cruzamiento y mutación a partir de la población N construida en la generación $t - 1$.
2. A partir de la población R_t la solución Nadir es identificada mediante algún método.
3. En base a la solución Nadir el espacio de los objetivos se divide en tres regiones independientes R_1 , R_2 y R_3 tal como se indica en la Fig. 2.
4. Las soluciones de cada región R_1 , R_2 y R_3 son clasificadas (complejidad computacional $O(n2N)$) en diferentes frentes no-dominados (F_1, F_2, \dots, F_n). Para la clasificación de las soluciones, se usan diferentes criterios de optimización de las funciones objetivo f_1 y f_2 .
 - (a) Región R_1 : Las dos funciones objetivo f_1 y f_2 son siempre maximizadas.
 - (b) Región R_2 : La función f_1 es siempre maximizada. La función f_2 es maximizada si se cumple la condición $t \geq nt$, en caso contrario f_2 es minimizada. El valor t es la generación actual y nt un parámetro (número de generaciones que se maximiza o minimiza la función objetivo) que se define como:

$$nt = \alpha t_{max} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (6)$$

- (c) Región R_3 : La función f_2 es siempre maximizada. La función f_1 es maximizada si se cumple la condición $t \geq nt$, en caso contrario f_1 es minimizada.

Finalizado el paso 4, toda la población R_t queda clasificada en frentes de no-dominación (F_1, F_2, \dots, F_n).

5. Para completar la población P_{t+1} hasta alcanzar un tamaño N , como en NSGA-II, las soluciones con menor rango primero, y mayor crowding-distance segundo, son escogidas.

4 Experimentos y comparaciones

4.1 Problema de la Mochila Multiobjetivo MOKP/0-1

El problema de la mochila multiobjetivo en variables binarias (MOKP/0-1) consiste en una serie de objetos o ítems con un peso, un beneficio asociado a cada uno de ellos y un límite de capacidad para cada mochila. Así, la tarea radica en encontrar el subconjunto de objetos que maximicen los beneficios totales de cada mochila y que puedan ser colocados en dichas mochilas sin exceder sus límites de capacidad. El problema es de complejidad NP-difícil y puede ser usado para modelar cualquier aplicación real que se ajuste al modelo descrito en (7).

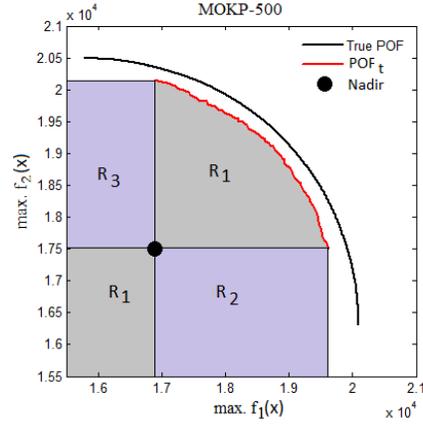


Fig. 2. División propuesta del espacio de los objetivos en base a la solución Nadir.

El MOKP/0-1 puede ser definido formalmente como sigue:

$$\begin{cases} \max. & f_i(x) = \sum_{j=1}^m b_{ij}x_j \quad i = 1, \dots, n \\ \text{s.a.} & \sum_{j=1}^m w_{ij}x_j \leq c_i \quad x_j \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (7)$$

donde: m =número de objetos, x_j =variable de decisión, n =número de sacos, b_{ij} =beneficio objeto j según saco i , w_{ij} =peso objeto j según saco i y c_i = capacidad saco i .

4.2 Configuración de parámetros y métricas

En este trabajo, las implementaciones de NSGA-II y MOEA/D se han realizado según [2] y [3]. Ambos algoritmos son aplicados sobre el 500-MOKP/0-1 con dos objetivos, los datos del problema y frente óptimo pueden descargarse de: <https://sop.tik.ee.ethz.ch/download/supplementary/testProblemSuite/testProblemSuite/>.

En todos los experimentos se utilizó codificación binaria, cruce uniforme de probabilidad 0.8 y probabilidad de mutación (bit a bit) de 1/500. Un número de 400000 evaluaciones de la función objetivo se usó como condición de parada. Tres tamaños de la población $N=50$, $N=100$ y $N=200$ soluciones fueron utilizadas en los tres algoritmos NSGA-II/OSD, NSGA-II y MOEA/D. Los valores examinados para el parámetro α definido en (6) de balance convergencia/diversidad de NSGA-II/OSD fueron $\alpha = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ y 1.0 . Con MOEA/D, los valores ensayados de α en el cálculo del punto de referencia z^* según la especificación de Zhang definida en (3) fueron $\alpha = 1.0, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2, 1.25, 1.3$; en la versión de Ishibuchi para el cálculo del punto de referencia

z^R definido en (4) y (5), los valores se fijaron en $\alpha= 0.0, 0.1, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$ y 10.0 .

Para la comparación de los resultados obtenidos por los algoritmos, se emplearon la S-metric o hipervolumen H (punto de referencia usado el 0,0) sugerida en [16] y visualizaciones de los frentes de soluciones de Pareto alcanzados de valor H más próximo al valor medio final calculado en 30 ejecuciones independientes.

4.3 NSGA-II/OSD análisis previo: efectos de variar el parámetro α

En esta subsección se analizan las influencias en la convergencia y diversidad del frente de soluciones alcanzado, cuando se varía el parámetro α en la ecuación (6) en el algoritmo propuesto NSGA-II/OSD. En la Fig. 3 (izquierda), se muestran los valores del hipervolumen medio al modificar los valores del parámetro α . Se puede observar que los mejores valores de H se obtienen para valores intermedios del parámetro α así, el mejor valor del hipervolumen se alcanza cuando $\alpha=0.5$. Para mejor interpretar estos resultados, la Fig. 3 (derecha) muestra los efectos sobre la distribución de soluciones del aproximado POF obtenido cuando $N=200$. Se observa que los frentes aproximados de Pareto de menor diversidad (mayor convergencia) y mayor diversidad (menor convergencia) se obtienen cuando $\alpha=0.0$ y $\alpha=1.0$ respectivamente; de otra parte, el mejor balance convergencia-diversidad se logra para un valor de $\alpha=0.5$.

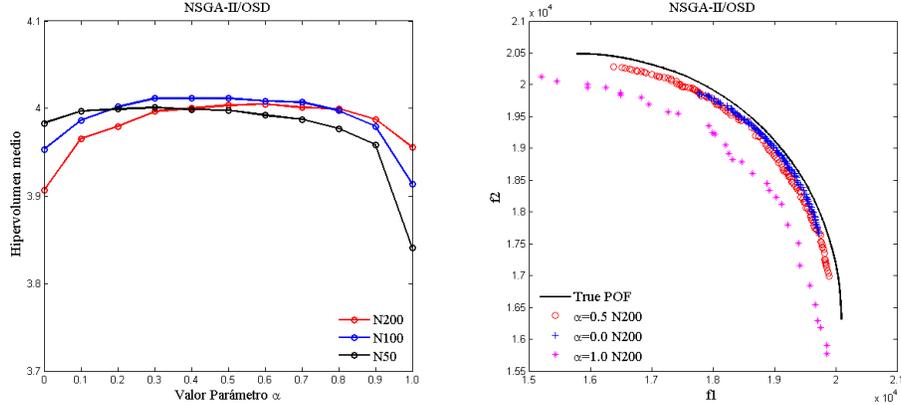


Fig. 3. Valores H al variar el parámetro α (izquierda) y gráficas de soluciones no-dominadas con el valor H más próximo al valor medio final en 30 ejecuciones (derecha).

Además, en la Fig. 4 se muestra la evolución del porcentaje de soluciones diferentes en la población N de soluciones para $N=200$ y valores $\alpha=0.0$, $\alpha=0.5$ y $\alpha=1.0$. Se observa que el mejor valor porcentaje de soluciones diferentes logrado durante la evolución del algoritmo, se obtiene para $\alpha=1.0$ lo cual explica la

mejor diversidad (aunque peor convergencia) del POF aproximado alcanzado y mostrado en la Fig. 3 (derecha). También, en la Fig. 4 se aprecia que durante la primera mitad de la evolución del algoritmo, el valor porcentaje de soluciones diferentes en N es mejor cuando se usa el valor $\alpha=0.5$ en comparación con el valor logrado cuando se utiliza el valor $\alpha=0.0$, más tarde, hacia el final de la evolución del algoritmo ambos valores se igualan. Esto explica el porqué de la mejor diversidad del POF aproximado alcanzado al final de la evolución y mostrado en la Fig. 3 (derecha), cuando se usa el valor $\alpha=0.5$ frente al valor $\alpha=0.0$.

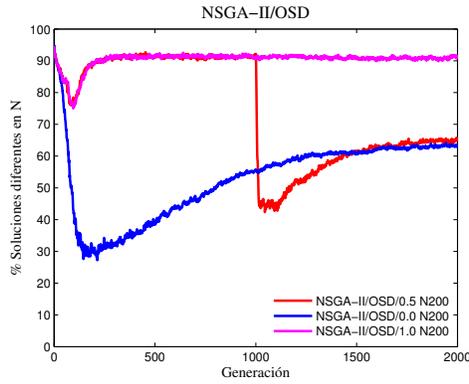


Fig. 4. Evolución de los porcentajes medios de soluciones diferentes en las poblaciones N en el algoritmo propuesto NSGA-II/OSD.

4.4 MOEA/D análisis previo: importancia de la especificación del punto de referencia PR

Dos especificaciones del punto de referencia, la de Zhang y la de Ishibuchi, descritas ambas en los apartados 2.1 y 2.2 se comparan en esta subsección. La Fig. 5 (izquierda) muestra los valores del hipervolumen medio H al variar el valor α en la especificación de Zhang del punto de referencia en MOEA/D según la ecuación (3). El valor H crece hasta un valor máximo (cuando $\alpha = 1.2$) para luego volver a decrecer. También, se puede observar en la Fig. 6 (izquierda) los efectos sobre la diversidad de los frentes de soluciones alcanzados cuando se utilizan los valores $\alpha=1.0$ (mínima diversidad) y $\alpha=1.2$ (máxima diversidad y máximo valor de H). Por ello, es altamente recomendable utilizar el valor $\alpha=1.2$ en MOEA/D cuando se utiliza la versión de Tchebycheff y especificación de Zhang del PR.

Utilizando ahora en MOEA/D la especificación de Ishibuchi del punto de referencia según las ecuaciones (4) y (5) también, al variar el valor α se obtienen diferentes valores del hipervolumen H . La Fig. 5 (derecha) señala que el valor

H crece hasta un valor máximo (cuando $\alpha \geq 3$) a partir del cual permanece estable. Así mismo, se pueden observar, en la Fig. 6 (derecha), los efectos sobre la diversidad y convergencia de los frentes de soluciones alcanzados cuando se usan los valores $\alpha=0.0$ (mínima diversidad y máxima diversidad), $\alpha=10$ (máxima diversidad y mínima convergencia) y $\alpha=3$ (valores de la diversidad y convergencia intermedios). También, en la Fig. 7 se puede ver que al incrementarse el valor α , el porcentaje medio de soluciones diferentes en la población N alcanzado por el algoritmo disminuye. Por lo cual, se recomienda usar el valor $\alpha=3.0$ en MOEA/D cuando se utiliza la versión de Tchebycheff y especificación de Ishibuchi del PR.

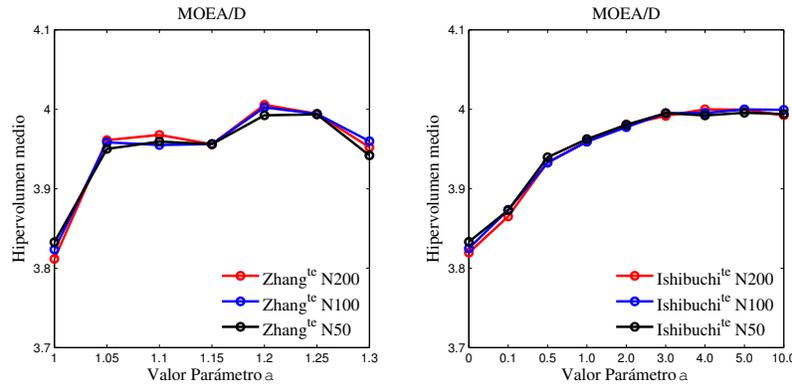


Fig. 5. Valores H al variar el parámetro α en la especificación de Zhang del PR en MOEA/D (izquierda). Valores H al variar el parámetro α en la especificación de Ishibuchi del PR en MOEA/D (derecha).

Por último, en la Fig. 5 (izquierda y derecha) se observa que utilizando las especificaciones de Zhang con el valor $\alpha=1.2$ e Ishibuchi con valor $\alpha \geq 3$ en MOEA/D (versión Tchebycheff), se obtienen los mejores valores y ambos parecidos según el valor de la métrica H. También, la Fig. 8 muestra similares frentes de soluciones no-dominadas alcanzados por ambos algoritmos; no obstante, durante toda la evolución del algoritmo siempre el número de soluciones diferentes en la población N, logrado usando en MOEA/D la especificación de Ishibuchi del PR es inferior al alcanzado utilizando la especificación de Zhang del PR, véase la Fig. 7.

4.5 Resultados comparativos: NSGA-II/OSD vs MOEA/D vs NSGA-II

En esta subsección comparamos el algoritmo NSGA-II/OSD propuesto en este trabajo, con los algoritmos MOEA/D con especificación de Zhang del PR y NSGA-II. Tanto en NSGA-II/OSD como en MOEA/D se utilizó aquel valor α que proporcionó el mejor valor del hipervolumen medio H tras 30 ejecuciones

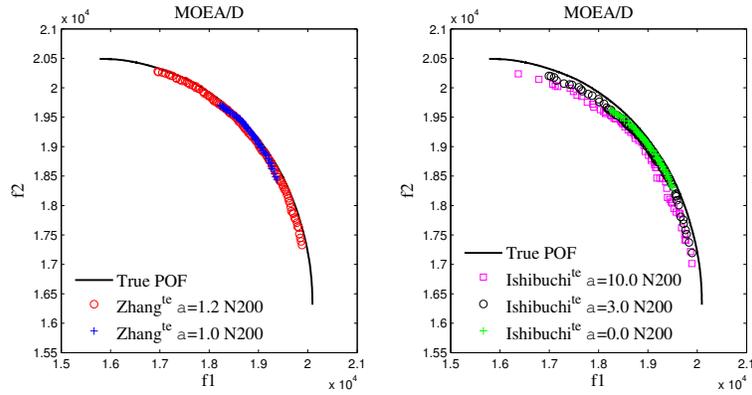


Fig. 6. Gráficas de soluciones no-dominadas con el valor H más próximo al valor medio final en 30 ejecuciones: especificación de Zhang del PR (izquierda), especificación de Ishibuchi del PR (derecha).

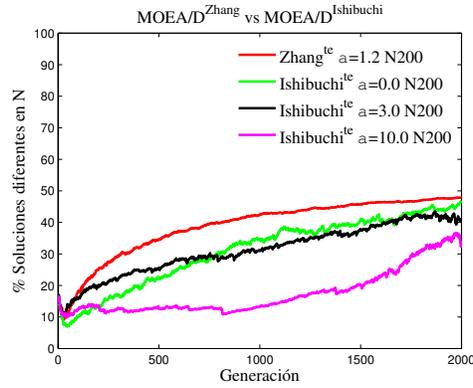


Fig. 7. Evolución de los porcentajes medios de soluciones diferentes en las poblaciones N en el algoritmo MOEA/D utilizando las especificaciones de Zhang e Ishibuchi del PR .

independientes y que según los experimentos descritos en anteriores apartados fueron $\alpha=0.5$ para NSGA-II/OSD y $\alpha=1.2$ para MOEA/D.

En la Fig. 9 (izquierda) se muestran los valores del hipervolumen alcanzado por los algoritmos durante su evolución. Se observa en dicha figura, que NSGA-II obtiene siempre el peor valor. Por otro lado, durante la primera mitad de la evolución, MOEA/D consigue un mejor valor de H con respecto al logrado por NSGA-II/OSD; luego, los valores H obtenidos por ambos algoritmos se igualan justo cuando, en las estrategias usadas con NSGA-II/OSD en las regiones R2 y R3 (Fig. 2) se maximizan los dos objetivos del problema. Idéntica conclusión se obtiene con las desviaciones del hipervolumen en la Fig. 9 (derecha).

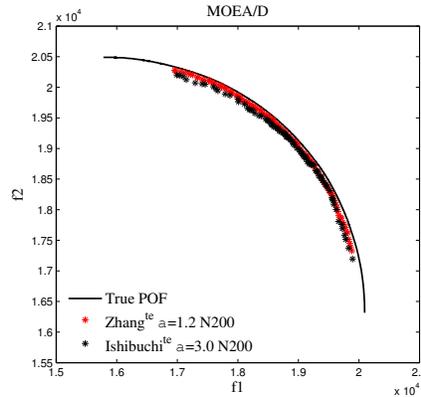


Fig. 8. Gráficas de soluciones no-dominadas con el valor H más próximo al valor medio final en 30 ejecuciones: especificación de Zhang del PR ($\alpha=1.2$) y especificación de Ishibuchi del PR ($\alpha=3.0$).

Por último, en la Fig. 10 se muestran los frentes de soluciones no-dominadas alcanzados por los algoritmos. Se advierte en la figura, que NSGA-II logra una buena convergencia pero muy pobre diversidad de soluciones. Se observa también, que el frente de soluciones alcanzado con el método propuesto obtiene mayor diversidad que la alcanzada por MOEA/D con especificación de Zhang del PR, aunque en términos de convergencia es MOEA/D quien parece tener mejor valor. Estas diferencias, podrían explicarse por la diferencia del valor porcentaje de soluciones diferentes en la población N logrado por los algoritmos durante sus evoluciones, véase la Fig. 11.

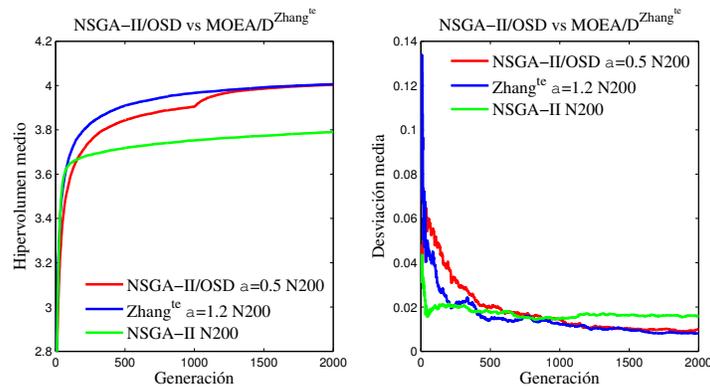


Fig. 9. NSGA-II/OSD versus MOEA/D versus NSGA-II: Evolución de los valores de los hipervolumenes medio (izquierda) y desviaciones del hipervolumen (derecha).

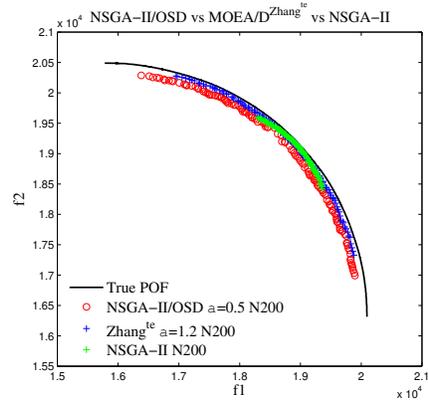


Fig. 10. NSGA-II/OSD versus MOEA/D versus NSGA-II: gráficas de soluciones no-dominadas con el valor H más próximo al valor medio final en 30 ejecuciones.

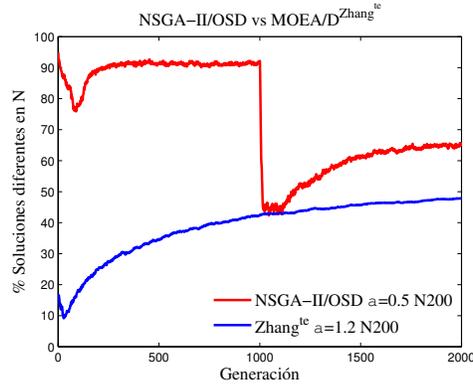


Fig. 11. NSGA-II/OSD versus MOEA/D: Evolución de los porcentajes medios de soluciones diferentes en las poblaciones N.

5 Conclusiones

En este trabajo se propone un algoritmo evolutivo multiobjetivo (NSGA-II/OSD) que hibridiza NSGA-II. El algoritmo subdivide el espacio de los objetivos en varias regiones utilizando la solución Nadir calculada en cada generación del algoritmo. Las distintas subdivisiones utilizan diferentes estrategias de optimización de las funciones objetivo. El algoritmo NSGA-II/OSD propuesto permite definir

un parámetro $\alpha \in [0,1]$ muy fácil de usar, que permite balancear la diversidad/convergencia del frente de soluciones no-dominadas alcanzado por el algoritmo; para el valor $\alpha=0.5$ el algoritmo logra su mejor valor de hipervolumen medio.

El algoritmo propuesto obtiene muy buen desempeño y mejores resultados cuando es comparado con NSGA-II. Cuando NSGA-II/OSD es comparado con MOEA/D con la especificación de Zhang del punto de referencia, en términos de la métrica del hipervolumen medio, ambos algoritmos obtienen valores similares. No obstante, NSGA-II/OSD logra una mayor diversificación de soluciones en el frente no-dominado final alcanzado, mientras MOEA/D parece alcanzar mejor convergencia.

Referencias

1. Carlos A. Coello Coello, Gary B. Lamont, David A. Van Veldhuizen. *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2006.
2. K. Deb, A. Pratap, S. Agrawal, T. Meyarivan. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, n^o2, pp. 182-197, 2002.
3. Q. Zhang and H. Li. MOEA/D: A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 11(6), pp. 712-731, 2007.
4. R. Saborido, A.B. Ruiz, M. Luque. Global WASF-GA: An Evolutionary Algorithm in Multiobjective Optimization to approximate the whole Pareto Optimal Front. *Evolutionary Computation* 25(2), pp. 309-349, 2017.
5. M. Méndez, D. A. Rossit, B. González and M. Frutos, Proposal and Comparative Study of Evolutionary Algorithms for Optimum Design of a Gear System. *IEEE Access*, vol. 8, pp. 3482-3497, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2962906.
6. Nedjmeddine Kantoura, Sadek Bouroubia, DjamelChaabane, A parallel MOEA with criterion-based selection applied to the Knapsack Problem. *Applied Soft Computing*, vol. 80, pp. 358-373, 2019, doi.org/10.1016/j.asoc.2019.04.005.
7. T. Robič and B. Filipič, DEMO: Differential Evolution for Multiobjective Optimization. In *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, EMO 05*, C.A. Coello Coello, A. Hernández Aguirre and E. Zitzler, Eds. *Lecture Notes in Computer Science*, vol 3410. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005, pp. 520-533.
8. Hisao Ishibuchi, Ken Doi, Yusuke Nojima. Reference Point Specification in MOEA/D for Multi-Objective and Many-Objective Problems. 2016 *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2016.
9. Rui Wang, Jian Xiong, Hisao Ishibuchi, Guohua Wu, Tao Zhang. On the effect of reference point in MOEA/D for multi-objective optimization. *Applied Soft Computing* 58(2017), pp. 25-34, 2017.
10. Zhenkun Wang, Qingfu Zhang, Hui Li, Hisao Ishibuchi, Licheng Jiao. On the use of two reference points in decomposition based multiobjective evolutionary algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation* 34(2017), pp. 89-102, 2017.
11. Mingzhao Wang, Yuping Wang, Xiaoli Wang. A Space Division Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Adaptive Multiple Fitness Functions. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence* 30(3), 2016.

12. Yuping Wang, Chuangyin Dang. Improving Multiobjective Evolutionary Algorithm by Adaptive Fitness and Space Division. In: Wang L., Chen K., Ong Y.S. (eds) *Advances in Natural Computation. ICNC 2005*. LNCS, vol 3612. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
13. X. Gandibleux, A. Freville. Tabu search based procedure for solving the 0-1 multiobjective knapsack problem: the two objectives case. *J. of Heuristics*, 6(3), pp. 361-383, 2000.
14. Hisao Ishibuchi, Naoya Akedo, Yusuke Nojima. Behavior of multiobjective evolutionary algorithms on many-objective knapsack problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 19(2), 2015.
15. Hisao Ishibuchi, Kaname Narukawa, Yusuke Nojima. Handling of Overlapping Objective Vectors in Evolutionary Multiobjective Optimization. *International Journal of Computational Intelligence Research* 1(2005), pp. 1-18, 2005
16. E. Zitzler, L. Thiele, Multiobjective optimization using evolutionary algorithms - A comparative case study. In A.E. Eiben et al. (Eds.): *Parallel Problem Solving from Nature*, LNCS, Volume 1498, pp. 292-301, Springer, Heidelberg, 1998.