

# Desarrollo de simulaciones numéricas para estudiar la dinámica de un concepto de aeronave X-HALE-UAV

Marcos E. Argüello<sup>1,2</sup>, Sergio Preidikman<sup>1,3</sup> y Bruno A. Roccia<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina

<sup>2</sup>Fábrica Argentina de Aviones "Brig. San Martín" S.A., Gerencia Ingeniería, Córdoba, Argentina

<sup>3</sup>Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, IDIT UNC-CONICET

<sup>4</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Argentina.

Fecha de recepción del manuscrito: 13/02/2015

Fecha de aceptación del manuscrito: 30/06/2015

Fecha de publicación: 15/09/2015

**Resumen**—En este trabajo se presenta una herramienta de simulación numérica que permite estudiar el comportamiento dinámico de un concepto simplificado de vehículo aéreo no tripulado (UAV) extremadamente flexible (X) que opera a gran altitud y con gran autonomía (HALE). La aeronave es modelada como una colección de cuerpos rígidos conectados entre sí por articulaciones flexibles. Las ecuaciones que gobiernan la dinámica del sistema se obtienen por medio de una formulación híbrida basada en las ecuaciones de Newton-Euler, para los grados de libertad primarios, y las ecuaciones de Lagrange, para los grados de libertad internos (i.e., aquellos que describen el movimiento relativo entre el fuselaje y las alas). La integración numérica de las ecuaciones de movimiento se realiza simultánea e interactivamente en el dominio del tiempo mediante el método modificado de Hamming, un esquema predictor-corrector de cuarto orden. Las simulaciones numéricas presentadas en este trabajo muestran que el modelo desarrollado permite captar grandes deflexiones de los tramos de ala; posibilitando un estudio integral del acoplamiento dinámico entre los "modos" de cuerpo rígido (o primarios) y los "modos" elásticos (o secundarios) de un concepto X-HALE-UAV. Este trabajo es parte de un proyecto de investigación de mayor envergadura que apunta a mejorar la comprensión de los fenómenos aeroelásticos no-lineales asociados a los vehículos aéreos de gran escala.

**Palabras clave**—X-HALE-UAV, Dinámica, Sistema de ecuaciones híbridas, Simulaciones numéricas

**Abstract**—A numerical simulation tool to study the dynamic behavior of a simplified concept of a Extremely-Flexible High-Altitude Long-Endurance Unmanned-Aerial-Vehicle (X-HALE-UAV) is presented. The aircraft is modeled as a collection of rigid bodies connected by flexible joints. The resulting governing equations for the fully-coupled dynamical system are obtained by means of a hybrid formulation based on the Newton-Euler equations, for the primary degrees of freedom of the multibody system, and Lagrange's equations for the internal or secondary degrees of freedom (i.e., those describing the relative motion between the aircraft's fuselage and the wings). The resulting equations motion are integrated simultaneously and interactively in time domain by using a modified version of Hamming's method, a four order predictor-corrector scheme. The present numerical results shows that the developed model allows to study large deflections of the wing; enabling an integral analysis of the dynamic coupling between the "rigid body modes" and the "elastic modes" of an X-HALE-UAV concept. This work is part of a larger research proposal intended for a comprehensive study of the nonlinear aeroelastic phenomena associated with large-scale aerial vehicles.

**Keywords**—X-HALE-UAV, Dynamics, Hybrid equations system, numerical simulations

## INTRODUCCIÓN

Los conceptos futuros de vehículos aéreos que operan a gran altitud y con gran autonomía (*High-Altitude Long-Endurance Unmanned-Aerial-Vehicles*, *HALE-UAVs*) son destructores de antiguos paradigmas ya que han sido concebidos como plataformas espaciales, flexibles y móviles,

que pueden resultar una alternativa a los actuales satélites de comunicaciones.

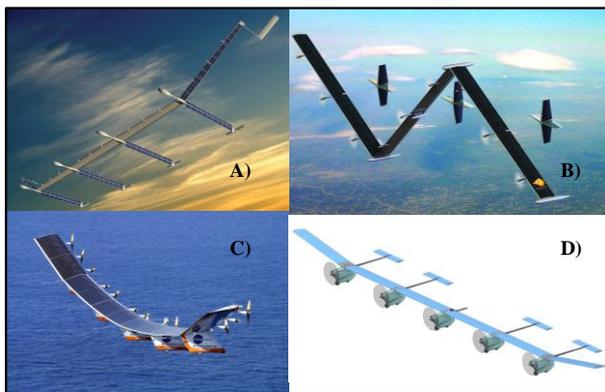
Los HALE-UAVs podrán ser utilizados en áreas de vigilancia, prevención de incendios, inspección de líneas de alta tensión, telecomunicaciones, operaciones de reconocimiento, y misiones de abastecimiento. Las capacidades de estos nuevos HALE-UAVs incluyen sensores con cobertura total de azimut (360 grados), vuelos a grandes alturas (20.000 metros), y misiones con duración de hasta 40 horas. Además, el desarrollo de sistemas de propulsión solar/eléctrica y de celdas de combustible permiten vislumbrar, en un futuro cercano, misiones con una duración de hasta una semana [11].

Dirección de contacto:

Marcos E. Argüello, Blomberg 1742 B°Lourdes Ex Maipú II, X5014 CGA.  
Tel: 0351 - 156664621, marcarguello@hotmail.com

Estos conceptos noveles de HALE-UAVs han abierto nuevas puertas a muchas oportunidades interesantes en modelado que permitirán materializar diseños innovadores y no tradicionales. A pesar del estilo “conservativo” que caracteriza su diseño estructural, los sistemas HALE-UAVs son muy livianos y extremadamente flexibles, debido a que poseen alas de gran envergadura. El comportamiento aeroelástico de estas alas, que aún no está bien entendido, puede tener una influencia muy significativa en el desempeño de la aeronave considerada. Los métodos tradicionales usados para estudiar el comportamiento aeroelástico de aeronaves resultan inadecuados para estos avanzados HALE-UAVs. Además, aunque los métodos clásicos (lineales), en algunos casos, pueden ser usados para predecir “cuando” el sistema aeroelástico es inestable, ellos no pueden predecir el comportamiento post-crítico del mismo. Teniendo todo esto en cuenta, resulta evidente la imperiosa necesidad de desarrollar métodos de predicción robustos, de alta fidelidad y confiables, basados en aeroelasticidad acoplada, mecánica del vuelo, dinámica de multicuerpos flexibles, sistemas de control y análisis no-lineal. Específicamente, es necesario mejorar y calibrar los códigos computacionales existentes, y desarrollar nuevas herramientas numéricas para la predicción de fenómenos aeroelásticos complejos, incluyendo aquellos debidos a no-linearidades aerodinámicas y estructurales y hacerlo con un alto grado de precisión.

El objetivo principal del presente trabajo es doble: *i*) formular las ecuaciones de movimiento, y *ii*) desarrollar una herramienta de simulación (simulaciones numéricas) que permita investigar el comportamiento dinámico (sin considerar la aerodinámica) de un modelo simplificado de un concepto de aeronave X-HALE-UAV's ( $X = eXtremely\ fleXible$ ), para lograr una mejor comprensión de los fenómenos aeroelásticos no-lineales asociados a vehículos aéreos de gran escala como los mostrados en la Fig. 1.



**Fig. 1:** Conceptos de X-HALE UAV's: A) SOLAREAGLE (Imagen: Boeing), B) VULTURE, C) HELIOS [3], and A) UM/NAST [4]

Para poder estudiar los aspectos antes mencionados es necesario: *i*) desarrollar el sistema acoplado de ecuaciones híbridas de movimiento y condiciones de borde para vehículos y estructuras que son modeladas como una colección general de cuerpos rígidos vinculados entre sí mediante articulaciones flexibles, con especial atención a estrategias robustas de acoplamiento, y *ii*) considerar el acoplamiento dinámico entre los modos de cuerpo rígido y los modos elásticos del X-HALE-UAV flexible.

El potencial impacto económico de este proyecto sobre el sector socio productivo se relaciona, en primera instancia, con el desarrollo de recursos humanos e infraestructura que serían únicos en América Latina en el área de vehículos aéreos no-tripulados. Este proyecto permitirá generar recursos y fomentar la industria aeronáutica tanto a nivel nacional como a nivel regional (MERCOSUR), continental (con la colaboración de EEUU) y mundial. Las colaboraciones en el MERCOSUR serán de especial interés para satisfacer las necesidades en el ámbito ecológico y de protección del ambiente. [11].

Este trabajo forma parte de un proyecto innovador y de mayor envergadura, que se viene desarrollando en el ámbito de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales (FCEfyN) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC) y la Facultad de Ingeniería (FI) de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC) desde el año 2006, y que permitirá modificar radicalmente las propuestas existentes para el estudio del comportamiento aeroservoelástico no-lineal y no-estacionario de estructuras altamente flexibles, inmersas en un flujo de aire subsónico, que experimentan movimientos complejos.

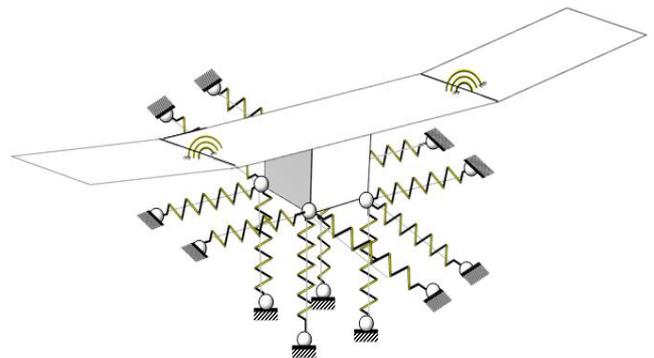
## MECÁNICA DEL MODELO

Se expone a continuación la formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema bajo estudio.

### Descripción del Modelo

La aeronave en cuestión se modela como un sistema multicuerpo formado por un conjunto de cuatro cuerpos rígidos ( $n_b = 4$ ) conectados entre sí por articulaciones flexibles, de manera que las rotaciones relativas entre los cuerpos rígidos permiten capturar las grandes deflexiones que caracterizan a este tipo de estructura. La rigidez de cada articulación se modela mediante resortes torsionales que aportan resistencia al giro relativo de un tramo de ala con respecto al tramo adyacente.

En la Fig. 2 se muestra un esquema simplificado del modelo X-HALE UAV a analizar. Con el objetivo de modelar el anclaje de la aeronave al túnel de viento, el fuselaje (representado por un cubo) del UAV se vincula elásticamente a la superficie del mismo por medio de un conjunto de 12 resortes-amortiguadores lineales.



**Fig. 2:** Esquema del modelo simplificado utilizado en este trabajo

**Ecuaciones de Movimiento**

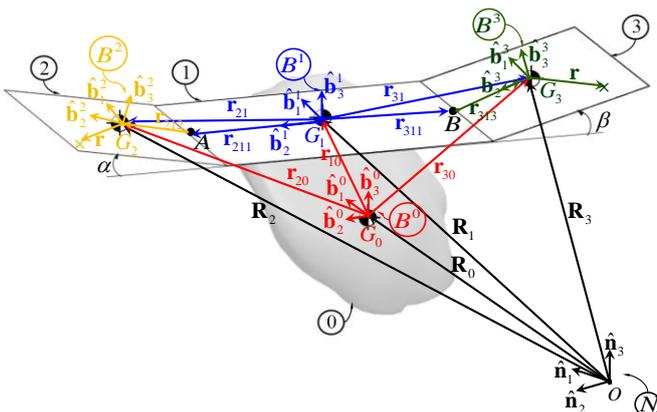
La aplicación de las ecuaciones de Newton-Euler a cada uno de los cuerpos que componen el sistema multicuerpo, permite obtener el conjunto de ecuaciones diferenciales tanto para los grados de libertad internos como así también para los grados de libertad globales del sistema. Sin embargo, este enfoque introduce primero las fuerzas de restricción y luego las elimina; este hecho constituye una desventaja muy significativa a la hora de estudiar problemas complejos utilizando un enfoque basado en las ecuaciones de Newton-Euler.

A pesar de estas desventajas, los principios de Newton-Euler constituyen un camino eficiente a la hora de establecer las ecuaciones fundamentales que gobiernan los grados de libertad externos o globales de un sistema. En cambio, para los grados de libertad internos se prefiere un enfoque de tipo energético (ecuaciones de Lagrange, principio de D'Alembert generalizado o principio extendido de Hamilton, entre otros). Esta elección permitirá eliminar directamente las fuerzas de restricción si las coordenadas generalizadas adoptadas para describir el espacio de configuración del sistema son todas independientes entre sí; es decir, el número de coordenadas generalizadas es igual al número de grados de libertad del sistema.

En este trabajo se propone, como estrategia alternativa, derivar las ecuaciones de movimiento para los grados de libertad externos (o de cuerpo rígido) por medio de las ecuaciones de *Newton-Euler*; y derivar las ecuaciones de movimiento para los grados de libertad internos vía las ecuaciones de *Lagrange*, generando de este modo un sistema acoplado de ecuaciones híbridas de movimiento y condiciones de borde.

En la Fig. 3 se describen los vectores posición de cada uno de los centros de masa de los cuerpos que componen el sistema respecto de un marco de referencia inercial, **N**. Adicionalmente, se puede apreciar la presencia de un cuerpo de forma arbitraria (cuerpo "0"), que posteriormente constituirá el soporte prismático que irá adherido al intradós del tramo central de ala.

En la Fig. 3 se identifican también los 5 marcos de referencia necesarios para definir la cinemática del vehículo: i) un marco de referencia inercial o Newtoniano, **N**, y ii) cuatro marcos de referencias, **B<sup>i</sup>** fijo a cada uno de los cuerpos que componen el sistema multicuerpo  $\mathcal{B}_i$  para  $i = 0, 1, 2, 3$ .



**Fig. 3:** Definición vectorial del problema

El número de coordenadas generalizadas adoptadas para describir la configuración del sistema bajo estudio es  $n_{coord} = 8$ , de las cuales 6 describen la configuración del sistema como un cuerpo rígido en el espacio y las dos restantes se utilizan para describir el giro relativo de los dos tramos extremos de ala respecto al tramo central. Debido a que el conjunto de coordenadas elegido es independiente entre sí, el número de coordenadas generalizadas es igual al número de grados de libertad del sistema,  $n_{DOF} = n_{coord} = 8$ . Estas son,

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8)^T \tag{1}$$

$$= (R_{0_1}, R_{0_2}, R_{0_3}, \psi, \theta, \varphi, \alpha, \beta)^T$$

Donde  $R_{0_1}$ ,  $R_{0_2}$  y  $R_{0_3}$  son coordenadas cartesianas rectangulares asociadas a los vectores unitarios  $\hat{n}_1, \hat{n}_2$  y  $\hat{n}_3$  respectivamente,  $\psi$ ,  $\theta$  y  $\varphi$  son coordenadas angulares utilizadas para describir la orientación del cuerpo  $\mathcal{B}_0$ , y  $\alpha$  y  $\beta$  son coordenadas angulares relativas que describen la orientación de cada tramo de ala externa con respecto al tramo de ala central.

Para orientar el cuerpo  $B_0$  en el espacio con respecto al marco inercial **N** se utiliza una secuencia de rotación 3-2-1 mediante los ángulos de Euler  $\psi$ ,  $\theta$ , y  $\varphi$  definidos anteriormente. Esta secuencia de rotación presenta una singularidad (conocida como *Gimbal-Lock*) cuando el ángulo  $\theta = \pm\pi/2$ . Sin embargo, para la mayoría de las operaciones de vuelo normales, el ángulo  $\theta$  (llamado "ángulo de cabeceo") permanece por debajo de este valor, es decir,  $|\theta| < \pi/2$ .

Como se especificó anteriormente, el enfoque utilizado para derivar las ecuaciones de movimiento asociadas a los grados de libertad externos o globales del sistema está basado en las ecuaciones de Newton-Euler. La cantidad de movimiento lineal del sistema completo se computa entonces por medio del *Teorema de Cantidad de Movimiento Lineal* [7],

$$\sum_{i=0}^{n_b} m_i \frac{N d^2}{dt^2} \mathbf{R}_i = \sum \mathbf{F}, \tag{2}$$

donde  $N d^2 / dt^2$  es la derivada segunda con respecto al tiempo evaluada por un observador fijo al marco de referencia inercial **N**,  $m_i$  es la masa del cuerpo  $i$ , y  $\mathbf{R}_i$  es el vector posición de su centro de masa.

El término izquierdo en la ec. (2), para  $n_b = 4$  se escribe como,

$$\sum_{i=0}^3 m_i \frac{N d^2}{dt^2} \mathbf{R}_i = m_0 \frac{N d^2}{dt^2} \{\mathbf{R}_0\}_{B^0} + m_1 \frac{N d^2}{dt^2} \{\mathbf{R}_1\}_{B^0} + m_2 \frac{N d^2}{dt^2} \{\mathbf{R}_2\}_{B^0} + m_3 \frac{N d^2}{dt^2} \{\mathbf{R}_3\}_{B^0} \tag{3}$$

Por otro lado, el término  $\sum \mathbf{F}$  es el vector resultante de todas las fuerzas externas que actúan sobre el sistema,

$$\begin{aligned} \{\sum \mathbf{F}\}_N &= \{\sum \mathbf{F}_0 + \sum \mathbf{F}_1 + \sum \mathbf{F}_2 + \sum \mathbf{F}_3\}_N = \\ &= -\sum_{i=1}^{12} \frac{\{\mathbf{r}_{Ai}\}_N}{\|\{\mathbf{r}_{Ai}\}_N\|_2} k_i \left( \|\{\mathbf{r}_{Ai}\}_N\|_2 - l_i \right) - \\ &\quad - \sum_{i=1}^{12} \frac{\{\mathbf{r}_{Ai}\}_N}{\|\{\mathbf{r}_{Ai}\}_N\|_2} \left( C_i \frac{d}{dt} \{\mathbf{r}_{Ai}\}_N \right) + \\ &\quad + (m_0 + m_1 + m_2 + m_3) \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{Bmatrix}_N, \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $\{\mathbf{r}_{Ai}\}_N$  para  $i = 1, 2, \dots, 12$ , es el vector posición que representa la elongación de cada conjunto resorte-amortiguador lineal que vincula el cuerpo  $B_0$  a la superficie del túnel de viento,  $k_i$  es la rigidez de cada resorte  $i$ ,  $l_i$  es la longitud indeformada de cada uno de ellos, y  $C_i$  es la constante de amortiguamiento de cada amortiguador  $i$ .

Con el objetivo de simplificar la manipulación algebraica y las expresiones matemáticas resultantes, el término asociado a la aceleración (ver ec. (3)) se escribió respecto al marco de referencia  $\mathbf{B}^0$  fijo al cuerpo  $B_0$ . Por este motivo, y para ser consistente con el análisis, resulta necesario expresar la ec. (4) en el mismo marco de referencia,

$$\{\sum \mathbf{F}\}_{B^0} = [C_{B^0N}] \{\sum \mathbf{F}\}_N. \quad (5)$$

Donde  $[C_{B^0N}]: N \rightarrow B^0$  es una matriz de rotación ortogonal la cual se puede expresar matemáticamente como el producto de matrices ortogonales, cada una de ellas asociada a los ángulos  $\psi$ ,  $\theta$  y  $\varphi$  que intervienen en la secuencia de rotación 3-2-1 elegida,

$$\begin{aligned} [C_{B^0N}] &= [C_{B^0A'}(\varphi)] [C_{A'A}(\theta)] [C_{AN}(\psi)] \quad \text{y} \\ [C_{B^0N}] &= [C_{NB^0}]^{-1} = [C_{NB^0}]^T. \end{aligned} \quad (6)$$

Donde  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{A}'$  son marcos de referencia intermedios.

Reemplazando las ecuaciones (3), (4) y (5) en la ec. (2) y operando algebraicamente, se obtiene,

$$[Mass] \{\ddot{\mathbf{R}}_0\}_{B^0} + \{\mathbf{A}^*\} \ddot{\alpha} + \{\mathbf{C}^*\} \ddot{\beta} = \{\mathbf{a}\} \quad (7)$$

Las expresiones para la matriz de masa  $[Mass]$  y para los vectores  $\{\mathbf{A}^*\}$ ,  $\{\mathbf{C}^*\}$ , y  $\{\mathbf{a}\}$ , son extensas y se hallan desarrolladas en el trabajo de Argüello, M. E. [1].

A continuación, se procede a escribir la cantidad de movimiento angular del sistema completo por medio del *Teorema de Cantidad de Movimiento Angular*,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{M}_{G_0}\} + \{\ddot{\mathbf{R}}_0\} \times \int \mathbf{r} dm &= \frac{d}{dt} [{}^{\mathcal{B}}I_{G_0}] \{{}^N\boldsymbol{\omega}^{B^0}\} + \\ &+ [{}^{\mathcal{B}}I_{G_0}] \{{}^N\dot{\boldsymbol{\omega}}^{B^0}\} + \\ &+ [{}^N\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{B^0}] [{}^{\mathcal{B}}I_{G_0}] \{{}^N\boldsymbol{\omega}^{B^0}\}. \end{aligned} \quad (8)$$

donde:  ${}^{\mathcal{B}}I_{G_0} = {}^{\mathcal{B}}I_{G_0} + {}^{\mathcal{A}}I_{G_0} + {}^{\mathcal{B}}I_{G_0} + {}^{\mathcal{A}}I_{G_0}$ , es el tensor de inercia del vehículo calculado respecto al centro de masa del cuerpo  $B_0$ ,  $G_0$ . Además,  $\{\ddot{\mathbf{R}}_0\}$  es el vector aceleración lineal del centro de masa del cuerpo  $B_0$ , y  $\{{}^N\boldsymbol{\omega}^{B^0}\}$  y  $\{{}^N\dot{\boldsymbol{\omega}}^{B^0}\}$  son los vectores velocidad angular y aceleración angular del marco de referencia  $\mathbf{B}^0$ , fijo al centro de masa del cuerpo  $B_0$ , con respecto al marco  $\mathbf{N}$ .

Adicionalmente, el momento estático del sistema completo con respecto al centro de masa del cuerpo  $B_0$ , se puede escribir como,

$$\left\{ \int \mathbf{r}_{G_0} dm \right\}_{B^0} = m_1 \{\mathbf{r}_{10}\}_{B^0} + m_2 \{\mathbf{r}_{20}\}_{B^0} + m_3 \{\mathbf{r}_{30}\}_{B^0} \quad (9)$$

donde  $\{\mathbf{r}_{ij}\}_{B^0}$  es el vector posición del centro de masa del cuerpo  $B_i$  respecto del marco de referencia fijo al cuerpo  $B_j$ ,  $\mathbf{B}^j$ . El momento  $\mathbf{M}_{G_0}$  de todas las fuerzas que actúan sobre el sistema completo, se computa alrededor del centro de masa del cuerpo  $B_0$ ,  $G_0$ , y se expresa en el marco de referencia fijo al mismo,  $\mathbf{B}^0$ . Para ello se divide el momento en dos partes: *i*) momento producido por los 12 resortes-amortiguadores que vinculan el sistema al túnel de viento, y *ii*) el momento producido por el peso de cada cuerpo,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{M}_{G_0}\}_{B^0} &= \sum_{i=1}^3 \{\mathbf{r}_i\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \{\mathbf{F}_{Ri}\}_N + \\ &+ \sum_{i=4}^6 \{\mathbf{r}_2\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \{\mathbf{F}_{Ri}\}_N + \\ &+ \sum_{i=7}^9 \{\mathbf{r}_3\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \{\mathbf{F}_{Ri}\}_N + \\ &+ \sum_{i=10}^{12} \{\mathbf{r}_4\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \{\mathbf{F}_{Ri}\}_N + \\ &+ m_1 \{\mathbf{r}_{10}\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{Bmatrix}_N \\ &+ m_2 \{\mathbf{r}_{20}\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{Bmatrix}_N \\ &+ m_3 \{\mathbf{r}_{30}\}_{B^0} \times [C_{B^0N}] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{Bmatrix}_N, \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $\{\mathbf{F}_{Ri}\}_N$  es el vector de fuerza ejercida por el resorte-amortiguador número “*i*” sobre el soporte prismático (cuerpo  $B_0$ ), y  $\{\mathbf{r}_k\}_{B^0}$  es el vector posición del vértice número “*k*” del prisma, expresado en coordenadas del marco  $\mathbf{B}^0$ . Reemplazando las ec. (9) y (10) en la ec. (8), y operando, la misma se puede reescribir como,

$$[\tilde{S}t]_{B^0} \{\ddot{\mathbf{R}}_0\}_{B^0} + [{}^{\mathcal{B}}I_{G_0}]_{B^0} \{{}^N\dot{\boldsymbol{\omega}}^{B^0}\}_{B^0} = \{\mathbf{b}\} \quad (11)$$

donde  $[\tilde{S}_B]_{B^0}$  es la expresión matricial del momento estático del sistema completo con respecto al centro de masa del cuerpo  $B_0$ , expresado en coordenadas del marco  $B^0$ . Las expresiones para  $[\tilde{S}_B]_{B^0}$ ,  $[\mathbf{I}_{G_0}]_{B^0}$ , y  $\{\mathbf{b}\}$ , son extensas y se hallan desarrolladas en el trabajo de Argüello, M. E. [1].

Por otro lado, las ecuaciones de movimiento para los grados de libertad internos del sistema (giro de los dos tramos extremos de ala) se derivan vía ecuaciones de Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_{k_{nc}}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

Donde  $L = T - V$ , siendo  $T$  la energía cinética y  $V$  la energía Potencial.  $Q_{k_{nc}}$  representa las fuerzas generalizadas no conservativas asociadas al grado de libertad “ $k$ ”; para nuestro caso  $Q_{k_{nc}} = 0$  ya que los tramos extremos de ala se vinculan al tramo central mediante uniones tipo elásticas sin disipadores. Para obtener las ecuaciones asociadas a los grados de libertad internos del sistema  $q_7 = \alpha$  y  $q_8 = \beta$ , es preciso computar previamente las expresiones de energía cinética y energía potencial del sistema.

La energía cinética total  $T$  del sistema es,

$$\begin{aligned} T = & T_{B_0} + T_{B_1} + T_{B_2} + T_{B_3} = \\ & \frac{1}{2} m_0 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \dot{\mathbf{R}}_0 + \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \cdot \left( {}^{B_0} \mathbf{I}_{G_0} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \right) + \\ & \frac{1}{2} m_1 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \dot{\mathbf{R}}_0 + m_1 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \left( {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \times \mathbf{r}_{10} \right) + \\ & \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \cdot \left( {}^{B_1} \mathbf{I}_{G_0} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \right) + \\ & \frac{1}{2} m_2 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \dot{\mathbf{R}}_0 + m_2 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \left[ {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \times \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{211} \right) \right] + \\ & \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \cdot \left\{ m_2 \left[ \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{211} \right) \cdot \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{211} \right) \right] \mathbf{E} \right\} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} + \\ & - \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \cdot \left\{ m_2 \left[ \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{211} \right) \otimes \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{211} \right) \right] \right\} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} + \\ & + m_2 \left[ \dot{\mathbf{R}}_0 + {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \times \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{211} \right) \right] \cdot \left( {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^2} \times \mathbf{r}_{212} \right) + \\ & \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^2} \cdot \left( {}^{B_2} \mathbf{I}_A {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^2} \right) + \\ & \frac{1}{2} m_3 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \dot{\mathbf{R}}_0 + m_3 \dot{\mathbf{R}}_0 \cdot \left[ {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \times \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{311} \right) \right] + \\ & \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \cdot \left\{ m_3 \left[ \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{311} \right) \cdot \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{311} \right) \right] \mathbf{E} \right\} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} + \\ & - \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \cdot \left\{ m_3 \left[ \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{311} \right) \otimes \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{311} \right) \right] \right\} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} + \\ & + m_3 \left[ \dot{\mathbf{R}}_0 + {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^0} \times \left( \mathbf{r}_{10} + \mathbf{r}_{311} \right) \right] \cdot \left( {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^3} \times \mathbf{r}_{313} \right) + \\ & \frac{1}{2} {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^3} \cdot \left( {}^{B_3} \mathbf{I}_B {}^N \boldsymbol{\omega}^{B^3} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

donde  $\mathbf{E}$  es el tensor identidad y cumple con la siguiente propiedad:  $\mathbf{E}\mathbf{a} = \mathbf{a}$ .

Por otro lado, la energía potencial  $V$  del sistema es,

$$\begin{aligned} V = & V_G + V_E = \\ & = V_{G_0} + V_{G_1} + V_{G_2} + V_{G_3} + V_{E_1} + V_{E_2} = \\ & = gm_0 R_{0_3} + \\ & + gm_1 \left( R_{0_3} + r_{10_3} \right) + \\ & + gm_2 \left( R_{0_3} + r_{20_3} \right) + \\ & + gm_3 \left( R_{0_3} + r_{30_3} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{12} k_i \left( \left\| \{\mathbf{r}_{Ai}\}_N \right\|_2 - l_i \right)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_\alpha \alpha^2 + \frac{1}{2} k_\beta \beta^2 \end{aligned} \quad (14)$$

Donde  $R_{0_3}$  es la componente en dirección 3 (vertical) de  $\{\mathbf{R}_0\}_N$ , vector posición del centro de masa del cuerpo  $B_0$ ,  $G_0$ , respecto del marco inercial  $\mathbf{N}$ . Adicionalmente,  $k_\alpha$  y  $k_\beta$  son las rigideces de los resortes torsionales que vinculan los tramos ala entre sí.

En la ec. (14) se puede observar que la energía potencial  $V$  se compone de una parte que proviene de la acción del campo gravitacional terrestre,  $V_G$  y otra parte que se debe al almacenamiento de energía por deformación de elementos estructurales (resortes),  $V_E$ . Esta última está formada por dos términos, es decir,  $V_E = V_{E_1} + V_{E_2}$ , donde  $V_{E_1}$  es la energía potencial de los resortes que vinculan el sistema al túnel de viento y  $V_{E_2}$  es la energía potencial de los resortes torsionales que vinculan los tramos de ala entre sí.

El paso siguiente es aplicar las ecuaciones de Lagrange para los grados de libertad internos. En particular, para la coordenada  $\alpha$ , se obtiene,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{E}\} \{\ddot{\mathbf{R}}_0\}_{B^0} + \left( \{\mathbf{F}\} + \{\mathbf{G}\} + \{\mathbf{I}\} \right) \left\{ {}^N \dot{\boldsymbol{\omega}}^{B^0} \right\}_{B^0} + \\ + (H + J) \ddot{\alpha} = c \end{aligned} \quad (15)$$

Donde  $\{\ddot{\mathbf{R}}_0\}_{B^0}$  es el vector aceleración lineal del centro de masa del cuerpo  $B_0$ , y  $\left\{ {}^N \dot{\boldsymbol{\omega}}^{B^0} \right\}_{B^0}$  es el vector aceleración angular del marco de referencia  $B^0$ , fijo al centro de masa del cuerpo  $B_0$ , con respecto al marco  $\mathbf{N}$ , expresado en coordenadas del marco  $B^0$ . Además,  $\ddot{\alpha}$  es la aceleración angular con la que el tramo derecho del ala gira respecto al tramo central. Las expresiones para  $\{\mathbf{E}\}, \{\mathbf{F}\}, \{\mathbf{G}\}, \{\mathbf{I}\}, H, J$  y  $c$ , son extensas y se hallan desarrolladas en el trabajo de Argüello, M. E. [1].

De la misma manera, para el grado de libertad  $\beta$ , se tiene:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{K}\} \{\ddot{\mathbf{R}}_0\}_{B^0} + \left( \{\mathbf{L}\} + \{\mathbf{M}\} + \{\mathbf{O}\} \right) \left\{ {}^N \dot{\boldsymbol{\omega}}^{B^0} \right\}_{B^0} + \\ + (N + P) \ddot{\beta} = d \end{aligned} \quad (16)$$

Donde  $\ddot{\beta}$  es la aceleración angular con la que el tramo izquierdo del ala gira respecto al tramo central. Las

expresiones para  $\{\mathbf{K}\}, \{\mathbf{L}\}, \{\mathbf{M}\}, \{\mathbf{O}\}, N, P$  y  $d$ , son extensas y se hallan desarrolladas en el trabajo de Argüello, M. E. [1]

Finalmente, las ecuaciones de movimiento del sistema completo se obtienen “ensamblando” las ec. (7), (11), (15) y (16). La disposición general del sistema a resolver se muestra a continuación,

$$\begin{bmatrix}
 \boxed{[Mass]} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \boxed{\{A^*\}} & \boxed{\{C^*\}} & \boxed{\{\ddot{\mathbf{R}}_0\}_{B^0}} & \boxed{\{a\}} \\
 \boxed{\tilde{S}t_B}_{B^0} & \boxed{{}^B I_{G_0}}_{B^0} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \boxed{\{N \dot{\omega}^{B^0}\}_{B^0}} & \boxed{\{b\}} \\
 \boxed{\{E\}} & \boxed{\{F\} + \{G\} + \{I\}} & \boxed{H+J} & \boxed{0} & \boxed{\ddot{\alpha}} & \boxed{c} \\
 \boxed{\{K\}} & \boxed{\{L\} + \{M\} + \{O\}} & \boxed{0} & \boxed{N+P} & \boxed{\ddot{\beta}} & \boxed{d}
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (17)$$

En la Fig. 3 se muestra un esquema completo del sistema modelado mediante la ecuación matricial ec.(17).

## EL PROGRAMA

El código computacional que implementa el modelo dinámico detallado en la sección anterior sobre un concepto simplificado de X-HALE-UAV fue desarrollado íntegramente en MATLAB y permite al usuario ingresar y/o controlar diferentes parámetros asociados con la configuración de las simulaciones numéricas.

## Integración de ecuaciones de movimiento

El procedimiento adoptado para integrar numéricamente la ec.(17) es el método predictor-corrector de Hamming de cuarto orden [2].

La expresión que vincula los ángulos de Euler con las componentes del vector velocidad angular para una secuencia de rotación 3-2-1 es la siguiente:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^N \omega_1^{B^0} \\ {}^N \omega_2^{B^0} \\ {}^N \omega_3^{B^0} \end{Bmatrix}_{B^0} \quad (18)$$

Previo al proceso de integración, y haciendo uso de la ec.(18), es posible reescribir el sistema de “n” ecuaciones diferenciales de segundo orden, ec.(17), como un sistema de “2n” ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Esta transformación se realiza mediante la introducción del siguiente vector, denominado “vector de estado” del sistema:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} R_{0_1} \\ R_{0_2} \\ R_{0_3} \\ \psi \\ \theta \\ \phi \\ \alpha \\ \beta \\ \dot{R}_{0_1} \\ \dot{R}_{0_2} \\ \dot{R}_{0_3} \\ {}^N \omega_1^{B^0} \\ {}^N \omega_2^{B^0} \\ {}^N \omega_3^{B^0} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Con lo cual se obtiene,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}[\mathbf{x}(t)] \quad (20)$$

Las primeras “n” componentes del vector  $\mathbf{F}$  representan las velocidades generalizadas y las “n” restantes representan las fuerzas generalizadas divididas por sus correspondientes inercias.

## Verificación y validación

Un paso fundamental en el desarrollo de una herramienta numérica está relacionado con el proceso de verificación y validación del código. Para ello se utilizaron dos configuraciones diferentes para el soporte prismático y los tramos de alas externos: i) una configuración de ala simétrica y ii) una configuración de ala antisimétrica. Es importante aclarar que en cada caso se grafica la historia del movimiento de las siguientes variables:

1. Componentes del vector desplazamiento del centro de masa del soporte en el marco inercial  $\mathbf{N}$ :

$$\{\mathbf{R}_0\}_{\mathbf{N}} = \{R_{0_1} R_{0_2} R_{0_3}\}_{\mathbf{N}}^T$$

2. Ángulos de Euler:

$$\begin{cases} \psi \end{cases} \rightarrow 3 - \text{Rotación} \\
 \begin{cases} \theta \\ \phi \end{cases} \rightarrow 2 - \text{Rotación} \\
 \begin{cases} \phi \end{cases} \rightarrow 1 - \text{Rotación}$$

3. Ángulos de deflexión de los tramos extremos de ala:

$$\begin{cases} \alpha \end{cases} \rightarrow \text{Rotación ala derecha} \\
 \begin{cases} \beta \end{cases} \rightarrow \text{Rotación ala izquierda}$$

Los parámetros relativos al integrador numérico son los siguientes:

- Paso de integración  $\Delta t = 0.0001$ .

- Error de convergencia admisible (*prescribed error tolerance*)  $\varepsilon=10^{-15}$ .

Con el objetivo de validar la formulación desarrollada y la correcta implementación del integrador numérico se condujo una prueba que consiste en comparar el período de oscilación del sistema obtenido numéricamente contra los resultados calculados analíticamente. Para llevar a cabo las simulaciones es necesario definir previamente las propiedades al sistema.

En la Fig. 4 se presenta una vista en perspectiva de un cuerpo prismático genérico, la cual incluye la nomenclatura utilizada para indicar las dimensiones del mismo.

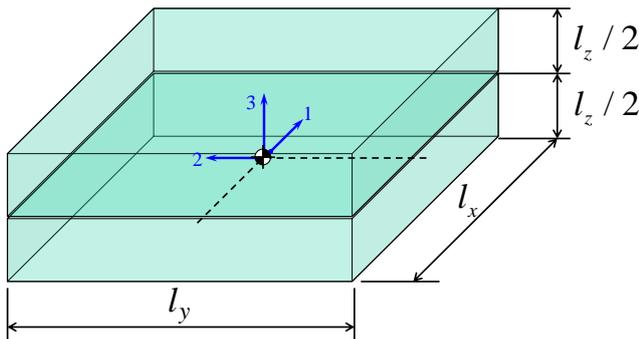


Fig. 4: Dimensiones cuerpo prismático genérico

Las propiedades asignadas al sistema son: masa del soporte  $m_0=0,1[Kg]$ , dimensiones del soporte  $l_{x0}=l_{y0}=l_{z0}=1[m]$ , masa de los tramos de ala  $m_1=m_2=m_3=1[Kg]$ , dimensiones de los tramos de ala  $l_{x1}=1[m]$ ,  $l_{y1}=10[m]$ ,  $l_{z1}=0,1[m]$ , y rigidez de los resortes torsionales  $k_\alpha=k_\beta=100[1/rad]$ .

Con el objetivo de validar el código desarrollado se estudiará, primeramente, la frecuencia natural de oscilación y la forma de los modos de los tramos de ala, considerando el soporte empotrado (es decir,  $\{R_0\}_N=(0;0;0)^T$  y  $\{\psi;\theta;\varphi\}^T=(0;0;0)^T$  para todo t). Para ello es preciso no tomar en cuenta los efectos debidos al campo gravitacional, por lo tanto  $g=0$  durante toda la simulación numérica. Con respecto al conjunto de condiciones iniciales se eligieron dos configuraciones de tal manera que los tramos externos de ala exhiban o bien un movimiento simétrico o un movimiento asimétrico, es decir, un “modo” simétrico o un “modo” asimétrico. A continuación se detalla el estudio de cada uno de estos “modos” por separado.

En primer lugar se analiza el modo simétrico; para ello se excita el ala con una condición inicial:  $\alpha=10^\circ$  y  $\beta=10^\circ$ , tal como se muestra en la Fig. 5.

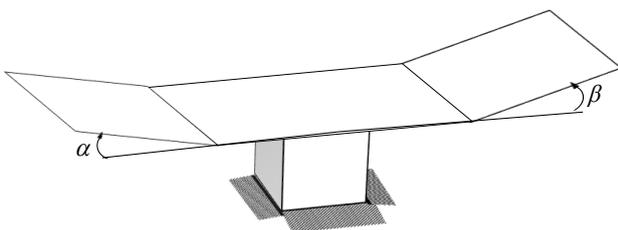


Fig. 5: Modo simétrico

En segundo lugar se analiza el modo asimétrico; para ello se excita el ala con una condición inicial  $\alpha=10^\circ$  y  $\beta=-10^\circ$ , tal como se muestra en la Fig. 6.

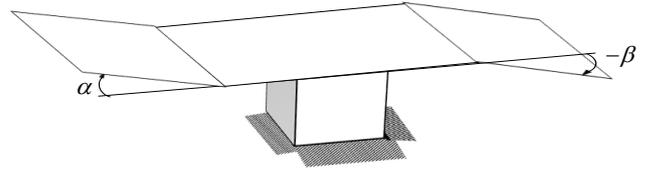


Fig. 6: Modo antisimétrico

En la Fig. 7 se puede apreciar el resultado de la simulación correspondiente al modo simétrico, en este caso se grafica solamente la historia del movimiento de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ , ya que las demás variables que definen la configuración del sistema permanecen nulas para todo tiempo “t”.

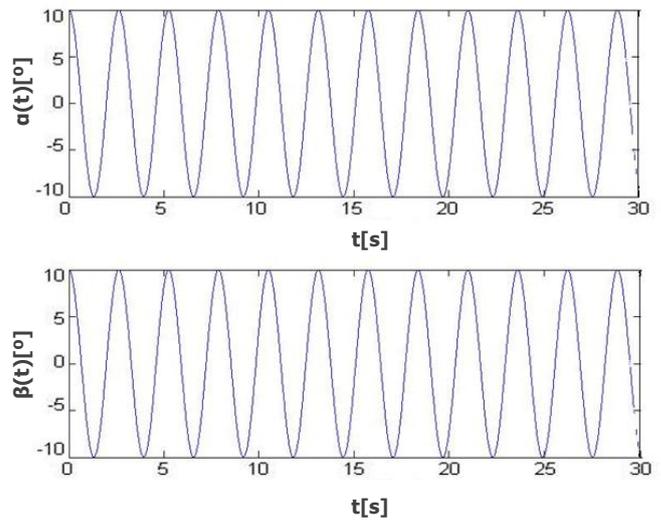


Fig. 7: Simulación modo simétrico

Mientras que en la Fig. 8 se puede apreciar el resultado de la simulación correspondiente al modo asimétrico:

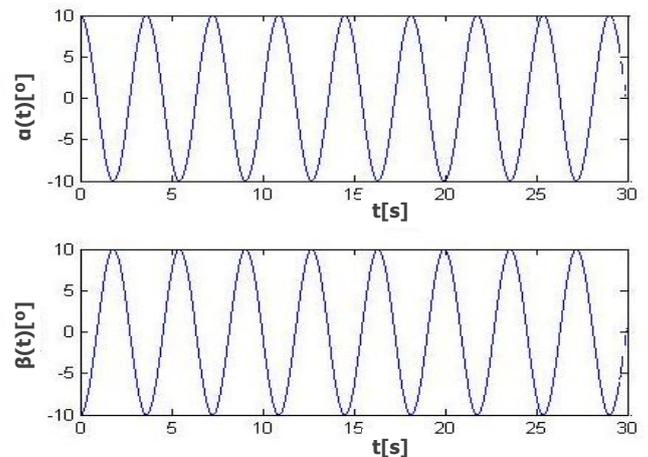


Fig. 8: Simulación modo antisimétrico

Para validar adecuadamente el código desarrollado se calcula analíticamente el valor del período de oscilación “T”, y se lo compara con los resultados provenientes de las simulaciones numéricas efectuadas.

La frecuencia natural de oscilación de una barra rígida vinculada elásticamente a un soporte mediante un resorte de torsión y sin considerar el efecto del campo gravitacional terrestre es  $\omega^2 = k_r / I$  con  $I = 1/3 mL^2$  [7] (siendo  $k_r$  la constante de rigidez,  $m$  la masa de la barra y  $L$  la longitud de la barra). Análogamente, para el caso de las alas externas que componen el sistema estudiado en este trabajo, la frecuencia de oscilación se puede escribir como:  $\omega_\alpha^2 = k_\alpha / I_A$  y  $\omega_\beta^2 = k_\beta / I_B$ . Los momentos de inercia másico de los tramos de alas con respecto al eje de articulación con el tramo central son,

$$\begin{aligned} {}^{B_2}I_A = {}^{B_3}I_B &= \frac{1}{3} m l_y^2 = \\ &= \frac{1}{3} 1 (10^2) = 33,33 [Kgm^2] \end{aligned} \quad (21)$$

Para este caso en particular como los resortes y los tramos de ala son iguales entre sí, se cumple que  $\omega_\alpha = \omega_\beta = \omega$ , es decir, ambos tramos de ala oscilarán con la misma frecuencia natural.

El período de oscilación se calcula entonces como:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/I}} = \frac{2\pi}{\sqrt{100/33,33}} = 3,6274 [s] \quad (22)$$

En la Fig. 8 se puede apreciar que el período de oscilación de la simulación coincide con el período calculado analíticamente, con un error relativo de  $\varepsilon = 0,02\%$ .

## SIMULACIONES NUMÉRICAS

Luego de haber verificado exitosamente el código computacional, se procede a efectuar un estudio de la respuesta dinámica del sistema frente a distintas condiciones iniciales escogidas para simular diversos fenómenos, tales como movimientos con grandes deflexiones alares así como también respuesta dinámica a ráfaga.

### Caso de Estudio N°1: Grandes deflexiones alares

En esta Subsección se estudia el comportamiento dinámico del sistema multicuerpo cuando las alas experimentan grandes deflexiones. Los parámetros del sistema son similares a los utilizados en la Subsección de validación y se incluye el efecto del campo gravitacional terrestre. Además, en este estudio se incorporan los resortes y amortiguadores que vinculan el soporte prismático con el túnel de viento. Las constantes de rigidez de los doce resortes y los doce amortiguadores se introducen mediante un arreglo de dimensión  $12 \times 1$  con los siguientes valores,

$$\begin{aligned} k_i &= (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)^T \times 10^2 [N/m], \\ c_i &= (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)^T \times 10^{-1} [N/m/s]. \end{aligned} \quad (23)$$

Se debe destacar que es posible desactivar uno o varios resortes/amortiguadores mediante la introducción de un valor nulo en la ubicación correcta.

Las condiciones iniciales de posición y velocidad son todas nulas; es decir,

$$\mathbf{x} = \mathbf{0}_{16}, \quad \text{donde } \mathbf{0}_{16} = (0,0,\dots,0)^T \in \mathbb{R}^{16 \times 1} \quad (24)$$

En la Fig. 9, 10 y 11 se pueden apreciar los resultados provenientes de la simulación numérica concernientes a los desplazamientos que experimenta el soporte prismático en tres direcciones ortogonales, las coordenadas angulares que describen la orientación del soporte en el espacio tridimensional y el giro de los tramos de alas relativos al tramo central. En la Fig. 9 se puede advertir que el desplazamiento vertical  $R_{03}$  es pequeño ( $< |0,15|$ ) comparado con la deflexión de los tramos de ala externos ( $\sim 50^\circ$ ) (ver Fig. 11). Adicionalmente en las Fig. 10 y 11 se puede observar que la amplitud de la respuesta del sistema asociado a los desplazamientos  $R_{01}$  y  $R_{02}$  y a las coordenadas angulares  $\psi$ ,  $\theta$  y  $\varphi$  se mantiene por debajo de  $10^{-12}$ . Estos resultados son coherentes con la configuración estudiada, donde los grados de libertad  $R_{01}$ ,  $R_{02}$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  y  $\varphi$  no son excitados y por lo tanto deberían ser idénticamente cero para todo tiempo.

Como consecuencia del acoplamiento dinámico que existe entre los grados de libertad asociados al soporte prismático (SP) y los grados de libertad de los tramos de ala externos (AE) el desplazamiento vertical del SP exhibe un comportamiento oscilatorio que evidencia: i) una componente que surge por la liberación del sistema desde una posición distinta a la posición de equilibrio (muy notoria sobre el transitorio de la respuesta) y ii) otra componente asociada al movimiento oscilatorio de los tramos de alas. A medida que transcurre el tiempo se puede observar como la primera componente desaparece como consecuencia de la disipación introducida por los amortiguadores. El análisis llevado a cabo anteriormente nos permite concluir que el código computacional desarrollado (que implementa el modelo dinámico descrito anteriormente) es capaz de simular adecuadamente configuraciones caracterizadas por grandes deflexiones de los tramos de ala sin que se produzca divergencia de la respuesta. Esto implica que el enfoque adoptado en este trabajo permitiría simular las grandes deflexiones alares que experimentan las aeronaves del tipo X-HALE UAV's en su vuelo normal.

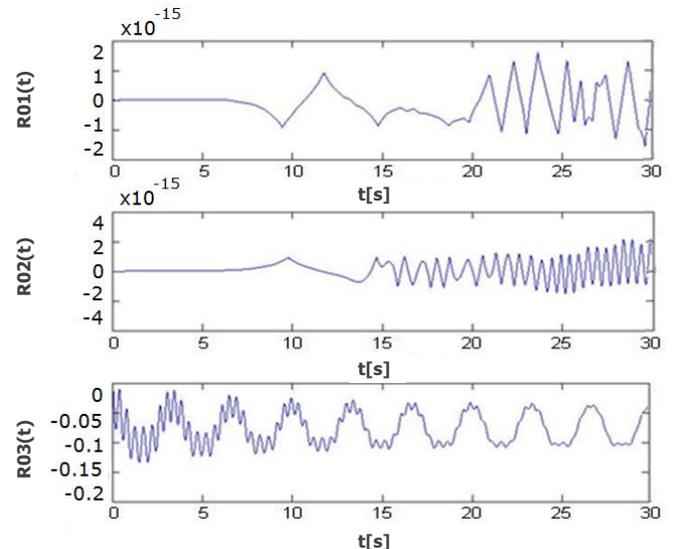


Fig. 9: Desplazamiento centro de masa del soporte (Caso de Estudio N° 1)

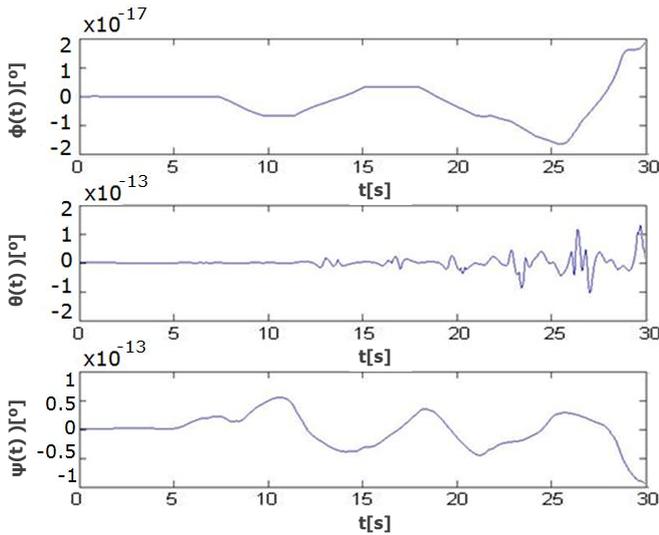


Fig. 10: Ángulos de Euler (Caso de Estudio N°1)

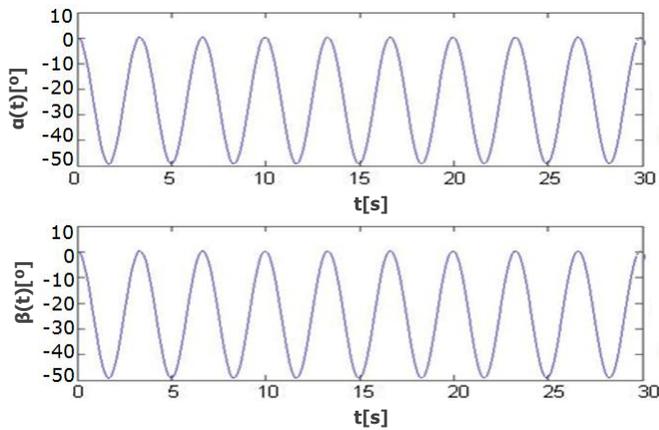


Fig. 11: Ángulos de deflexión alar  $\alpha$  y  $\beta$  (Caso de Estudio N°1)

**Caso de Estudio N°2: Respuesta a Ráfaga**

En este caso se efectúa un estudio relacionado con la respuesta del sistema frente a una ráfaga, es decir un perfil de velocidades con dirección vertical ascendente. Para simular la ráfaga se considera el efecto del campo gravitatorio terrestre y se imponen las siguientes condiciones iniciales,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{0}_{14}^T, \dot{\alpha}, \dot{\beta})^T, \text{ donde } \mathbf{0}_{14} = (0, 0, \dots, 0)^T \in \mathbb{R}^{14 \times 1}, \tag{25}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{0}_{14}^T, 45^\circ, -45^\circ)^T.$$

La masa de cada tramo de ala y del cubo son  $m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = 0,1 [Kg]$  y la rigidez de los resortes es,

$$k_i = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T \times 10^1 [N/m], \tag{26}$$

$$k_\alpha = k_\beta = 100 [1/rad]$$

En este estudio no se consideran los amortiguadores que vinculan el SP al túnel de viento y se estipula un tiempo de simulación de 50[s]. En la Fig. 12 y 13 se presenta la historia del movimiento para los desplazamientos del SP y los ángulos relativos de los tramos de ala relativo al SP.

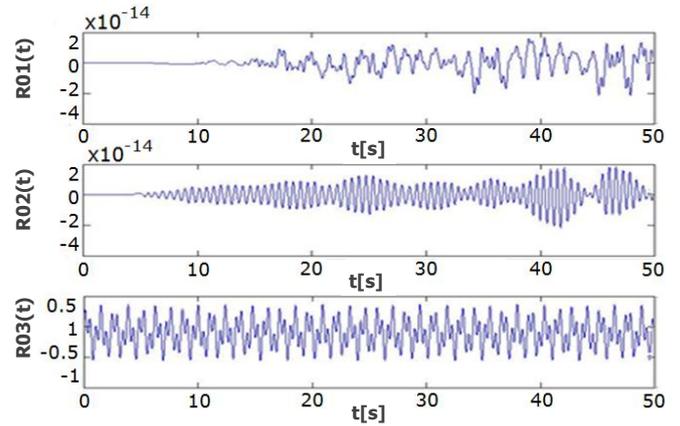


Fig. 12: Desplazamiento centro de masa del soporte (Caso de Estudio N° 2)

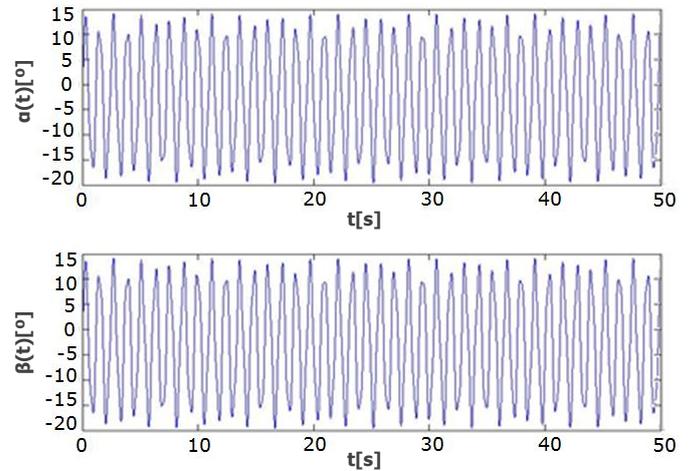


Fig. 13: Ángulos de deflexión alar  $\alpha$  y  $\beta$  (Caso de Estudio N°2)

En la Fig. 12 y 13 se pueden apreciar los resultados provenientes de la simulación numérica concernientes a los desplazamientos que experimenta el soporte prismático en tres direcciones ortogonales y el giro de los tramos de ala relativos al tramo central. En la Fig. 12 se puede advertir que el desplazamiento vertical  $R_{03}$  es pequeño, menor a la unidad ( $< |0,5|$ ), comparado con la deflexión de los tramos de ala externos ( $\sim |20^\circ|$ ) (ver Fig. 13). Adicionalmente en la Fig. 12 se puede observar que la amplitud de la respuesta del sistema asociado a los desplazamientos  $R_{01}$  y  $R_{02}$  se mantiene por debajo de  $10^{-13}$ . Estos resultados son coherentes con la configuración estudiada, donde los grados de libertad  $R_{01}$  y  $R_{02}$ , no son excitados y por lo tanto deberían ser idénticamente cero para todo tiempo. Por razones de espacio se decide no incorporar los resultados provenientes de esta simulación numérica concernientes a las coordenadas angulares  $\psi$ ,  $\theta$  y  $\phi$ , que describen la orientación del soporte en el espacio tridimensional, ya que los mismos no son excitados y por lo tanto son idénticamente cero para todo tiempo.

**Limitaciones del enfoque propuesto**

A pesar de los excelentes resultados obtenidos mediante el enfoque propuesto, el uso de integradores clásicos basados en conservación de energía y cantidad de

movimiento (*energy and momentum-conserving integrators*) para la solución de las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica de sistemas Hamiltonianos no lineales puede conducir a errores significativos; hecho que puede atribuirse con la no preservación de la estructura *simpléctica* del sistema bajo estudio. Para aplicaciones prácticas, donde los intervalos de integración son relativamente pequeños esta violación no constituye un problema mayor. Sin embargo, cuando el principal objetivo es estudiar la estabilidad de un sistema durante intervalos de tiempo largos, los integradores no simplécticos pueden conducir a soluciones que difieran significativamente de la respuesta verdadera del sistema, como por ejemplo la aparición de amortiguamiento espurio, la divergencia de la respuesta o la aparición de un comportamiento aparentemente caótico [9].

En vista de las limitaciones evidenciadas anteriormente, se propone para trabajos futuros reescribir las ecuaciones de movimiento mediante un formalismo Hamiltoniano e investigar la posibilidad de utilizar integradores simplécticos, o integradores que preserven tanto energía y cantidad de movimiento como así también la estructura simpléctica del espacio de fase del sistema; tales integradores son referidos como variacionales [10].

## CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se desarrolló un sistema de ecuaciones híbridas de movimiento para describir la dinámica de un modelo simplificado de aeronave X-HALE-UAV (muy flexible). Este modelo fue implementado exitosamente en una herramienta de simulación elaborada en Matlab que permite integrar interactiva y simultáneamente todas las ecuaciones gobernantes en el dominio del tiempo mediante un esquema predictor-corrector de cuarto orden, el método de Hamming.

La herramienta de simulación elaborada fue validada exitosamente contra casos simples y casos de aplicación práctica con un nivel de complejidad elevado, los cuales permitieron verificar el potencial de la misma para simular movimientos con grandes deflexiones alares, característico de aeronaves de este tipo.

## REFERENCIAS

- [1] Argüello M. E. (2014), "Desarrollo de Simulaciones Numéricas de Alta Fidelidad para Estudiar el Comportamiento Dinámico de un Concepto de Aeronave X-HALE-UAV", Proyecto Final de Carrera, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba.
- [2] Preidikman, S. (1998), "Numerical Simulations of Interactions among Aerodynamics, Structural Dynamics and Control Systems". PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [3] Noll T. et al. (2004), "Investigation of the Helios Prototype Aircraft Mishap, Volume I: Mishap Report", NASA.
- [4] Cesnik, C. et al. (2010), "X-HALE: A Very Flexible UAV for Nonlinear Aeroelastic Tests", The University of Michigan, U.S. Air Force Institute of Technology, US. Air Force Research Laboratory.
- [5] Wittenburg, J. (1997), *Dynamics of Systems of Rigid Bodies*, B.G. Teubner.
- [6] Jazar, R. N. (2011), *Advanced Dynamics: Rigid Body, Multibody and Aerospace Applications*, Wiley & Sons.

- [7] Baruh, H. (1999), *Analytical Dynamics*, WCB/McGraw-Hill.
- [8] Kane, R. T. et al. (1993), *Spacecraft Dynamics*, McGraw-Hill.
- [9] Rangarajan, G. (1997), "Symplectic integration of nonlinear Hamiltonian systems", *Journal of Physics*, Vol. 48, No. 1, pp. 129-142.
- [10] Kane, C., Marsden, J. E., Ortiz, M., and West, M. (2000), "Variational integrators and the Newmark algorithm for conservative and dissipative mechanical systems", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 49, pp. 1295-1325.
- [11] Manish R. Bhatt (2012), "Solar Power Unmanned Aerial Vehicle: High Altitude Long Endurance Applications (HALE-SPUAV)", *A project presented to The Faculty of the Department of Mechanical and Aerospace Engineering*, San Jose State University.