

La enseñanza de la indeterminación cuántica en la escuela secundaria: Reporte de veinte años de investigación

María de los Ángeles Fanaro¹

Zulman Estela Muñoz Burbano²

María Alejandra Narváez Gómez³

¹ *Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires*
Argentina

² *Universidad de Nariño*

³ *Universidad Cooperativa de Colombia*
Colombia

En este capítulo se analizan las contribuciones de la investigación en educación en Ciencias a la enseñanza y el aprendizaje de las Relaciones de Indeterminación, comúnmente denominado Principio de Incerteza de Heisenberg, entre 1998 y 2018. Para este estudio de tipo documental se utilizó en primera instancia la estrategia de Mapeamiento Informacional Bibliográfico, que permitió la organización y selección de los documentos. Para el análisis hermenéutico se consideran dos categorías de estudio: 1) la enseñanza de conceptos cuánticos en los que se desarrollan las relaciones de indeterminación, y 2) la enseñanza específica de las relaciones de indeterminación. Los resultados indican que, pese a ser de gran importancia conceptual dentro de la enseñanza de la Teoría Cuántica, no se encuentran muchas investigaciones que permitan avanzar en la enseñanza del nivel secundario ni universitario. Se concluye que es necesario ampliar las investigaciones relacionadas con este campo, por cuanto, la enseñanza de conceptos cuánticos en la educación secundaria es una tendencia aún en desarrollo. Se establece la necesidad de investigaciones en esta línea de la enseñanza de las ciencias, no solo por sus implicaciones conceptuales, sino por las derivaciones epistemológicas y su relación con la tecnología y el mundo que rodea a los niños y jóvenes de hoy.

¹ Investigador Independiente de CONICET, profesor adjunto en la Facultad de Ciencias Exactas.

Contacto: mariangelesfanaro@gmail.com

² Profesora de tiempo completo, investigadora grupo de investigación GIDEP.

Contacto: zulmamu0706@hotmail.com

³ Catedrático, investigadora grupo de investigación GIDEP.

Contacto: alejanarvaez27@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo, forma parte de una línea de investigación dedicada a la Didáctica de la Física Cuántica, en la cual se estudian los procesos de transformación y difusión del saber, para que sean funcionales en la escuela secundaria. Trabajos previos, realizados por parte de los autores, se han referido al diseño de secuencias didácticas dirigidas a conceptualizar el comportamiento cuántico de los electrones y la luz, basadas en la adaptación del enfoque de Caminos Múltiples de Feynman (Fanaro, 2009; Fanaro et al., 2014; Arlego y Fanaro, 2017; Fanaro y Arlego, 2018).

Así, estas secuencias fueron implementadas en cursos de la escuela secundaria, y se analizó su implementación a partir de Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (Fanaro et al., 2016; Fanaro y Elgue, 2018; Fanaro y Arlego, 2018); Fanaro et al., 2014; Alvarado y Fanaro, 2020, 2020a). Como parte de la selección conceptual, en las secuencias propuestas se dejó el tratamiento de las relaciones de indeterminación de Heisenberg que se retoman en esta investigación.

Uno de los pilares de este trabajo, se refiere a cómo se va a referir el aspecto conceptual, ya que igualar en expresión a las relaciones de indeterminación RI como Principio de incertidumbre de Heisenberg PIH, implica desconocer que existe una restricción epistemológica. La restricción proviene de los mismos modelos científicos empleados para interpretar y explicar los fenómenos cuánticos y, por tanto, es mejor denominar RI y no incertidumbre, por cuanto la incertidumbre hace referencia al desconocimiento sobre las cosas, como si hubiera algo oculto en la naturaleza, algo que se torna *esquivo* al conocimiento. Así, denominar *principio de incertidumbre*, puede incluso dar a lugar a interpretar como una limitación en la comprensión de este concepto (Lévy, 2003; Solbes, 2018).

Al respecto, Solbes (2018) llama la atención en el sentido que no es *tal principio*, al no formar parte de los postulados de la mecánica cuántica que responden a preguntas básicas de la misma. Por tal motivo, de ahora en más se hará referencia de las Relaciones de Indeterminación en lugar de Principio de Indeterminación de Heisenberg. El interés de este trabajo es analizar qué propuestas de transformación del conocimiento que originó la Física acerca de estas relaciones y los conceptos asociados que tiene, para que los estudiantes puedan conceptualizar otorgándole un sentido inherentemente cuántico.

De acuerdo con las ideas expuestas en Cuesta y Mosquera (2018) acerca de la importancia de enseñar Física Cuántica en la escuela secundaria y Suar et al., (2018) en que las relaciones de indeterminación son uno de los conceptos claves de la Mecánica Cuántica, en este trabajo se analizan los artículos en revistas científicas relativas a la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones de indeterminación. Esto ofrecerá un panorama de lo que se conoce acerca de la temática, desde qué puntos de vista se enfocan y en qué aspectos contribuyen las investigaciones para conocer cómo mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Así las cosas, el marco de referencia es principalmente didáctico, puesto que se focaliza en la transposición didáctica, concepto proveniente originalmente de la sociología de la mano de Verret (1975) que luego fue adaptada por la didáctica de la Matemática de la línea francesa, con Chevallard (1998). Esto implica comenzar el análisis didáctico por la génesis completa de los mismos conceptos, para luego estudiar qué cambios son necesarios realizar para que los estudiantes lo aprendan con sentido.

En relación con lo anterior, se asume un marco cognitivo de base constructivista que implica considerar que la identificación de los objetos (de cualquier naturaleza, natural o artificial, concreto o abstracto), de sus propiedades y de su relación con otros objetos es la clave del desarrollo cognitivo, proceso denominado conceptualización. Este concepto forma parte de la teoría desarrollada por Vergnaud (1993), para quien, además, los conceptos se constituyen por el triplete de: las situaciones que le dan sentido a los conceptos S, el sistema de representación de los objetos R, y los invariantes operatorios I.

Este último concepto, hace referencia al conjunto de categorías y afirmaciones susceptibles de ser verdaderas para cada sujeto que conoce; esta forma de entender la conceptualización revaloriza la necesidad de realizar un análisis didáctico con el fin de elaborar las situaciones que se propondrán a los estudiantes, trabajo que debe ser realizado por didactas en colaboración con los representantes de cada

disciplina, en este caso, físicos, es decir, fundamentamos la necesidad de realizar un diseño y análisis didáctico de las situaciones en dos teorías que se complementan: en la Teoría de la Transposición Didáctica de Chevallard y la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud.

Por su parte, es plenamente aceptado que los conceptos cuánticos deben formar parte del currículum de la escuela secundaria (Fernández et al., 1997; Osterman y Ricci, 2004; Greca y Moreira 2003; Fanaro et al., 2007; Fanaro, 2009; Fanaro et al., 2009; Solbes y Sinarcas, 2010; Castrillón et al., 2014), aunque no hay consenso acerca de cuáles conceptos enseñar, y menos aún, que perspectiva didáctica abordar. Además de la importancia conceptual del RI en sí mismo y en muchas áreas de la física actual, este es el caso de la física de partículas elementales, se reconoce la importancia de su enseñanza en otras dimensiones asociadas a ésta, como las consecuencias filosóficas y epistemológicas que implican.

Estas últimas no son objeto de esta investigación, ya que se concentran en los aspectos conceptuales del RI, como parte primordial del aprendizaje.

2. MÉTODO

Se realizó un estudio de tipo documental donde se utilizó la estrategia de mapeamiento informacional bibliográfico MIB, entendida como una estrategia de búsqueda, organización, análisis de la información, en la que se trata de mapear los contenidos más relevantes de los resultados de las investigaciones disponibles en fuentes bibliográficas y bases documentales confiables y actualizadas (Molina et al., 2012). Las bases de datos, fueron gestionadas a través del software Publish or Perish Versión 7, de acceso libre y gratuito, que proporciona una información abundante y refleja más detalles que la encontrada por otras herramientas, al presentar una serie de indicadores de especial interés para un investigador: cantidad de publicaciones, número total de citas, citas por artículo, citas por autor, índice Hirsch y algunas de sus variantes, entre otros.

El MIB, permite establecer, recurrencias, tendencias, convergencias e incluso contradicciones, que llevan a categorizar los documentos desde un enfoque conceptual y campos temáticos. Para esta investigación los campos temáticos, se refieren a los contenidos específicos de las fuentes analizadas, que se relacionan con la enseñanza de la teoría cuántica y específicamente las relaciones de indeterminación. Con respecto a los enfoques conceptuales que se derivan de las características y el foco que tiene cada uno de los artículos, es decir si se refiere a las relaciones de indeterminación, a su enseñanza, si esta es realizada desde experimentos y qué bases conceptuales se utiliza.

En este análisis, se seleccionaron revistas académicas que difunden resultados de investigación, que son reconocidos en el ámbito de la investigación en enseñanza de las ciencias, y de la física en particular cuyas publicaciones sean en español, portugués e inglés, por ser los idiomas de dominio de las investigadoras. Se seleccionaron revistas relativas a la enseñanza de la física y enseñanza de las ciencias, excluyendo aquellas revistas de educación que no refieren a disciplinas específicas de interés; también se consideraron revistas de Física que tienen una sección dedicada a la enseñanza de la Física.

Si bien, se reconoce que las relaciones de incerteza pueden ser de interés para otras disciplinas como la didáctica de la Química o la didáctica de la Biología por sus conocidas aplicaciones, éstas no se incluyeron en esta búsqueda. Las revistas seleccionadas fueron: American Journal of Physics; Caderno Brasileiro de Ensino de Física ; Ciência y Educação; Enseñanza de las ciencias; European Journal of Physics; International Journal of Science Education ; Latin Journal Physics Education; Nordina- Nordic Studies in Science education; Physical review special topics - physics education research; Physics Education; Revista Brasileira de Ensino de Física; Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias; Revista Mexicana de Física (sección E) ; Science y Education y Science Education.

En la Tabla 1 se presenta la lista de las revistas según el criterio descrito (ordenadas alfabéticamente) que contienen trabajos referidos a la Enseñanza-aprendizaje de las RI, con el número de artículos encontrados y los años de publicación de estos.

Tabla 1. Listado con las revistas que contienen trabajos referidos a la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones de indeterminación, el número de artículos encontrados y los años de publicación

Nombre	Artículos	Año
American Journal of Physics	2	2002; 2008
Caderno Brasileiro de Ensino de Física	2	2005; 2017
Ciência y Educação	2	2004; 2011
Enseñanza de las ciencias	2	2005; 2013
European Journal of Physics	2	2010, 2011
International Journal of Science Education	1	1998
Latín Journal Physics Education	1	2010
Nordina- Nordic Studies in Science education	1	2015
Physical review special topics - physics education research	2	2011;2017
Physics Education	4	2000; 2001; 2002; 2008
Revista Brasileira de Ensino de Física	3	2001; 2005; 2013
Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias	1	2009
Revista Mexicana de Física (sección E)	2	2005; 2005
Science y Education	1	2008
Science Education	1	2011
The Physics Teacher	3	2003; 2007 2011
Revista Tecné, Episteme y Didaxis	1	2018

En la selección se obtuvieron 37 revistas para un total de treinta artículos consultados, de los cuales se obtienen sus resúmenes, palabras clave, autores, año, título, país e idioma y se organizan mediante los criterios de año, datos de publicación, palabras clave, autores, título, resumen, país e idioma. Por otra parte, para la búsqueda se empleó las palabras clave: Heisenberg, cuántica, enseñanza, estudiantes, incerteza (y sus correspondientes en inglés y portugués). Se seleccionaron aquellos artículos que se consideran reportes científicos de investigación (excluyendo así las cartas al editor, las reseñas de tesis y las actas de congresos por no contar con exhaustividad en la búsqueda).

El relevamiento de los artículos tuvo inicio hacia fines del 2017 y se identificó un total de treinta y un artículos. Los artículos analizados pertenecen a dieciséis de las treinta y siete revistas analizadas (es decir, casi la mitad de las revistas no tienen hasta el momento de la búsqueda (primer semestre 2020) ningún artículo que trate la enseñanza-aprendizaje de las relaciones de indeterminación). Se reconoce que esta búsqueda puede no resultar exhaustiva, ya que puede haber otras revistas que, cumpliendo los requisitos planteados, no hayan sido relevadas por desconocimiento de los autores.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A partir de la Tabla 1, es posible notar que, en relación a nuestra base, la revista que más artículos ha publicado en los últimos 20 años acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones de indeterminación es la revista anglosajona *Physics Education* (4 artículos en total). Le siguen en cantidad de artículos las revistas norteamericanas *The Physics Teacher* y *American Journal of Physics*; la *Revista Brasileira de Ensino de Física* del ámbito latinoamericano, con 3 artículos cada una.

Con respecto a los trabajos que se refieren a la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones de indeterminación, en casi la mitad de ellos sólo se lo menciona y se le da un tratamiento en general junto con otros conceptos de mecánica cuántica (14 artículos). Los 17 artículos restantes se centran en las relaciones de indeterminación, por lo cual el resto del análisis se centró en estos últimos.

De estos 17 artículos, dos se ocupan de plantear cómo debería tratarse la distinción entre mecánica clásica vs. mecánica cuántica en el currículum de la escuela secundaria de manera prescriptiva (Budzik y Kizowski, 2009), o exponen y recomiendan el tratamiento escolar de la estrecha vinculación entre incerteza y la naturaleza ondulatoria de la materia (Pospiech, 2000).

Por su parte, el trabajo de Chibeni (2005), aunque es de corte filosófico y no tiene la intención explícita de enseñar las de las relaciones de indeterminación, plantea una clara distinción entre tres interpretaciones posibles: representadas por las tres expresiones: incertidumbre, incerteza o distribución estadística. Así, al

utilizar la expresión *indefinición* la incerteza es presentada como una característica esencial, adoptando una formulación ondulatoria para la descripción del electrón. Se describe el comportamiento de un electrón a través de un paquete de onda, asumiendo que los objetos cuánticos son algo *ondulatorio*. Partiendo de que la suposición de que los objetos cuánticos, cualquiera que sea su naturaleza exacta, son representables por paquetes de onda, se llega a una versión de las relaciones de Heisenberg (Chibeni 2005). Esta versión es ontológica, pues *ella dice respecto a una indeterminación intrínseca entre entes físicos*, y el concepto que prevalece así es el de *indefinición*. Al referirse con *incerteza*, las relaciones de Heisenberg expresan una característica de nuestro conocimiento acerca de los objetos.

Aquí se enfatiza en las limitaciones impuestas por la medida a partir del experimento pensado (*gedanken experiment*) del microscopio de rayos gamma el concepto que prevalece es el de *incerteza*, ya que en esta versión se justifica hablar del *principio de incerteza* ya que es una noción epistémica, o sea relativa a nuestro conocimiento, y en esta versión, las relaciones de Heisenberg no expresaría pues una característica física de los objetos sino más bien una característica de nuestro conocimiento acerca de los objetos (Chibeni, 2005). Finalmente, si se hace referencia a la *dispersión estadística* se especifica un límite mínimo para la dispersión estadística en los resultados de mediciones de cantidades conjugadas. Se acepta que en la mecánica cuántica hay una dispersión mínima que no se puede eliminar, cuando se trata de pares de cantidades conjugadas, lo cual puede ser demostrado rigurosamente a partir del formalismo matemático, sin ninguna interpretación filosófica adicional, ontológica o epistemológica.

Esta categorización, resulta clarificadora en cuanto a las consecuencias que implica cada postura y es retomada por Suart et al. (2018) para analizar la interpretación de las relaciones de indeterminación que se presenta en libros de texto de Química general utilizados en universidades brasileras, y se preocupa por sus consecuencias didácticas. En ese trabajo, los autores concluyeron que la mayoría de los libros de texto de química analizados presentan una interpretación ontológica, mediante un abordaje conceptual reduccionista explicitado en la operacionalidad del concepto, así como de todo el contenido subyacente a la mecánica cuántica, brindando así una imagen simplista de ciencia.

Luego, los 13 artículos restantes presentan una propuesta de enseñanza de las relaciones de indeterminación para la escuela secundaria y para la universidad, de las cuales dos son para el nivel universitario (con lo cual fueron excluidos del análisis porque este trabajo se centra en propuestas para la escuela secundaria). Uno de ellos se trata de una nota didáctica (Giribert, 2005) en la cual se discute el significado de relaciones de indeterminación, refiriéndose al Principio entre tiempo y energía, para estudiantes avanzados de mecánica cuántica. Así, presenta una lista de referencias de los puntos que conforman las discusiones principales al respecto y pasa revista de las posibles interpretaciones, incluyendo también algunas de las falacias relacionadas con la desigualdad de Heisenberg.

El otro artículo, se encuentra en la misma revista y en el mismo año (Rodríguez et al., 2005), donde los autores muestran la energía de estado base de un pozo de potencial infinito, usando un concepto cuántico tal como el del microscopio Bohr-Heisenberg, que prevalecía hasta antes de la formalización de la mecánica cuántica y del principio de incertidumbre. El resultado del valor de la energía obtenida es igual al obtenido por medio del uso de mecánica cuántica formal, y es usado para estimar el tamaño de nuevas estructuras cuánticas, tales como las nanoestructuras o los pozos cuánticos. Los autores consideran que esta idea sería de gran utilidad para fines didácticos dentro de los cursos universitarios de física moderna introductoria.

Entonces, los artículos con propuestas de enseñanza para el nivel secundario son N=11, y solamente 3 de ellos presentan, además, algunos resultados de su implementación. Para poder caracterizar estas propuestas de enseñanza, y así sintetizar los aportes que realizan para un profesor de la escuela secundaria que enseñe de las relaciones de indeterminación, se planteó la pregunta acerca de la transposición del saber, ya que se asume aquí que este proceso existe desde el momento en que se intenta reconstruir un saber distinto del ámbito donde se originó. A partir de una lectura crítica de los artículos y desde la mirada de nuestro marco teórico, se encontró que es posible categorizar las propuestas de enseñanza siguiendo la metodología de MIB, según el enfoque conceptual: en la aceptación del modelo ondulatorio para las partículas o en el análisis de experimentos que permiten derivar las relaciones de indeterminación.

Así, un conjunto de las investigaciones encontradas pretende enseñar las relaciones de indeterminación a partir de la idea de que éstas son consecuencia inmediata (y natural) de la naturaleza ondulatoria de la materia. Es decir, consideran que las incertidumbres fundamentales surgen de las dispersiones en la función de onda de una partícula, adoptando de esta forma el enfoque de la *incertidumbre* propuesto antes por Chibeni (2005). Por otro lado, otras propuestas son planteadas para *demostrar* las relaciones de indeterminación a partir del experimento de la difracción de electrones, ya sea con el montaje material de los experimentos o bien en su versión de *experimento pensado*. Estos artículos parecen adoptar la postura de *incerteza* de Chibeni, donde se entiende como una *imposibilidad de medir (y, por lo tanto, conocer) en simultáneo dos magnitudes*.

Dentro de las primeras, prevalece el tratamiento ondulatorio de la materia en primer lugar, asumiendo una asociación entre las partículas y las ondas. Se considera que esta forma, si bien no sigue al desarrollo histórico, lo hace para que tenga sentido para los estudiantes, ya que de esta forma las relaciones de indeterminación surgen naturalmente al modelizar a los electrones con la matemática propia de las ondas, independientemente del experimento que se esté analizando. Es decir, una vez aceptado el modelo ondulatorio para describir ciertos comportamientos de los electrones, es posible aceptar que la incerteza surge naturalmente, como se propone en Sawicki (2003), quien evita referirse a la dualidad onda partícula a lo largo de toda su propuesta, y plantea el trabajo con la relación entre energía y tiempo.

También Huggins (2007) evita referirse a la dualidad onda partícula y directamente asumiendo la naturaleza ondulatoria de los electrones, propone lograr previamente la familiaridad con el análisis de Fourier, para que los estudiantes puedan luego aprender las relaciones de indeterminación en la versión energía-tiempo. Su propuesta incluye el uso de un simulador de osciloscopio, que está incluido en el programa Physics 2000.

En esa misma dirección, el trabajo de Hobson (2011) propone evitar una enseñanza basada en paradojas y luego de presentar el fenómeno de la difracción donde surge como modelo explicativo el carácter ondulatorio de la materia, se abordan las relaciones de indeterminación analizando los paquetes de onda, de manera cualitativa. Es decir, se realizan los procedimientos de la matemática de Fourier sin emplearlos formalmente, dado que se trata de estudiantes de la escuela secundaria. Luego, al tratar al electrón como un paquete de ondas, obtiene la *regla cuantitativa* que obedecen las incertezas cuánticas, y en un intento de clarificar el concepto, propone gráficos para analizar los rangos de velocidades e incertezas, que permiten concluir sobre estos rangos de incerteza para distintos valores de masa.

Finalmente, dentro del grupo de las investigaciones que adoptan la versión *ontológica* de las relaciones de indeterminación se ubica al trabajo de Jones (2002) quien también propone abordar la versión energía-tiempo pero introduciendo previamente en los estudiantes a la dualidad onda partícula (vía efecto fotoeléctrico y experimento de la doble rendija, como es usual encontrar en los libros de texto), y luego se aplican las relaciones de indeterminación para la explicación de las partículas virtuales y el modelo de intercambio de fuerzas.

En principio, se considera que enfatizar el tratamiento ondulatorio para hacer surgir las relaciones de indeterminación sería beneficioso para el aprendizaje de los estudiantes ya que modelizar a los electrones con la matemática de ondas conlleva naturalmente a las relaciones de indeterminación, pero en estas investigaciones se notan dos problemas cuya respuesta parece quedar en manos del profesor. En primer lugar, si bien para la Física actual la adopción de un modelo ondulatorio para las partículas es natural, para la enseñanza esto merece una atención especial y requiere de transposición didáctica adecuada, puesto que esto no es familiar para los estudiantes. Solamente en la propuesta de Hobson (2011) se propone la forma histórica en la que esto sucedió, mediante la interpretación del patrón de electrones resultante en la pared colectora en el típico experimento de la doble rendija.

La interpretación de estos resultados empleando el modelo ondulatorio lleva a aceptar la naturaleza ondulatoria de los electrones. Por otra parte, también se considera que lo que en estos trabajos no se explicita es cómo una vez establecidas las relaciones de indeterminación mediante el mapeo entre los modelos corpuscular y ondulatorio de la materia, se da la resignificación e interpretación de éstas en el contexto de las partículas. En particular, Hobson (2011) propone una forma de comprender su validez

universal mediante sencillos cálculos y gráficas donde en simultáneo se puede apreciar los rangos de incerteza relativos a la masa de la partícula, desde un electrón a un balón. En las demás presentaciones, esto no es resuelto.

En aquellos trabajos donde prevalece la idea de que relaciones de indeterminación pueden establecerse a partir del experimento de difracción, se encuentran los trabajos de Johansson y Milstead (2008), Matteucci, et al. (2010), Erol y Özdemir (2010), Nikolic y Nesic (2011) y Abrego et al. (2013).

Johansson y Milstead (2008) proponen analizar la difracción de fotones por una sola rendija para demostrar los efectos de las relaciones de indeterminación, ya que consideran que esto es lo más familiar para los estudiantes, y se consiguen buenos logros conceptuales con poca matemática. Según los autores, *el PIH no es más que la dualidad onda-partícula proyectada bajo una luz diferente*. Así, a partir de la difracción de electrones (o cualquier otro proyectil como muones, piones o incluso luz), y considerando la relación de De Broglie, se *deducen* las relaciones de indeterminación a partir de las consideraciones físicas de la experiencia: cuando el electrón está en la rendija, se tiene un desconocimiento de la posición en Δx , y como la naturaleza impone la condición que el conocer la dispersión en la posición hace perder información sobre su momento. Así, primero establece la forma cualitativa de las relaciones de indeterminación, y luego utilizando las expresiones para el primer mínimo de dispersión junto con la expresión de De Broglie, confirma la idea previamente establecida acerca que la naturaleza no permite establecer simultáneamente los valores exactos de la posición y el momento de una partícula.

En términos de Chibeni (2005) se estaría adoptando una concepción de *incerteza* en cuanto a que la idea subyacente es que no es posible conocer simultáneamente la posición y la cantidad de movimiento, pero no se expresan las causas de tal desconocimiento, quedando así las relaciones de indeterminación en un nivel de aceptación *per se*. Luego, el texto propone analizar las principales aplicaciones, como el conocido fenómeno de *penetración de barrera*, energía de punto cero, intercambio de partículas, etc.

Matteucci et al. (2010) por su parte, presentan el análisis de un experimento análogo a la difracción clásica de la luz que pasa por una abertura circular, pero utilizando electrones, ya que la tecnología actual de microscopio electrónico permite un buen control de los parámetros de entrada. Así, buscan establecer el comportamiento ondulatorio de los electrones, lo cual permite naturalmente presentar y discutir las relaciones de indeterminación. De esta forma, pretenden mostrar que el comportamiento ondulatorio de las partículas no resulta de un fenómeno colectivo, sino de una propiedad individual asumida por los principios de la mecánica cuántica. La desventaja de este enfoque es el nivel matemático empleado, puesto que utiliza las expresiones de las condiciones de Franhofer y la expresión de la densidad de probabilidad, y las funciones de Bessel, ambos inaccesibles para los estudiantes de la escuela secundaria. Nikolic y Nesic (2011) en esta misma línea, proponen la realización y el análisis de la difracción de la luz, considerándola formada por fotones, lo cual no cambia el enfoque.

Por su parte, Abrego et al. (2013) presentan el montaje de un experimento que pretende verificar de forma sencilla relaciones de indeterminación. A través de la descripción de la configuración experimental, la base teórica y una matemática sencilla, empleando un modelo ondulatorio y buscan una mayor familiarización de los estudiantes con los conceptos involucrados en el tema.

Dentro de los trabajos que se enfocan en los experimentos para abordar las relaciones de indeterminación, dos trabajos enfatizan en la importancia de los experimentos imaginarios (conocidos en la literatura como *gedanken*): Hadzidaki (2006) y Velentzas y Halkia (2011). El primero, propone utilizar un pensar un experimento para demostrar que incluso con aparatos *perfectos* es imposible en principio determinar simultáneamente la posición y el momento de una partícula con exactitud arbitraria. Las autoras del segundo trabajo, Velentzas y Halkia (2011), propusieron un Experimento del Pensamiento TE llamado Microscopio de Heisenberg, basado en el transformado Gamow. De acuerdo con las autoras, el TE tiene resultados positivos en la enseñanza de las relaciones de indeterminación, en tanto que los estudiantes, pudieron: 1) derivar una fórmula de las relaciones de indeterminación, (2) explicar que estas relaciones se derivan de la naturaleza y no es el resultado de la incompletitud de los dispositivos experimentales, y (3) argumentar que es imposible determinar la trayectoria de una partícula como una línea matemática. Sin

embargo, autores como Nikolic y Nestic (2011) admiten que, si bien la verificación experimental tiene un valor pedagógico muy alto, los experimentos mentales no resultan suficientes para que la mayoría de los estudiantes los acepten y entiendan, y por eso aconsejan realizar un experimento cuantitativo simple y directo.

Analizando los artículos que además de la propuesta presentan algunos resultados de su implementación (Jones (2002); Velentzas y Halkia (2011) y Özdemir y Erol (2010)) el artículo de Jones (2002) que plantea una introducción a la dualidad onda-partícula, incluyendo la versión de tiempo-energía de las relaciones de indeterminación. Los autores declaran haber tenido éxito en llevar a los estudiantes a una apreciación intuitiva de partículas virtuales y el rol que juegan para describir de manera natural partículas, como electrones y protones ejerciendo fuerzas unos con otros. El trabajo muestra algunos resultados en forma de diálogo, ocurrido entre el profesor preguntando y algunos estudiantes respondiendo. Por otro lado, Özdemir y Erol (2010), en su presentación de un modelo de enseñanza híbrido, plantearon actividades y resolución de problemas. Emplearon un modelo experimental, donde los datos de la investigación se recopilaban mediante un *examen clásico del experimento de difracción de una sola rendija*. De acuerdo con los autores, los resultados indican que el enfoque híbrido es más eficaz que la técnica convencional en el rendimiento académico, la retención y en la construcción de verdaderas concepciones de los estudiantes.

4. CONCLUSIONES

A partir de la revisión bibliográfica y del análisis realizado se llega a concluir que, si bien la investigación didáctica relacionada con la enseñanza de Teoría Cuántica en la educación secundaria se reconoce como importante para la Educación en Ciencias, las relaciones de indeterminación aún no han sido abordadas en profundidad, de manera específica o exclusiva, con propuestas para los estudiantes de la escuela secundaria.

Se destaca que las relaciones de indeterminación conllevan una fuerte carga conceptual y epistemológica, por lo cual el tratamiento que se da en los diversos artículos analizados refleja la manera cómo la asumen los autores. En general, se nota que no se da demasiado espacio a la reflexión sobre la pertinencia o adecuación de los términos *incerteza*, *indeterminación*, principio o relaciones, excepto en el texto de Chibeni (2005) que sí se da esta reflexión, pero en un plano más bien epistemológico, con pocas implicaciones acerca de cómo enseñar estos conceptos en la escuela secundaria. Es necesario enfatizar en que todos los artículos analizados denominan a estas relaciones como Principio de Incertidumbre, mientras autores como Solbes (2018), llaman la atención a que esta manera de referirse puede incluso develar un error en la comprensión de estas relaciones.

Finalmente, se considera importante destacar la necesidad de nuevas investigaciones que, incorporando los aspectos epistemológicos discutidos en este artículo, se enfoquen a una enseñanza significativa de las relaciones de indeterminación. Esto es, una enseñanza dirigida a la construcción de sentido por parte de los estudiantes, incorporando estos conocimientos a su sistema de saberes previos, otorgándole valor y sentido a los saberes físicos incorporados. En pocas palabras, aunque en las investigaciones se presentan algunos indicios acerca de cómo enseñar mecánica cuántica, falta aún realizar una transposición didáctica adecuada para poder enseñar las relaciones de indeterminación en la escuela secundaria.

REFERENCIAS

- Abrego, J. R. B., Yamaguchi, D. A., Liboni, T. A., Barbosa, A. A., Belusi, M., Salinas, P. R., y Bossa, G. V. (2013). Montagem de um conjunto experimental destinado à verificação do princípio da incerteza de Heisenberg. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35.
- Alvarado, K. y Fanaro, M. A. (2020). La conceptualización de un grupo de estudiantes de la escuela secundaria del comportamiento de los electrones según el enfoque de Feynman: Un análisis de correspondencias múltiples. *Tecné, Episteme y Didaxis*, en prensa.
- Alvarado, K. y Fanaro, M. A. (2020a). Técnica de cálculo de probabilidad para la distribución de los electrones en el experimento de la doble rendija: análisis de la conceptualización. *Enseñanza de la Física* 32, 15-23
- Arlego, M., Fanaro, M. y Galante, L. (2020). Quantum physics from waves: An analogy-based approach for high school. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 43.

- Budzik, S., y Kizowski, C. (2009). Heisenberg's uncertainty principle in high school curriculum. *Concepts of Physics*, 6(4), 663-669.
- Castrillón, J., Freire, O., y Rodríguez, B. (2014). Mecánica cuántica fundamental, una propuesta didáctica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 36, 1-12.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.
- Chibeni, S. S. (2005). Certezas e Incertezas sobre as relações de Heisenberg. *Revi. Bra. de Ens. de Física*, 27(2), 181-192.
- Cuesta, Y. J. B., y Mosquera, C. J. S. (2018). Reflexiones en torno a la importancia de la investigación en enseñanza de la física cuántica. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 1-6.
- Erol, M., y Özdemir, E. (2010). Teaching uncertainty principle by hybrid approach: single slit diffraction experiment. *Latin-American Journal of Physics Education*, 4(3), 1.
- Fanaro, M., Elgue, M. y Otero, M. (2016). Secuencia para enseñar conceptos acerca de la luz desde el enfoque de Feynman para la mecánica cuántica en la escuela secundaria: Un análisis basado en la teoría de los campos conceptuales. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 33(2) 477-506.
- Fanaro, M. y Arlego, M. (2018). Difracción de la luz desde un enfoque cuántico: una propuesta para la escuela secundaria. *Revista de Enseñanza de la Física*, 30(1), 63-74.
- Fanaro, M. y Elgue, M. (2018). La conceptualización de la experiencia de la doble rendija a partir del enfoque de caminos múltiples de Feynman. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 13(8), 272-290.
- Fanaro, M. (2009). La enseñanza de la mecánica cuántica en la escuela media. *Disertación Doctoral*.
- Fanaro, M., Otero, M. y Arlego, M. (2009). Teaching the foundations of quantum mechanics in secondary school: A proposed conceptual structure. *Investigacoes em Ensino de Ciências*.
- Fanaro, M., Otero, M. y Moreira, M. (2007). Estructura conceptual propuesta para enseñar los fundamentos de la mecánica cuántica en la escuela. *Boletín e Estudos e Investigación*, 189-201.
- Fanaro, M., Arlego, M. y Otero, M. (2014). The double slit experiment with light from Feynman's Sum of Multiple Paths viewpoint. *Revista Brasileira De Ensino De Física*, 36(2), 1-7.
- Fernández, P., González, E. y Solbes, J. (1997). La inclusión de temas actuales de Física en el Polimodal. Algo más que una ampliación de contenidos. *Revista Educación en Ciencias*, 2.
- Giribet, G. E. (2005). Sobre el principio de incertidumbre de Heisenberg entre tiempo y energía: Una nota didáctica. *Revista Mexicana de Física*, 23-30.
- Greca, I. y Moreira, M. A. (2003). Obstáculos representacionales mentales en el aprendizaje de conceptos cuánticos. En Moreira, M. (Ed.), *Sobre el cambio conceptual. Obstáculos y representaciones, modelos mentales, esquemas de asimilación y campos conceptuales* (pp. 26-40). Instituto de Física, Brasil.
- Hadzidakí, P. (2006). Quantum mechanics' and 'scientific explanation'an explanatory strategy aiming at providing 'understanding. *Science y Education*, 17(1), 49-73.
- Hobson, A. (2011) Teaching Quantum Uncertainty. *The Physics Teacher*, 49, 434-437.
- Huggins, E. (2007). Fourier Analysis in Introductory Physics. *The Physics Teacher*, 45, 26-35.
- Johansson, K. E., y Milstead, D. (2008). Uncertainty in the classroom—teaching quantum physics. *Physics Education*, 43(2), 173.
- Johansson, K. E., y Milstead, D. (2008). Uncertainty in the classroom—teaching quantum physics. *Physics Education*, 43(2), 173.
- Jones, G. T. (2002) The uncertainty principle, virtual particles and real forces. *Physics Education*, 37(3).
- Lévy, J. M. (2003). On the Nature of Quanta. *Science y Education*, 12(5-6), 495-502.
- Matteucci, G., Ferrari, L., y Migliori, A. (2010). The Heisenberg uncertainty principle demonstrated with an electron diffraction experiment. *European journal of physics*, 31(5), 1287.
- Molina, A., Pérez, M., Castaño, N., Bustos, E., Suárez, O., y Sánchez, M. (2012). Mapeamiento informacional bibliográfico en el campo de la enseñanza de las ciencias, contexto y diversidad cultural: El caso del Journal Cultural Studies in Science Education. *Revista EDUCyT, Extraordin*, 1997-222.
- Nikolic, D., y Nestic, L. (2011). Verification of the uncertainty principle by using diffraction of light waves. *European journal of physics*, 32(2), 467.
- Osterman, F. y Ricci, T. (2004). Construido uma unidade didáctica conceitual sobre mecânica cuántica: um estudo na formação de professores de física. *Ciencia y Educacao*, 10(2), 235-257.
- Pospiech, G. (2000). Uncertainty and complementarity: the heart of quantum physics. *Physics education*, 35 (6), 393-399.
- Rodríguez, R., Vásquez, G. y Cervantes, M. (2005). Observing nanostructures with the bohr-heisenberg microscope: a subject for introductory modern physics courses. *Revista Mexicana de Física*, 51(2), 84-86.
- Sawicki, C. A. (2003) Simple Uncertainty-Principle Experiment. *The Physics Teacher*, 41, 84.
- Solbes, J. (2018). El modelo cuántico del átomo. *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*, (93), 26-33.
- Solbes, J. y Sinarcas, V. (2010). Una propuesta para la enseñanza aprendizaje de la física cuántica basada en la investigación en didáctica de las ciencias. *Revista de Enseñanza de la Física*, 23(1), 57-84.
- Suart Júnior, J. B., Senise Junior, C. R., Viana, H. E. B., y Dionízio, G. de J. (2018). 3B002 O Princípio de Incerteza de Heisenberg em Livros Didáticos de Química Geral Utilizados em Universidade Brasileiras. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 1-6.

- Velentzas, A., y Halkia, K. (2011). The 'Heisenberg's Microscope' as an example of using thought experiments in teaching physics theories to students of the upper secondary school. *Research in Science Education*, 41(4), 525-539.
- Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. En *1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*.
- Verret, M. (1975). *Le temps des études*. Librairie Honoré Champion.