

## **La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria argentina: análisis de un diseño curricular**

### **The teaching of geometry at argentine high school: analysis of a curricular design**

María de la Trinidad Quijano<sup>1</sup>, Ana Rosa Corica<sup>2</sup>

#### **Resumen**

Este trabajo se ubica en la problemática del estudio de la geometría en la escuela secundaria. Diversos investigadores manifiestan la pérdida de presencia de la geometría en el aula y su estudio con poco sentido. A partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico se describe y analiza el Diseño Curricular de Educación Matemática para la escuela secundaria de Río Negro (Argentina). Se indaga acerca del lugar que ocupa la matemática, su enseñanza-aprendizaje y las praxeologías en torno al estudio de la geometría. Los principales resultados indican que se aspira a modificar la enseñanza tradicional, particularmente con relación a la génesis del saber matemático: se pretende un estudio de la matemática con otras disciplinas, y con relación a la geometría se propone un estudio articulado entre los marcos sintéticos y analíticos. Se destaca que

#### **Summary**

This work is placed in the problem of the study of geometry at high school level. Several researchers remark the loss of presence of geometry in the classroom and its meaningless study. We describe and analyze the Curricular Design of Mathematics Education for the high school in Río Negro (Argentina) in the frame of the Anthropological Theory of the Didactic. We inquire about the place that mathematics occupies in the curricular design, its teaching-learning and praxeologies in the study of geometry. Our main results indicate that in the curricular design it is desirable to modify traditional teaching, particularly in relation to the genesis of mathematical knowledge. A study of mathematics linked to other disciplines is expected and in relation to geometry an articulated study between synthetic and analytical frameworks is suggested. We highlight that the geometric notions proposed to

las nociones geométricas propuestas a estudiar se centran en la geometría euclidiana, focalizándose en la plana. study belong to euclidean geometry, focusing on flat geometry.

**Palabras clave:** diseño curricular; enseñanza; geometría; escuela secundaria. **Keywords:** curricular design; teaching; geometry; high school.

Fecha de Recepción: 21/08/2020  
Primera Evaluación: 25/08/2020  
Segunda Evaluación: 12/09/2020  
Fecha de Aceptación: 06/10/2020

## Introducción

La geometría favorece el trabajo propio de la actividad matemática así como con otras ciencias, permite un mejor conocimiento del espacio y es una fuente de modelos de las situaciones problemáticas de la vida cotidiana; promueve en los estudiantes la visualización, la comunicación, el pensamiento crítico, la intuición y el razonamiento inductivo y deductivo, entre otros. Es evidente la potencialidad de la geometría para su uso en diferentes campos de aplicación (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006; Barrantes y Balletbo, 2012; Barrantes, Balletbo y Fernández, 2014; Bressan, Bogisic y Crego, 2000; Guillén, 2010). Sin embargo, pese a la presencia de la misma en los distintos diseños curriculares actuales de escuela secundaria, investigaciones recientes evidencian una disminución de su estudio en el aula y una pérdida del sentido de los saberes geométricos que se proponen enseñar (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006; Gascón, 2003; Itzcovich, 2005; Olivero, Bosch y Gascón, 2017; Rojas y Sierra, 2018). Entre las razones de la pérdida de presencia de la geometría, tanto en la escuela como en la formación docente, Itzcovich (2005) señala la dificultad de los docentes en encontrar problemas que representen verdaderos desafíos; la poca claridad en el sentido que adquieren los conocimientos geométricos en los diferentes diseños curriculares; la decisión docente de dejar de lado el tema por falta de tiempo, priorizando otros como álgebra, aritmética o funciones.

En este trabajo se describe y analiza

el Diseño Curricular de Educación Matemática, para la escuela secundaria de la provincia de Río Negro en Argentina (Ministerio de Educación y Derechos Humanos de Río Negro, 2017). En esta provincia, se realizaron modificaciones en el diseño curricular de la escuela secundaria (DC) y la nueva propuesta comenzó a implementarse en el año 2017. Particularmente, se indaga en este trabajo el lugar que ocupa el saber matemático, su enseñanza-aprendizaje, centrando la atención en la geometría. Para desarrollar este estudio se adopta como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2013a, 2017).

## Marco teórico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999, 2013a, 2017), considera como objeto de estudio e investigación, no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en las instituciones de enseñanza como saber enseñado.

En la TAD se admite que toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, denominado *praxeología*, que consta de dos niveles: i) El nivel de la *praxis* o del *saber hacer* que engloba, por un lado, un cierto *tipo de tareas* y cuestiones que se estudian, y por otro, las *técnicas* para resolverlos; ii) El nivel del *logos* o del *saber*, que reúne los discursos que describen, explican y justifican

las técnicas que se utilizan, esto es, la *tecnología*. Un segundo nivel de descripción, explicación, justificación (el nivel *tecnología de la tecnología*) se denomina *teoría*.

Los cuatro elementos mencionados (tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría) son imprescindibles para construir una praxeología. A su vez, Chevallard (1999) también propone la noción *género de tareas*, la cual hace referencia a una acción sin especificar el objeto al que se aplica y existe bajo diferentes tipos de tareas. Por ejemplo, *calcular* es un género de tareas, mientras que *calcular la distancia entre dos puntos del plano euclídeo* es un tipo de tarea.

En el proceso de estudio de una noción matemática es necesario considerar la *praxeología matemática* u *organización matemática (OM)*, que es la *realidad matemática* que puede construirse en una clase de matemática donde se estudia el tema; y la *praxeología didáctica* u *organización didáctica*, que es la *manera* en que puede ser construida esa realidad matemática. Debido a la naturaleza del trabajo, se describen las *OM* en torno a la geometría propuestas a estudiar en el diseño curricular mencionado.

Asimismo, en la TAD se define a la didáctica de las matemáticas como la ciencia de las condiciones y restricciones de la difusión social de las praxeologías matemáticas. Esta difusión incluye los procesos de enseñanza y aprendizaje en instituciones escolares o de formación y los procesos transpositivos de enseñanza, de producción y de utilización de las

matemáticas, entre diferentes tipos de instituciones (Bosch y Gascón, 2009). Para estructurar estas condiciones y restricciones, Chevallard (2004, 2007a, 2013b) propone una jerarquía que denomina escala de niveles de codeterminación didáctica entre las OM escolares y las correspondientes OD: *Humanidad – Civilización – Sociedad – Escuela – Pedagogía – Disciplina – Área – Sector – Tema – Cuestión*. Para explicar las razones de la difusión (o de la no difusión) institucional de las praxeologías, se requiere indagar los orígenes de los conocimientos matemáticos en los diferentes niveles de la escala. Por esta razón, el análisis curricular que se propone en este trabajo demanda el abordaje de un estudio macro didáctico, para el que es necesario considerar los elementos de mayor jerarquía de escala de niveles.

La escala de niveles de codeterminación didáctica también es utilizada para distinguir diferentes paradigmas didácticos en función del nivel de codeterminación didáctica en el que se sitúan (Gascón y Nicolás, 2018). En el nivel de pedagogía, la TAD ha construido teóricamente dos paradigmas que describen algunos rasgos de la organización didáctica que en ellos se genera: el *paradigma de la visita de las obras*, que aún predomina en los sistemas escolares, y el *paradigma del cuestionamiento del mundo* donde el encuentro con el saber está motivado por las necesidades del estudio: se trata de un estudio funcional, justificado por el problema por resolver (Chevallard,

2017), en el que el rol del estudiante y del profesor son diferentes a los roles que la enseñanza tradicional les otorga. Este nuevo paradigma implica formar ciudadanos autónomos, democráticos y críticos, entre otras características, y constituye la propuesta planteada desde esta teoría como meta de cambio educativo hacia el que se quiere avanzar. Llevar adelante la metodología propia del nuevo paradigma requiere incorporar un conjunto de gestos didácticos, que implican modificaciones radicales con respecto a la enseñanza tradicional. Tiene como objetivo educativo crear nuevas posturas hacia el aprendizaje, caracterizadas por la actitud de problematización, asociada al carácter herbartiano, procognitivo y exotérico (Chevallard, 2013a). Esto es, herbartiano en el sentido de que el motor del aprendizaje es la actitud receptiva hacia la formulación de preguntas y problemas sin resolver; procognitivo al considerar que el conocimiento está por descubrirse y no a la revisión del conocimiento ya descubierto; exotérico en el sentido de inmerso en el estudio porque siempre hay lugar para nuevos conocimientos; y finalmente la actitud de problematización que se caracteriza por formular preguntas, tal que algunas se conviertan en problemas para un grupo de personas.

### Metodología

En este trabajo se propone una investigación cualitativa de tipo descriptivo e interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), empleando técnicas del

análisis documental (Pinto-Molina, 1992). En primer lugar, se parte de un estudio global del diseño curricular para la escuela secundaria de la provincia de Río Negro en Argentina, lo que permite comprender sus lineamientos generales. Luego, se centra la atención en la geometría y se indagan las OM propuestas a estudiar en torno a ella.

Para realizar este trabajo, se consideran tres fases para el análisis de datos cualitativos (Mejía, 2011): *la reducción de datos*, que incluye la categorización, codificación, clasificación y presentación de datos; *el análisis descriptivo*, que permite elaborar conclusiones empíricas y descriptivas; y *la interpretación*, que establece conclusiones teóricas y explicativas. A través del criterio deductivo-inductivo se elaboraron las siguientes categorías de análisis:

- *La matemática en la escuela*: Se detallan aspectos que dan cuenta de la forma en que se considera al saber matemático.
- *La educación matemática para el ciudadano*: Se distinguen aquellas características que están vinculadas a la matemática y que se dirigen a la formación general del ciudadano.
- *La enseñanza de la matemática*: Recoge las orientaciones didácticas que se proponen para el estudio de la matemática en la escuela secundaria.
- *Topos del estudiante y topos del profesor*: Se describe el lugar que se le otorga en el diseño curricular al estudiante y al profesor.

– *La geometría en el DC*: Se describe el eje de geometría y medida, sus consideraciones generales, saberes propuestos para su estudio y objetivos.

– *Nociones en torno a la geometría plana*: Se discriminan aquellos saberes vinculados a la geometría plana y las relaciones entre los mismos.

### **Características del diseño curricular para la escuela secundaria de la provincia de Río Negro en Argentina**

El DC que se describe y analiza en este trabajo se divide en dos partes: el diseño para el Ciclo Básico (CB) y el diseño para el Ciclo Orientado (CO). El CB corresponde a los dos primeros años de la escuela secundaria (estudiantes de 13-14 años) y el CO a los últimos tres años (estudiantes de 15-17 años). Este DC contiene seis apartados:

– *Fundamentación General del Área Educación Matemática*: Se indica el porqué enseñar matemática en la escuela secundaria y qué concepción epistemológica se adopta

– *Ejes Organizadores del Área*: Se señala la importancia del estudio de la matemática

– *Consideraciones Generales del Área*: Se indica la estructura de estudio del Área, la que se compone de los siguientes espacios curriculares: *Matemática* (en 1°, 2°, 3° y 4° año), *Taller de articulación de la matemática con otros campos del conocimiento* (en 1° y 2° año), *Taller de resolución de problemas matemáticos* (en 3°, 4° y 5° año). Estos espacios tienen una

carga semanal de entre una y tres horas.

– *Ciclo Básico y Ciclo Orientado*: Contienen los sub-apartados: *Propósitos, Ejes estructurantes de saberes, Saberes a construir*. Se encuentran centrados en la resolución de problemas matemáticos, de la vida real y de otras disciplinas. Los saberes propuestos a estudiar están organizados en cuatro *ejes estructurantes de saberes*. En CB: i) Número y Operaciones; ii) Álgebra y Funciones; iii) Geometría y Medida; iv) Estadística y Probabilidad. En CO: i) Número y Álgebra; ii) Álgebra y Funciones; iii) Geometría y Medida; iv) Estadística y Probabilidad. Cada eje del CB contiene sub-ejes, que dan cuenta con más detalle de los saberes y los tipos de tarea a estudiar.

– *Bibliografía*. Se menciona la bibliografía utilizada en el escrito.

### **Análisis del diseño curricular de Educación Matemática de la provincia de Río Negro, Argentina**

A continuación, se presenta el análisis del DC. A partir de las categorías formuladas, se indica para cada una el fragmento de protocolo que permite inferir su presencia en el DC, y la interpretación realizada en relación con el marco teórico.

### **La matemática en la escuela**

En el DC se destaca a la Matemática como una ciencia en evolución continua, provocada por la necesidad de resolver problemas prácticos de otras ciencias y de la propia matemática. En la *Fundamentación General del*

*Área Educación Matemática* del DC, se considera a la Matemática como:

(...) una ciencia abierta, enmarcable históricamente, conectada con la realidad, que brinda posibilidades de exploración, de construcción de nuevos conocimientos, en contraposición con la idea preconcebida, fuertemente arraigada en nuestra sociedad (idea que probablemente proviene de bloqueos iniciales de muchos) de que la Matemática es aburrida, inútil, inhumana y muy difícil. La Matemática, pensada en razón de su enseñanza escolar, debe ser considerada más como un proceso de pensamiento más que como una acumulación de resultados logrados por otros. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 128).

Se aclara que la idea de ciencia abierta debe atender, por un lado, al *valor formativo* de la matemática, destacando su carácter de ciencia con una estructura basada en su método de razonamiento hipotético-deductivo; y por otro lado, al *valor instrumental* de la matemática, en tanto permite resolver problemas de otras áreas:

Grandes áreas de la Matemática tuvieron su origen y se desarrollaron precisamente a partir del tratamiento de problemas planteados por otras ciencias, como también existe una evolución propia de la Matemática, que no está relacionada con sus aplicaciones, donde los mismos conceptos matemáticos se han ido precisando, ampliando, se han generado otros, llegando a desarrollar amplias teorías. (Ministerio de Educación

y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 128).

Asimismo, uno de los *propósitos* del DC hace hincapié en “la confianza para poder trabajar en forma autónoma con la Matemática, integrándola a su desempeño en la vida cotidiana y en otras disciplinas” (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 130). Estas ideas reflejan una concepción de la matemática contextualizada en su historia, con la que se puede resolver problemas propios de ella, pero también de otros ámbitos. Se atribuye un carácter instrumental de la matemática, lo que va en contra de lo que Chevallard (2013c) menciona metafóricamente como el “horror instrumental”. Esta concepción alude a la negación de considerar a la matemática al servicio de las demás disciplinas, revalorizando a la matemática pura. Frente a ello, desde la TAD se privilegia la recuperación de una matemática mixta, es decir, una matemática que se mezcle con “algo distinto de sí misma”. Sin embargo, este hecho no es sencillo, debido a la manera en que están planteadas las disciplinas en los programas escolares, y debido a la negativa de ciertos docentes, *profesores antiutilitaristas* (Chevallard, 2013c), quienes niegan considerar sus disciplinas instrumentalizadas.

### **La educación matemática para el ciudadano**

En el DC se hace referencia a la formación de ciudadano que se pretende constituir, y cómo esto se vincula con la

matemática. En la sección *fundamentación General del Área Educación Matemática* se exponen los siguientes fragmentos:

(...) la difusión de valores democráticos y de integración social, el ejercicio de la crítica y el esfuerzo por la acción comunicativa son también elementos clave a tener en cuenta en la planificación y desarrollo de la Matemática escolar (...) Saber pensar y comunicarse matemáticamente constituye hoy una necesidad social que debe ser atendida en la escuela para que el estudiante logre su inserción real y autónoma en el mundo actual (...) Es por eso que una escuela orientada hacia la consecución de valores democráticos, junto con los valores formativos individuales, debe enfatizar el aprendizaje reflexivo de todo conocimiento matemático. Las distintas Orientaciones de la Escuela Secundaria (...) colaborarán significativamente en la formación de los estudiantes como ciudadanos críticos para desempeñarse en el ámbito de los estudios superiores y del trabajo. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 128).

Además, se mencionan ciertas características esperables en los estudiantes al estudiar matemática:

Estas condiciones harán posible que los estudiantes produzcan matemática y tengan la oportunidad de reflexionar acerca de su propio potencial para hacer matemática, y la asuman como una actividad intelectual en la que pueden participar, avanzando en una búsqueda reflexiva, asumiendo actitudes de

toma de iniciativa, de confianza en sus posibilidades, de aceptación de críticas y de formulación de preguntas. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 129).

Estas actitudes que se pretenden en los estudiantes están cercanas a las actitudes propuestas por Chevallard (2012a, 2013a) para el paradigma del cuestionamiento del mundo: la *actitud de problematización y herbatiana*, al procurar que el alumno se formule preguntas y al proyectar una actitud de toma de iniciativa en el estudiante.

### La enseñanza de la matemática

En la perspectiva antropológica adoptada, toda práctica aparece siempre acompañada de un discurso sobre lo que se hace, el cómo se hace y el porqué se lo hace. En el DC se indican estos aspectos, y se corresponden con la TAD del siguiente modo:

Este quehacer se pone de manifiesto cuando ellos (los estudiantes) exploran y experimentan con distintos ejemplos, busca contra ejemplos y regularidades, exponen conjeturas, argumentan deductivamente (...) debaten acerca del control de resultados y de la evaluación de su pertinencia en función del problema en estudio, defendiendo sus razones y tomando conciencia de otras razones que surgen de escuchar a sus compañeros. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 129).

En la sección de *Consideraciones Generales del Área* del DC se explicita la estructura del área. Esta se divide en la



asignatura propiamente dicha y el espacio de taller, conjugándose la construcción del conocimiento matemático con los modos de hacer matemática. Ambos formatos están atravesados por la resolución de problemas y la metodología de trabajo grupal:

(...) se combinan dos formatos pedagógicos diferentes: asignatura y taller, para tratar los saberes matemáticos y las formas de pensamiento mediante la resolución de variados problemas, a partir de 'hacer' y de 'reflexionar sobre el hacer', de promover el análisis y la toma de decisiones que requieren que los estudiantes, además de poner en juego aprendizajes matemáticos significativos y relevantes, desplieguen su creatividad y autonomía en el marco del intercambio y el trabajo en equipo. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 129).

Respecto a los espacios de taller, en el DC se destaca que el docente debe seleccionar los saberes que favorezcan su integración en el trabajo conjunto con un colega de otro campo de conocimiento. Esta línea de trabajo conjunto entre varias disciplinas, es la que destaca Chevallard como favorable para el estudio de praxeologías matemáticas mixtas:

(...) conviene, entonces, trabajar por la distensión entre las disciplinas, en particular, a través de cooperaciones en torno a determinados desafíos de instrucción. (...) tales cooperaciones no deben trabarse alrededor de temas de estudio visto como distintivos, emblemáticos, exclusivos por alguna de

las disciplinas cooperantes (...), sino que deben construirse en relación con temas cuyo enfoque codisciplinario parece más claramente negociable. (Chevallard, 2013c: 75).

En relación con los ejes que estructuran el contenido del área, en el DC se pone de manifiesto una mirada integradora o unificadora del conocimiento matemático: "Los ejes estructurantes que recorren ambos ciclos, no constituyen unidades aisladas ni secuenciadas, ya que la estructura interna del conocimiento matemático es interconectada. Esto permitirá volver periódicamente sobre los mismos temas con niveles de complejidad, abstracción y formalización crecientes (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 130).

Otro aspecto a resaltar del DC en cuanto a las orientaciones para la enseñanza de la matemática se refiere al empleo de las TIC en el aula, el DC hace mención de ellas en uno de los propósitos. En ambos ciclos se indica que: "La tecnología para procesar información, comunicarla y visualizarla según la naturaleza de los contenidos a tratar (...) sugiere el uso de recursos tecnológicos para el tratamiento de los saberes que así lo requieran" (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 131, 135). En este sentido, en el apartado *saberes a construir*, se encuentran ejemplos donde se menciona el uso de TIC:

El uso de instrumentos de geometría y programas de computación para la construcción de figuras a partir de

diversa información (...) La identificación de números irracionales a partir de la resolución de situaciones que los involucren (por ejemplo la relación entre la longitud de la diagonal de un cuadrado y su lado, aplicando el Teorema de Pitágoras, valiéndose de recursos tecnológicos) (...) El análisis y determinación de las intersecciones entre rectas y curvas (entre circunferencias y rectas, rectas y parábolas, entre circunferencias y parábolas entre sí) en términos analíticos y gráficos (acudiendo a recursos tecnológicos). (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 131, 133, 138).

### **Topos del estudiante y topos del profesor**

En el DC la resolución de problemas es la forma privilegiada para el estudio de la matemática; y el topos del estudiante responde a ello, es decir, a resolver diferentes tipos de problemas. Ésta sería la manera destacada de construir el conocimiento matemático.

Con relación al topos del profesor, se caracteriza por ser el único gestador del medio de estudio. Se le otorga al docente la libertad de tomar decisiones respecto a la organización de los saberes a estudiar, lo que implica reducir el topos del estudiante al hacer y decir del profesor. Esto se infiere del siguiente fragmento:

Es importante también definir el espacio de área como un lugar de encuentro y articulación de los saberes, estableciendo de forma flexible y complementaria la integración de los

valores que la Matemática posee, a partir del trabajo que el docente le propondrá realizar a los estudiantes, basado en esos saberes que conforman los ejes temáticos, favoreciendo que participen del hacer y pensar matemático. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 129).

Cabe señalar que los ejes estructurantes de saberes no presentan una organización por espacio curricular, sino por los ejes temáticos o sectores mencionados en el apartado de descripción de los diseños. Por ello, y particularmente en los espacios de taller, las decisiones y la selección de saberes recae en el docente: “Será tarea del equipo docente diseñar la propuesta según las estructuras organizativas que estimen más adecuadas” (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 131). Asimismo, para el espacio de taller se hace explícita la necesidad de una planificación conjunta institucionalmente:

Corresponderá al docente elegir los saberes que considere más adecuados para organizar la enseñanza en cada espacio curricular (Matemática y los Talleres), previendo especialmente para el caso del Taller la selección de aquellos que favorezca su integración en el trabajo conjunto con un colega de otro campo de conocimiento, y en el marco de una planificación institucional consensuada para el área (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 129).

Si bien el DC contempla la posibilidad

de que el estudiante formule preguntas, es el docente quien ocupa el topoprincipal de gestador del medio de estudio, correspondiéndose con uno de los rasgos que caracteriza el fenómeno de la monumentalización del saber.

### La geometría en el diseño curricular

Tanto en el CB como en el CO, se hacen explícitos *propósitos* que aluden de manera directa a la enseñanza de la geometría. En el CB se detallan dos propósitos: “La visualización y generalización de propiedades y relaciones; en particular de las propiedades de las formas geométricas y de las transformaciones. La naturaleza de las magnitudes, los sistemas de medición y la precisión en la medición” (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 130).

En el CO también se distinguen particularmente dos propósitos vinculados a la geometría: “La visualización y generalización de propiedades y sus relaciones en distintos marcos (aritmético, geométrico, algebraico, etc.). La modelización de fenómenos utilizando distintos tipos de funciones, sucesiones, secciones cónicas, ecuaciones, inecuaciones, tanto en forma analítica como gráfica” (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 135).

De acuerdo a los propósitos detallados, se procura un estudio que vincule la geometría con diferentes áreas de la matemática, lo que presupone un estudio articulado.

El eje estructurante de saberes es el mismo en ambos ciclos: *Geometría y Medida*. En el CB se explicitan, dentro de éste, dos sub-ejes que organizan los saberes a estudiar: i) Análisis de figuras y cuerpos geométricos; ii) El proceso de medir, estimando y calculando medidas. El estudio en este eje se centra exclusivamente en la geometría euclidiana, y en particular se destaca el estudio de la geometría plana por sobre la espacial. Esta última sólo está presente con relación al cálculo de volúmenes.

A partir del análisis de los saberes propuestos en el DC, los tipos de tareas que se proponen estudiar en torno a la geometría se vinculan con los siguientes géneros de tareas: *construir, explorar, formular, validar, calcular, conjeturar, justificar, argumentar, analizar, interpretar, modelizar*. En la formulación de algunos tipos de tareas se dan indicios de las posibles técnicas a emplear para el estudio:

La interpretación del teorema de Pitágoras a partir de la equivalencia de áreas” (...) El análisis de las razones trigonométricas y el uso de la relación pitagórica para resolver problemas con triángulos rectángulos (...) La modelización de situaciones extra e intramatemáticas mediante las relaciones trigonométricas, involucrando distintos triángulos y recurriendo, cuando sea necesario, al teorema del seno y del coseno (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 134, 138).

Así también, esta formulación permite

suponer que en el hacer de las tareas debe estar explícito el entorno tecnológico que lo justifica. Por ejemplo, se solicita la justificación de procedimientos apoyados en datos o propiedades, la validación de conjeturas, la producción de argumentaciones, el uso reflexivo de fórmulas y la justificación de cambios en magnitudes, tal como se indica a continuación:

La exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia de triángulos (...) El uso reflexivo de fórmulas para el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, justificando los cambios en estas magnitudes cuando se cambian las dimensiones (...) La producción de argumentaciones acerca de la validez de la propiedad de la desigualdad triangular y la propiedad de la suma de ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 133, 134).

### **Nociones en torno a la geometría plana**

Tal como se desprende del análisis de la categoría anterior, en el DC el foco está puesto en la geometría plana. Por lo que decidió profundizar en esta geometría a través de esta categoría. De manera sucinta, se desprenden los siguientes contenidos de geometría plana que en este diseño se propone estudiar: construcción de polígonos y circunferencias a partir de datos y propiedades, criterios de congruencia de triángulos, regularidades geométricas y movimientos en el plano, estimación de

medidas, cálculo de perímetros, áreas, equivalencias entre distintas expresiones según el SIMELA, desigualdad triangular, propiedad de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros, teorema de Pitágoras, lugares geométricos (circunferencias, bisectrices, mediatrices), semejanza de figuras, teorema de Thales, razones trigonométricas, resolución de triángulos rectángulos, circunferencia trigonométrica, teorema del seno, teorema del coseno, relaciones entre dos puntos del plano (distancia, pendiente de una recta), circunferencia y parábola como lugares geométricos y relaciones entre sus expresiones algebraicas, intersección entre rectas y curvas.

De acuerdo a la formulación de saberes que implican las construcciones geométricas, se perciben indicios de articulación entre los marcos sintético y analítico, al requerir la justificación de construcciones a partir de propiedades, como se infiere del siguiente protocolo:

La construcción de triángulos, cuadriláteros y círculos, a partir de diferente información, justificando los procedimientos utilizados en base a datos y/o propiedades de las figuras (...) La producción de argumentaciones con base en propiedades para determinar condiciones que deben cumplir los puntos referidas a distancias, justificando construcciones de circunferencias, círculos, mediatrices, bisectrices, como lugares geométricos (...) El análisis de procedimientos utilizados para construir figuras a partir de diferentes informaciones (propiedades y medidas) evaluando la adecuación de la figura

obtenida a la información dada. (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 133).

En Gascón (2002) y Olivero, Bosch y Gascón (2017) se afirma que el estudio de la geometría escolar debería partir de una problemática sintética para que luego emerjan las técnicas analíticas. Es decir, las técnicas sintéticas y analíticas deberían complementarse en un estudio articulado. Si bien en el DC no se explicita un estudio de este tipo, los fragmentos citados muestran indicios de acercamiento entre ambos marcos-para el estudio de algunos saberes.

En relación con la construcción de figuras, se hace referencia a diferentes instrumentos y entornos, lo que posibilita el surgimiento no sólo de diferentes técnicas y tecnologías, sino de conocimiento nuevo: “El uso de instrumentos de geometría y programas de computación para la construcción de figuras a partir de diversa información” (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de Río Negro, 2017: 133). El uso de un programa de geometría dinámica facilita procesos que en el papel son imposibles y permite invertir la relación entre el saber geométrico y las construcciones. Mientras que la construcción con regla y compás es consecuencia y aplicación de un saber geométrico, en geometría dinámica las construcciones son un método para generar conocimiento geométrico (Corredor Gutiérrez, citado en Bernardis y Moriena, 2018).

## Reflexiones finales

Los principales resultados indican que en el DC de la Provincia de Río Negro en Argentina, la matemática es comprendida como una ciencia en evolución continua, provocada por la necesidad de resolver problemas de otras ciencias y de la propia matemática. En particular, para enseñar y aprender matemática se considera la resolución de problemas como la forma privilegiada. En este sentido, se hallan puntos de encuentro con el paradigma de enseñanza propuesto en los últimos desarrollos de la TAD en cuanto a la génesis del saber matemático, los elementos que conforman una praxeología al estudiar saberes matemáticos y la pretensión del estudio articulado de las distintas nociones propuestas a estudiar. Por otro lado, si bien el DC contempla la posibilidad de que el estudiante formule preguntas, es el docente quien tiene un lugar preponderante como gestador del medio de estudio, acercándose al lugar que la enseñanza tradicional le otorga a cada actor del sistema didáctico.

En particular, con respecto al estudio de la geometría, en el análisis de los tipos de tareas que se proponen estudiar, se advierten indicios de articulación entre los marcos sintéticos y analíticos, a pesar de que esto no se hace explícito en el DC. También se destaca que las nociones geométricas que se proponen estudiar se centran en la geometría euclidiana; dentro de ella, se destaca el estudio de la geometría plana, mientras que la geometría espacial solo está presente con relación al cálculo de volúmenes. Esto último pone de manifiesto que el estudio de la geometría es acotado, lo

que se encuentra en correspondencia con el problema detectado por diferentes investigadores en cuanto al reduccionismo del estudio de la geometría.

Los espacios de Talleres que propone el DC, suponen una posibilidad para romper con la fragmentación disciplinaria del conocimiento y poder trabajar desde un enfoque de cooperación entre las distintas

disciplinas. Es necesario profundizar en el estudio de dispositivos didácticos en el que se involucre la geometría para ofrecer a los estudiantes herramientas matemáticas que le permitan comprender, describir y representar el mundo en el que viven. Esto no es posible si se centra el estudio sólo en la geometría euclidiana y, dentro de ella, sólo en la plana.

### Notas:

(1)Licenciada en Educación Matemática por la UNCPBA y Profesora en Matemática por la UNCo. Profesora Adjunta de la UNCo y Jefe de Trabajos Prácticos de la UNRN, Mitre 630, San Carlos de Bariloche (8400), Río Negro, Argentina. mquijano@unrn.edu.ar

(2)Doctora en Ciencias de la Educación por la UNC. Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática y Física por la UNCPBA. Investigador Adjunto del CONICET. Investigadora del NIECyT. Profesor Adjunto de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA, Pinto 399, Tandil (7000), Buenos Aires, Argentina. acorica@exa.unicen.edu.ar

### Referencias Bibliográficas:

- ABRATE, R., DELGADO, G. y POCHULU, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.
- BARRANTES, M. y BALLESTO, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25.
- BARRANTES, M., BALLESTO, I. y FERNÁNDEZ, M. (2014). Enseñar geometría en secundaria. En Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, pp. 1- 14.
- BERNARDIS, S. y MORIENA, S. (2018). Contextos Dinámicos de Lugares Geométricos. *UNION*, 52, 263-278.
- BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la Formación del Profesorado de Secundaria. En XIII Investigación en Educación Matemática, pp. 89-113.
- BRESSAN, A.; BOGISIC, B. y CREGO, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*. Buenos Aires: NOVEDUC.
- CHEVALLARD, Y. (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.
- CHEVALLARD, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Journées de Didactique Comparée. Lyon. Recuperado de: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Vers\\_une\\_didactique\\_de\\_la\\_codisciplinarite.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Vers_une_didactique_de_la_codisciplinarite.pdf)
- CHEVALLARD, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, y F. Javier García (Éd.), *Sociedad, Escuela y Matemáticas*.

*Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 705- 746). Jaén: Universidad de Jaén.

CHEVALLARD, Y. (2012a). Éléments de didactique du développement durable. Notes y documents. Leçon 1. *Journal du Séminaire TAD/IDD*. Recuperado de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique\\_du\\_DD\\_2012-2013\\_1.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique_du_DD_2012-2013_1.pdf)

CHEVALLARD, Y. (2012b). Théorie Anthropologique du Didactique y Ingénierie Didactique du Développement. *Journal du séminaire TAD/IDD*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2009-2010-6.pdf>

CHEVALLARD, Y. (2013a). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a favor de un contraparadigma emergente. *REDIMAT*, 2(2), 161-182.

CHEVALLARD, Y. (2013b). *Journal du Séminaire TAD/IDD*. Théorie Anthropologique du Didactique y Ingénierie Didactique du Développement. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2009-2010-8.pdf>

CHEVALLARD, Y. (2013c). *La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica*. Buenos Aires: LIBROS DEL ZORZAL.

CHEVALLARD, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *La Gaceta de la RSME*, 20 (1), 159–169.

GASCÓN, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados? *Suma*, 39, 13-25.

Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria I: desaparición escolar de la razón de ser de la geometría. *Suma*, 44, 25-38.

GASCÓN, J. y NICOLÁS, P. (2018) Paradigmas didácticos y reforma curricular: el caso de la teoría antropológica de lo didáctico. En VI Congreso Internacional sobre la TAD, pp. 88 -102.

GUILLÉN, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría?, ¿y en la investigación? En XIV Investigaciones en Educación Matemática, pp. 21-68.

HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C. y BAPTISTA, M. (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.

ITZCOVICH, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires: LIBROS DEL ZORZAL.

MEJÍA, J. V. (2011). Problemas centrales del análisis de datos cualitativos. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social*, 1, 47-60.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y DERECHOS HUMANOS DE RÍO NEGRO (2017). *Diseño Curricular Escuela Secundaria*. Recuperado de <http://unterseccionalroca.org.ar/imagenes/documentos/leg/Resolucion%20945-17%20%28ANEXO%20I-%20DC%20ESRN%29.pdf>

OLIVERO, F., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2017). Praxeologías matemáticas en torno a la geometría para la formación del profesorado. En IV Congreso Internacional sobre la TAD, pp. 875-898.

PINTO-MOLINA, M. (1992). *El resumen documental: principios y métodos*. Madrid: PIRÁMIDE.

ROJAS, C. y SIERRA, T. (2018). Los problemas espaciales: una propuesta alternativa para enseñar geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. En VI Congreso Internacional sobre la TAD, pp. 589 -596.