

Producción de sentidos sobre modelización: el caso de un grupo de futuras profesoras

Making sense of modelling: the case of a group of pre-service teachers

Cristina Esteley 

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba
Argentina
esteley@famaf.unc.edu.ar

María Florencia Cruz 

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral
Argentina
mfcruz@fhuc.unl.edu.ar

Resumen. En este artículo se presentan avances de un estudio sobre producción de sentidos vinculados con procesos de modelización matemática por parte de cuatro futuras profesoras en matemática de una universidad nacional argentina al involucrarse con actividades de modelización matemática. Específicamente preguntamos: ¿qué sentidos atribuyen las futuras profesoras a la modelización matemática?, ¿varían tales sentidos?, en caso afirmativo, ¿qué variaciones se hacen evidentes a medida que las futuras profesoras se involucran con distintas actividades. Para producir la información necesaria con el fin de responder las preguntas anteriores, llevamos adelante una investigación cualitativa apelando a estudio de casos. En el marco del estudio, las investigadoras diseñan una propuesta de enseñanza de modelización matemática que es implementada por la profesora responsable de un curso de geometría tridimensional. Al reportar y analizar la información producida, se detallan características del ambiente de formación considerado, identificando momentos principales y actividades que enmarcan el trabajo matemático y los procesos reflexivos vividos por las futuras profesoras. A partir del análisis realizado, se delimitan y documentan tanto los sentidos producidos grupal o individualmente como sus variaciones. A partir de los resultados del estudio, se realizan aportes breves sobre la problemática de la formación de futuras/os profesoras/es en matemática.

Palabras clave: futuras/os profesores; modelización matemática; producción de sentido; experiencia; trayectorias de formación.

Abstract. This paper addresses the results from a study about the production of meanings related to mathematical modelling processes by four mathematics pre-service teachers from an Argentinian



national university, who were engaged in mathematical modelling activities. Specifically, we ask: What meanings do pre-service teachers give to Mathematical Modelling? Do these meanings vary? And if so, what variations become evident as pre-service teachers engage in different activities? To produce relevant information to answer the above questions, qualitative research was developed through a case study. Within the framework of the research, we designed a teaching proposal that was implemented by the teacher in charge of a course on Space geometry. When reporting and analysing the information produced, the characteristics of the teacher training environment are specified, as well as the main moments and activities that framed the mathematical work and the reflective processes experienced by the future teachers. Based on the conducted analysis, both the meanings produced by the pre-service teachers, as a group or individually, and their variations are delineated and documented. Based on the results of the study, brief contributions are made concerning the training of pre-service mathematics teachers.

Keywords: future teachers; mathematical modelling; sense-making; experience; educational trajectories.

Introducción

En este artículo se presentan y analizan sentidos producidos por cuatro futuras profesoras en matemática de una universidad nacional argentina, al involucrarse con actividades de modelización matemática (MM).

Tanto los estudios de actividades de MM y las aplicaciones de modelos matemáticos para resolver problemas en clases de matemática de distintos niveles educativos como la formación de profesoras/es son relevantes para el campo de la educación matemática (Stillman et al., 2013; Stillman, Blum & Biembengut, 2015; Kaiser 2020). Avances en tales estudios, permiten ofrecer recomendaciones para la producción de nuevos diseños (Borromeo Ferri, 2018, 2021; Mina, Esteley, & Alternan, 2019). Dialécticamente, cambios en los diseños y las prácticas de aula impulsan nuevas investigaciones focalizadas en la MM (Araújo, 2019). Algunas investigaciones se interesan por estudiar, la formación de profesoras/es y la producción de sentidos en vínculo con la MM (Stillman & Brown, 2019; Stillman, Kaiser & Lampen, 2020).

En línea con esos movimientos, a inicios del 2000, Argentina fue realizando reformas curriculares. En las versiones 2011-2021 de Diseños Curriculares¹ para la escuela secundaria (estudiantes de edades entre 12 y 18 años), se propone introducir la modelización para la enseñanza de la matemática, recomendando que las y los docentes consideren la misma como medio para resolver problemas tanto internos como externos a la matemática (Mina et al., 2019). Las autoras hacen notar que el propósito detrás de los diseños curriculares argentinos estaría más vinculado con la modelización como vehículo (Julie & Mudaly 2007), en concordancia con el estudio de Lamb y Visnovska (2015) al considerar otros países.

El cambio curricular para las escuelas secundarias argentinas impactó en los programas

de formación de docentes, particularmente para la formación de futuras/os profesoras/es² (FPs). Actualmente los profesorados universitarios cuentan con estándares generales³ que promueven la incorporación de actividades de modelización en cursos de matemática durante la formación inicial o de reflexiones sobre la enseñanza de la MM en cursos de Didáctica (Estándares Profesorados en Matemática, 2012). Al igual que en los diseños curriculares para el secundario, en los lineamientos para la formación docente, se propone promover el trabajo con modelos, vinculándolos con fenómenos externos e internos a la matemática.

Como ocurre en el ámbito internacional (Lingefjärd, 2013; Borromeo Ferri, 2021; Stillman et al., 2020), las recomendaciones curriculares locales sobre la MM y su enseñanza representan importantes desafíos para las/os formadoras/es de FPs en matemática (Villarreal, Esteley, & Smith, 2018).

Considerando recomendaciones presentes en los lineamientos y diseños curriculares y los avances en las investigaciones (Stillman, Blum, & Kaiser, 2017; Villarreal et al., 2018), en 2018 iniciamos un trabajo de acción e investigación amplia vinculadas con la implementación de tareas de MM en un curso universitario de matemática para la formación de FPs, a fin de estudiar (entre otros) la producción de sentidos sobre la MM por parte de FPs al involucrarse con tareas de modelización.

La creación y organización de las tareas se realizan tomando como referencia la noción de escenarios de modelización propuesta por Esteley (2014). Tal escenario:

[se] caracteriza por la presencia [en o fuera del aula] de un conjunto de espacios, situaciones, circunstancias, materiales, acciones e interacciones que dan sentido al proceso [de MM] y con ello, transforma ese conjunto en una experiencia cuyo fin es llevar al aula la modelización como abordaje pedagógico. (p. 99)

En términos generales, en tal abordaje se espera que FPs experimenten en clase un proceso de modelización (Bassanezi, 2002), poniendo en juego acciones e interacciones para promover la producción de sentidos.

La noción anterior resulta de valor para varios trabajos realizados con FPs, de la Universidad de Córdoba (Argentina). Por ejemplo, en Villarreal et al. (2018) se presentan modelos producidos por FPs en el marco de un curso de Didáctica de la Matemática en el que se propicia la modelización como contenido (Julie & Mudaly, 2007). Las autoras, sin dejar de reconocer los aportes que ofrece para FPs lo trabajado en el curso de Didáctica, también resaltan la ausencia de la MM en cursos de matemática para FPs.

Para cubrir esa falencia local, se llega a acuerdos con una docente a cargo de un curso de geometría del espacio de la Universidad Nacional del Litoral (UNL) para llevar adelante una propuesta educativa de modelización en dicho curso. La propuesta se acuerda con la docente y se diseña complementando tareas realizadas desde una visión de modelización como contenido con otras construidas desde la idea de modelización como vehículo (Julie & Mudaly, 2007). Esa decisión se toma a fin de cumplimentar con requerimientos curriculares

y está en sintonía con la idea de Lewis (2021) respecto a pensar el trabajo con MM como un puente entre la modelización como contenido y como vehículo a fin de adecuar el trabajo docente a las exigencias de las instituciones o de los diseños curriculares vigentes.

En el marco de las ideas antes presentadas, en este artículo, tomando como caso las resoluciones a tareas realizadas por un grupo de cuatro FPs, buscamos responder: ¿qué sentidos atribuyen las FPs a la MM?, ¿varían tales sentidos?, en caso afirmativo, ¿qué variaciones se hacen evidentes a medida que se involucran con distintas actividades? A partir de las respuestas que se ofrezcan interesa discutir brevemente algunas implicaciones del estudio para la formación de FPs.

Trabajar con MM y producir sentido

En la noción de escenario de modelización antes mencionada, se destacan la producción de sentido y acciones seguidas por quienes se involucran en procesos de MM. De otros modos, Stillman y Brown (2019) también enfatizan lo referido a dar sentido y la importancia de las acciones al trabajar con modelización. Las autoras señalan que la MM, las aplicaciones o el uso de la propia matemática, son un medio para describir el mundo y para dar sentido al mundo o para apoyar diversas acciones (explicar, decidir, diseñar y predecir) que realizan las personas en sus tareas cotidianas en contextos particulares.

Respecto a la producción de sentido, Keazer y Menon (2015/6), marcan su ineludible presencia en las clases de matemática, ya que la producción de sentido como el razonamiento son hábitos de pensamiento inherentes a toda actividad matemática. De manera similar, Buenrostro y Ehrenfeld (2019) puntualizan la importancia de ofrecer oportunidades a las y los estudiantes para crear sentido sobre las ideas matemáticas a fin de propiciar el desarrollo de comprensiones de conceptos matemáticos.

Stillman et al. (2020) discuten el valor de la producción de sentido al modelizar. Recuperando aportes de Vygotsky y otros autores puntualizan que el sentido de cada palabra expresada por una persona es resultante de un proceso complejo en el que esa persona recupera ideas, experiencias, conocimientos, de este modo la palabra adquiere sentido acorde al contexto en el que se usa.

Abel, Searcy y Salinas (2020) describen el proceso de creación de sentido de un colectivo formado por profesoras/es de secundaria y profesoras/es de universidad. Se informa que las/os profesoras/es se involucraron en debates que las/os llevan a conciliar diversas experiencias y comprensiones sobre la MM. La modelización, en este estudio se consideró como contenido y también como vehículo para el aprendizaje de la matemática (Julie & Mudaly, 2007). Los autores rescatan la riqueza de la producción de sentidos colectivos y su potencial para arrojar luz al proceso de MM.

Durandt y Lautenbach (2020), trabajando en Sud África, investigan los modos en que FPs interpretan el ciclo de MM realizando una serie de actividades de modelización. Las

actividades escogidas colocan a las/os FPs tanto como productoras/es de modelos como potenciales profesoras/es. Los autores reportan resultados que informan cómo varían sus sentidos y mejoran su comprensión sobre el proceso de MM.

En el ámbito local, Esteley (2014) analiza sentidos que atribuyen tres profesoras de matemática al producir y poner en práctica actividades de MM en tres escuelas secundarias. Se destaca como resultado la riqueza del sentido colectivo producido por las profesoras y la valoración que otorgan a la colaboración como medio para sostener la enseñanza de la MM. De manera similar, en Villarreal y Esteley (2017) se estudia la producción de sentidos de dos FPs al implementar actividades de MM en sus primeras prácticas profesionales. Para este caso se analizan narrativas producidas por las FPs. En dichas narrativas, manifiestan no solo el valor de la colaboración entre ellas para llevar adelante su práctica de MM, sino además el nuevo sentido que fue adquiriendo lo aprendido sobre MM en su trayecto de formación al momento de enseñar MM.

Marco teórico

Como se puntualiza en la Introducción, la noción de escenario de modelización es fundante para el trabajo que se presenta en este artículo y resulta básica para dar sentido al resto del artículo. Dicha noción (Esteley, 2014), emerge en un proceso dialéctico entre teoría y práctica (Araújo, 2019) y vinculada al concepto de contexto en el sentido de Lave (1991). Esta autora representa el contexto como conformado por dos componentes: terreno y escenario. El terreno es marco para el escenario, pues, las personas realizan sus actividades en terrenos, mientras que el escenario "se concibe como una relación entre las personas en acción y los terrenos en los que actúan" (Lave, 1991, p. 164). El escenario refiere a lo creado por las personas que desarrollan sus actividades en interacción con el terreno y otras personas, mientras que las actividades y las experiencias se "constituyen dialécticamente en relación con el escenario" (p. 151).

Ciertas ideas se asocian con escenario de modelización: MM como abordaje pedagógico y experiencia/sentido según se explicita a continuación.

Modelización matemática como abordaje pedagógico

Diversidad de perspectivas respecto al empleo de modelización matemática (MM) y tareas utilizadas en las clases de matemática se hacen evidentes en la actualidad (Kaiser, 2020; Villa-Ochoa, 2017). En este artículo, apelamos a MM como abordaje pedagógico. Inspirada en visiones y modos de trabajo propuestos en Bassanezi (1994, 2002) y Esteley (2014) se considera que la MM como abordaje pedagógico supone una organización del trabajo en el aula de matemática en torno a las fases que intervienen en un proceso de MM para producir modelos⁴ y buscando que el estudiantado se aproxime a prácticas de la comunidad matemática. Se indica que ese abordaje guarda vínculos con la perspectiva de modelización

como contenido (Julie & Mudaly 2007), sin desconsiderar la posibilidad de un trabajo próximo a la modelización como vehículo acorde a las demandas del terreno institucional. Además, se concibe a la matemática como una ciencia dinámica (en el sentido de Bassanezi, 1994). En particular, al trabajar con profesoras/es o FPs, desde este abordaje se concibe al proceso de MM como objeto de enseñanza o reflexión en sí mismo.

Dada la influencia que ha tenido el trabajo de Bassanezi sobre la visión de la MM como abordaje pedagógico, al trabajar desde esta perspectiva, generalmente, se apela a una representación cíclica del proceso de modelización propuesta en Bassanezi (2002) e ilustrado en la Figura 1. Esto no nos lleva a desconocer otras representaciones cíclicas tales como las propuestas por Borromeo Ferri (2018), Doerr, Ärlebäck y Misfeldt (2017) o Blomhøj (2004). En particular, el último autor concibe a la modelización matemática como práctica de enseñanza motivadora y formativa en sí misma.

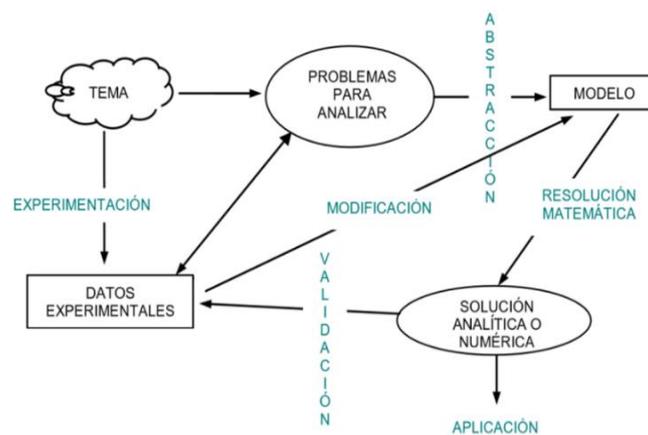


Figura 1. Esquema del proceso de modelización matemática adaptado de Bassanezi (2002)

En el esquema anterior (Figura 1), se evidencian subprocesos del proceso de MM que se describen a continuación. Tales descripciones se construyen con aportes de Bassanezi (2002) e interpretaciones propias sobre lo propuesto por el autor en Cruz, Esteley y Scaglia (2020):

- Experimentación: en este subproceso se indaga e investiga a fin de obtener datos que se emplean para comprender el problema, modificar el modelo y luego, resultan un factor fundamental en momentos de validar.
- Abstracción: este subproceso consiste en seleccionar factores a considerar, variables esenciales y establecer vínculos entre ellos/as.
- Resolución: en este subproceso se produce un primer modelo. En general, consiste en sustituir el lenguaje natural por lenguaje o expresiones matemático/as. El estudio del modelo depende de su complejidad y de las personas involucradas en el proceso de MM. A su vez, si los datos no son suficientes, pueden crearse métodos, producirse nuevas búsquedas, o modificarse el modelo.

- Validación: en este subproceso, se decide por la aceptación o reformulación del modelo o los modelos producido/s. Generalmente, se apela a: comparación entre el modelo y los datos o información disponible, conocimientos matemáticos disponibles (propiedades, teoremas, definiciones) por las personas involucradas, experiencias personales, entre otros. El grado de aproximación y formalización deseado será un factor importante en momentos de decisión y depende en gran medida del nivel académico en el que se encuentran las/os estudiantes y/o esferas de actividad matemática en las que se involucran.
- Modificación: en caso que el primer modelo no sea aceptado por quien o quienes trabajan en el estudio, se deben modificar variables, factores o las posibles relaciones entre las/os mismas/os y, con eso, el modelo original.
- Aplicación: la modelización eficiente o eficaz posibilita realizar previsiones, tomar decisiones, explicar y entender la cuestión sobre la que se está trabajando. A su vez, posibilita que los modelos construidos se puedan emplear en otros momentos o situaciones. Cada uno de esos subprocesos implica acciones por parte de quienes se involucran con el proceso completo. Cabe mencionar que, desde esta perspectiva, el estudiantado puede (o no) seleccionar un tema y formular problemas acordes al mismo. Entre otros, se enfatizan la no linealidad del proceso y el papel que pueden jugar múltiples modelos y modelos preexistentes en el marco del proceso de MM (Doerr, et al., 2017; Sevinc & Lesh, 2018).

Experiencia y sentido: una relación indubitable

La idea de experiencia en el ámbito educativo remite tempranamente a Dewey (1958), quien destaca la importancia de entender los procesos de enseñanza y de aprendizaje como procesos continuos de reconstrucción de experiencias y considera la influencia de las experiencias vividas en futuras experiencias.

Larrosa (2003), destaca “que la experiencia es lo que nos pasa, o lo que nos acontece, o lo que nos llega” (p. 168) y por lo tanto es necesario “dar sentido a lo que somos y a lo que nos pasa” (p. 166). Propone pensar la educación no solo desde el par teoría/práctica sino también a partir del par experiencia/sentido. Si bien para este artículo enfatizamos un trabajo desde el último par, buscamos no perder de vista el posible proceso dialéctico entre ambos pares. Para Larrosa, como para otras/os autoras/es, la experiencia implica reflexividad y una cierta continuidad en el tiempo diferenciándose así de asociarla a una mera circunstancia. Britzman (2003), al estudiar la formación de FPs, puntualiza que, la diferencia entre una mera circunstancia y la experiencia vivida está en la capacidad de la persona para reflexionar, actuar y dotar de sentido a la experiencia.

Acordamos con la educadora matemática argentina Sadovsky, quien puntualiza que, al educar en matemática, “hay que instituir el sentido. Hay que construirlo, no es evidente, no va de suyo, no es natural” (2005, p. 10). Desde una perspectiva amplia, Bajtín (2010) afirma que el accionar de las personas tiene sentido al ser respuesta a otro accionar anterior y

considera ineludible la necesidad de atender ciertas cuestiones cuando se habla de sentido: la palabra (escrita u oral) como decisiva para comprender el sentido que se otorga a una cuestión determinada, las relaciones con otras personas para explicar el modo en que las ideas de las/os demás se convierten en propias, en instancias de intercambios o como expresión de un colectivo humano y, el conocimiento disponible por las personas. Tomando aportes de Carter (1993) consideramos que las narrativas son un modo adecuado para reflexionar, relatar y representar experiencias, produciendo sentido al ser, hacer, pensar, sentir y decir. Asimismo, repensar y describir la complejidad de la acción es un modo de expresar conocimiento en torno a la misma (da Ponte, Segurado, & Oliveira, 2003).

Un medio para comprender la producción de sentido, más allá de una circunstancia (Bajtín, 2010), es estudiar cambios que acontecen en un cierto período a medida que las personas se involucran con distintas actividades o esferas de actividades. Considerar la formación de docentes, captar momentos vividos, experiencias completas y sentidos atribuidos, ofrece indicios finos de sus trayectorias de formación (Vezub, 2013).

Metodología

La presente investigación es de naturaleza cualitativa (Denzin & Lincoln, 2018) y se enmarca en el paradigma interpretativo. Realizamos un estudio de caso, dado que nos focalizamos en la complejidad y particularidad de un estudio singular (Stake, 1998). Específicamente, hacemos zoom en atribuciones de sentidos a procesos de MM por parte de un grupo de cuatro FPs que forman parte de una comunidad de práctica (Goos, 2020) constituida por 17 FPs y una docente. Este estudio de caso resulta tanto intrínseco como instrumental (Stake, 1998). Es intrínseco, pues nos interesa comprender las particularidades que acontecen con el grupo de cuatro FPs. Es instrumental, pues esperamos obtener resultados que permitan avanzar en comprensiones sobre cuestiones más generales vinculadas con las trayectorias de formación docente.

Procedimientos metodológicos

En un primer momento, se reúnen investigadoras y docente de la asignatura Geometría Euclídea Espacial (GEE) y se acuerda seleccionar “Poliedros” como tema matemático principal a abordar y problematizar en el marco del proceso de MM. Se destaca que dicho tema solo se desarrolla en GEE y tiene gran relevancia para el desarrollo de la asignatura. Lo trabajado en GEE sobre el tema, en el marco del desarrollo de un proceso de MM, permite cumplir con requerimientos del programa de la asignatura. A la vez, el trabajo con MM posibilita analizar particularidades de la diversidad de definiciones no equivalentes de poliedros (Lakatos, 1986), habilitando profundas reflexiones sobre este saber. Posteriormente, las investigadoras realizan el diseño del escenario de MM que queda a cargo de la docente del curso. Durante todo el proceso se mantuvieron intercambios con la docente.

El seguimiento sistemático de la puesta en aula lo realiza una de las investigadoras asumiendo el rol de observadora no participante. A partir de tal seguimiento, se produce información que permite conocer aspectos vinculados con nuestro estudio, tales como, forma en que surgen ciertas ideas o sentidos, y cambios que acontecen (Confrey, 2005). Detalles del diseño completo pueden encontrarse en Cruz et al. (2020). Los datos en estudio se construyen a partir de narrativas escritas, audios y videos que se obtienen de la puesta en juego de la propuesta educativa. En todos los casos, se respeta el estilo docente de la profesora a cargo de GEE. En ese sentido, es que concebimos que la investigación se realiza en un entorno educativo auténtico (The Design-Based Research Collective, 2003).

Ámbito que enmarca el estudio

La propuesta de enseñanza de MM se implementa con FPs en matemática de una universidad nacional argentina en el año 2018. El plan de estudios de la carrera se compone de 41 asignaturas distribuidas en 5 años. Aproximadamente el 61% sobre el total de asignaturas son de matemática específica, el 12% de educación general, el 7% de educación matemática y el 20% de formación general.

La asignatura GEE, es de matemática específica. Acorde al plan de estudios, previo a esta asignatura, las FPs deberían haber cursado asignaturas del área análisis, álgebra, geometría sintética en el plano, matemática discreta, de educación general (psicología de la educación, sociología de la educación, etc.) y de formación general (filosofía, psicología, etc.). En simultáneo con GEE deberían cursar análisis multivariado, matemática discreta avanzada y política educativa.

Participantes y momentos relevantes de la propuesta⁵

En la propuesta se invita a las participantes a vivir una experiencia educativa en la que reflexionan y discuten en grupos cuestiones matemáticas y didácticas vinculadas con MM como abordaje pedagógico. Participan 17 FPs pero, no todas están presentes en la totalidad de las clases, ya que en GEE no se exige asistencia obligatoria. Por este motivo, los grupos no permanecen estables en el transcurso de la propuesta, esta cuestión le otorga fortaleza al estudio porque pone en evidencia características del trabajo docente y la participación estudiantil en su escenario auténtico (The Design-Based Research Collective, 2003).

El grupo seleccionado para este estudio es el único que permanece estable durante la totalidad de la experiencia educativa. A su vez, este grupo se conforma por estudiantes que realizan la carrera, compartiendo asignaturas, desde el primer año y han transitado el plan de estudios siguiendo el orden establecido. Tal particularidad del grupo es la que nos lleva a seleccionarlo para reportar en este estudio, pues facilita poner en evidencia un trabajo continuo. En ese sentido, la muestra seleccionada es no probabilística e intencional (Kazez, 2009). Tanto las FPs como la docente que participan del estudio, no han experimentado

escenarios educativos en los que se emplea la MM (Cruz, Esteley & Scaglia, 2018). El trabajo en aula dura 3 semanas o 17 horas de clases durante marzo-abril 2018.

En este artículo, focalizamos en tres momentos de la propuesta que resultan relevantes para responder las preguntas planteadas. El primer momento que consideramos involucra dos actividades principales. La primera actividad focaliza en una reflexión grupal en la que cada integrante del grupo expresa sus ideas sobre el proceso de MM al recuperar sus experiencias previas con el trabajo matemático en la escuela secundaria y en la universidad. Luego, producen una narrativa escrita en la que dan cuenta de una perspectiva compartida por el grupo. En la segunda actividad, se propone una lectura reflexiva de una descripción de los subprocesos y el esquema de MM (Figura 1) presentados en Bassanezi (2002). A partir de la lectura y análisis reflexivo producen una segunda narrativa grupal. Finalmente, se realiza un debate colectivo donde exponen lo producido al resto de las FPs manifestando cómo a partir de lo realizado en la segunda actividad modifican o no el sentido otorgado a MM en la primera actividad.

El segundo momento se desarrolla cuando las FPs trabajan en una primera esfera de actividad de MM. En función del tema acordado con la docente responsable se abordan problemas asociados al mismo. El primero solicita determinar qué imágenes, de un conjunto de imágenes (tales como, fotos de monumentos históricos, adornos, etc.) u objetos concretos manipulables (por ejemplo, envases de productos, cuerpos construidos en cartulina, etc.), son un poliedro. A partir de este problema las estudiantes producen una primera aproximación a la definición de poliedro a modo de caracterización escrita.

En el tercer momento, se invita a las FPs a producir narrativas individuales acerca del proceso seguido al construir la definición de poliedro focalizando en MM en el sentido que les permite contar con un modelo para clasificar imágenes. Esta instancia posibilita a cada estudiante reflexionar y recuperar individualmente lo vivido en las instancias previas, pues reconstruyen hechos atendiendo al modo en que atravesó y la atravesó la experiencia, produciendo así sentido personal a la vivencia (Larrosa, 2003).

Durante todo el trabajo áulico el grupo tuvo a su disposición una o más computadoras, aunque se les solicita que guarden todo lo producido en una única computadora. Contaban además con materiales diversos tales como lápiz, papel, textos, entre otros y acceso a Internet y al software de geometría dinámica *GeoGebra*.

Fuentes de información producidas

A fin de ofrecer respuestas a las preguntas formuladas, analizamos producciones de las estudiantes que posibilitan evidenciar sus producciones de sentidos respecto a MM en los distintos momentos tales como: videograbaciones de todo el trabajo realizado por las FPs, la docente responsable de la asignatura y las interacciones generales de todo el grupo clase; grabaciones en audio de las interacciones internas del grupo; todas las producciones

escritas grupales o individuales de las FPs; y las notas de campo realizadas por una de las investigadoras. Cabe mencionar que se informa a la docente y a las FPs sobre el estudio y todas dieron sus consentimientos para realizar las grabaciones o para recoger producciones escritas para ser utilizadas con fines investigativos.

Tomando como referencia las preguntas formuladas, se selecciona la información pertinente y vinculada con los Momentos 1 y 3. A continuación, se presenta la Figura 2 que sintetiza y organiza los datos que se analizan en el presente estudio distribuidos por los diferentes momentos reflexivos sobre procesos de MM y principales momentos de trabajo con MM.

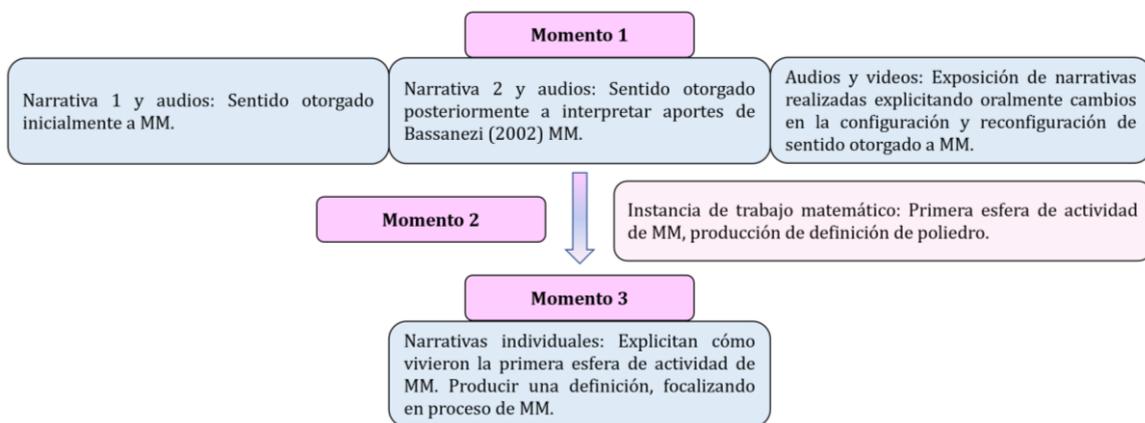


Figura 2. Organización de información a analizar

La Tabla 1 muestra las consignas de trabajo que se presentaron a las FPs para los Momentos 1 y 3.

Tabla 1. Consignas que responden las FP

Momento 1 (llevado a cabo en clase 1)	Consigna que solicita la narrativa 1:	Lean en grupos de cuatro estudiantes el siguiente interrogante y discutan posibles respuestas al mismo. Luego realicen una narración en la que recuperen las respuestas de todas las integrantes del grupo (explicitando los acuerdos y desacuerdos que hayan surgido durante las discusiones): ¿Qué entienden por “proceso de modelización matemática”?
	Consigna que solicita la narrativa 2:	A continuación, se presenta uno de los posibles esquemas en el que se muestra un proceso de modelización (cuyo autor es Bassanezi) y se explicita el modo en que se utilizan algunos términos presentes en el esquema. Interpreten (con el mismo grupo que completaron la consigna anterior) lo presentado a fin de responder qué es o como se puede entender un proceso de modelización.
Momento 2	Consigna que solicita las narrativas individuales:	Tomando como referencia el esquema del proceso de modelización presentado en la clase 1 describan el proceso seguido al interior de la comunidad para arribar a una definición o modelo de la noción de “poliedro”.

Las participantes del grupo seleccionado se nombran: Larisa, Eugenia, Ailén y Marina. Los nombres presentados son ficticios con el fin de preservar el anonimato de las participantes, en ese mismo sentido, la docente es nombrada Profesora Laura.

Para analizar los resultados de este estudio tomamos como categorías los subprocesos del proceso de MM mencionados en Bassanezi (2002), la noción de modelo que consideran y limitaciones y potencialidades en relación con la puesta en juego de procesos de modelización matemática que reconocen las FPs. El reconocimiento de estos aspectos por las FPs y sus apreciaciones al respecto son fundamentales para comprender las atribuciones de sentidos a MM y poder identificar si hay variaciones o no y, en caso de haberlas, sobre qué cuestiones se producen variaciones.

Resultados y análisis

Análisis de producciones y discusiones del Grupo: Momento 1

Narrativa 1 realizada en Momento 1

En la interacción al interior del grupo apreciamos que en un primer momento relacionan directamente la modelización con la ejemplificación que se realiza, en clases de matemática, luego de trabajar en torno a una determinada noción o concepto. De modo inmediato, apelan a experiencias previas en las que reconocen que se nombró la palabra modelización y el sentido que se le otorgó a este término. Comienzan un rastreo y evocación de referentes conocidos provenientes de ámbitos y experiencias familiares para ellas.

Ailén afirma “¿Se acuerdan del taller de álgebra y cálculo que decían esto es un ejemplo de modelización de la función cuadrática?, y te daban un problema donde se usaba la función cuadrática”⁶. El recuerdo de Ailén es ratificado por Marina y Eugenia, quienes señalan que resulta más adecuado hablar de aplicación que de ejemplificación. Esta aproximación que reconocen las estudiantes parece indicar una cierta identificación de modelización con una actividad de aplicación de un saber matemático posterior a haberlo abordado en clase, principalmente a través de un problema extramatemático.

Continúan la discusión organizando la respuesta a la consigna. Marina afirma “La ejemplificación y la parte práctica digamos, y Eugenia responde “O sea, la aplicación, no un ejemplo, sino que [lo aplico] a una situación”. Estas consideraciones se relacionan con el modo de estructurar comúnmente un libro de matemática específica, como los que se encuentran acostumbradas a abordar y estudiar en el marco de la carrera Profesorado en Matemática: definición, teoremas, ejemplos y práctica en la que se aplica lo anterior.

Eugenia se detiene súbitamente y afirma “[...] Igual no sé, porque [en la consigna] dice un proceso”. La relectura de la consigna produce un cierto desconcierto, puesto que en sus interacciones iniciales la palabra “proceso” no fue evocada, como así tampoco una conexión

entre modelización y proceso. La primera iniciativa para resolver de un modo pragmático la tarea, es modificar el inicio de lo que estaban escribiendo. Reemplazando *modelización es*, por: *un proceso de modelización es*. A pesar del carácter práctico de esa decisión, el grupo continúa poniendo en juego ideas para otorgar sentido a una tarea que probablemente resulta novedosa para ellas en el ámbito de un curso de matemática y, considerando principalmente a la MM como lo que Bassanezi (2002) denomina subproceso de aplicación.

Prosiguen escribiendo su narrativa intercambiando ideas y considerando los términos ejemplificación y aplicación. Una de las cuestiones que emerge con fuerza en el grupo es la idea de “creación de ejemplos”, que es puesta a consideración por Larisa. Marina afirma “Sí, de última ahí sería crear ejemplos en los que se puede aplicar lo que creamos [...]”. En un intento de sintetizar ideas, Ailén sugiere como caracterización provisoria “[crear] Ejemplos prácticos que requieran la aplicación de lo propuesto [creado] anteriormente”.

Durante el proceso de intercambios, emerge una duda formulada por Eugenia que plantea no entender el rol dado a los ejemplos, y explica: “[...] Por ejemplo, vos decís un axioma [lo creado ya] y ¿qué ejemplo le vas a dar?” Ante esta inquietud, Ailén indica que un axioma sirve para algo y al utilizarlo pasaría a ser una aplicación. Con el fin de profundizar e ilustrar su posición afirma “¿Te acordás que dos rectas que tienen un punto en común determinan un plano que las contiene? [...] Después, vos usas los axiomas para demostrar eso”. Y prosigue “Sabes por axioma, que la recta tiene infinitos puntos, entonces tomamos dos puntos, por axioma sabes que tres puntos no alineados determinan un plano”.

En la interacción presentada anteriormente evidenciamos que toman de un modo amplio los términos aplicación y ejemplificación, sin recurrir a fenómenos extramatemáticos. Se observa cómo la polifonía de voces amplía la perspectiva inicial donde relacionaban modelización con un problema de aplicación de función cuadrática, en sinergia con lo señalado por Bajtín (2010).

Como grupo, van ofreciendo ejemplos familiares que les permiten ir superando dudas o conflictos. Al acordar, reconocen que lo que se crea debe ser aplicado adecuadamente o que debería existir un momento de verificación de lo creado que luego sea aplicado en un ejemplo ilustrativo.

Emerge otra nueva expresión: “verificar lo creado”. Consideramos que detrás de esta expresión pareciera haber un interés por estudiar la validez de lo creado. Además, podría vincularse con falta de experiencias en su formación en las que se pongan en juego acciones compatibles con las que se realizan en el subproceso de modificación (Bassanezi, 2002).

A partir de sus interacciones, el Grupo presenta la narrativa en la Figura 3.

Un proceso de modelización es crear ejemplos prácticos que requieran la aplicación de lo propuesto, y que en dicho ejemplo se compruebe su veracidad.

Figura 3. Primera narrativa grupal

Del análisis realizado consideramos que se ponen en juego algunas cuestiones con énfasis que sintetizamos a través del Figura 4.

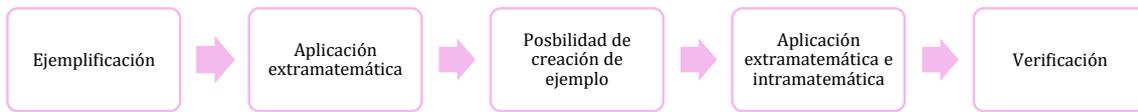


Figura 4. Avances presentados en la interacción del Grupo al realizar la primera narrativa

De modo general apreciamos que la perspectiva tomada por las FPs se relaciona principalmente con la caracterización realizada para el subproceso de aplicación del proceso de MM (Bassanezi, 2002). Aunque explicitan la posibilidad de crear situaciones en las que se aplica el conocimiento matemático en juego e imponen que no se pueden presentar contradicciones entre el ejemplo y la matemática abordada anteriormente.

La consigna presentada a las estudiantes implica una actividad integradora de procesos de pensamientos, evocaciones, diálogos y escrituras que pone en evidencia una amplia red de nociones. En la misma, las FPs conectan y confieren sentido a sus ideas recuperando sus experiencias con el trabajo matemático, tal como señala en Larrosa (2003).

Los desafíos que implica la actividad, novedosa, provoca un proceso que les produce no solo conflictos entre lo conocido y lo nuevo, sino también en la recuperación de palabras conocidas y significativas para expresar ideas y dar sentido a su trabajo. Pareciera también que, pasar de breves interacciones orales a narrativas escritas se convierte en catalizador para conferir sentido a lo nuevo o volver a dar forma a lo conocido.

Narrativa 2 realizada en Momento 1

Al contrastar la Narrativa 1 con los aportes de Bassanezi (2002), Larisa afirma “La modelización no está”, y Eugenia responde “Está donde dice aplicación”, lo que evidencia la proximidad que encuentra la FP al sentido otorgado por ellas y la caracterización de aplicación realizada por el autor. Al continuar cotejando, Marina señala que encuentra relación entre sus ideas y el subproceso de experimentación, dado que es allí donde buscan datos. A su vez hace notar que “Nunca hubiera pensado en usar el lenguaje natural, yo hubiera ido a la resolución”, y Eugenia agrega “Modificar, todas esas cosas nos faltaron”. Respecto a validación, presentan sorpresa frente a la afirmación “grado de aproximación deseada”, además manifiestan que consideraban que la validación la realizaba una persona externa a quien está modelizando. Estas afirmaciones pueden encontrarse afectadas por experiencias de trabajo matemático en las que apelan directamente al lenguaje matemático, donde el conocimiento matemático puede ser visto como rígido y quizás validado por el o la docente en el marco de una metodología de enseñanza tradicional.

Seguidamente se acerca la Profesora Laura al grupo y realiza significativas intervenciones. Al preguntarles qué estuvieron pensando, Larisa responde “[...] Relacionar lo de la

vida cotidiana con lo del modelo”, la docente interpela esta cuestión de modo tal que las estudiantes amplían su perspectiva tomando situaciones de la propia matemática. Específicamente Marina argumenta que, el pensar que tomaba cuestiones de la vida cotidiana, puede estar influenciado por la referencia del autor al uso del lenguaje natural.

Prosiguen, a partir de otra intervención de la Profesora Laura, debatiendo respecto a qué es un modelo. Marina afirma que es “Como la mejor manera de mostrar lo que querés mostrar”, inmediatamente la Profesora responde “Bien, o sea un modelo de jugador de fútbol”, y Marina señala “Y el mejor, el ideal”. Cabe señalar que la intervención de la docente se encuentra influenciada por una discusión previa con otro grupo de FPs donde una integrante propone como ejemplo de modelo, el ideal de jugador de fútbol.

A su vez, la profesora realiza diversas aclaraciones explicitando el carácter cíclico del proceso de modelización. Marina, en respuesta a las afirmaciones de la profesora, explicita “Como que capaz nunca encontrás el mejor, siempre hay otro”. La docente pregunta “¿Alguna vez ustedes hicieron algún proceso para encontrar un modelo?” Sin una respuesta directa a la pregunta, al interior del grupo, se discute lo referido a modelo, tomando como referencia la creación de un vestido ideal. Este ejemplo puede vincularse con la actividad de diseñar, considerada por Bishop (1991) como significativa para potenciar el desarrollo de la comprensión de la matemática. Cabe indicar que, diseñar puede vincularse con acciones de abstraer y establecer relaciones con un propósito determinado. La profesora luego de importantes intercambios en torno a esta cuestión les solicita que escriban su narrativa y se retira (Notas de Campo, 13/03/2018).

Las FPs interaccionan respecto a la dificultad que les requiere responder esta consigna. Consideramos que influye el hecho que la pregunta puede resultar inesperada en el marco de un curso de matemática específica. El grupo, además, señala que la modelización es todo, desde la elección de un tema hasta la validación y modificación del modelo, y que en esta consigna se habla de modelización en general, a diferencia de la consigna anterior que consideraba la expresión modelización matemática.

Posteriormente, proceden a iniciar la escritura de la narrativa. Apreciamos, tal como plantea Bajtín (2010) que la misma se produce a partir de entrelazar las voces de todas las partícipes de las interacciones, esto es, ideas del grupo e intervenciones de la docente. Explicitan que, en un proceso de modelización, a partir de un tema, se requieren diversos momentos de trabajo (refieren a subprocesos en el sentido de Bassanezi, 2002) para llegar a un modelo ideal. A su vez, explican que colocan entre comillas el término ideal para hacer explícita la posibilidad de modificarlo, más aún, señalan que el mismo se puede modificar afirmando que es factible pasar nuevamente por alguna de las instancias anteriores. Observamos que desde un primer momento de trabajo en torno a esta consigna señalan con sorpresa la posibilidad de modificación del modelo.

Con el fin de responder de modo completo la consigna, escriben el ejemplo de confección

de un vestido de gala, conversado anteriormente con la docente. Con este ejemplo como referencia tangible y familiar, intentan establecer qué se realiza en cada subproceso, sin embargo, al tener dudas toman la decisión de no explicitar esta descripción en su producción escrita. Señalan que los problemas (para diseñar y construir el vestido) se encontrarán al definir color, tela, bordado, modelo y modista del vestido; dudan si estas cuestiones conforman los datos experimentales o si forman el modelo, posteriormente, las enmarcan como en el subproceso de abstracción (Bassanezi, 2002). Además, señalan que los datos experimentales incluyen el probar en una persona el vestido y modificarlo (rediseñar) si la persona lo considera necesario o si se encuentran errores.

Dan vueltas sobre las ideas tratadas sin encontrar claridad y puntos de encuentro para comunicar a otras personas lo pensado. En esa instancia, toman la decisión de no explicitar cuándo se lleva a cabo cada subproceso del ciclo de modelización. A partir de las interacciones presentadas, sus certezas e incertidumbres, las FPs presentan la siguiente narrativa (Figura 5):

El proceso de modelización consta de partir de un tema y mediante distintas instancias llegar a un modelo "ideal", el cual una vez hallado puede volver a pasar por algunas de éstas con el fin de mejorarlo.
Ejemplo:
-tema: vestido de recepción.
-problemas para analizar: color del vestido, tela, bordado, modelo, modista.
Una vez analizados los problemas se crea el modelo. Luego se analiza si es el indicado, y si no lo es se elige qué características modificar y se arma el nuevo modelo y así sucesivamente hasta llegar al modelo "ideal".

Figura 5. Narrativa 2 Grupo 1

Del análisis realizado consideramos que se ponen en juego algunas cuestiones con énfasis que sintetizamos a través del Figura 6.

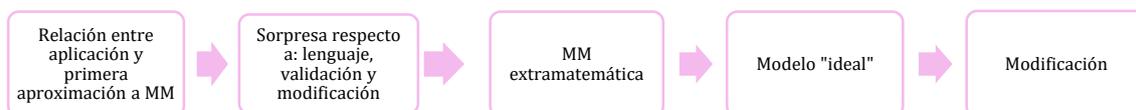


Figura 6. Avances presentados en la interacción del Grupo al realizar la segunda narrativa

En la interpretación que realizan las FPs sobre los aportes de Bassanezi (2002), se evidencia en primer lugar que, encuentran puntos de encuentro entre su primera aproximación a MM y el subproceso de aplicación. Posteriormente, presentan sorpresa respecto a la posibilidad de emplear lenguaje natural en el marco de un proceso de modelización inmerso en un curso de matemática, validar en función de los conocimientos de la persona que se encuentra modelizando y modificar el modelo obtenido. A su vez, consideran que se involucran cuestiones extramatemáticas influenciadas por el empleo del término "lenguaje

natural” en la descripción presentada del subproceso de resolución (Bassanezi, 2002). Finalmente, explicitan que el modelo es un ideal que responde al problema formulado y que el mismo se puede modificar.

Evidenciamos que la consigna les otorga la posibilidad de repensar o visitar el sentido otorgado inicialmente a MM a partir de sus experiencias previas como estudiantes del profesorado. El proceso de repensar con aportes del autor produce un cambio en el sentido, principalmente ampliando fronteras. Señalamos que no logran, a partir de un ejemplo, caracterizar acciones que se llevan adelante en cada subproceso, cuestión que se debería franquear a partir de vivir esferas de actividades de MM y reflexionar sobre las mismas.

Debate colectivo en Momento 1

En el debate colectivo la docente invita a cada grupo a exponer su trabajo, en ese espacio de interacciones, no observamos un intercambio entre grupos. Específicamente, la docente solicita que expliciten si cambió el sentido otorgado a MM inicialmente a partir de la lectura de los aportes del autor consultado (Notas de Campo, 13/03/2018).

Ailén explica que ellas consideran en primer momento que “MM era como la aplicación práctica de ese concepto [matemático] o de ese tema [matemático]”. Y enfatiza que, al leer lo expresado por el autor, les sorprendió que la MM involucre un trabajo más amplio. Finalmente, la estudiante afirma: “Jamás hubiéramos pensado que [el proceso de modelización] incluía el tema, problemas y que la idea era llegar a un modelo”. Marina agrega “No modificarlo [al modelo], [...] íbamos a tener algo y después ya estaba bien y [...] lo aplicábamos en algo”. A su vez, Larisa señala “Para mí es un poco impreciso eso que dice que es decisión de cada uno validar o no”. Destacan que, aunque no pensaban el modo de abordar la MM que propone el autor lo consideran adecuado para lograr arribar a un modelo ideal.

Al exponer sus narraciones al grupo clase, muestran variaciones en el sentido atribuido. Señalan dos cuestiones con énfasis. Por un lado, expresan que una diferencia se produce al considerar inicialmente la MM como la aplicación de un tema enseñado por el o la docente. Esto puede relacionarse con una representación de la MM ligada a la resolución de problemas en sentido clásico y un modo de entender la enseñanza de la matemática tradicional: teorías – ejemplos – problemas. Modifican el primer sentido sobre MM al recuperar como parte del proceso, la elección de tema y formulación del problema, a fin de encontrar o producir modelos como respuesta a tales problemas. Por otro lado, señalan (con sorpresa) que no consideraban la posibilidad de modificación del modelo, lo que podría mostrar una mirada “acabada” de la producción matemática.

Análisis de narrativas de las integrantes del Grupo: Momento 3

Durante tres clases las FPs vivencian un proceso de modelización (Momento 2, ver Figura 2), que involucra la producción de una definición de poliedro, tal como se describe en la

sección de procedimientos metodológicos.

Luego de completar esa vivencia, cada estudiante, realiza una narrativa en la que hacen evidente cómo vivieron el proceso de MM (ver consigna en Tabla 1). Si bien en esta narrativa individual se reconoce que el colectivo está presente, también interesa indagar cómo la voz colectiva se transmuta en la voz de cada persona involucrada. Esto nos informa sobre el sentido que atribuye cada persona.

Las cuatro FPs organizan su narración en torno a los subprocesos del proceso de MM, es por esto que formulamos una tabla donde organizamos las producciones individuales en torno a las categorías consideradas inicialmente y otras que emergen de las producciones, como ser: aspecto cíclico del modelo, tema, problema y modelo (Tabla 2). En la tabla recuperamos algunas frases textuales de las estudiantes considerando cuestiones que resultan de interés para comprender el sentido que otorgan a MM, en los casos en que no escriben nada respecto a la categoría analítica en juego se dejan en blanco los cuadros.

Tabla 2. Fragmentos de narrativas individuales

Categorías	Larisa	Eugenia	Ailén	Marina
Tema		Poliedros		Definición de poliedros
Problema			Clasificación de figuras según sus características geométricas	
Experimentación	Imágenes en un papel con distintos objetos ficticios y de la realidad. Luego analizamos las imágenes, las comparamos entre sí y estudiamos las características de cada una	Analizando las características geométricas que un grupo de figuras presentaban [...]	Se experimenta a través de las figuras de cartulina y las copias con las figuras [...]	Caracterizando diferentes figuras, las cuales fueron divididas en dos grupos con ciertas características
Abstracción	A partir de relacionar estas características con la definición de poliedro, llegamos a un primer modelo	Al analizar las características que cada grupo encontró en común [...] pudimos llegar a una especie de definición [...]	Una vez seleccionadas [La selección de] las características	
Resolución			Mediante la resolución [no específica qué se realiza en este subproceso] matemática nos dirigimos a la validación	Luego de este proceso, se utilizaron palabras más del lenguaje matemático

Validación	A partir de la obtención de nueva información, en nuestro caso, la recopilación de distintas definiciones de poliedros, de diferente material bibliográfico	Buscamos en distintos libros o en internet definiciones de poliedros y las fuimos comparando con la nuestra	Una figura que no estaba en el grupo, [...] debería pertenecer Comparación entre el "modelo" y otros datos e información, [...] ejemplo: diferentes definiciones en distintos libros	Se comparó nuestro "modelo" actual con otros datos que podían influir en la definición [...] Hicimos muchas comparaciones en los distintos modelos: pensar en poliedros, recopilar nueva información
Modificación	Decidimos modificar el modelo inicial a partir de nuevos datos experimentales, perfeccionar nuestro modelo y llegar a uno más ideal	Surgió el problema de que había figuras que cumplían estas propiedades [la definición], pero no eran poliedros, por lo tanto, volvimos a analizar la definición y le hicimos modificaciones	Entonces otra vez mediante los datos experimentales (figuras) analizamos los problemas y modificamos el modelo [inspirada en la validación]	Se llegó a una vaga definición de poliedro, la cual ya contenía otras características o cambios [...], ya que algunos datos fueran descartados por no ser aceptados
Aplicación				
Modelo	Definición de poliedro	Definición de poliedro	Noción de poliedro	Definición de poliedro
Modo de desarrollo del ciclo			Este proceso de repitió varias veces	Luego de pasar varias veces por estas etapas (modificación, resolución, validación)

Cabe destacar que las cuatro narraciones muestran una relación estrecha entre validación y modificación. Las cuatro futuras profesoras manifiestan que la validación se lleva adelante a partir de la comparación de la propia producción con conceptos presentes en libros de matemática y otra información que recopilaron, a su vez, Ailén y Marina consideran el contraste con datos empíricos. Esto último, también se especifica en las narraciones de Larisa y Eugenia haciendo referencia a la modificación.

Del análisis realizado consideramos que en las cuatro narrativas algunas cuestiones emergen con énfasis que sintetizamos a través del Figura 7.



Figura 7. Reconocimiento de categorías analíticas en narrativas individuales

De modo general, y recuperando algunas apreciaciones que en algunos casos son individuales, destacamos que: consideran la experimentación a través de representaciones de figuras (dadas, buscadas y producidas) y de definiciones (de libros de textos, de geometría y de internet); la validación como subproceso que requiere gran demanda cognitiva y se realiza al contrastar con datos empíricos (datos, buscados y producidos), al cotejar la definición producida con otras definiciones (otros modelos) o información y a partir de la interacción social, haciendo evidente el potencial de lo social como medio legítimo para validar. Además, en todos los casos señalan explícitamente que durante el proceso modifican el modelo, reconocen a la definición de poliedro como modelo emergente y dan indicios, en algunos casos explícitos, de que se lleva adelante un desarrollo cíclico del proceso de MM.

En este análisis de las narrativas individuales apreciamos el modo en que cada una recupera y dota de sentido la experiencia. Observamos que, al vivir la experiencia de transitar por un proceso de MM les otorga la oportunidad de apropiarse del mismo, reconociendo las acciones realizadas en cada subproceso.

Conclusiones

Para este artículo nos propusimos ofrecer respuestas sobre los sentidos que 4 FPs atribuyen a la MM y sobre la posible variabilidad de estos a medida que se involucran con distintas esferas de actividades. Se hace notar que, los resultados reportados y analizados previamente, ofrecen evidencia de la producción de sentidos colectivos o individuales y la forma que estos toman en los distintos momentos vividos por las FPs.

En la primera actividad del momento 1, las FPs evocan experiencias propias vivenciadas en su tránsito por el profesorado. Ante la primera actividad, las FPs por medio de interacciones orales y tomando como referencia algunos cursos anteriores, van recuperando ideas que logran vincular con modelizar. De su primera narrativa escrita se puede inferir que el sentido colectivo otorgado a modelización se vincula con ejemplos y aplicación de modelos dados por otras personas, pero también proponen una idea más creativa como puede ser la de crear ejemplos y una preocupación por la necesidad de verificar. Lo escrito, informaría que, sin conocer previamente lo referido al proceso de MM, no se encuentran desprovistas de ideas propias, representaciones, sentidos. Este hecho también nos informa sobre los escenarios educativos que se promueven en los cursos de matemática ya realizados por ellas.

Luego de aproximarse a nociones e ideas formales relativas al proceso de MM en la voz de Bassanezi, cargada también de sentido, inician una interacción intensa al interior del grupo y de ellas con la voz del autor. Como producto de sus análisis, interpretaciones y discusiones, el grupo va tensionando sus primeros sentidos con la nueva información en voz de un experto como es Bassanezi y también con la voz de la profesora⁷. A medida que se desarrolla la segunda actividad el grupo comienza a conciliar sus propias ideas con lo que interpretan de lo leído, cargando de sentido el trabajo realizado. Sentido que representa su

propia respuesta y que recupera una polifonía de voces (Bajtín, 2010) plasmada en la segunda narrativa y en las que relacionan aplicación con MM y muestran sorpresa sobre la posibilidad de modificar un modelo. En este caso, concordando con Abel et al. (2020), la interacción y producción colectiva parece echar luz sobre el proceso de MM para las FPs.

Durante la presentación del grupo al resto de las FPs, manifiestan sorpresa al considerar la inclusión de tema y problema en el proceso de MM, al tener la posibilidad de llegar a crear un modelo y nuevamente al hecho de poder modificar lo hecho.

Todo lo trabajado en el momento 1 les ofrece medios e ideas con carga de sentidos para el momento 3, en el que logran comprometerse con un proceso de MM a partir del cual, cíclicamente, van afinando caracterizaciones de poliedros. Ese proceso les permite luego, contar con un modelo o herramienta que usan para clasificar figuras. Como lo refieren Stillman y Brown (2019) el proceso de MM resulta útil para las FPs en su cotidiano educativo logrando explicar, decidir, imaginar y al final producir una definición posible de poliedro. La actividad anterior, promueve producción de sentido y ofrece oportunidad a las cuatro FPs, de recuperar, con cierta certeza o inquietudes, los principales subprocesos del proceso de MM o acciones vinculadas con los mismos. En las cuatro narrativas, se menciona la experimentación a través de figuras, la validación de su trabajo considerando datos experimentales, la búsqueda de información externa y las modificaciones en el ciclo de MM.

Al analizar el trabajo de las FPs durante las diferentes actividades, podemos indicar la variación de los sentidos relativos a MM, como también informan Durandt y Lauteenbach (2020) al trabajar con FPs de Sudáfrica. El sentido producido va variando desde una mera relación de la modelización con ejemplos o aplicaciones de modelos dados a la recuperación de subprocesos del proceso de MM. No solo los nombran, sino también ofrecen ejemplos que los ilustran. Las variaciones, no son independientes de las actividades e interacciones que se propician. Como señala Bajtín (2010), los sentidos se producen, se modifican y van tomando forma dialécticamente con las actividades y las personas que intervienen.

En cada caso, las FPs van apelando a un nuevo estilo expresivo. Esto nos informaría no solo sobre variaciones de sentidos, sino también de estilos. La variación implica elegir nuevas palabras para significar y comprender (Villarreal & Esteley, 2017; Britzman, 2003). Las expresiones de las FPs fueron tomando nuevas formas que permiten reflexionar, relatar y representar la experiencia (Carter, 1993). Al repensar y describir la complejidad de todo el trabajo vivido, las FPs expresan conocimientos relativos a lo matemático o al proceso de MM mismo (da Ponte et al., 2003).

Como lo enfatiza Sadosky (2005), el sentido (en este caso, respecto al proceso de MM) no es natural, no es evidente, hay que buscar modos de construirlo e instituirlo, y claro, situarlo. Los sentidos producidos y las variaciones documentadas en este estudio pueden ofrecer medios para: propiciar la incorporación de la MM en cursos de matemática superior; fomentar aprendizajes y reflexiones en torno a lo matemático o sobre futuras prácticas

docentes; promover trabajos colaborativos entre FPs. Consideramos importante estos aspectos para pensar en la formación actual de FPs o sus futuras trayectorias de formación (Vezub, 213).

Agradecimientos

Agradecemos a las futuras profesoras y a la docente de GEE que participaron de la experiencia.

Notas

¹ En Argentina, si bien hay lineamientos nacionales generales, cada provincia desarrolla sus propios diseños curriculares para todos los niveles de enseñanza.

² En el caso de Argentina, la formación de profesoras/es en matemática para el nivel secundario se corresponde con una carrera de grado que se imparte en el nivel superior de enseñanza tanto en las universidades como en otras instituciones no universitarias.

³ Dada la autonomía de las universidades nacionales argentinas, cada universidad decide adecuar o no sus planes a los lineamientos generales y toma decisiones sobre el modo en que los adecua.

⁴ A partir de aportes de Gazzetta (1989) tomamos de modo amplio la noción de modelo; la autora señala que puede tomar forma de: conceptos, definiciones, teoremas, propiedades, leyes, fórmulas, etc. De modo general, el modelo puede resultar concreto o abstracto.

⁵ Detalles del diseño de la propuesta en el que se especifican objetivos, consignas, modalidad de trabajo y avances respecto a algunas producciones de las futuras profesoras se encuentran en Cruz, Esteley y Scaglia (2020).

⁶ Los diálogos se expresan en la variedad dialectal del español argentino. Se presentan en itálica las transcripciones textuales de audio y de narrativas de las estudiantes. Además, presentamos entre corchetes aclaraciones de las investigadoras respecto a lo expresado por las FPs.

⁷ En este caso se asume que interactúan voces de sujetos de tres comunidades de prácticas diferentes. Un matemático aplicado (Bassanzi), la profesora del curso (docente de profesión) y las 4 FPs.

Referencias

- Abel, T., Searcy, M. E., & Salinas, T. (2020). Sense-making with the mathematical modelling process: Developing a framework for faculty practice. In G. Stillman, G. Kaiser, & C. Lampen (Eds.), *Mathematical modelling education and sense-making* (pp.119-128). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37673-4_11
- Araújo, J. (2019). Toward a framework for a dialectical relationship between pedagogical practice and research. In G. A. Stillman, & J. P. Brown (Eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 21-36). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_2
- Bajtín, M. (2010). *Yo también soy*. Taurus.
- Bassanezi, R. (1994). Modelling as a teaching-learning strategy. *For the Learning of Mathematics*, 14(2), 31-35.
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem con modelagem matemática: Uma nova estratégia*. Contexto.
- Bishop, A. (1991). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. In B. Clarke, D. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johannsson, D. Lambdin, F. Lester, A. Walby, & K. Walby (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 145-159). National Center for Mathematics Education.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Borromeo Ferri, R. (2021). Mandatory mathematical modelling in school: What do we want the teachers to know? In F. K. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical*

- modelling education in East and West: International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 103-118). Springer.
- Britzman, D. P. (2003). *Practice makes practice*. University of New York.
- Buenrostro, P., & Ehrenfeld, N. (2019). Math teachers sensemaking and enactment of the discourse of "Perseverance". In S. Otten, A. G. Candela, Z. de Araujo, C. Haines, & C. Munter (Eds.), *Proceedings of the forty-first annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 451-459). University of Missouri.
- Carter, K. (1993). The place of story in the study of teaching and teacher education. *Educational Researcher*, 22(1), 5-18. <https://doi.org/10.3102/0013189X022001005>
- Confrey, J. (2005). The evolution of design studies as methodology. In R. K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 135-152). Cambridge University Press.
- Cruz, M. F., Esteley, C., & Scaglia, S. (2018). Validar, justificar, demostrar en voces de futuros profesores en matemática. *Memorias de la VII Reunión Pampeana de Educación Matemática* (Vol 7, pp. 105-116). Santa Rosa de la Pampa, Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
- Cruz, M. F., Esteley, C., & Scaglia, S. (2020). Una experiencia de formación para futuros profesores: producir matemática en un contexto de modelización matemática vinculada con fenómenos geométricos. *Educación Matemática*, 32(1), 193-220. <https://doi.org/10.24844/EM3201.09>
- da Ponte, J. P., Segurado, M. I., & Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations? In A. Perter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg (Eds.), *Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education* (pp. 85-97). Kluwer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-1072-5_7
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (2018). *The SAGE handbook of qualitative research* (5th Ed.). SAGE.
- Dewey, J. (1958). *Experiencia y educación*. Losada.
- Doerr, H. M., Årlebäck, J. B., & Misfeldt, M. (2017). Representations of modelling in mathematics education. In G. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications. Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 71-82). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_6
- Durandt, R., & Lautenbach, G. (2020). Pre-service teachers' sense-making of mathematical modelling through a Design-Based Research strategy. In G. Stillman, G. Kaiser, & C. Lampen (Eds.), *Mathematical modelling education and sense-making* (pp. 431-442). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37673-4_37
- Esteley, C. (2014). *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: Voces y sentidos*. Editorial de la Facultad de Filosofía y Humanidades de la Universidad Nacional de Córdoba.
- Gazzetta, M. (1989). *A modelagem como estratégia de aprendizagem da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores* (Tesis de maestría). Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Brasil.
- Goos, M. (2020). Communities of practice in mathematics teacher education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Second Edition (pp. 107-110). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_26
- Julie, C., & Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. (pp. 503-510). Springer.
- Kaiser, G. (2020). Mathematical modelling and applications in education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education*. Second Edition. (pp. 553-561). Springer.
- Kazez, R. (2009). Los estudios de casos y el problema de la selección de la muestra: aportes del sistema de matrices de datos. *Subjetividad y procesos cognitivos*, 13(1), 71-89.
- Keazer, L. M., & Menon, R. S. (2015/6). Reasoning and sense making begins with the teacher. *The Mathematics Teacher*, 109(5), 342-349. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.109.5.0342>
- Lakatos, I. (1986). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Alianza.
- Lamb, J., & Visnovska, J. (2015). Developing statistical numeracy: The model must make sense. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 363-373). Springer.
- Larrosa, J. (2003). *Entre las lenguas. Lenguaje y educación después de Babel*. Laertes.

- Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica*. Paidós.
- Lewis, S. T. (2021). Theorizing 'Modelling as Bridge' between content and vehicle. In F. K. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in East and West: International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling*. (pp. 45-54). Springer.
- Lingefjärd, T. (2013). Teaching mathematical modeling in teacher education: Efforts and results. In X-S. Yang (Ed.), *Mathematical modeling with multidisciplinary applications* (pp. 57-80). John Wiley & Sons.
- Mina, M., Esteley, C., & Alterman, N. (2019). Sobre la modelización matemática en diseños curriculares. El caso del Ciclo Básico de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba. *Resúmenes de las XI Jornadas de Investigación en Educación*. Área de Educación de la Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba. 9 al 11 de octubre de 2019. (Tomo II, pp. 119-130). <https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/12877>
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Zorzal.
- Sevinc, S. & Lesh, R. (2018). Training mathematics teachers for realistic math problems: a case of modeling-based teacher education courses. *ZDM Mathematics Education*, 50, 301-314. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0898-9>
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Stillman, G., Blum, W., & Biembengut, S. (Eds.). (2015). *Mathematical modelling in education research and practice cultural, social and cognitive influences*. Springer.
- Stillman, G., Blum, W., & Kaiser, G. (Eds.). (2017). *Mathematical modelling and applications. Crossing and researching boundaries in mathematics education*. Springer.
- Stillman, G., & Brown, J. (Eds.). (2019). *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education*. Springer.
- Stillman, G., Kaiser, G., Blum, W., & Brown, J. (Eds.). (2013). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*. Springer.
- Stillman, G., Kaiser, G., & Lampen, C. (Eds.). (2020). *Mathematical modelling education and sense-making*. Springer.
- The Design-Based Research Collective. (2003). Design-Based Research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001005>
- Vezub, L. F. (2013). Hacia una pedagogía del desarrollo profesional docente: modelos de formación continua y necesidades formativas de los profesores. *Páginas de Educación*, 6(1), 97-124.
- Villa-Ochoa, J., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. *Espaço Plural*, 18(36), 219-251.
- Villarreal, M., & Esteley, C. (2017). Futuros profesores de matemática: Narrativas de sus primeras prácticas en escenarios de modelización. In S. Smith, M. Villarreal, D. Fregona, & F. Viola (Eds.), *Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios. Aportes para la educación matemática* (pp. 25-50). Universidad Nacional de Córdoba.
- Villarreal, M., Esteley, C., & Smith, S. (2018). Pre-service teachers working in mathematical modelling scenarios with digital technologies. *ZDM Mathematics Education* 50, 327-341. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0925-5>