

Matemática Aplicada, Computacional e Industrial

MACI

Vol. 8

2021

Trabajos presentados al VIII MACI 2021

Proceedings of VIII MACI 2021

La Plata, 3 al 7 de mayo de 2021



MATEMÁTICA APLICADA, COMPUTACIONAL E INDUSTRIAL

ISSN: 2314-3282

Directora

Cristina Maciel, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca

Comité Editorial

Carlos D'Attellis, Universidad Favaloro – UNSAM, Buenos Aires

Pablo Jacovkis, UBA, UNTreF, Buenos Aires

Sergio Preidikman, CONICET – UNC, Córdoba

Diana Rubio, UNSAM, Buenos Aires

Juan Santos, CONICET – IGP – UBA, Buenos Aires

Rubén Spies, IMAL– CONICET – UNL, Santa Fe

Domingo Tarzia, CONICET–UA, Rosario

Cristina Turner, CONICET –UNC, Córdoba

Volumen 8, 2021

Contiene los trabajos presentados al congreso VIII MACI 2021, La Plata, Argentina.

Editores

María Laura Schuverdt, CONICET - UNLP, La Plata

Nadia Kudraszow, CONICET - UNLP, La Plata

Raúl P. Vignau, UNLP, La Plata

María Daniela Sánchez, UNLP, La Plata

ASAMACI

Asociación Argentina de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial

Güemes 3450, (3000) Santa Fe, Argentina

E-mail: asamaci@gmail.com

<http://asamaci.org.ar/>



PREFACIO

El presente volumen contiene los trabajos aceptados en el VIII Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial (VIII MACI - 2021), realizado de forma virtual entre los días 3 y 7 de mayo de 2021 organizado en la ciudad de La Plata, Argentina.

El congreso bianual MACI convoca a la comunidad de profesionales del área de la Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, de Argentina y la región. Organizado por ASAMACI y AR-SIAM, cada realización tiene lugar en una ciudad diferente de Argentina, habiéndose realizado los anteriores en Córdoba (2007), Rosario (2009), Bahía Blanca (2011), Buenos Aires (2013), Tandil (2015), Comodoro Rivadavia (2017) y Río Cuarto (2019).

Estas reuniones tienen como objetivo la difusión de trabajos originales o en desarrollo, el planteo de problemáticas abiertas, el fomento de la investigación y motivación para la formación de recursos humanos en las distintas disciplinas que se desarrollan dentro de la Matemática Aplicada, Computacional e Industrial.

Estas actividades se enmarcan en las políticas generales de la Sección Argentina de la Society for Industrial and Applied Mathematics (AR-SIAM) y la Asociación Argentina de Matemática Aplicada Computacional e Industrial (ASAMACI), creadas por iniciativa de profesionales locales en 2006 y 2008, respectivamente. Cabe destacar, que la presente edición, se realizó en homenaje a Domingo Tarzia en el año de su septuagésimo aniversario.

En esta octava edición se aceptaron para su publicación 178 trabajos, los cuales fueron expuestos en forma oral durante el congreso. Los mismos fueron previamente evaluados por revisores anónimos y, consecuentemente, revisados por los autores en una segunda instancia. Gracias a esto muchos de los manuscritos fueron sustancialmente mejorados, en calidad y originalidad, en base a las sugerencias de los revisores. Los trabajos, según su temática, se enmarcaron en veintiséis sesiones.

Durante el Congreso se dictaron siete conferencias plenarias a cargo de los profesores Cleve Moler (MathWorks Inc.), Mabel Tidball (INRAE-Montpellier, Francia), Claudia Pons (Universidad Abierta Interamericana UAI y UNLP, Argentina), Mikhail Solodov (IMPA Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Brasil), Claudia Sagastizábal (Unicamp, Brasil), Inés Armendáriz (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Enrique Pujals (City University of New York, EEUU). Se ofrecieron cuatro cursos para estudiantes avanzados de grado y de posgrado, impartidos por los profesores Marcos Raydan (Universidad NOVA de Lisboa, Portugal), Paula Zabala (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Horacio Rotstein (New Jersey Institute of Technology, Rutgers University, EEUU) y Esteban Tabak (New York University, EEUU).

Además, se realizaron tres mesas redondas abiertas a todo público:

- * "Matemática Aplicada en la Industria y Sociedad", coordinada por Damián Fernández y Lisandro Parente, la cual contó con los siguientes invitados: Carlos Pita (JAMPP, Argentina), Matías Lee, María Martínez y Francisco Cucullu (Xcapit, Argentina), Juan Carlos de los Reyes (MODEMAT, Escuela Politécnica Nacional, Ecuador) y Gonzalo Pita (Johns Hopkins Whiting School of Engineering, EEUU).
- * "La Matemática del COVID", coordinada por Claudia Gariboldi, la cual contó con los siguientes invitados: Juan Pablo Aparicio (INENCO-UNSa, Argentina), Guillermo Durán (CONICET-UBA, Argentina), Pablo Lotito (PLADEMA-UNCPBA, Argentina) y Claudia Sagastizábal (Unicamp, Brasil).
- * "Matemática Aplicada en la Educación", coordinada por Mabel Rodríguez y Gabriel Soto, la cual contó con los siguientes invitados: César Retamal (Univ. de Talca, Chile), Marcel Pochulu (Univ. Nac. de Villa María, Argentina), Flavio Guiñez (Univ. de Chile, Chile), Pablo Carranza (Univ. Nac. de Río Negro, Argentina).

La organización del VIII MACI estuvo a cargo del Comité Organizador Local con la participación y apoyo institucional de la Universidad Nacional de La Plata, la Facultad de Ciencias Exactas (UNLP), la Facultad de Ingeniería (UNLP), la Facultad de Ciencias Económicas (UNLP), la Facultad de Informática (UNLP), el Departamento de Matemática y el Centro de Matemática de La Plata (FCE-UNLP), la Asociación Argentina de Matemática Aplicada Computacional e Industrial y la Sección Argentina de SIAM (AR-SIAM).

La Comisión Directiva de ASAMACI y la Comisión Organizadora Local agradecen a las instituciones auspiciantes y patrocinadoras. Asimismo, agradecen a los Conferencistas Plenarios, a los profesores que dictaron cursos, a los Coordinadores de Sesiones, a los organizadores y participantes de las Mesas Redondas, a los evaluadores de trabajos y a todos aquellos que contribuyeron a la preparación y realización del evento con su desinteresado y valioso esfuerzo.

María Laura Schuverdt, Nadia Kudraszow, Raúl P. Vignau y María Daniela Sánchez.

La Plata, mayo de 2021.

ORGANIZADORES Y AUSPICIANTES



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA



Society for Industrial and Applied Mathematics

CONICET



Consejo Nacional de Investigaciones

COMITÉ CIENTÍFICO

Pablo Jacovkis (UNTREF-UBA, Ar).
Pablo A. Lotito (PLADEMA-UNCPBA, Ar).
Cristina Maciel (UNS, Ar).
Diana Rubio (UNSAM, Ar).
Claudia A. Sagastizábal (ICMC-USP, Br).
Ma. Laura Schuverdt (UNLP, Ar).
Rubén D. Spies (IMAL CONICET-UNL, Ar)

COMITÉ ORGANIZADOR LOCAL

Coordinadores Generales:

Ma. Laura Schuverdt
Raúl P. Vignau
Ma. Daniela Sánchez
Nadia L. Kudraszow

Colaboradores:

Eduardo Chiumiento (UNLP, Ar)
María del Rosario Etchechoury (UNLP, Ar)
M. Victoria Fasano (UNLP, Ar)
Blas Fernández (UNLP, Ar)
Alejandra Garrido (UNLP, Ar)
Noemí Gudiño (UNLP, Ar)
Diana Kleiman (UNLP, Ar)
Noemí Lubomirsky (UNLP, Ar)
Victoria Vampa (UNLP, Ar)
Marcela Zuccalli (UNLP, Ar)

SESIONES Y COORDINADORES

Sesión Plenaria en honor a Domingo Tarzia - Sabrina Roscani

1. **Análisis Matricial** - Néstor Thome Coppo, Fabián Levis
2. **Análisis Numérico** - Ariel Lombardi, Alberto Ferrari
3. **Computación de alto desempeño** - Juan Pablo D'Amato, Pablo Rinaldi
4. **Control y Control Óptimo** - Lisandro Parente, Justina Gianatti
5. **Ecuaciones Diferenciales** - Mariano de Leo, Damián Knopoff
6. **Geometría Diferencial** - Carlos Olmos, Julio Barros, Bruno Roccia
7. **Investigación Operativa** - Javier Marengo, Ivo Koch
8. **Optimización** - Cristina Maciel, María de Gracia Mendonça
9. **Probabilidad y Estadística** - Beatriz Marrón, Marcelo Ruiz
10. **Problemas de Frontera Libre** - Claudia Lederman, Sabrina Roscani
11. **Problemas Inversos** - María Inés Troparevsky, Silvia Alejandra Seminara
12. **Sistemas Dinámicos** - Guillermo La Mura, Marcela Fabio
13. **Biomatemática** - Mercedes Pérez Millán, Gabriel Soto
14. **Ciencia de Datos y Aprendizaje Automático** - Pablo Lotito
15. **Economía Matemática** - Pablo Neme, Agustin Bonifacio
16. **Finanzas Cuantitativas** - Gabriel Basaluzzo, Manuel Maurette
17. **Matemática Industrial** - Miguel Cavaliere
18. **Mecánica Computacional** - : Martín Pucheta, Santiago Márquez Damian
19. **Mecánica del Continuo** - Sergio Preidikman, Sergio Elaskar
20. **Modelos Matemáticos Interdisciplinarios** - Pablo Jacovkis
21. **Señales e Imágenes** - Susana Ferrero, Juan Fontana
22. **Transferencia de Calor y Materia** - Demian Goos
23. **Visión Computacional** - Mariana del Fresno, José Massa
24. **Aportes matemáticos frente al Covid-19** - Pablo Lotito
25. **Pósteres de Estudiantes** - Marcela Fabio, Marcela Morvidone

ÍNDICE

SESIÓN PLENARIA EN HONOR A DOMINGO TARZIA	1
ELLIPTIC QUASI-VARIATIONAL-HEMIVARIATIONAL INEQUALITIES WITH APPLICATION	
S. Migórski y S. Dudek	3
ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS EN MATERIALES COMPUESTOS PARA EL ANÁLISIS DE LA CORROSIÓN PROVOCADA POR ALTAS TEMPERATURAS	
D. Rubio, M. Morvidone y N. Saintier	7
IMPLICIT SWEEPING PROCESS ARGUMENTS IN CONTACT MECHANICS	
M. Sofonea	11
A MATHEMATICAL MODEL FOR TUMOR ANGIOGENESIS WITH A TRAVELLING WAVE STRUCTURE	
A. Fasano y C. Sinisgalli	15
ANÁLISIS MATRICIAL	19
CÁLCULO DE LAS INVERSAS GD Y $GDMP$	
M.V. Hernández, M.B. Lattanzi y N. Thome	21
SOBRE UNA CLASE ESPECIAL DE INVERSAS EXTERIORES	
M.V. Hernández, M.B. Lattanzi y N. Thome	25
CONMUTATIVIDAD DE MATRICES CON SUS INVERSAS GENERALIZADAS	
D.E. Ferreyra, F.E. Levis, A.N. Priori y N. Thome	29
SOBRE EL ORDEN PARCIAL GRUPO PARA MATRICES COMPLEJAS	
L. Rueda y N. Thome	33
LA INVERSA GENERALIZADA BT DE UNA MATRIZ RECTANGULAR	
D.E. Ferreyra, C. Torigino y N. Thome	37
SPECIAL PROPERTIES OF TIME EVOLUTION OF STOCHASTIC MATRICES AND THEIR APPLICATION IN TRAFFIC OPTIMIZATION	
S.S. Mizrahi, D. Otero y L. Robles Dávila	41
ANÁLISIS NUMÉRICO	45
FINITE ELEMENT APPROXIMATION OF FRACTIONAL NEUMANN PROBLEMS	
F.M. Bersetche y J.P. Borthagaray	47
NUMERICAL APPROACH TO SECOND-ORDER FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS	
G. Monzón	51
APLICACIÓN DE DOS MÉTODOS NUMÉRICOS A UN MODELO DE ORDEN FRACCIONARIO PARA EL TRATAMIENTO DEL VIH	
A.J. Ferrari, L.P. Lara, M.C. Olguin y E.A. Santillan Marcus	55

QUASI-INTERPOLATION IN SPLINE SPACES: LOCAL STABILITY AND APPROXIMATION PROPERTIES	
M.E. Castillo y E.M. Garau	59
APROXIMACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS MIXTOS DEL PROBLEMA DE STOKES-DARCY EN DOMINIOS CURVOS	
M.G. Armentano y M.L. Stockdale	63
MODELADO DE CORRIENTES DE MAREAS EN ZONAS COSTERAS APLICADO AL GOLFO SAN JORGE	
I. Mandelman, M. Ferrari y D. Fernández	67
POTENCIAL DE COULOMB PARA FUNCIONES 1S DE SLATER EXPRESADO EN TÉRMINOS DE FUNCIONES DE BESSEL	
C.J. Alturria Lanzardo, J.E. Pérez, M.L. Tardivo, G. Frascchetti y J.C. Cesco	71
A PRIORI ERROR ANALYSIS FOR UNUSUAL LOCAL DISCONTINUOUS GALERKIN	
T.P. Barrios y R. Bustinza	75
AN A POSTERIORI ERROR ANALYSIS FOR A DUAL MIXED FORMULATION OF THE NON HOMOGENEOUS DIRICHLET PROBLEM	
T.P. Barrios, R. Bustinza y C. Campos	79
RESOLUCIÓN EFECTIVA DE ECUACIONES ELÍPTICAS NO LINEALES CON CRECIMIENTO NO ESTÁNDAR EN 2D	
A. Aragón, J. Fernández Bonder y D. Rubio	83
A DEEP FIRST-ORDER SYSTEM LEAST SQUARES METHOD FOR SOLVING ELLIPTIC PDES	
F.M. Bersetche y J.P. Borthagaray	87
COMPUTACIÓN DE ALTO DESEMPEÑO	91
<hr/>	
CONTROL Y CONTROL ÓPTIMO	93
<hr/>	
CONTROL DE PYRAGAS PARA ESTABILIZAR TRAYECTORIAS. SINCRONIZACIÓN EN TORNO A UN EQUILIBRIO INESTABLE	
C.H.D. Alliera	95
ANÁLISIS DE UN MODELO MATEMÁTICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS APLICADO A LA TRASMISIÓN DEL VIH EN LA CIUDAD DE PASTO-NARIÑO, CONSIDERANDO ESTRATEGIAS DE PROTECCIÓN	
M.N. Guerrero Laos y M.O. Cerón Gomez	99
CONTROL ÓPTIMO FRONTERA NEUMANN PARA ECUACIONES VARIACIONALES PARABÓLICAS Y ELÍPTICAS	
C.M. Bollo, C.M. Gariboldi y D.A. Tarzia	103
CONTROL ÓPTIMO PARA UNA INECUACIÓN CUASIVARIACIONAL DIFERENCIAL	
J. Bollati, M. Sofonea y D.A. Tarzia	107

EXISTENCIA DE EQUILIBRIO PARA UN PROBLEMA DE JUEGOS A CAMPO MEDIO DE CONTROLES CON RESTRICCIONES	
J.F. Bonnans, J. Gianatti y L. Pfeiffer	111
ECUACIONES DIFERENCIALES	115
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE CAUCHY Y DE CONDICIONES DE BORDE PARA UN SISTEMA DE ECUACIONES HIPERBÓLICAS DE EVOLUCIÓN	
J.C. Barreto y J.L. Mroginiski	117
CIRCUITOS ELÉCTRICOS: SINGULARIDADES Y PUNTOS HIT	
D. Kleiman, V. Vampa, C. González y M. Etchechoury	121
ACCURATE SOLUTIONS OF THE THOMAS-FERMI EQUATION USING THE HANKEL-PADÉ METHOD	
F.M. Fernández y J. Garcia	125
SPECTRAL DECOMPOSITION FOR THE 1-D SCHRÖDINGER-POISSON EQUATION	
N. Biedma y M. De Leo	129
ECUACIÓN DE GINZBURG LANDAU COMPLEJA CON UN TÉRMINO POTENCIAL EN ESPACIOS DE ZHIDKOV	
A. Besteiro	133
EXISTENCIA, COMPARACIÓN, Y CONVERGENCIA PARA UNA CLASE DE INECUACIONES HEMIVARIACIONALES ELÍPTICAS.	
C.M. Gariboldi, S. Migórski, A. Ochal y D.A. Tarzia	137
SOBRE LAS SOLUCIONES DE UNA FAMILIA DE PROBLEMAS DE VALORES INICIALES Y DE CONTORNO DE TIPO ROBIN PARA LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN FRACCIONARIA EN EL TIEMPO	
I. Cardoso, S. Roscani y D. Tarzia	141
OPINION FORMATION MODEL IN A HIERARCHICAL SOCIETY	
M.C. Romero Longar, A. Silva y N. Saintier	145
GEOMETRÍA DIFERENCIAL	149
CURVAS EN SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN CON CURVATURA GAUSSIANA CONSTANTE	
L.M. Mareco Franco y J.C. Barros	151
LA ENERGÍA DE LAS DISPOSICIONES DE SUBESPACIOS AFINES A DISTANCIA UNITARIA DEL ORIGEN	
F. Ferraris, R.P. Moas y M. Salvai	155
SUPERFICIES CUÁDRICAS PARALELAS	
J.M. Ocampos Monges y J.C. Barros	159
REDUCTION BY SYMMETRIES AND HIGHER-ORDER MAGNETIC SYSTEMS	
L. Colombo, M.E. Eyrea Irazú y M. Zuccalli	163

INVESTIGACIÓN OPERATIVA	167
<hr/>	
PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON CONFLICTOS POR VÉRTICES	
D. Delle Donne, I. Koch y S. Montiel	169
EL VERTIDO ÓPTIMO DE ENERGÍA RENOVABLE EN LA OPERACIÓN ELÉCTRICA DEL SISTEMA INTERCONECTADO	
R. Di Pasquale y J. Marengo	173
A BRANCH-AND-CUT ALGORITHM FOR THE ROUTING AND SPECTRUM ALLOCATION PROBLEM	
M. Bianchetti y J. Marengo	177
SOBRE LA CLIQUE COLORACIÓN DE LOS GRAFOS [4, 2, 2]	
P.J. De Caria, M.P. Mazzoleni y M.G. Payo Vidal	181
ON CONTACT B_0 -VPG GRAPHS WITH BOUNDED NUMBER OF HOLES	
F. Bonomo-Braberman, E. Galby, C.L. Gonzalez y M.P. Mazzoleni	185
<hr/>	
OPTIMIZACIÓN	189
<hr/>	
DOS ESTRATEGIAS NO MONÓTONAS DE REGIÓN DE CONFIANZA PARA UN PROBLEMA MULTIOBJETIVO	
V.A. Ramirez y G.N. Sottosanto	191
COMPARACIÓN DE TRES MÉTODOS PARA PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO NO CONVEXOS	
G.A. Carrizo	195
A NONMONOTONE FILTER ALGORITHM FOR UNCONSTRAINED MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION BASED ON TRUST REGION	
M.G. Mendonça	199
UNA CONDICIÓN DE CALIDAD DE SEGUNDO ORDEN BASADA EN CURVAS	
N.S. Fazzio, M.D. Sánchez y M.L. Schuverdt	203
OPTIMALITY CONDITIONS AND GLOBAL CONVERGENCE FOR NONLINEAR SEMIDEFINITE PROGRAMMING	
R. Andreani, G. Haeser y D. Santos	207
CUMPLIMIENTO DE UNA CONDICIÓN NECESARIA DE OPTIMALIDAD DE SEGUNDO ORDEN	
D. Fernández	211
UNCERTAIN FARTHEST VORONOI CELLS	
A.B. Ridolfi y V.N. Vera de Serio	215
OPTIMIZACIÓN APLICADA AL DISEÑO DE MATERIALES POROSOS CON MICROESTRUCTURA PERIÓDICA	
J.L. Mroginiski, J.M. Podestá, H.A. Di Rado y J.C. Barreto	219

OPTIMIZACIÓN DE DESLASTRE DE CARGAS EN REDES DE DISTRIBUCIÓN UTILIZANDO PSO L.E. Valenzuela y A. Rubiales	223
ON THE GEOMETRIC SOLUTION OF STEINER PROBLEMS USING LEVEL BUNDLE METHODS J.C. Medeiros y S.A. Santos	227
CONVERGENCIA DEL MÉTODO DEL LAGRANGIANO AUMENTADO NO DIFERENCIABLE USANDO SUAVIZADO J.L. Romero y D. Fernández	231
UN ALGORITMO INEXACTO PARA INECUACIONES VARIACIONALES ESTOCÁSTICAS MULTI- ETAPA E.L. Buscaglia, P.A. Lotito y L.A. Parente	235
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	239
INFLUENCIA ESPACIAL DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA EN EL ANÁLISIS DE TENDENCIA DE LAS PRECIPITACIONES ANUALES EN LA ARGENTINA J.F. Weber	241
ACEPTACIÓN DE UN SELLO DE CALIDAD HORTÍCOLA. UNA APLICACIÓN DE TABLAS DE CONTINGENCIA A TRES VÍAS N. Vellini y B. Lupín	245
MEDIDA DE DISTANCIA A UNA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD MODELO M.A. Ré	249
EVALUACIÓN DE MÉTODOS DE SELECCIÓN DE COVARIANZA EN ALTA DIMENSIÓN J.R. Maldonado y M. Ruiz	253
RANDOM SAMPLING OVER LCA GROUPS AND INVERSION OF THE RADON TRANSFORM E. Porten, J.M. Medina y M. Morvidone	257
PROBLEMAS DE FRONTERA LIBRE	261
REGULARITY THEORY FOR A CLASS OF FULLY NONLINEAR FREE TRANSMISSION PRO- BLEMS E.A. Pimentel y M.S. Santos	263
UN PROBLEMA DE AUTOVALORES DE STEKLOV CON RESTRICCIÓN DE VOLUMEN A. Salort, B. Schvager y A. Silva	265
ONE-PHASE FREE BOUNDARY PROBLEMS WITH NON HOMOGENEOUS DEGENERACY: RE- GULARITY OF SOLUTIONS AND FREE BOUNDARIES J.V. da Silva, G.C. Rampasso, G.C. Ricarte y H.A. Vivas	269
UN PROBLEMA DE STEFAN A UNA FASE PARA LA ECUACIÓN DE CONVECCIÓN-DIFUSIÓN CON UNA FUENTE DE CALOR J. Bollati y A.C. Briozzo	273
A BIASED REVIEW OF SPACE-FRACTIONAL DIFFUSION PROBLEMS P. Rybka	277

COMPACTNESS AND DICHOTOMY IN NONLOCAL SHAPE OPTIMIZATION	
E. Parini y A.M. Salort	281
AN OPTIMIZATION PROBLEM WITH VOLUME CONSTRAINT FOR THE INHOMOGENEOUS $p(x)$ -LAPLACIAN	
C. Lederman y N. Wolanski	285
SOLUCIONES AUTO-SIMILARES PARA DOS PROBLEMAS DE STEFAN FRACCIONARIOS EN EL ESPACIO	
S.D. Roscani, L.D. Venturato y D.A. Tarzia	289
A DIFFUSIVE INTERFACE MODEL FOR TIME FRACTIONAL SOLID TO LIQUID PHASE CHANGE	
V.R. Voller	293
SINGULARLY PERTURBED MODELS WITH NON-HOMOGENEOUS DEGENERACY	
J.V. da Silva, E.C.B. Júnior y G.C. Ricarte	297
ABOUT THE EXISTENCE OF AN ALT-CAFFARELLI-FRIEDMAN MONOTONICITY FORMULA IN THE HEISENBERG GROUP	
F. Ferrari y N. Forcillo	301
EXISTENCIA Y UNICIDAD DE SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE STEFAN A UNA FASE CON UNA FUENTE DE CALOR QUE DEPENDE DEL FLUJO DE TEMPERATURA EN EL BORDE FIJO	
J. Bollati, M.F. Natale, J.A. Semitiel y D.A. Tarzia	305
NON-CONVEX HAMILTON-JACOBI EQUATIONS WITH GRADIENT CONSTRAINTS	
H.A. Chang-Lara y E. Pimentel	309
PROBLEMAS INVERSOS	311
ERROR ESTIMATES FOR DOUBLY-GENERALIZED TIKHONOV-PHILLIPS REGULARIZATION WITH MULTIPLE PENALIZERS	
M.J. Carrió, G.L. Mazzieri y K.G. Temperini	313
RECOVERING THE INITIAL CONDITION OF PARABOLIC EQUATIONS FROM LATERAL CAUCHY DATA AS A GENERALIZED PROBLEM OF MOMENTS	
M.B. Pintarelli	317
AN INVERSE SOURCE PROBLEM FOR THE FRACTIONAL DIFFUSION EQUATION	
S. Seminara, M.I. Tropicovsky, M. Fabio y G. La Mura	321
ESTIMACIÓN DEL COEFICIENTE DEL TÉRMINO DIFUSIVO EN UNA ECUACIÓN PARABÓLICA COMPLETA	
G.F. Umbricht y D. Rubio	325
OPTIMIZANDO LA FUSIÓN DE DATOS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE PARTÍCULAS. I. ANÁLISIS DEL CRIMEN INVERSO PARAMÉTRICO	
F. Otero y G. Frontini	329

SISTEMAS DINÁMICOS	333
<hr/>	
ECUACIÓN DE BINET EN RELATIVIDAD ESPECIAL	
G.R. Chacón	335
ROTACIONES DEL <i>N</i> -PÉNDULO PARAMÉTRICO DE PLANO INCLINADO CON MIRAS A LA EX- TRACCIÓN DE ENERGÍA AMBIENTAL	
F.E. Dotti y J.N. Virla	339
CÁLCULO DEL SEGUNDO COEFICIENTE DE LYAPUNOV USANDO UN MÉTODO EN FRECUEN- CIA	
J.L. Moiola, F.S. Gentile y G.R. Itovich	343
BIOMATEMÁTICA	347
<hr/>	
SPARSE CONNECTED GRAPHS FOR METRIC SPACES	
J.M. Alonso	349
ANÁLISIS TOPOLÓGICO DE AMINOÁCIDOS UTILIZADOS PARA MEJORAR LA SOLUBILIDAD MEDIANTE FORMACIÓN DE COMPLEJOS DE INCLUSIÓN: ESTUDIO PRELIMINAR COLABO- RATIVO ENTRE LA UNPSJB Y LA UNC	
A.V. Dan Córdoba, M.R. Longhi y M.O. Castillo	353
ANÁLISIS DE UN MODELO PARA NEURONAS DEL HIPOCAMPO CON DISTINTOS NIVELES DE RUIDO: INTERACCIÓN ENTRE LA DINÁMICA INTRÍNSECA Y EL RUIDO	
U. Chialva y H.G. Rotstein	357
MODELADO DE LA DISTRIBUCIÓN POR SEXO DE PARÁSITOS GEOHELMINTOS Y SU PROBA- BILIDAD DE APAREAMIENTO	
G.M. Lopez y J.P. Aparicio	361
INTERACCIONES DE FILTRO DE FRECUENCIA EN REDES DE NEURONAS NO OSCILATORIAS	
A.L. Bel y H.G. Rotstein	365
EL DOMINIO C2B DE LA SINAPTOTAGMINA-1 ES UN REGULADOR CLAVE DE LA ESTABI- LIZACIÓN DE LOS POROS DE FUSIÓN	
M. Caparotta, C.N. Tomes, L.S. Mayorga y D. Masone	369
INTERACCIÓN DE MECANISMOS SEGREGADOS DE RESONANCIA EN CA1-Pyramidal neurons	
U. Chialva y H.G. Rotstein	373
EFECTOS DE LOS PROCESOS HOMEOSTÁTICOS EN CIRCUITOS NEURONALES MÍNIMOS	
M.V. Ibarra, H.G. Rotstein y G.R. Soto	377
CIENCIA DE DATOS Y APRENDIZAJE AUTOMÁTICO	381
<hr/>	
COULD AFFINITY PROPAGATION <i>bio</i> FUEL PROTEIN-PROTEIN INTERACTIONS?	
N. Villagra, H. Álvarez, R. Silva y G. Soto	383

BRIEF EXPLORATORY AND PREDICTIVE ANALYSES OF CONCRETE PROPERTIES USING STANDARD STATISTICAL LIBRARIES AND A MACHINE LEARNING ALGORITHM	
H. Alves da Silveira Monteiro y R.L. da Silva Pitangueira	387
BRAINS NEED MATH: OPEN CHALLENGES AT THE INTERSECTION OF AI AND NEUROSCIENCE	
G. Kreiman	391
SPARSE ESTIMATION OF THE PRECISION MATRIX AND PLUG-IN PRINCIPLE FOR HYPERPECTRAL IMAGE CLASSIFICATION	
M.L. Picco y M.S. Ruiz	395
VOX EXPERTORUM: APRENDIZAJE NO SUPERVISADO DE ENSAMBLES DE CLASIFICADORES BINARIOS	
G. Stolovitzky	399
UN AUTOENCODER BASADO EN EL EQUILIBRIO DE WARDROP PARA LA UBICACIÓN ÓPTIMA DE SENSORES DE TRÁFICO	
N. Jares, D. Fernandez, P.A. Lotito y L.A. Parente	403
EVALUATION OF MACHINE LEARNING ALGORITHMS -K NEAREST NEIGHBORS AND SUPPORT VECTOR MACHINES- FOR STRAWBERRIES CLASSIFICATION DURING FOOD DRYING PROCESS	
J. Gamboa-Santos y L.A. Campañone	407
ECONOMÍA MATEMÁTICA	411
FUZZY GROUP IDENTIFICATION PROBLEMS	
F. Fioravanti y F.A. Tohmé	413
LATTICE STRUCTURE OF THE RANDOM STABLE SET IN MANY-TO-MANY MATCHING MARKETS	
N. Juárez, P. Neme y J. Oviedo	417
ON STRONG AND WEAK CORE IN MATCHING MARKETS WITH INDIFFERENCES	
N. Juarez y J. Oviedo	421
(NON-)CONVERGENCE TO STABILITY IN COALITION FORMATION GAMES	
A.G. Bonifacio, E. Inarra y P. Neme	425
ALL SEQUENTIAL ALLOTMENT RULES ARE OBVIOUSLY STRATEGY-PROOF	
R.P. Arribillaga, J. Massó y A. Neme	429
FINANZAS CUANTITATIVAS	433
VECTOR ERROR CORRECTION MODEL FOR THE SWAP SPREAD CURVE	
E. Ravasi y N.P. Kisbye	435
A PARAMETRIC CLOSE-FORM APPROXIMATION FOR EUROPEAN MORTGAGE OPTIONS	
M. Lopez Galvan	439

MODELO DE SALTOS PARA TRAYECTORIAS DE EQUITY Y VALUACIÓN DE OPCIONES	
P.M. Gechidjian	443
NUMERICAL METHODS FOR PRICING OPTIONS WITH TRANSACTION COSTS	
F.G. Vega, R. Gonzalez Sosa y J.D. Aguilar	447
DECOMPOSING THE VIX INDEX INTO GREED AND FEAR	
J.A. Serur, J.P. Dapena y J.R. Siri	451
DESCUBRIMIENTO NO SUPERVISADO Y ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE PATRONES DE VELAS PARA PRONOSTICAR RETORNOS FUTUROS DE ACTIVOS FINANCIEROS	
G. Falcucci	455
DELTA HEDGING WITH TRANSACTION COSTS: DYNAMIC MULTI-SCALE STRATEGY USING NEURAL NETS	
G. Mazzei, F. Bellora y J. Serur	459
APLICACIÓN DE REDES NEURONALES LSTM AL PROBLEMA DE PREDICCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE MOVIMIENTO DIARIO PARA BITCOIN	
A. Muñoz González y F. Salazar Guillen	463
PROSPECTIVE COMPARISON OF DEEP-LEARNING VS MONTE CARLO METHODS IN HIGH-DIMENSIONAL DERIVATIVE PRICING	
F. Glancszpigel, F. Bonfanti, G. Michalski y P. Macri	467
OPTIMAL MARKET MAKING BY REINFORCEMENT LEARNING	
M. Selser, J. Kreiner y M. Maurette	471
MATEMÁTICA INDUSTRIAL	475
APLICACIÓN DE MÉTODOS DE CONTINUACIÓN NUMÉRICA AL CÁLCULO DE HIPER-LÍNEAS DE EQUILIBRIO TERMODINÁMICO ENTRE FASES INVOLUCRANDO FASES FLUIDAS Y SOLUCIONES SÓLIDAS	
A.F. Porras Giraldo, S.B. Rodríguez-Reartes y M.S. Zabaloy	477
CÓMPUTO DE HIPER-LÍNEAS DE EQUILIBRIO MULTIFÁSICO MULTICOMPONENTE REACTIVO	
M.J. Molina, S.B. Rodríguez-Reartes y M.S. Zabaloy	481
PROGRAMACIÓN INTEGRADA DE LA PRODUCCIÓN Y LA DISTRIBUCIÓN EN UNA PLANTA BATCH MULTIPRODUCTO	
A.S. Tibaldo, Y. Fumero y J.M. Montagna	485
APLICACIÓN INDUSTRIAL DE MODELOS NUMÉRICOS DE EXTRUSIÓN DE ALUMINIO	
J.M. Torres Zanardi, A. Scarabino, F. Bacchi y L. Principi	489
MECÁNICA COMPUTACIONAL	493
ANÁLISIS PRELIMINAR DEL FLUJO A TRAVÉS DE UNA VÁLVULA DE ALIVIO MEDIANTE EL SOFTWARE OPENFOAM	
F.P. Inzeo, H.G. Castro y M.A. Storti	495

A PRELIMINARY STUDY OF THE SEPARATION BUBBLE STRUCTURE OVER A SEMI-INFINITE BLUNT BODY	
W.R. Miranda, A.L.T. Rezende y N. Ferreira Fico	499
ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE LA SENSIBILIDAD HEMODINÁMICA DE LA POSICIÓN DE UN STENT	
L. Telesco, N. Dazeo, A.P. Narata e I. Larrabide	503
ESTIMACIÓN DE LA VARIACIÓN DE TEMPERATURA DE UN SISTEMA CERRADO MEDIANTE LA SIMULACIÓN DEL MEDIO POR PARTÍCULAS EN MOVIMIENTO BROWNIANO	
N.M. Salva	507
UVLM-ORIENTED MESH GENERATOR FOR WIND TURBINES	
B.A. Roccia, L.R. Ceballos, M.L. Verstraete y G. Dimitriadis	511
DESARROLLO DE UNA PLATAFORMA DE SIMULACIÓN AERODINÁMICA PARA ESTUDIAR GRANJAS DE TURBINAS EÓLICAS	
L.R. Ceballos, B.A. Roccia, M.L. Verstraete y S. Preidikman	515
ESQUEMA DE ACOPLAMIENTO ESTRUCTURAL-AERODINÁMICO BASADO EN FUNCIONES DE BASE RADIAL	
L.M. Nitardi, M.L. Verstraete, L.R. Ceballos y B.A. Roccia	519
DETERMINACIÓN ANALÍTICA DE “BANDGAPS” EN UNA CLASE DE MATERIALES LOCALMENTE RESONANTES	
V.H. Cortínez y P.N. Domínguez	523
DISEÑO DE MECANISMOS FLEXIBLES TIP-TILT PISTON UTILIZANDO TEORÍA DE HELICOIDES	
M.A. Pucheta, A.G. Gallardo, R.T. González, J.A. Bernad y S. Fantín	527
METAMATERIALES MECÁNICOS CON ACTUADORES ELECTROMAGNÉTICOS	
M.A. Pucheta, A.G. Gallardo, S. Fantín y R.T. González	531
MECÁNICA DEL CONTINUO	535
EVALUACIÓN NUMÉRICA DE MAPAS DE POINCARÉ	
S. Elaskar, E. del Río y D. Lorenzón	537
SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN PERFIL AERODINÁMICO EN RÉGIMEN TRANSÓNICO	
L. Monaldi y S.A. Elaskar	541
CÁLCULO DE LA ENERGÍA LIBERADA POR LA EXPLOSIÓN DE LA PRIMERA BOMBA ATÓMICA HACIENDO USO DE LA TEORÍA DEL ANÁLISIS DIMENSIONAL	
M.J. Frías y S.A. Elaskar	545
CONSIDERACIONES SOBRE LA NUEVA TEORÍA DE INTERMITENCIA CAÓTICA	
S. Elaskar y E. del Río	549

ESTUDIO NUMÉRICO DE UNA SONDA DE LANGMUIR CILÍNDRICA USANDO UN ESQUEMA DE VOLÚMENES FINITOS	
D. Lorenzon, S. Elaskar y J.P. Saldia	553
FORMULACIÓN DE UN MODELO DE VIGA PIEZOELÉCTRICA DE TIMOSHENKO INCLUYENDO ALABEO POR TORSIÓN	
E. Beltramo, B.A. Roccia, M.E. Pérez Segura y S. Preidikman	557
IMPLEMENTACIÓN DE UN MÉTODO DE VORTICIDAD DISTRIBUIDA PARA PERFILES QUE CAMBIAN DE FORMA	
S. Ribero, A. Aichino, M. Valdez y S. Preidikman	561
IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL Y VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE RED DE VÓRTICES PARA EL ESTUDIO AERODINÁMICO DE PERFILES ALARES NO DELGADOS	
M.F. Valdez, S. Ribero y S. Preidikman	565
UN CONCEPTO NO CONVENCIONAL BASADO EN “FLUTTER” PARA COSECHAR ENERGÍA. PARTE 1: ESQUEMA DE SIMULACIÓN NUMÉRICA	
M.E. Pérez Segura, E. Beltramo, B.A. Roccia, M.F. Valdez, M.L. Verstraete, L.R. Ceballos y S. Preidikman	569
UN CONCEPTO NO CONVENCIONAL BASADO EN “FLUTTER” PARA COSECHAR ENERGÍA. PARTE 2: EL DISEÑO CONCEPTUAL	
M.E. Pérez Segura, E. Beltramo, B.A. Roccia, M.F. Valdez, M.L. Verstraete, L.R. Ceballos y S. Preidikman	573
ESTUDIO AERODINÁMICO DE PERFILES ALARES NO DELGADOS POR MEDIO DEL MÉTODO DE RED DE VÓRTICES	
M.F. Valdez, S. Ribero y S. Preidikman	577
UNA FORMULACIÓN MATEMÁTICA ROBUSTA PARA EL CAMBIO DE FORMA DE PERFILES AERODINÁMICOS	
A. Aichino, S. Ribero, M. Valdez y S. Preidikman	581
ON THE THEORETICAL ASPECTS OF THE HOMOGENEOUS TORSION PROBLEM	
B.A. Roccia, F. Mazzone y S. Preidikman	585
MODELLING THE UNIDIRECTIONAL COMPOSITES DYNAMIC FAILURE BY MEANS OF AN EXPONENTIAL SOFTENING LAW INTO A 2D LATTICE MODEL	
M. Braun, I. Iváñez y M.P. Ariza	589
SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL ENSAYO DE TRACCIÓN SIMPLE PARA PROBETAS DELGADAS. ANÁLISIS DEL CASO LÍMITE 3D	
C. Careglio, C. García Garino, A. Mirasso, D. Celentano, L. Papeleux y J-P. Ponthot	593
MODEL REDUCTION BY MEAN-FIELD HOMOGENIZATION IN VISCOELASTIC COMPOSITES	
M.I. Idiart, N. Lahellec y P. Suquet	597

PLANTEO SEMI-ANALÍTICO DEL PROBLEMA VISCOELASTODINÁMICO PARA MEDIOS POROSOS MULTIFÁSICOS CON MICROESTRUCTURAS	
J.C. Barreto, J.L. Mroginski y H.A. Di Rado	601
<hr/>	
MODELOS MATEMÁTICOS INTERDISCIPLINARIOS	605
<hr/>	
UN MODELO BINIVEL PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DEMANDA DE TRANSPORTE PÚBLICO	
V.M. Orlando, P.A. Lotito y N. Bhourri	607
APLICACIONES DEL MODELADO MATEMÁTICO A LA GESTIÓN DE LOS ESCURRIMIENTOS PLUVIALES URBANOS – CASO GUARAPUAVA, PR, BRASIL	
P.T. Stehli, J.F. Weber y L. Redin Vestena	611
MODELO MATEMÁTICO PARA UN TRATAMIENTO DE AGUAS INDUSTRIALES VÍA OPTIMIZACIÓN	
F.E. Buffo y M.C. Vidal	615
PREDICCIÓN DEL RUIDO VEHICULAR UTILIZANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES	
M.E. Sequeira, V.H. Cortínez y A.P. Azzurro	619
SIMPLIFICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE FAO PENMAN-MONTEITH PARA ESTIMAR LA EVAPOTRANSPIRACIÓN DE REFERENCIA A PARTIR DE MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL	
S. Gavilán, I. Quignard, P.G. Aceñolaza y J.I. Pastore	623
MODELADO DE YACIMIENTOS NO CONVENCIONALES APLICANDO EL PROYECTO OPEN POROUS MEDIA	
A.C. Aroca Bavich y G.B. Savioli	627
<hr/>	
SEÑALES E IMÁGENES	631
<hr/>	
APPLICATION OF ENTROPIC MEASURES IN THE STUDY OF AUDITORY EVOKED POTENTIALS FOR THE DETECTION OF PATHOLOGICAL PATIENTS	
M. Baldiviezo, C. Bontempo, J. Barbería, Y. Corsaro, F. Fernandez Biancardi, M. Hernando, M. Rodriguez, A. Paglia y W. Legnani	633
DETECTION OF ATRIAL FIBRILLATION BY ENTROPIC CALCULATION OF ECG SIGNALS	
I.G. Ziccardi, P.E. Martínez y W.E. Legnani	637
DISTANCIAS SEMÁNTICAS PARA INFERENCIA EN LA ONTOLOGÍA DE GENES	
T. López, D. Milone y L. Di Persia	641
ESTUDIO DE ESTADOS DE CONSCIENCIA MEDIANTE EL USO DE CUANTIFICADORES DE INFORMACIÓN	
N. Fuentes, A. Garcíaz, R. Orofino y D.M. Mateos	645
AN INCREMENTAL VERSION OF SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS	
J.G. Colonna y B.B. Gatto	649
CLASIFICACIÓN DE ONDAS LENTAS EN SUEÑO	
G. Carbonari, R. Ramele, C. Forcato y M. Pretel	653

ANÁLISIS COMPARATIVO DEL DISEÑO AUTOMÁTICO DE W-OPERADORES EN DIFERENTES ESPACIOS COLOR	
S.C. Guevara, A. Bouchet, V. Ballarin y J.I. Pastore	657
CLASIFICACIÓN DE SEÑALES MIOELÉCTRICAS PARA EL CONTROL DE UNA MANO ROBÓTICA	
J.M. Fontana, G. Oviedo, R. O'Brien y L. Molisani	661
TRANSFERENCIA DE CALOR Y MATERIA	665
DETERMINACIÓN DE LOS MATERIALES QUE COMPONEN UNA BARRA CON INTERFAZ SÓLIDO-SÓLIDO	
G.F. Umbricht, D. Rubio y D.A. Tarzia	667
TRANSFERENCIA DE CALOR ESTACIONARIA EN MATERIALES MULTICAPA	
G.F. Umbricht, D. Rubio y D.A. Tarzia	671
UN PROBLEMA DE CONDUCCIÓN NO CLÁSICO PARA UNA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN FRACCIONARIA	
D.N. Goos, S.D. Roscani y D.A. Tarzia	675
SOLUCIÓN ANALÍTICA DE UN PROBLEMA DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA TÉRMICA CON GENERACIÓN DE CALOR, DISIPACIÓN POR CONVECCIÓN Y FLUJO LATERAL	
G.F. Umbricht, D. Rubio y C. El Hasi	679
VISIÓN COMPUTACIONAL	683
DETECCIÓN DE ATAQUES DE SUPLANTACIÓN DE IDENTIDAD EN VIDEOS USANDO CÁLCULO DE MOVIMIENTO DEL ROSTRO/FONDO Y REDES NEURONALES	
C.I. Orozco y C.A. Martínez	685
GAZE TRACKING FOR COGNITIVE REHABILITATION	
M. Menchón, A. Golimstok y J.M. Massa	689
SUPERVISED LEARNING FOR SLEEP STAGE SCORING USING RANDOM FOREST: IS A "SIMPLER" MODEL ACCURATE ENOUGH ON UNSEEN INDIVIDUALS?	
E. Moris, C. Forcato e I. Larrabide	693
CLASIFICACIÓN DE LA CALIDAD ÓSEA EN IMÁGENES DE DXA UTILIZANDO MACHINE LEARNING	
M. Gonzalez, J.M. Massa y N. de Martino	697
DETECCIÓN DE CAMPTOCORMIA CON MEDICIÓN POSTURAL	
G. Carbonari, L. Valenzuela y J. Massa	701
HERRAMIENTA PARA VISUALIZACIÓN Y SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES MÉDICAS BASADA EN WEB	
G. Tajés Genga, M. del Fresno y J. D'Amato	705

APORTES MATEMÁTICOS FRENTE AL COVID-19709

PROCESOS DE NACIMIENTOS NO HOMOGÉNEOS Y SU APLICACIÓN A LA PANDEMIA DEL COVID-19

V. Moreno, G. Pena y N. Barraza 711

THE SIR MODEL IN THE COVID-19 PANDEMIC

G. Capobianco, R. Cobiaga, W. Reartes y F. Turpaud 715

MODELO CON ESTRUCTURA SOCIAL PARA EL ESTUDIO DE MEDIDAS DE CONTROL DE LA PANDEMIA DE COVID-19

M.I. Simoy y J.P. Aparicio 719

DESCONTAMINACIÓN DE BARBIJOS N95 POR MICROONDAS. MODELADO MATEMÁTICO Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL

J.R. Arballo, A.R. Lespinard, S.M. Goñi y R.H. Mascheroni 723

MOBILITY PATTERN DETECTION FROM COVID-19 DATA WITH TIME VARYING GRAPHICAL LASSO

I.L. Degano y P.A. Lotito 727

DIFFUSIVE METRICS INDUCED BY MULTIAFFINITIES. THE COVID-19 SETTING FOR BUENOS AIRES (AMBA)

M.F. Acosta, H. Aimar, I. Gómez y F. Morana 731

MODELO MATEMÁTICO PARA LA EPIDEMIA DE COVID-19

J.G. Neder, P.M. Nuñez, J. Gianatti, P.A. Lotito y L.A. Parente 735

UN ENFOQUE SIMPLE PARA EL CONTROL DE LA EPIDEMIA DEL COVID-19

P. Dominguez, C. Stoklas y V. Cortínez 739

PÓSTERES DE ESTUDIANTES DE GRADO Y POSTGRADO743

PERSISTENCE AND PERIODIC SOLUTIONS IN SYSTEMS OF DELAY DIFFERENTIAL EQUATIONS

P. Amster y M. Bondorevsky 745

SIMULACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO SIMPLIFICADO DE ATEROSCLEROSIS

S.V. Carbonell Berretti y M.M.P. Lucero. 749

ANÁLISIS DE LA DESPOLARIZACIÓN VENTRICULAR EN EL ELECTROCARDIOGRAMA MEDIANTE LA ENTROPÍA Y COMPLEJIDAD WAVELET

G. Clemente, V. Vampa, E. Valverde y P. Arini 753

MODELADO ESTOCÁSTICO DE UN SISTEMA MAGNÉTICO BICAPA FUERTEMENTE ANISOTRÓPICO

P.S. Pagliaro, G.P. Saracco y M.A. Bab 757

SPECTRAL DECOMPOSITION FOR THE 1-D SCHRÖDINGER–POISSON EQUATION

Néstor Biedma[†] and Mariano De Leo[‡]

[†]Universidad del Comahue, Buenos Aires 1400. (8399) Neuquén Capital. Argentina, nestbi7@gmail.com

[‡]Dpto de Matemática-INMABB (CONICET)- Universidad Nacional del Sur. Avda. Alem 1253 - Piso 2.(8000) Bahía Blanca. Argentina, mariano.deleo@uns.edu.ar

Abstract: In this article we are concerned with the 1-D Schrödinger equation $i u_t = -u_{xx} - V(u)u$, where $V(u)$ is a Hartree nonlinearity, stemming from the coupling with the Poisson equation. Using the Titchmarsh-Kodaira's theorem, we give an explicit spectral decomposition of the related linear operator $u_{xx} + |x|u$ and we show that the evolution consists only of scattering states.

Keywords: *Scattering, Spectral decomposition, Airy functions.*

2000 AMS Subject Classification: 35C15-35Q40-47A40.

1 INTRODUCTION

In this article we take under consideration the Schrödinger–Poisson equation in the whole line $i u_t = -u_{xx} + V(u)u$, in which the potential V could be written as $V(u) = -q|x|u + m(u)u$; here q is a constant depending upon the initial charge $\|u(x, 0)\|_{L^2(\mathbb{R})}$ and m is a Hartree–type nonlinearity.

We are interested in the spectral properties of the (scaled) linear operator: $L(\phi) = \phi_{xx} + |x|\phi$ defined in $D(L) = H^1(\mathbb{R}) \cap L^2_{1/2}(\mathbb{R})$, where $L^2_{1/2}(\mathbb{R}) := \{\phi \in L^2(\mathbb{R}) : \int |\phi|^2 |x| dx < +\infty\}$. Since the related quadratic form is not bounded from below, the existence of dynamics is not for granted: this is accomplished by using the KLMN theorem, see Lemma 2.5 in [1]. However, and for physical reasons related with the long time behaviour of solutions, we look for an integral expression that allow us to show that the evolution consists only in scattering states: this is obtained by means of the application of the general expansion theorem.

This work is organized as follows: we first introduce some basic results concerning both Airy functions and Titchmarsh-Kodaira-Weyl-Stone theory and then we perform the computations and obtain the desired integral expression.

2 BASIC RESULTS

The key ingredient in our work is the *general expansion theorem* for singular second order differential equations (Titchmarsh-Kodaira-Weyl-Stone theory), which is widely developed by K. Yosida [3], in Ch. 5. We list below the principal facts, related to the second order differential equation, where λ is a complex number with $\text{Im}(\lambda) > 0$:

$$u_{xx} + |x|u = \lambda u, \quad x \in \mathbb{R}; \quad (1)$$

Proposition 1 (See [3] Th 43.4 and Remark 2) *The point $x = +\infty$ is in the limit point case if and only if for all $\lambda \in \mathbb{C}$ with $\text{Im}(\lambda) > 0$ there exists a solution $v(x, \lambda)$ of (1) satisfying $v \notin L^2([0, +\infty))$.*

The density matrix involved in the spectral decomposition is expressed in terms of real functions $m_1(k)$, $m_2(k)$, which in our case are constructed as follows (see [3], Ch. 5). One first sets $\{v_1(x, \lambda), v_2(x, \lambda)\}$ as the fundamental solution of (1) satisfying $v_1(0, \lambda) = 1$, $v'_1(0, \lambda) = 0$ and $v_2(0, \lambda) = 0$, $v'_2(0, \lambda) = 1$; then, one computes, for $\lambda \in \mathbb{C}$ with $\text{Im}(\lambda) > 0$, the complex function $M_2(\lambda) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{v_1(x, \lambda)}{v_2(x, \lambda)}$. Finally, the real functions are defined as (see [3]) $m_2(k) := \text{Im}(M_2(k))$ and $m_1(k) := \text{Im}(-M_2(k)^{-1}) = m_2(k)|M_2(k)|^{-2}$, where $M_2(k)$ is the restriction of M_2 to the real axis.

Note 1 In order to avoid confusion, when the second order differential equation (1) is viewed as an eigenvalue problem, the (real) parameter is called k . Otherwise, the complex parameter is called λ .

Proposition 2 The density matrix $d_\varrho : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ related to the equation (1) when restricted to $\lambda = k \in \mathbb{R}$ is given by

$$d_\varrho(k) = \frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} m_2(k)|M_2(k)|^{-2} & 0 \\ 0 & m_2(k) \end{bmatrix}.$$

Proof. See [3] Th. 48.2, Eq. (48.2), identity (48.1) and Th. 48.3. □

3 SPECTRAL DECOMPOSITION FOR THE LINEAR OPERATOR

In this section we are concerned with the spectral decomposition for the operator L defined in $D(L) = \mathcal{H} := H^1(\mathbb{R}) \cap L^2_{1/2}(\mathbb{R})$ and given by $L(u) := u_{xx} + |x|u$, $x \in \mathbb{R}$.

This will be done as follows: we first construct a fundamental basis of the equation (1), then we show that the boundary points $|x| = +\infty$ are both in the *limit point case*; finally, we compute the real function $m_2(k)$, and the related density matrix. With this results at a hand we show that $L : D(L) \rightarrow \mathcal{H}'$ is a self-adjoint operator; in addition we show that $\Sigma(L) = \Sigma_{ac}(L) = \mathbb{R}$, in other words, the spectrum consists only of scattering states.

To start with, we present the following lemma.

Lemma 1 Let $\lambda \in \mathbb{C}$ be an arbitrary complex number and let $Ai(z), Bi(z)$ be the complex-valued Airy functions. Let also $\omega_0 := Ai(\lambda)Bi'(\lambda) - Ai'(\lambda)Bi(\lambda) = 2\sqrt{3}^{-1}\Gamma(1/3)^{-1}\Gamma(2/3)^{-1}$ be the related (constant) Wronskian, and consider the pair of complex functions:

$$v_1(x, \lambda) = \frac{Bi'(\lambda)}{\omega_0} Ai(\lambda - |x|) - \frac{Ai'(\lambda)}{\omega_0} Bi(\lambda - |x|) \tag{2}$$

$$v_2(x, \lambda) = \text{sg}(x) \frac{Bi(\lambda)}{\omega_0} Ai(\lambda - |x|) - \text{sg}(x) \frac{Ai(\lambda)}{\omega_0} Bi(\lambda - |x|) \tag{3}$$

Then, for each fixed $\lambda \in \mathbb{C}$, the set $\{v_1(x, \lambda); v_2(x, \lambda)\}$ is a fundamental system of solutions of the second order differential equation (1) satisfying $v_1(0, \lambda) = 1$, $v_1'(0, \lambda) = 0$ and $v_2(0, \lambda) = 0$, $v_2'(0, \lambda) = 1$.

Proof.

Since the complex valued functions $Ai(\lambda - |x|)$ and $Bi(\lambda - |x|)$ both satisfy the equation (1) in each of the half lines $(-\infty, 0)$ and $(0, +\infty)$, we only need to choose four complex valued functions $a_-(\lambda)$, $b_-(\lambda)$ and $a_+(\lambda)$, $b_+(\lambda)$ such that the function

$$v(x, \lambda) = \begin{cases} a_-(\lambda) Ai(\lambda - |x|) + b_-(\lambda) Bi(\lambda - |x|) & x < 0 \\ a_+(\lambda) Ai(\lambda - |x|) + b_+(\lambda) Bi(\lambda - |x|) & x > 0 \end{cases}$$

has a continuous derivative at the origin. An easy computation shows that this restriction is expressed by the identity

$$\begin{pmatrix} a_-(\lambda) \\ b_-(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (Ai(\lambda)Bi(\lambda))' & (Bi^2(\lambda))' \\ -(Ai^2(\lambda))' & -(Ai(\lambda)Bi(\lambda))' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_+(\lambda) \\ b_+(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{4}$$

the proof finishes with a suitable choice of the parameters. □

In order to get the unitary transformation related to the spectral decomposition of the operator L we need to build the density matrix; as it was stated before, this makes use of the following lemma.

Lemma 2 The points $|x| = +\infty$ are both in the limit point case.

Proof. From Proposition 1 it will be suffice to show a pair of solutions of equation (1) which does not belong to $L^2_{I^\pm}$, where I^\pm is the related half line: $I^+ := [0, +\infty)$ for $x = +\infty$ and $I^- := (-\infty, 0]$ for $x = -\infty$. Take $v_\pm(x, \lambda) = \text{Ai}(\lambda - |x|)$ for $x \in I^\pm$ and extend them to the whole line using the identity (4); we claim that each $v_\pm(x, \lambda)$ does not belong to $L^2_{I^\pm}$. Let $z = \lambda - |x|$, since $|x| \rightarrow +\infty$ one has $\text{Re}(z) \rightarrow -\infty$; using the decaying properties of the Airy functions (see [2]) we see that $|v(x, \lambda)|^2 = |\text{Ai}(z)|^2 \sim 2^{-1}|z|^{-1/2}e^{2\text{Im}(\lambda)|z|^{1/2}} \rightarrow +\infty$. □

Then we compute the auxiliary functions $m_1(k), m_2(k)$.

Lemma 3 *In the context of Theorem 2, and setting ω_0 as the constant Wronskian of the Airy equation the real functions $m_1(k)$ and $m_2(k)$ are given by*

$$m_1(k) = \frac{\omega_0}{(\text{Ai}')^2(k) + (\text{Bi}')^2(k)} \quad \text{and} \quad m_2(k) = \frac{\omega_0}{\text{Ai}^2(k) + \text{Bi}^2(k)}.$$

Proof.

We start computing the complex valued function $M_2(\lambda)$. Since, from previous lemma, the boundary points are both in the limit point case, $M_2(\lambda)$ may be computed as the limit $M_2(\lambda) = -\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{v_1(t, \lambda)}{v_2(t, \lambda)}$, where $v_1(x, \lambda)$ and $v_2(x, \lambda)$ are given by (2), (see Lemma 2, from [3], Ch. 5, identity (48.2)). Using the decaying properties of Airy functions and the identity $\cos(z) = \sin(z + \pi/2)$ we see that

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \text{Bi}(\lambda - t)2z^{1/4}e^{-\text{Im}(\lambda)|z|^{1/2}}e^{-i\frac{2}{3}|z|^{3/2}} = e^{i\pi/4}, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \text{Ai}(\lambda - t)2z^{1/4}e^{-\text{Im}(\lambda)|z|^{1/2}}e^{-i\frac{2}{3}|z|^{3/2}} = e^{-i\pi/4},$$

from where we conclude $M_2(\lambda) = \frac{\text{Ai}'(\lambda) + i\text{Bi}'(\lambda)}{\text{Ai}(\lambda) + i\text{Bi}(\lambda)}$.

Since $q(x) = |x|$ is an even function we know that $M_1(\lambda) = -M_2(\lambda)$ (see [3]). We now consider the restriction to the real parameter $k : M_2(k) = \frac{\text{Ai}'(k) + i\text{Bi}'(k)}{\text{Ai}(k) + i\text{Bi}(k)}$, therefore, the claim follows directly from the identities $m_2(k) = \text{Im}(M_2(k))$ and $m_1(k) = \text{Im}(-M_2(k)^{-1})$. □

Note 2 *Since the Wronskian $W(\text{Ai}(k), \text{Bi}(k)) = \omega_0 \neq 0$ it follows that the functions $m_{1,2} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are continuous functions ($m_{1,2}$ are actually analytic). This expresses the fact that the spectrum of the operator L is absolutely continuous, from where the density matrix $d\rho(k)$ can be expressed as $\varrho'(k)dk$.*

Following [3], Th. 48.3, we have: $\varrho'(k) = \frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{\omega_0}{(\text{Ai}')^2(k) + (\text{Bi}')^2(k)} & \\ & \frac{\omega_0}{\text{Ai}^2(k) + \text{Bi}^2(k)} \end{bmatrix}$

We are now in a position to state the main result of this section, which is the *Fourier transform* related with the density matrix $\varrho'(k)$. Accordingly, we associate to each $f \in L^2(\mathbb{R})$ the complex-valued function

$$\mathcal{A}(f)(k) := \int_{\mathbb{R}} f(x)U(x, k) dx, \tag{5}$$

where $U(x, k) := (2\pi)^{-1/2} \left(\sqrt{\frac{\omega_0}{(\text{Ai}')^2(k) + (\text{Bi}')^2(k)}}v_1(x, k) + i\sqrt{\frac{\omega_0}{\text{Ai}^2(k) + \text{Bi}^2(k)}}v_2(x, k) \right)$.

Theorem 1 *Let L be the linear operator given by $L(u) = u_{xx} + |x|u$ and let \mathcal{A} be the integral operator defined by (5). Then,*

- (a) *For every $f, g \in L^2$ one has $\langle f; g \rangle = \langle \mathcal{A}(f); \mathcal{A}(g) \rangle$. Thus, \mathcal{A} is unitary and \mathcal{A}^* is given by: $\mathcal{A}^*(g)(x) = \int g(k)\overline{U(x, k)} dk$,*

(b) $\mathcal{A}(L(f))(k) = k\mathcal{A}(f)(k)$.

(c) The operator $L : D(L) \rightarrow \mathcal{H}'$ is self-adjoint.

(d) $\Sigma(L) = \Sigma_{ac}(L) = \mathbb{R}$.

Proof. First and second claims follow directly from previous computations. We then turn to claim (c). Consider the nonhomogeneous equation

$$L(u) \pm iu = f, \tag{6}$$

where $f \in L^2(\mathbb{R})$. Applying the unitary operator \mathcal{A} we get $\mathcal{A}(u) = (k+i)^{-1}\mathcal{A}(f)$ from where we conclude

$$\|u\|_{L^2} = \|(k+i)^{-1}\mathcal{A}(f)\|_{L^2} \leq \|\mathcal{A}(f)\|_{L^2} = \|f\|_{L^2}. \tag{7}$$

This shows that $(L \pm i)^{-1} \in \mathcal{B}(L^2(\mathbb{R}))$ with norm $\|(L \pm i)^{-1}\| \leq 1$. Take now $f \in H^1(\mathbb{R})$ and differentiate equation (6) with respect to x . This produces $(L \pm i)(u_x) = f_x - \text{sg}(x)u$. Using inequality (7) we get the estimate $\|u_x\|_{L^2} \leq \|f_x\|_{L^2} + \|u\|_{L^2} \leq \|f\|_{H^1}$. Assume now that $f \in H^1(\mathbb{R}) \cap L^2_{1/2}(\mathbb{R})$, and multiply equation (6) by $\mu^{1/2} := \sqrt[4]{x^2 + 1}$. This produces $(L \pm i)(\mu(x)^{1/2}u) = \mu(x)^{1/2}f + \mu^{-1/2}u_x - 4^{-1}\mu^{-3/2}u$, from where we get the estimate $\|u\|_{L^2_{1/2}} = \| |x|^{1/2}u \|_{L^2} \leq \|\mu(x)^{1/2}u\|_{L^2} \leq \|f\|_{L^2_{1/2}} + \|\mu^{-1/2}\|_{L^\infty}\|u_x\|_{L^2} + \|\mu^{-3/2}\|_{L^\infty}\|u\|_{L^2} \leq C(\mu)\|f\|_{\mathcal{H}}$.

Previous estimates show that $R(L \pm i) = \mathcal{H}$ from where we conclude that $L = L^*$.

Finally, claim (d) follows from Remark 2. □

Note 3 We have the following asymptotic behaviour for $U(x, k)$: For each fixed $x \in \mathbb{R}$ there exists a constant $C > 0$ such that, as $|k| \rightarrow +\infty$, the estimate

$$U(x, k) \sim CAi(k - |x|),$$

holds.

REFERENCES

[1] M. DE LEO, C. SÁNCHEZ FERNÁNDEZ DE LA VEGA, D. RIAL, *Controllability of Schrödinger equation with a nonlocal term*, ESAIM: COCV **20**, (2014), pp. 23–41.
 [2] O. VALLE, M. SOARES, *Airy functions and applications to physics*, Imperial College Press, 2004.
 [3] K. YOSIDA, *Lectures on differential and integral equations*, Interscience, 1960.