

UN MODELO RAMBERG-OSGOOD MODIFICADO PARA TITANIO POROSO APLICADO A IMPLANTES BIOMÉDICOS

A MODIFIED RAMBERG-OSGOOD MODEL FOR POROUS TITANIUM APPLIED TO BIOMEDICAL IMPLANTS

Néstor D. Barulich^{a,b}, Adrian D. Boccardo^{c,d}, Santiago Cantero^e, César A. Roure^e,
Roberto O. Lucci^e

^aGrupo de Investigación y Desarrollo en Mecánica Aplicada, GIDMA, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Maestro M. Lopez esq. Cruz Roja Argentina, Córdoba, Argentina. nbarulich@frc.utn.edu.ar, <http://www.frc.utn.edu.ar>

^bInstituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, IDIT, CONICET-Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sársfield 1611, Córdoba, Argentina <http://www.inv.idit.efn.uncor.edu>

^cMechanical Engineering, School of Engineering, College of Science and Engineering, NUI Galway. University Road, H91 HX31 Galway, Ireland. adrian.boccardo@nuigalway.ie, <http://www.nuigalway.ie>

^dI-Form Advanced Manufacturing Research Centre, NUI Galway. University Road, H91 HX31 Galway, Ireland. <https://www.i-form.ie>

^eDepartamento de Ingeniería Metalúrgica, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Maestro M. Lopez esq. Cruz Roja Argentina, Córdoba, Argentina. santiagomcantero@hotmail.com, cesararoure@hotmail.com.ar, robertolucci1984@gmail.com, <http://www.frc.utn.edu.ar>

Palabras clave: Implante Biomédico, Micromecánica Computacional, Titanio Poroso.

Resumen. El titanio poroso constituye uno de los materiales más atractivos para fabricar prótesis óseas; es empleado bajo diferentes condiciones de porosidad capaces de reducir el fenómeno de *stress shielding*. Este trabajo presenta un modelo Ramberg-Osgood Modificado (MRO) que tiene en cuenta el porcentaje volumétrico de porosidad del titanio utilizado en implantes biomédicos. La microestructura porosa se representa mediante un modelo micromecánico basado en el Método de Elementos Finitos. Se proponen ecuaciones para predecir el módulo de elasticidad de Young y el límite convencional de fluencia usando los resultados de los modelos micromecánicos desarrollados. El modelo MRO está en concordancia con los resultados numéricos y experimentales.

Keywords: Biomedical Implant, Computational Micromechanics, Porous Titanium.

Abstract. Porous titanium is one of the more appealing materials to manufacture biomedical implants; it is utilized under different conditions of porosity capable of reducing the stress shielding phenomenon. This work presents a Modified Ramberg-Osgood (MRO) model accounting for the volumetric porosity percentage of titanium used in biomedical implants. The porous microstructure is represented through a micromechanical model based on the Finite Element Method. Equations are built to predict the Young's modulus and the conventional yield strength using the developed micromechanical models. The MRO presents a good agreement with numerical and experimental results.

1 INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, el acero inoxidable y las aleaciones base cobalto se utilizan en el campo biomédico para sustituciones de tejidos duros que han sufrido daño. Un problema asociado al uso de metales en implantología es la excesiva rigidez que presentan con relación al hueso. Por ejemplo, el módulo elástico del acero inoxidable es $E_{\text{inox}} = 200$ GPa, la de la aleación CoCrMo es $E_{\text{CoCrMo}} = 230$ GPa y para los huesos corticales $20 \text{ GPa} \leq E_{\text{bone}} \leq 25 \text{ GPa}$ (Domínguez *et al.*, 2018). Debido a esta diferencia, las tensiones son soportadas por el elemento con el módulo de elasticidad más alto, fenómeno que se conoce como *stress shielding*. El mismo, provoca la degradación continua del hueso debido a la falta de actividad; y también es uno de los factores que contribuyen al desarrollo de la osteoporosis (Enderle y Bronzino, 2011). Bajo estas condiciones se produce la disminución de la densidad del hueso y el aflojamiento del implante, obligando al retiro y reemplazo de la prótesis con los riesgos que eso implica.

El Ti es un material que presenta buenas condiciones para ser utilizado como biomaterial; es cuasi-bioinerte, posee muy buenas propiedades mecánicas, como así, la mejor resistencia a la corrosión comparado con otros metales y aleaciones usadas en implantología (Shettlemore y Bundy, 1999). Además, tiene un módulo de elasticidad más bajo que los materiales mencionados anteriormente ($E_{\text{Ti}} = 110$ GPa) que permite reducir la diferencia entre los módulos de elasticidad del hueso y del implante, ayudando así a mitigar el fenómeno de *stress shielding* (Yan *et al.*, 2011).

Es posible lograr la reducción de la rigidez del Ti añadiendo elementos de aleación, que modifican la estructura metalográfica, o generando estructuras porosas (Putra *et al.*, 2020, Rack y Qazi, 2006). El uso de elementos de aleación tiene algunas desventajas. Primero, los procesos de fundición y aleación generan estructuras internas que causan problemas de segregación y pueden contener altos niveles de impurezas incorporadas a través del proceso. En segundo lugar, el uso de elementos de aleación es limitado y genera pérdida de biocompatibilidad. Por otro lado, una estructura porosa reduce eficientemente el valor del módulo elástico efectivo y también promueve el crecimiento óseo (Enderle y Bronzino, 2011). Estas estructuras porosas generalmente se obtienen mediante procesos pulvimetalúrgicos (Jakubowicz *et al.*, 2013; Dizlek *et al.*, 2009).

Las propiedades mecánicas del titanio poroso dependen de las características de su microestructura, tales como la fracción volumétrica de matriz metálica (o de la fracción volumétrica de poros), la distribución de poros, tamaño y forma de los mismos y la presencia de microporosidades en la matriz debido a una sinterización incompleta (Chen *et al.*, 2017; Wang *et al.*, 2015). Para poder fabricar prótesis de titanio poroso con valores de módulo de Young similares al del hueso y con límite de fluencia adecuado, es necesario determinar la relación que existe entre características microestructurales y estas propiedades mecánicas.

Una de las formas de determinar dichas relaciones es mediante modelos micromecánicos, también llamados modelos multi-escala (Nguyen *et al.*, 2012, de Souza Neto y Feijóo, 2008), que están basados en la simulación de los mecanismos de deformación microscópicos y permiten entender mecanismos que serían difíciles de detectar en ensayos experimentales. Soro *et al.* (2018) predijeron el comportamiento mecánico del titanio poroso mediante un modelo micromecánico resuelto por el Método de los Elementos Finitos. La microestructura es modelada en tres dimensiones con dos tipos de microestructuras y con distribución aleatoria de poros. Se analizó la influencia de la fracción volumétrica de poros (19% hasta 43%) y de la geometría de los poros. Muñoz *et al.* (2018) determinaron el módulo de elasticidad y la tensión de fluencia del titanio poroso empleado un modelo micromecánico en dos dimensiones. Analizaron diversos niveles de porosidad de entre 28% y 66% logrando

trazar una correspondencia entre los modelos y las propiedades del hueso cortical y el trabecular.

Sin embargo, los modelos numéricos micromecánicos suelen presentar un alto costo computacional. Por eso, cuando se requiere un resultado rápido en etapas iniciales de diseño, los modelos constitutivos analíticos fenomenológicos constituyen útiles herramientas.

Para el comportamiento elástico-plástico de metales porosos se propusieron diversos modelos, basados en leyes lineales, potenciales o exponenciales (Elruby y Nakhla, 2019). El modelo de Gurson (1977), luego modificado por Tvergaard Needleman (1984) y conocido en programas de Elementos Finitos como modelos de plasticidad porosa (ABAQUS, 2009), es válido sólo para porosidades de hasta 10%. Además, requiere de extensivos ensayos experimentales para la calibración de nueve parámetros materiales.

Una de las leyes propuestas más atractivas es la ley de Ramberg-Osgood (1943) debido a que es una única ecuación que requiere de tres parámetros que pueden ser obtenidos de ensayos uniaxiales de tracción o de compresión. Elruby y Nakhla (2019) propusieron una ley extendida de Ramberg-Osgood (1943) para incluir la influencia de la porosidad en el comportamiento elástico-plástico de metales. Se realizaron regresiones lineales para obtener los parámetros materiales usando resultados de modelos micromecánicos en dos dimensiones. Se aplicaron a metales con porosidades de hasta 10% obteniendo un muy buen acuerdo entre simulaciones y resultados experimentales. Sin embargo, el rango de porosidad resulta muy bajo para las aplicaciones biomédicas.

En este trabajo se modela el comportamiento mecánico del titanio poroso por medio de la micromecánica computacional y, en base a éstas, se propone una ley Ramberg-Osgood Modificada (MRO). Para la simulación micromecánica, se utiliza un modelo en dos dimensiones, teniendo en cuenta una distribución de poros aleatoria. Luego, se ajustan los coeficientes de polinomios para predecir el módulo de elasticidad longitudinal y el límite convencional de fluencia utilizando los resultados de los modelos computacionales. El modelo MRO, permite predecir el comportamiento elástico-plástico del titanio poroso sin la necesidad de utilizar modelos micromecánicos más detallados.

2 MODELO MICROMECAÍNICO

Se utilizaron modelos micromecánicos computacionales bidimensionales para representar los poros como huecos cilíndricos. Estos modelos constan de una escala microscópica y otra macroscópica, y se diferencian entre sí por el dominio de la escala microscópica, tal como se verá más adelante. Las escalas se vincularon mediante condiciones de borde periódicas (Nguyen et al., 2012) y el principio de Hill-Mandel (de Souza Neto y Feijóo, 2008).

2.1 Escala microscópica

En la escala microscópica se representan la matriz y los poros mediante celdas multi-partícula o, si el tamaño es el adecuado, Elementos de Volumen Representativo (RVE). El dominio utilizado en este trabajo, a discretizar mediante el Método de Elementos Finitos (FEM), se muestra en la Figura 1 y permite evaluar la influencia de la posición relativa de poros y la fracción volumétrica de los mismos.

Este dominio bidimensional o celdas multi-partícula con distribución aleatoria de poros Figura 1, considera que todos los poros son de igual tamaño y que no pueden estar solapados entre sí. La microestructura es periódica, por lo tanto, los poros que son cortados por los bordes de la celda (poros rojos) tienen sus poros correspondientes según los vectores de periodicidad (poros verdes).

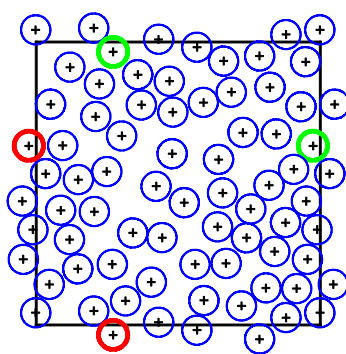


Figura 1: Celda multipartícula bidimensional para ordenamiento aleatorio de poros.

Se emplearon condiciones de borde periódicas implementadas en un modelo de elementos finitos basado en desplazamientos a través de las siguientes relaciones:

$$u_i^+ - u_i^- - \frac{1}{\alpha_u} w_i^1 P_{vx} - \frac{1}{\alpha_u} w_i^2 P_{vy} - \frac{1}{\alpha_u} w_i^3 P_{vz} = 0 \quad (1)$$

donde u_i^+ y u_i^- son los desplazamientos en la dirección i de los puntos correspondientes del borde del dominio, w_i^j son los desplazamientos en la dirección i de los nodos de control j , el factor α_u tiene unidades de longitud y se incluye para homogeneizar unidades, mientras que los vectores de periodicidad \mathbf{P}_v están definidos por la diferencia de coordenadas, en la configuración de referencia, de los puntos correspondientes que están siendo restringidos:

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{X}^+ - \mathbf{X}^- \quad (2)$$

Las ecuaciones de restricción son implementadas mediante condensación estática. Los desplazamientos de los nodos de control son especificados de la siguiente forma:

$$w_i^j = \alpha_u [\nabla \mathbf{U}]_{ij} \quad (3)$$

donde $[\nabla \mathbf{U}]_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial X_j}$ son las componentes del gradiente de deformación macroscópico en la configuración de referencia. Las reacciones en los nodos de control se utilizan para calcular las tensiones macroscópicas como se describe en la Sección 2.2.

Para modelar el material de la matriz de titanio se empleó el modelo de plasticidad de von Mises con una regla de flujo asociativa. Las propiedades materiales fueron obtenidas de las curvas tensión-deformación reportadas por Soro et al (2018) en ensayos de compresión uniaxial.

2.2 Escala macroscópica

Las tensiones normales de Cauchy σ_x macroscópicas se calculan con la siguiente ecuación obtenida a partir del principio de Hill-Mandel (Barulich et al., 2016 y 2018):

$$\sigma_x = \frac{\alpha_u R_{11}}{V_0 \lambda_2 \lambda_3} \quad (4)$$

donde R_{11} es la fuerza en la dirección 1 en el nodo de control 1, λ_j son los estiramientos

principales en dirección j y V_0 es el volumen del dominio en la configuración de referencia. Dicha fuerza es obtenida mediante el modelo de Elementos Finitos del dominio del RVE.

3 MODELO RAMBERG-OSGOOD MODIFICADO

El modelo Ramberg-Osgood Modificado (MRO), propuesto en este trabajo, se define para un estado uniaxial como

$$E_{Fit} \varepsilon_x = \sigma_x + \alpha \sigma_x \left(\frac{|\sigma_x|}{\sigma_{02-Fit}} \right)^{n-1} \quad (5)$$

donde α y n son parámetros materiales, E_{Fit} y σ_{02-Fit} son el módulo de elasticidad y el límite convencional de fluencia expresados en función del porcentaje volumétrico de porosidad, definidas por

$$E_{Fit} = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + E \quad (6)$$

$$\sigma_{02-Fit} = b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + \sigma_{02} \quad (7)$$

donde p es el porcentaje de porosidad y los coeficientes a_i y b_i se determinan por medio de mínimos cuadrados con los resultados de las simulaciones micromecánicas, logrando incluir la porosidad en el modelo MRO a través de los valores de E_{Fit} y σ_{02-Fit} . Notar que para un material sin porosidad las ecuaciones (6) y (7) recuperan las propiedades de la matriz E y σ_{02} . Se propusieron las ecuaciones (6) y (7), en lugar de tomar las de Elruby y Nakhla (2019), para tener un parámetro adicional en el ajuste por mínimos cuadrados que, en conjunto con la forma polinomial propuesta, proveerá mayor libertad para representar los resultados micromecánicos.

Para determinar los valores de α y n del modelo MRO se utilizaron las curvas tensión-deformación del titanio sin poros, reportadas por Soro et al (2018), como se describe a continuación. En primer lugar, se obtuvieron los valores del módulo de Young E y el límite convencional de fluencia σ_{02}

$$\begin{aligned} E &= 94.75 \text{ GPa} \\ \sigma_{02} &= 591.54 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (8)$$

Luego, se representa el comportamiento tensión-deformación del titanio sin poros mediante el modelo Ramberg-Osgood (RO) tradicional, dado por

$$E \varepsilon_x = \sigma_x + \alpha \sigma_x \left(\frac{|\sigma_x|}{\sigma_{02}} \right)^{n-1} \quad (9)$$

y, mediante mínimos cuadrados, se obtuvieron los valores

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.3314 \\ n &= 10.02 \end{aligned} \quad (10)$$

utilizando los datos de las curvas tensión-deformación hasta una deformación axial de 1%. De esta manera, el modelo MRO propuesto mantendrá los parámetros α y n de la ley de RO del material sin poros, mientras que el efecto de la porosidad se incluirá a través de las ecuaciones

(1) y (1) para E_{Fit} y σ_{02-Fit} .

El valor del módulo de Young obtenido ecuación (1) está en concordancia con los reportados por Soro et al (2018) aunque es un valor menor al reportado para el titanio comercial (100-110 MPa) que, como explican Soro et al (2018), se puede deber a la presencia de una porosidad de menor tamaño, con poros de hasta 10 micrometros, debida a puntos con sinterización incompleta.

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las simulaciones reportadas en esta sección fueron obtenidas aplicando una deformación macroscópica axial de compresión del 1% en concordancia con el rango de deformación utilizado para determinar los coeficientes (1). Se emplearon triángulos de tensión constante ya que permiten mallar el dominio irregular y no sufren bloqueo volumétrico al modelar un material plástico, como se indica en la documentación del programa ABAQUS (2009). Se utilizó una formulación con deformación plana generalizada para poder aplicar un estado uniaxial de compresión en dirección horizontal según la Figura 1.

4.1 Tamaño del RVE

Para determinar el tamaño del RVE se construyeron celdas multi-partícula para un número de poros creciente, con un porcentaje de porosidad volumétrica del 50%, y se calcularon sus módulos de elasticidad E y los límites convencionales de fluencia σ_{02} . Para cada número de poros se utilizaron 15 realizaciones. Los resultados se muestran en las Figuras 2 y 3, en las que se marcan las realizaciones con cruces y el valor promedio para cada número de poros se indica con círculos. A partir de estos resultados se ha considerado como tamaño para el RVE una celda multi-partícula con 30 poros.

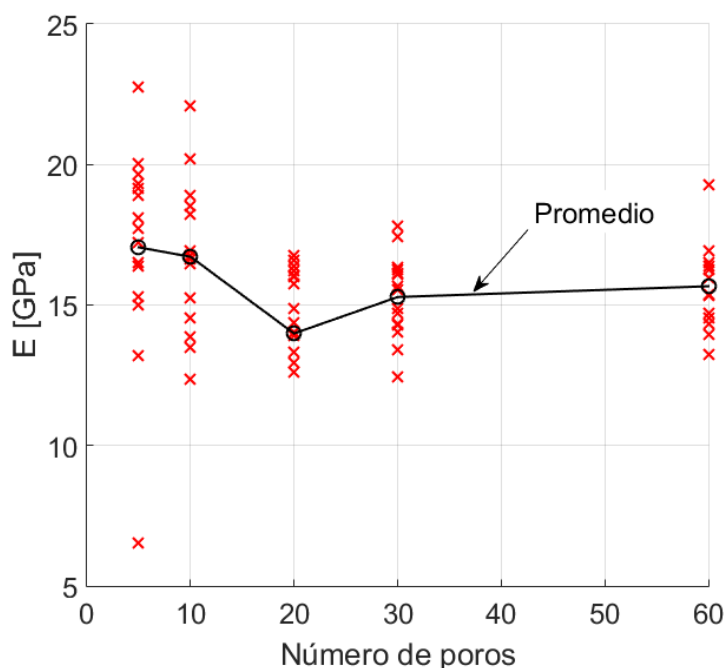


Figura 2: Resultados obtenidos para las realizaciones (cruces) mediante el modelo FEM para el módulo de elasticidad de Young E en función del número de poros para un 50% de porosidad.

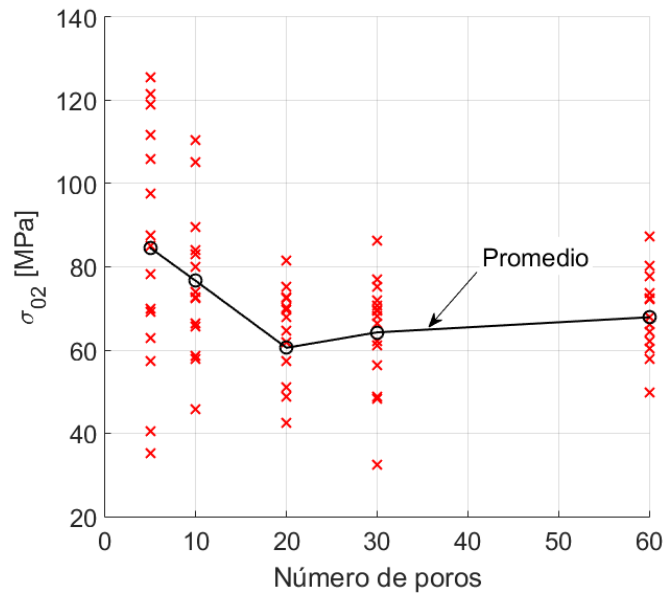


Figura 3: Resultados obtenidos para las realizaciones (cruces) mediante el modelo FEM para el límite convencional de fluencia σ_{02} en función del número de poros para un 50% de porosidad.

4.2 Módulo y límite convencional de fluencia en función del porcentaje de porosidad

Utilizando un RVE con 30 poros se obtuvieron las curvas tensión-deformación para distintos niveles de porosidad. Curvas típicas se muestran en la Figura 4 junto con los límites convencionales de fluencia σ_{02} hasta una porosidad del 60%.

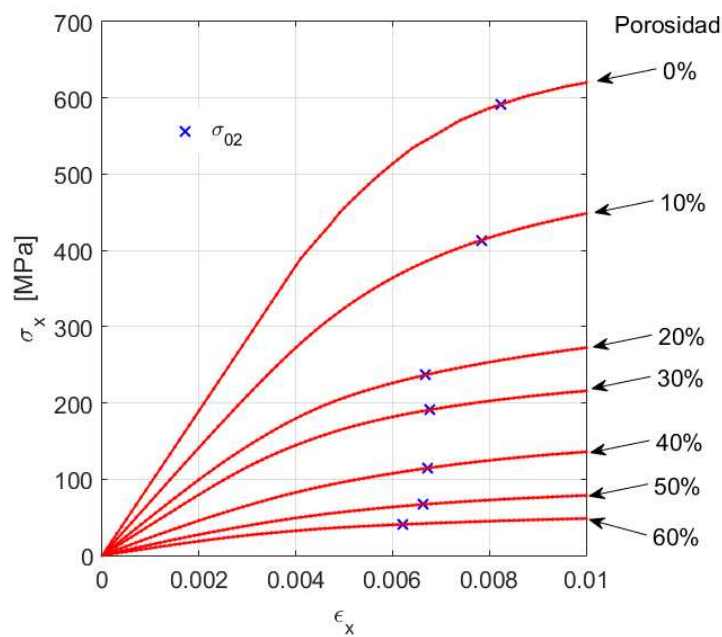


Figura 4: Curvas típicas de tensión-deformación para modelos FEM con distintos niveles de porosidad y 30 poros. Las marcas en forma de cruz indican el límite convencional de fluencia.

Los coeficientes para las fórmulas propuestas de E_{Fit} y σ_{02-Fit} , expresados en [GPa] y [MPa] respectivamente se dan en la [Tabla 1](#). Estos coeficientes fueron obtenidos considerando los módulos de Young y límites convencionales de fluencia para las 15 realizaciones creadas para cada nivel de porosidad.

Tabla 1: Coeficientes de las fórmulas para E_{Fit} y σ_{02-Fit} .

i	a_i	b_i
1	-2.717	-22.28
2	0.2974	0.3494
3	-1.413×10^{-4}	2.233×10^{-3}

Los valores de los módulos y los límites convencionales de fluencia para las realizaciones se muestran en las [Figuras 5 y 6](#) junto con resultados experimentales de [Soro et al. \(2018\)](#), los valores de las funciones E_{Fit} y σ_{02-Fit} , y los valores promedio. También se muestran los valores de simulaciones tridimensionales provistas por [Soro et al. \(2018\)](#). Se observa que la mayor dispersión en los resultados se presenta para valores de porosidad intermedios.

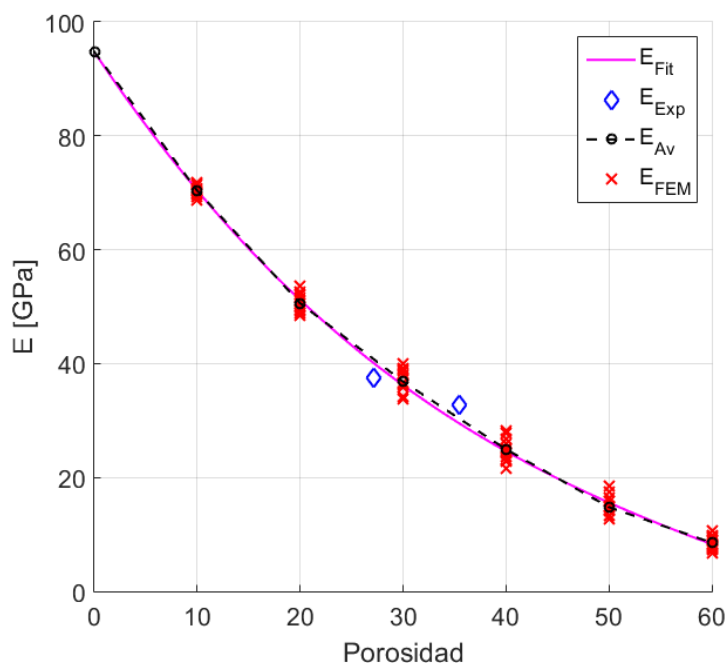


Figura 5: Módulo de elasticidad de Young en función del porcentaje de porosidad. E_{Fit} es el módulo ajustado ecuación (1), E_{Exp} es el medido experimentalmente ([Soro et al. 2018](#)) E_{Av} es el promedio de los casos FEM y E_{FEM} son los casos resueltos mediante FEM.

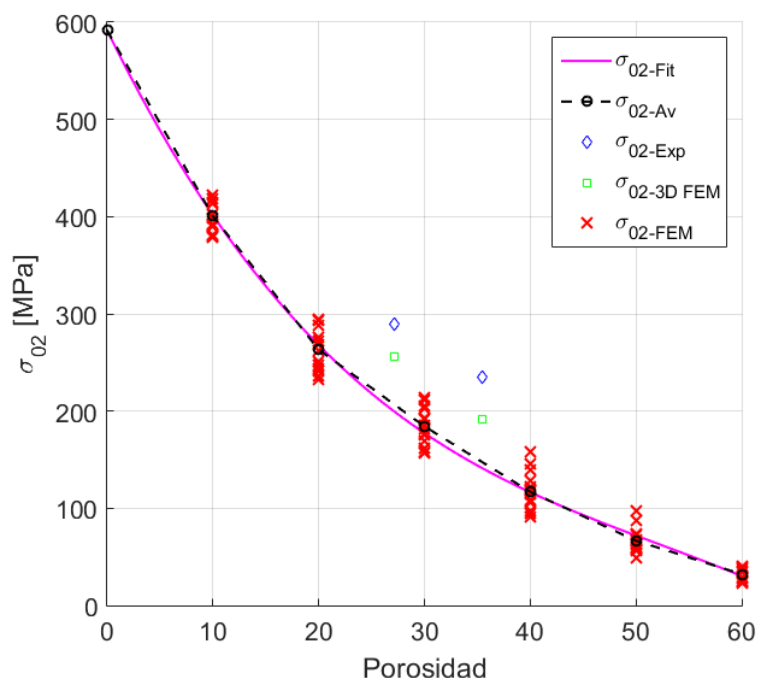


Figura 6: Límite convencional de fluencia en función del porcentaje de porosidad. σ_{02} -Fit es el de la ecuación (1), σ_{02} -Exp es el medido experimentalmente (Soro et al. 2018), σ_{02} -Av es el promedio de los casos FEM, σ_{02} -FEM son los casos resueltos mediante FEM y σ_{02} -3D FEM el promedio de los casos 3D FEM (Soro et al. 2018).

Se puede notar que los resultados de las simulaciones micromecánicas aproximan mejor los resultados experimentales del módulo de elasticidad que los del límite convencional de fluencia.

4.3 Modelo Ramberg-Osgood modificado

En la Figura 7 se muestran las curvas tensión-deformación obtenidas con el modelo MRO, ecuación (1), y las simulaciones micromecánicas para diversos niveles de porosidad. Para el modelo MRO, se utilizaron los mismos parámetros α y n del material sin poros, como se mencionó en la Sección 3. Se observa un buen acuerdo entre las simulaciones y el modelo MRO. Es importante enfatizar que el modelo MRO tiene la ventaja de ser computacionalmente económico, frente a modelos FEM, ya que consta de una única ecuación y constituye así, junto con las fórmulas para E_{Fit} y σ_{02} -Fit, una valiosa herramienta para la etapa inicial de diseño de prótesis.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se propuso una ecuación constitutiva Ramberg-Osgood Modificada para titanio poroso empleado en implantes biomédicos. Este modelo permitirá realizar simulaciones de comportamiento lineal y no lineal en prótesis con porosidad gradual. En el estudio realizado, se tuvo en cuenta la fracción volumétrica de poros y su distribución dentro de la microestructura, utilizando micromecánica computacional, basada en el Método de Elementos Finitos, para una deformación de compresión de hasta 1%. Los parámetros del modelo MRO son iguales que los del modelo Ramberg-Osgood para el material sin poros, con excepción del módulo de elasticidad y el límite convencional de fluencia. Para estos dos últimos, se propusieron fórmulas en función de la porosidad y fueron ajustadas con los

valores de las simulaciones micromecánicas. Los resultados de la ley MRO presentaron concordancia con las simulaciones numéricas y resultados experimentales. En trabajos futuros, se modelará la microestructura como un dominio tridimensional para mejorar la representación del comportamiento no lineal.

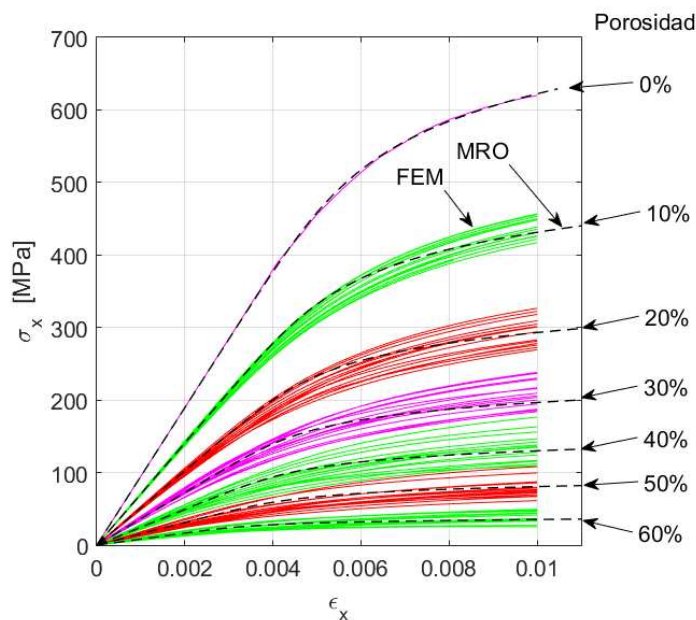


Figura 7: Curvas típicas de tensión-deformación para modelos FEM (líneas continuas) y para el modelo Modificado de Ramberg-Osgood (MRO) (líneas de trazos) con distintos niveles de porosidad.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba, a través del PID código MAUTNCO0005528. A.D. Boccardo agradece el soporte financiero de Science Foundation Ireland (SFI) número de subvención 16/RC/3872.

REFERENCIAS

- ABAQUS v. 6.7, Dassault Systèmes, Providence, RI, US. 2009.
- Barulich, N. D., Godoy, L. A., y Dardati, P. M., Evaluation of stresses at the macro level based on computational micromechanics under finite strains. *Mechanics of Materials*, 101:93-101, 2016.
- Barulich, N. D., Godoy, L. A., y Dardati, P. M. A simple procedure to evaluate Cauchy stress tensor at the macro level based on computational micromechanics under general finite strain states. *Mechanics of Materials*, 117:73-80, 2018.
- Chen, Y., Frith, J.E., Dehghan-Manshadi, A., Attar, H., Kent, D., Soro, N.D.M., Bermingham M.J., y Dargusch, M.S, Mechanical properties and biocompatibility of porous titanium scaffolds for bone tissue engineering. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 75:169-174, 2017.
- de Souza Neto, E. A., y Feijóo, R. A., On the equivalence between spatial and material volume averaging of stress in large strain multi-scale solid constitutive models. *Mechanics of Materials*, 40:803-811, 2008.
- Dizlek, M., Guden, M., Turkan, U., y Tasdemirci, A, Processing and compression testing of Ti6Al4V foams for biomedical applications. *Journal of Materials Science*, 44:1512-1519,

2009.

- Domínguez-Trujillo C., Ternero F., Rodríguez-Ortiz J.A., Pavón J.J., Montealegre-Meléndez I., Arévalo C., García-Moreno F. y Torres Y. Improvement of the balance between a reduced stress shielding and bone ingrowth by bioactive coatings onto porous titanium substrates. *Surface Coatings Technology*, 338:32–37, 2018.
- Elruby, A. Y., y Nakhla, S. Extending the Ramberg–Osgood relationship to account for metal porosity. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 50(7): 3121-3131, 2019.
- Enderle J.D., y Bronzino J.D., *Introduction to Biomedical Engineering*, Elsevier Inc., 2011.
- Gibson, L.G., y Ashby, M.F., *Cellular Solids: Structure and properties*. Cambridge University Press, 1997.
- Gurson, A. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I—Yield criteria and flow rules for porous ductile media. 1977.
- Huiskes, R., Weinans, H., y van Rietbergen, B., The relationship between stress shielding and bone resorption around total hip stems and the effects of the flexible materials. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 274:124-134, 1992.
- Jakubowicz, J., Adamek, G., y Dewidar, M., Titanium foam made with saccharose as a space holder. *Journal of Porous Materials*, 20:1137-1141, 2013.
- Li, H., Oppenheimer, S.M., Stupp, S.I., Dunand, D.C., y Brinson, L.C., Effects of pore morphology and bone ingrowth on mechanical properties of microporous titanium as an orthopaedic implant material. *Materials Transactions*, 45:1124-1131, 2004.
- Li, S., y Wongsto, A., Unit cells for micromechanical analyses of particle-reinforced composites. *Mechanics of Materials*, 36:543-572, 2004.
- Muñoz, S., Castillo, S.M., y Torres, Y., Different models for simulation of mechanical behaviour of porous materials. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 80:88-96, 2018.
- Nguyen, V. D., Béchet, E., Geuzaine, C., y Noels, L., Imposing periodic boundary condition on arbitrary meshes by polynomial interpolation. *Computational Materials Science*, 55:390-406, 2012.
- Park, J.B., y Bronzino, J.D., *Biomaterials: Principles and applications*, CRC Press, 2002.
- Putra, N. E., Mirzaali, M. J., Apachitei, I., Zhou, J., y Zadpoor, A. A. Multi-material additive manufacturing technologies for Ti-, Mg-, and Fe-based biomaterials for bone substitution. *Acta biomaterialia*, 109:1-20, 2020.
- Rack, H. J., y Qazi, J. I. Titanium alloys for biomedical applications. *Materials Science and Engineering: C*, 26(8):1269-1277, 2006.
- Ramberg, W., y Osgood, W.R. Description of stress-strain curves by three parameters. *NACA, Technical Note 902*, 1943.
- Shettlemore, M. G., y Bundy, K. J. Toxicity measurement of orthopedic implant alloy degradation products using a bioluminescent bacterial assay. *Journal of Biomedical Materials Research*, 45(4):395-403, 1999.
- Soro, N., Brassart, L., Chen, Y., Veidt, M., Attar, H., y Dargusch, M.S., Finite element analysis of porous commercially pure titanium for biomedical implant application. *Materials Science and Engineering A*, 725:43-50, 2018.
- Tvergaard, V., y Needleman, A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta metallurgica*, 32(1):157-169, 1984.
- Wang, X.-H., Li, J.-S., Hu, R., y Kou, H.-C. Mechanical properties and pore structure deformation behaviour of biomedical porous titanium. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 25:1543-1550, 2015.
- Yan, W., Berthe, J., y Wen, C., Numerical investigation of the effect of porous titanium femoral prosthesis on bone remodeling. *Materials and Design*, 32:1776-1782, 2011.