

<https://union.fespm.es>

Actividades matemáticas puestas en juego en un mensaje de WhatsApp. Una experiencia mediada por tecnologías con futuros profesores en matemática

María Florencia Cruz, Ana María Mantica

Fecha de recepción: 30/10/2020
Fecha de aceptación: 23/05/2021

<p>Resumen</p>	<p>Presentamos una experiencia educativa implementada con futuros profesores en matemática mediante un trabajo sincrónico a través de la plataforma <i>Zoom</i>. Analizamos el empleo que realizan los estudiantes de las tecnologías y focalizamos en las actividades propias del quehacer matemático puestas en juego. Concluimos que las tecnologías digitales median la producción matemática de los futuros profesores de modo que su producción hubiera sido otra sin estos elementos tecnológicos. A su vez, evidenciamos el empleo de tecnologías y del software como medios para visualizar y experimentar y la puesta en juego de diversas actividades características de la ciencia matemática. Palabras clave: Futuros profesores, tecnologías digitales, quehacer matemático.</p>
<p>Abstract</p>	<p>We present an educational experience implemented with mathematics' pre-service teachers through synchronous work using the <i>Zoom</i> platform. The usage of technology by the students is analyzed making focus on the mathematical activities put into play. We conclude that digital technologies mediate the pre-service teachers' mathematical production in such way that their production would have been different without these technological elements. At the same time, we evidence the use of technologies and software as a mean to visualize and experiment, and put into play of various activities characteristic of mathematical science. Keywords: Pre-service teachers, digital technologies, mathematical task, <i>Zoom</i>.</p>
<p>Resumo</p>	<p>Apresentamos uma experiência educacional implementada com futuros professores de matemática através do trabalho síncrono através da plataforma <i>Zoom</i>. Analisamos o uso das tecnologias pelos estudantes e nos concentramos nas atividades matemáticas envolvidas. Concluímos que as tecnologias digitais medeiam a produção matemática dos futuros professores de tal forma que sua produção teria sido diferente sem esses elementos tecnológicos. Ao mesmo tempo, evidenciamos o uso de tecnologias e softwares como meios para visualizar e experimentar e colocar em jogo diversas atividades próprias da ciência matemática. Palavras-chave: futuros professores, tecnologias digitais, trabalho matemático, <i>Zoom</i>.</p>

1. Introducción

En la actualidad las tecnologías digitales ocupan un rol preponderante en la sociedad y particularmente en los contextos educativos, lo que muestra el interés de que estudiantes utilicen las mismas como mediadoras de su producción matemática. En este artículo presentamos y fundamentamos una experiencia educativa llevada adelante con futuros profesores en matemática. Por las particularidades que atraviesan actualmente al mundo y particularmente al país donde realizamos la experiencia (Argentina) debido a la pandemia por COVID-19, se decide llevarla adelante empleando el programa *Zoom*¹.

Desde una perspectiva educativa amplia Maggio, Lion y Perosi (2014) señalan que las tecnologías se entran en el aula con las formas propias de la formación de conceptos de la disciplina y potencian formas particulares de producción de conocimientos matemáticos.

Particularmente, se señala que en el aula de matemática las tecnologías digitales de uso frecuente no siempre se emplean con fines educativos de modo natural. Respecto a esta cuestión Kaplan, Robalo, Tedesco, Nicodemo y Novembre (2016) consideran que la incorporación de las tecnologías digitales en la sociedad se acepta sin discusiones, pero no ocurre lo mismo en las instituciones educativas donde es un desafío determinar cuál es el lugar que deben ocupar. Los autores, se refieren a computadoras, calculadoras científicas o básicas, teléfonos o cualquier instrumento que admita un trabajo tecnológico y sostienen que, como cualquier recurso para la enseñanza, su incorporación al aula “supone un trabajo previo de reflexión por parte del docente respecto de qué lugar ocuparán en la planificación de los contenidos” (p.1). Además, destacan que su integración debe realizarse intentando “promover el desarrollo de prácticas tales como la anticipación, la elaboración de conjeturas, la exploración, el cuestionamiento de conocimientos anteriores, la explicación, la confirmación o modificación como resultado de un proceso que invitó a resolver un problema” (p. 1-2).

A su vez, la relevancia de reflexionar experiencias en las que se emplean tecnologías por parte de futuros profesores en matemática se evidencia por el lugar preponderante que ocupan en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática. Particularmente, en Argentina el Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática (2018) explicita la necesidad de que “estudiantes aprendan a usarlas y a interactuar con ellas” (p.33). También señala que la incorporación de las nuevas tecnologías debe realizarse de modo relevante en las propuestas de enseñanza en el nivel secundario, lo que fundamenta el interés de focalizar en esta cuestión en el marco de formación de profesores.

Atendiendo a las cuestiones anteriormente mencionadas se diseña y pone en juego un problema con futuros profesores en matemática de una Universidad Nacional de Argentina. A su vez, se fundamenta teóricamente el empleo de tecnologías en el marco de la experiencia. Así, se propone como objetivo de este artículo analizar el empleo que realizan futuros profesores de tecnologías digitales y focalizar en las actividades matemáticas puestas en juego en el marco de una

¹ Agradecemos a la Universidad Nacional del Litoral por otorgar la licencia para emplear el programa.

experiencia educativa sincrónica donde prevalece el trabajo con el dominio geométrico.

En los apartados siguientes se presenta el marco teórico al que apelamos para fundamentar el diseño del problema y que utilizaremos para analizar las producciones de los futuros profesores en matemática, una caracterización de la modalidad de trabajo, reflexiones de las producciones de los futuros profesores y reflexiones finales.

2. Marco de referencia

Se consideran aportes teóricos de Villarreal (2004), Borba y Villarreal (2005) y Villarreal (2012) respecto al trabajo matemático mediado por tecnologías digitales en el aula. A su vez, teniendo en cuenta que en la experiencia se ofrece la oportunidad de emplear *GeoGebra* tomamos aportes de Arcavi y Hadas (2000) que caracterizan el trabajo de estudiantes cuando emplean software en la resolución de una actividad. Finalmente, retomamos a Itzcovich (2007) con el fin de identificar momentos en que actividades propias del quehacer matemático se ponen en juego por los futuros profesores que participan de la experiencia.

Villarreal (2004) afirma que en el ámbito educativo los estudiantes deben acceder a una “alfabetización tecnológica” con el fin evitar un tipo de exclusión social que denomina “analfabetismo informático”. A su vez, la autora explicita que las tecnologías digitales suponen una reorganización de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Entre otros, se reorganizan los procesos de creación, búsqueda y almacenamiento de información y el establecimiento de relaciones humanas.

En sinergia con lo mencionado, adoptamos como visión epistemológica la noción de humanos con medios como unidad epistémica propuesta por Borba y Villarreal (2005). Los autores consideran que los medios poseen un papel central en la producción del conocimiento y que los mismos transforman prácticas educativas, contenidos y formas de conocer. La noción de humanos con medios involucra dos consideraciones centrales: por un lado, que la cognición es una empresa social (por eso humanos) y por otro que la cognición incluye herramientas y medios con los que se produce el conocimiento, esta componente no es suplementaria, sino esencial. Esto último, evidencia que el medio es constitutivo del conocimiento, más aún, si estuviera ausente el conocimiento construido sería otro. Esta posición epistemológica que pone de manifiesto el lugar de los medios en instancias de producción del conocimiento brinda una perspectiva que permite comprender el papel de la tecnología en los ámbitos educativos y comprender su carácter potenciador y reorganizador.

Al considerar particularmente el trabajo en el aula de matemática, Borba y Villarreal (2005) destacan la importancia de que los estudiantes experimenten, lo que implica: el empleo de procedimientos tentativos y ensayos en instancias de generación de conjeturas, el descubrimiento de resultados matemáticos previamente desconocidos para el experimentador, la oportunidad de testear modos alternativos de obtener un resultado, la posibilidad de proponer nuevos experimentos y un modo diferente de aprender matemática.

En la misma línea, Villarreal (2012) destaca el potencial de emplear herramientas que permitan la generación y validación de conjeturas, emplear los recursos como laboratorios matemáticos donde: el ensayo y el error se permita, y la visualización potencie la comprensión matemática. A partir de esta investigación, la autora pone de manifiesto que la inclusión de la computadora en algunos escenarios resulta esencial para generar conjeturas, refutarlas o validarlas, lo que muestra la posibilidad de un trabajo matemático con énfasis en la visualización y experimentación, actividades que se consideran características del quehacer matemático.

En relación a lo mencionado y teniendo en cuenta que a los estudiantes que participan de la experiencia se les otorga la posibilidad de emplear el software de geometría dinámica *GeoGebra* retomamos a Arcavi y Hadas (2000) que presentan características del trabajo con ambientes dinámicos. Los autores reconocen la: visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación, necesidad de pruebas y demostraciones.

Arcavi y Hadas (2000) afirman que la visualización es una tarea esencial, puesto que propicia sensación de autoevidencia e inmediatez, destacan que los ambientes dinámicos posibilitan construir figuras con propiedades y transformar construcciones en tiempo real, de este modo, se facilitan las bases intuitivas. Los autores señalan que a partir de la experimentación se permite obtener con facilidad un gran número de ejemplos, casos extremos y de carácter no estereotipado, entre otros. La información obtenida puede ser un paso a la generalización y enunciación de conjeturas. A su vez, constatar predicciones entre un resultado y lo devuelto por el software, puede producir sorpresa cuando el resultado difiere de la predicción. Esta diferencia crea una retroalimentación. Esto último, puede involucrar motivación para modificar, revisar la predicción y potenciar el realizar pruebas y demostraciones. Es decir, el ciclo de experimentación-retroalimentación-reflexión debe potenciar la argumentación.

Respecto a las actividades características del quehacer matemático tomamos aportes de Itzcovich (2007). El autor sostiene que la matemática reconocida por los estudiantes se encuentra influenciada por sus experiencias educativas, por lo que es fundamental que lleven adelante, entre otras, las siguientes actividades: resolución de problemas, representación y exploración, elaboración de conjeturas y validación de conjeturas y resultados.

Asimismo, Itzcovich (2007) considera que es importante que en el marco de la resolución de problemas los estudiantes elaboren conceptos, los relacionan con otros, modifiquen ideas disponibles, propongan procedimientos, en general, produzcan ideas matemáticas. El autor señala que se conjetura cuando se produce una sospecha que es producto de la experimentación, de la exploración a partir de datos, representación y la puesta en juego de saberes disponibles que permitan establecer una afirmación. A su vez, destaca la importancia de encontrar razones que permiten explicar y comprender la afirmación establecida, es decir, validar apelando a argumentos matemáticos los resultados que se obtienen.

3. Modalidad de trabajo

La experiencia que reportamos se planifica inicialmente para ser llevada adelante en un curso de geometría tridimensional de una Universidad Nacional Argentina, a partir de la misma se tenía como objetivo principal que los futuros profesores construyan la noción de simetría especular. Se diseña un problema con el fin de que se pongan en discusión características propias de esta noción. Sin embargo, el desarrollo de clases presenciales en el año 2020 se encontró afectado por la pandemia COVID-19, lo que implicó el repensar la modalidad y metodología para concretar la experiencia, dado que, en el país las clases se desarrollaron en la modalidad virtual en todos los niveles del sistema educativo.

Por lo mencionado, se determina invitar a cinco estudiantes que cursan sus estudios, de formación de profesorado en matemática, en la universidad escogida para poner en juego la experiencia. Particularmente, seleccionamos estudiantes que se encuentran avanzados en la carrera (en cuarto año del plan de estudios) y que han cursado asignaturas de álgebra, geometría analítica, geometría sintética, análisis, matemática discreta, etc. Estas decisiones se toman, teniendo en cuenta que si bien los futuros profesores abordaron la noción de simetría especular en su formación podrán tener la oportunidad de revalorizarla y aplicarla en una situación cotidiana para ellos. A su vez, los resultados de esta primera experiencia se emplearán a futuro para repensar la puesta en práctica de la misma en la asignatura para la que inicialmente estaba pautada.

Como se menciona en la introducción, el trabajo se realiza de modo sincrónico empleando *Zoom*. Atendiendo a lo mencionado en Villarreal (2004), Borba y Villarreal (2005) y Villarreal (2012) respecto al potencial del trabajo en interacción mediado por tecnologías organizamos los 5 estudiantes en dos grupos, uno de dos (A) y otro de tres (B) estudiantes. Cada encuentro tiene una duración de dos horas y se realizan dos días diferentes en función de la disponibilidad de los estudiantes. Se destaca que de este modo no puede realizarse un debate colectivo lo que se considera una limitación producida por la adaptación inmediata de la propuesta original. Actualmente, conociendo la posibilidad de crear sub-salas en la plataforma *Zoom* se podría organizar un encuentro donde trabajen en grupos los estudiantes (por salas) y luego se haga un debate colectivo simulando, más aún, una clase presencial.

El problema diseñado con el fin de que en esta experiencia los participantes resignifiquen conceptos geométricos y que a futuro se ponga en juego con otro grupo de futuros profesores que construyan la noción de simetría especular es el siguiente:

Juana y Pedro viajaban en auto por una ruta peligrosa y tuvieron un accidente.

Pedro no tenía carnet de conducir y el conductor del otro auto afirma que Pedro manejaba en el momento del impacto. Pedro y Juana afirman que manejaba Juana.

El seguro automovilístico necesita pruebas. La mamá de Juana muestra una foto de los jóvenes dentro del auto abriendo el chat con Juana en la

aplicación *WhatsApp*. Esa foto no coincide con la foto que Juana tiene guardada en el celular y mostró a vialidad inmediatamente después del accidente.

Por lo tanto, del seguro automovilístico, afirman que las pruebas no son compatibles.

- a) ¿Podrías ayudar en la resolución del caso?
- b) ¿Cómo justificarías desde tus conocimientos matemáticos esta situación?

Tabla 1. Problema formulado y presentado a los futuros profesores.

Los futuros profesores que participan de la experiencia manifiestan el acuerdo de que se grabe la reunión en *Zoom*. Asimismo, envían por correo electrónico las representaciones que realizan en el software de geometría dinámica *GeoGebra*, fotos de las experimentaciones que realizan empleando el teléfono celular, etc.

Durante la puesta en juego se encuentran presentes dos docentes de geometría de la carrera, una estudiante del profesorado en matemática que se encuentra realizando una adscripción en investigación y los futuros profesores. Respecto a las interacciones en el marco de este trabajo sincrónico señalamos que en general otorgamos lugar a los estudiantes para que ellos respondan la tarea, evidenciamos que sus explicaciones resultan detalladas para que su par pueda comprender las ideas matemáticas en juego, asimismo las docentes se encontraban conectadas por la aplicación *WhatsApp* y decidían cuándo y cómo intervenir, estas diferencias se hacen evidentes respecto al trabajo tradicional en el aula y se corresponden con lo mencionado en Villarreal (2004) y Borba y Villarreal (2005).

4. Análisis de las producciones de los futuros profesores

Como mencionamos anteriormente los grupos se denominan A y B para preservar la anonimidad de los participantes de la experiencia y cada uno de los estudiantes que forman los respectivos grupos se denotan A1, A2, B1, B2 y B3. Las docentes se designan D.

En la resolución del problema ambos grupos recurren al teléfono celular para comprobar lo que sucede al tomar una *selfi*, es decir apelan a la experimentación mediada por tecnologías. El grupo B lo realiza al inicio de la discusión, a diferencia del grupo A en el que uno de los estudiantes hace la prueba (manifestándolo al final por una pregunta de una docente) pero no lo pone en discusión con su par. Lo mencionado se encuentra en relación con Villarreal (2012), dado que la autora destaca el potencial de emplear las tecnologías digitales para experimentar en instancias de trabajo matemático, tal como lo realizan los futuros profesores en este caso.

Cabe mencionar, que el grupo que socializa realiza una discusión centrada en la experimentación, que consiste en sacar y enviar fotos que otorgan la oportunidad de visualizar la situación en juego. Esto redundo en conjeturas acerca de cuál puede ser el motivo por el que en la foto se invierte el sentido, de este modo comienzan a discutir y poner en acción nociones matemática con el fin de fundamentarlas. Se evidencia que el trabajo en interacción, en este momento, potencia la producción en

juego, dado que se avanza desde la experimentación al empleo de conocimientos matemáticos (Borba y Villarreal, 2005).

A partir de lo dicho anteriormente se hace evidente de este modo que movilizan actividades características del quehacer matemático, como ser, la exploración en el marco de la resolución del problema (Itzcovich, 2007).

Tal como se menciona anteriormente, el grupo A no debate en torno al trabajo experimental con el celular. En este caso, la discusión comienza a partir de cuestiones que involucran al dominio de la lógica, particularmente conjetura que Juana miente. Uno de los alumnos afirma:

A1²: Si, para mí es un problema de lógica. En donde si Juana y Pedro, o sea si Pedro y Juana dicen la verdad el otro chofer está mintiendo y el seguro también. Después, tendríamos que analizar eso capaz, si Juana y Pedro mienten, la mamá miente y así ir viendo los distintos casos.

Como se evidencia en la expresión de A1 centran sus intercambios en probar si Juana miente o dice la verdad. Se alejan del trabajo en el dominio de la lógica a partir de la intervención por parte de una docente, que considera la expresión del estudiante A1 “Viendo los distintos casos” y expresa:

D: Ustedes están suponiendo que uno dice la verdad y el otro no. ¿Y si los dos dicen la verdad? No es que la madre la cambia, si dice la verdad Juana y dice la verdad la madre, ¿qué pasaría?

La docente incentiva la discusión para que los estudiantes consideren que los valores de verdad de ambas afirmaciones pueden ser iguales, ya sean verdaderas o falsas. Posteriormente, uno de los estudiantes responde:

A1: En ese caso la foto en realidad no tendría relevancia creo yo, porque también pueden ser espejadas, entonces por más que el rostro este del lado izquierdo puede que justamente no haya estado manejando el que salía del lado del volante.

Se hace evidente que a partir de la intervención docente los estudiantes buscan validar sus procedimientos, considerando que si ambos dicen la verdad las fotos pueden no resultar útiles a la hora de resolver el caso, por lo que comienzan a trabajar con cuestiones de la geometría que les permitan analizar posiciones de las personas a partir de las fotos. Descartan la conjetura inicial (que uno miente y el otro dice la verdad), a partir de este momento trabajan en el dominio geométrico y deciden apelar al software de geometría dinámica *GeoGebra*. De este modo, se observa que en el trabajo del grupo se ponen en juego algunas de las actividades características del quehacer matemático mencionadas por Itzcovich (2007), como ser, conjeturar, validar, representar y explorar.

A continuación, uno de los integrantes, para explicar con precisión su afirmación, representa la situación en el software de geometría dinámica *GeoGebra*, como se muestra en la siguiente imagen.

² Las frases textuales de transcripciones de voces de estudiantes y docentes se escriben en letra itálica y corresponden a la variedad dialectal del español rioplatense.

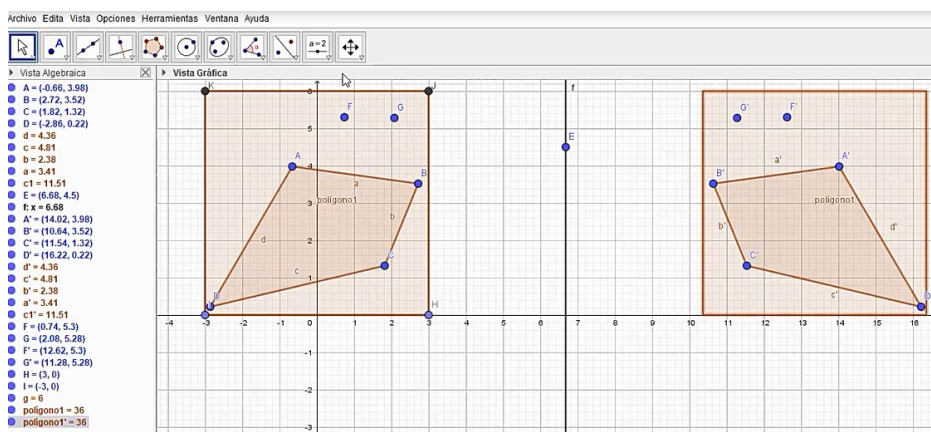


Figura 1. Representación en GeoGebra realizada por un estudiante del grupo A.

Los estudiantes conjeturan:

A2: Salvo que sea una selfi. O sea, si era una selfi, ya de por sí el celular invierte el sentido y la posición, si era una selfi.

A partir de la intervención de A2 conjeturan que en las fotos se invierte el sentido. Los estudiantes deciden comparar las dos fotos posicionándose en el trabajo en el plano, validan esta conjetura con una representación de la situación apelando a conceptos de la simetría axial. El estudiante A1 representa en GeoGebra y comparte pantalla para que el estudiante A2 y las docentes visualicen la representación en juego y explica:

A1: De esta forma supongamos que F es Juana y G es Pedro, Juana va en el lugar del conductor, y Pedro del acompañante. Si yo transformo esa foto [en este momento utiliza el comando de simetría axial] lo que me queda es que, Pedro en realidad, va en el lugar del conductor y Juana en el del acompañante. Es decir que con esto yo puedo determinar que la foto es la misma, la que tiene la mamá de Juana y Juana.

Por una parte, los estudiantes visualizan, representan, experimentan y se retroalimentan a partir del empleo del software (Arcavi y Hadas, 2000). Esto se aprecia en la fundamentación que ofrece el estudiante que se apoya en la construcción realizada en GeoGebra. Emplea la herramienta arrastre para mostrar a su compañero que la condición de inversión de sentido se mantiene y se lo fundamenta a partir de las propiedades de la transformación del plano, esto permite que se retroalimenten.

Por otra parte, es de destacar que establecen y validan conjeturas a partir del trabajo con el software y del uso de propiedades de geométricas (Itzcovich, 2007). En las cuestiones mencionadas, se refleja que los futuros profesores que participan de la experiencia emplean las tecnologías digitales y particularmente el software GeoGebra para resolver el problema, a su vez ponen en juego actividades características del quehacer matemático. Se destaca, por tanto, que potencian su trabajo matemático a partir del empleo de tecnologías digitales y se hace evidente que su producción no sería la misma en caso de no emplearlas, en correspondencia con los mencionado en Borba y Villarreal (2005).

En el grupo B una de las integrantes conjetura desde el inicio que se presenta la imagen en “espejo”, refiriéndose a la foto afirma:

B1: En realidad es un espejo, pero no sé, ¿cómo se llama?

Posteriormente, debaten respecto al motivo de lo conjeturado y se preguntan cómo es posible que suceda esto:

B2: ¿Whatsapp te las da vuelta? (...) porque capaz que es eso, o sea que cuando vos la sacas te la invierte y después vos la mandas y Whatsapp te la da vuelta.

Esto permite que otra estudiante del grupo comience a experimentar y envía fotos a sus compañeras para mostrar y validar su conjetura inicial. Interesa señalar que las estudiantes ponen en juego cuestiones y conocimientos tecnológicos basando sus conjeturas en la experimentación (Borba y Villarreal, 2005), no emplean nociones matemáticas en la validación. Una de las integrantes se toma una *selfi* con su celular y la envía por la aplicación *Whatsapp* del celular al resto del grupo B.



Figura 2.³ Imitación de imagen de una de las estudiantes del grupo B en la aplicación *Whatsapp*.

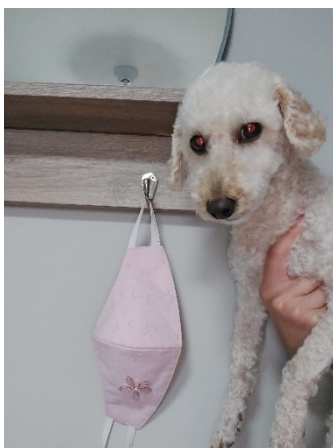


Figura 3. Imitación de imagen de una de las estudiantes del grupo B en la galería del teléfono.

³ Se realiza una imitación de la foto que toma la estudiante con el fin de preservar su anonimato.

A partir de la foto comienzan a discutir posibles posiciones de los elementos presentes en la misma respecto de la persona que se toma la *selfi*. B2 afirma: *Por ejemplo, veo el perchero del lado izquierdo* [Refiere a la imagen que se encuentra en el chat de la aplicación *Whatsapp*].

Continúan trabajando con la foto, basando sus afirmaciones en esta evidencia empírica. Establecen conjeturas y las validan apelando a la visualización y experimentación mediada por tecnologías (Villarreal, 2012) y aseguran:

B2: Puse para editarla y ahora por ejemplo el perchero me aparece con el lado derecho. [Refiere a la imagen que se encuentra guardada en la galería del teléfono celular].

B3: A ver, mándala. [Refiere a la imagen que se encuentra guardada en la galería del teléfono celular].

A partir de este momento, las futuras profesoras validan sus conjeturas apelando a nociones de la geometría euclídea plana, particularmente recurren al concepto y propiedades de la simetría axial con el fin de explicar lo que sucede en cada una de las imágenes en juego, de modo análogo al procedimiento llevado a cabo por los estudiantes del grupo A.

B2: Está en el plano y está el eje de simetría en el medio, para ya lo sé, es una simetría axial.

B3: ¡Mirá!, los celulares están usando la simetría de geometría.

B1: Es axial chicas.

B2: Y está en el plano. Y si uno piensa en la especular, por ejemplo, si uno piensa en el espacio podría ser la especular y el plano es paralelo al plano de la foto.

De las actividades propias del quehacer matemático mencionadas por Itzcovich (2007) ponen en juego la validación a partir de propiedades geométricas, en primera instancia emplean conceptos de la geometría euclídea plana y posteriormente apelan a conceptos de la geometría euclídea tridimensional.

Las estudiantes avanzan en la discusión en torno, en primera instancia, a la noción de simetría axial, conjeturando dónde deberían ubicar al eje de simetría y bajo qué condiciones se verifica lo conjeturado. Posteriormente, discuten y analizan la situación apelando al celular y la persona (no a las fotos), por lo que apelan al concepto de simetría especular, intentan determinar dónde se ubica el plano y cómo se transforman los puntos a partir de la misma. A su vez, interesa destacar que el uso del celular permite que las alumnas se sorprendan respecto a la aplicación de cuestiones geométricas que han estudiado en el marco de su formación como futuras profesoras en matemática.

Finalmente, para dar respuesta al problema presentado las estudiantes del grupo B explican que las fotografías pueden ser iguales, por lo tanto, afirman que tanto Juana como su madre presentan una foto real de la situación. Validan esta conjetura empleando el concepto de simetría especular (pseudomovimiento, transformación del espacio que conserva las propiedades movimiento, pero invierte el sentido) de manera principalmente intuitiva.

5. Reflexiones finales

En las producciones de los futuros profesores que participan de la experiencia evidenciamos que apelan ambos grupos a nociones de la geometría euclídea plana, sin embargo, el grupo B posteriormente logra posicionarse en el espacio tridimensional, empleando el concepto de simetría especular. Respecto a esta cuestión, consideramos, como señalan Schaefer y Sgreccia (2016) y Grossi y Sgreccia (2016), que la enseñanza de la aritmética y el álgebra predomina a la enseñanza de la geometría y además si se trabajan propuestas en geometría, la geometría del plano prevalece a la geometría tridimensional, en este sentido el problema diseñado puede incentivar el trabajo en 3D.

En el trabajo de ambos grupos apreciamos que se reorganizan, por un lado, el modo de trabajo matemático y por otro el establecimiento de relaciones humanas, en relación con lo planteado por Villarreal (2004). Consideramos positivo que las interacciones generan debate que permiten el avance en la resolución del problema y valoramos el modo de comunicación que permite este tipo de trabajo sincrónico que exige a los estudiantes explicar de modo detallado y oralmente las conjeturas formuladas y su validación, potenciando, por tanto, el uso del lenguaje matemático.

Como plantean Borba y Villarreal (2005) el problema diseñado y la modalidad propuesta, fomentan el trabajo de los estudiantes como comunidad matemática en la que resignifican y ponen en juego conocimientos tecnológicos y matemáticos a partir de un trabajo en interacción, donde las tecnologías digitales median los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Además, generan y validan conjeturas empleando el ensayo y error de modo administrado con el fin de establecer una respuesta al problema (Borba y Villarreal, 2005; Villarreal, 2012).

Consideramos que en la propuesta los estudiantes de ambos grupos llevan adelante actividades propias del quehacer matemático (Itzcovich, 2007). Particularmente, el grupo A emplea el software de geometría dinámica *GeoGebra* y ponen en juego actividades características de los mismos, es decir: experimentan, visualizan, se sorprenden y retroalimentan (Arcavi y Hadas, 2000).

Cabe mencionar, que como se puede apreciar en esta experiencia no emergen nuevos conocimientos por parte de los futuros profesores, sino que resignifican algunas nociones propias de geometría. Se considera que el problema posibilita la construcción de la noción de simetría especular, como se especifica inicialmente, por lo que puede ser utilizado con este fin por otros docentes o investigadores. Particularmente, se propone a futuro implementar esta propuesta en el curso de geometría euclídea tridimensional para el que se diseña inicialmente, con el fin antes mencionado.

A partir de las consideraciones realizadas se piensa que este trabajo puede aportar al campo de la Educación Matemática, puesto que se expone un problema que: invita a la utilización de diversas tecnologías digitales, requiere para su resolución de la puesta en juego de diversas actividades que caracterizan al quehacer matemático, posibilita la construcción de conocimientos tecnológicos y matemáticos, entre otros. Asimismo, se valora la reflexión en torno a este tipo de

trabajo virtual sincrónico atendiendo a la situación actual de prevalencia del trabajo sincrónico respecto al presencial por la pandemia COVID-19.

Referencias bibliográficas

- Arcavi, A y Hadas, N. (2000). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45. Disponible en: <https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2014/01/s71-material-de-referencia.pdf>
- Borba M y Villarreal M. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. Nueva York: Springer.
- Grossi, S. y Sgreccia, N. (2016). Perspectivas docentes acerca de habilidades de representación y comunicación de lo tridimensional. En R. Otero (Comp.) *Actas del Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática y Tercer Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática* (pp. 73-79). Tandil: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- Itzcovich, H. (2007) *La matemática escolar*. Buenos Aires: Aique.
- Kaplan, G., Robalo, G., Tedesco, G., Nicodemo, M. y Novembre, A. (Coord.). (2016). *Aportes para pensar la enseñanza de la matemática con TIC*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Provincia de Buenos Aires. Disponible en: <https://escuelaprimarialh.files.wordpress.com/2016/09/aportes-para-pensar-la-matemc3a1tica-con-tic.pdf>
- Maggio, M.; Lion, C. y Perosi, M. (2014). Las prácticas de la enseñanza recreadas en los escenarios de alta disposición tecnológica. *Polifonías - Revista de Educación*, 3 (5), 101-127. Disponible en: <http://www.polifoniasrevista.unlu.edu.ar/sites/www.polifoniasrevista.unlu.edu.ar/files/site/5%20maggio.pdf>
- Marco Nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática. (2018) Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación. Disponible en: https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/marco_nacional_para_la_mejora_del_aprendizaje_en_matemac3a1tica-digital-ok.pdf
- Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2016). Conocimiento especializado del contenido al enseñar a medir segmentos y ángulos a futuros profesores en matemática. En R. Otero (Comp.) *Actas del Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática y Tercer Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática* (pp. 66-72). Tandil: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- Villarreal, M. (2004). Transformaciones que las Tecnologías de la Información y la Comunicación traen para la Educación Matemática. *Yupana*, 1(1), 41-55. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/16229/1/Villareal2004Transformaciones.pdf>

Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3 (5), 73-94. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/263654463_Tecnologias_y_educacion_matematica_necesidad_de_nuevos_abordajes_para_la_ensenanza

Autoras:

Cruz, María Florencia:

Profesora en la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral (Argentina) en el profesorado en Matemática. Especialista docente de nivel superior en enseñanza de la matemática en la educación secundaria. Realiza su tesis de doctorado en Ciencias de la Educación en la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), gozando una beca doctoral otorgada por CONICET, en temas referidos a la enseñanza de la matemática.

Ha participado en congresos nacionales e internacionales y realizado publicaciones en revistas especializadas en relación a la enseñanza de la matemática.

Dirección Electrónica: mfcruz@fhuc.unl.edu.ar

Mántica, Ana María:

Profesora en la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral (Argentina) en el profesorado en Matemática. Magister en Didácticas Específicas, mención en matemática. Docente investigadora en temas referidos a la enseñanza de la matemática en distintos niveles del sistema educativo que ha realizado publicaciones en revistas especializadas nacionales e internacionales.

Dirección Electrónica: ana.mantica@gmail.com