

EXPERIENCIAS DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA QUE PRODUCEN PROYECTOS DE MODELIZACIÓN DESDE UNA PERSPECTIVA SOCIO-CRÍTICA¹

PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' EXPERIENCES IN MODELLING PROJECTS FROM A SOCIO-CRITICAL MODELLING PERSPECTIVE

Mónica E. Villarreal, Cristina B. Esteley, Silvina Smith

Universidad Nacional de Córdoba, República Argentina. mvilla@famaf.unc.edu.ar

Palabras Clave

proyectos de modelización matemática
formación de futuros profesores
perspectiva socio-crítica
modelización del mundo real

Resumen

Este trabajo presenta resultados parciales provenientes de un proyecto de investigación cuyo objetivo es caracterizar las experiencias vividas por futuros profesores de matemática al trabajar con proyectos de modelización matemática. Se presentan los temas no matemáticos que se seleccionaron libremente y los contenidos matemáticos para diseñar y desarrollar proyectos de modelización matemática. Se analizan aspectos de la perspectiva socio-crítica vinculada con modelización matemática que se hacen evidentes en los proyectos desarrollados. El análisis realizado revela que: (a) las problemáticas seleccionadas pueden ser categorizadas como: socio-económicas, ecológicas, de relevancia personal y focalizadas en aspectos didácticos o matemáticos y (b) los contenidos matemáticos involucrados en los proyectos estaban asociados con estadística, probabilidad y análisis matemático. El estudio de un proyecto particular sobre basura y recolección de residuos reciclables revela características de la perspectiva socio-crítica de la modelización, dificultades en el proceso de modelización matemática y reflexiones educativas.

Key words

mathematical modelling projects
pre-service teacher education
socio-critical perspective
real-world modelling

Abstract

Partial findings from a research project aimed at characterising experiences in mathematical modelling projects carried out by pre-service mathematics teachers are reported. Also reported in this paper are the non-mathematical themes selected and the mathematical content used in designing and developing free mathematical modelling projects. Aspects of the socio-critical modelling perspective present in such projects are also analysed. This analysis revealed that: (a) the selected themes can be categorized as socio-economic, ecological, personally relevant, didactical and mathematically focused; (b) the mathematical contents involved in the projects were associated with statistics, probability, and analysis. The study of a single project about trash and recyclable collection reveals characteristics of socio critical modelling perspective, difficulties of the mathematical modelling process, and educational reflections.

Cita sugerida: Villarreal, M., Esteley, C., Smith, S. (2019). Experiencias de futuros profesores de matemática que producen proyectos de modelización desde una perspectiva socio-crítica. *Contextos de Educación* 26 (19): 72-82

1. MODELIZACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DE PROFESORES

La incorporación de aplicaciones de modelos matemáticos a problemas del mundo real (en el sentido de Blum, 2002) o el desarrollo de actividades de modelización en clases de matemática en diferentes niveles educativos, es una tendencia que se ha extendido en décadas recientes en el contexto internacional (Kaiser, van der Kooij y Wake, 2013; Stillman, Kaiser, Blum, y Brown, 2013b). Más recientemente, algunas actividades extracurriculares de modelización han ganado popularidad en algunos lugares del mundo (Stillman, Brown y Galbraith, 2013a). Si bien hay consenso en que las actividades de modelización deberían jugar un rol importante en la educación matemática, aún se detectan resistencias y obstáculos vinculados con la modelización matemática (MM), tanto en las escuelas como en la universidad (Silveira y Caldeira, 2012).

En nuestro contexto local², varios documentos curriculares (nacionales o provinciales) ofrecen algunas recomendaciones para trabajar con MM en escuelas del nivel secundario y durante los procesos de formación de futuros profesores de matemática³. En el Diseño Curricular para la provincia de Córdoba (Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba, 2011), se sugiere considerar la modelización para resolver problemas internos o externos a la matemática y se alienta el estudio de las limitaciones del modelo matemático para explicar un problema o fenómeno en estudio. Los documentos curriculares también enfatizan las relaciones entre mundo real y matemática por medio de procesos de modelización; sin embargo, la mayoría de las actividades que se encuentran en textos y clases de matemática son aplicaciones ilustrativas (Muller y Burkhardt, 2007) que buscan resolver problemas de semi-realidad (Skovsmose, 2001). Si bien existen experiencias locales de escuelas secundarias que trabajan con proyectos de MM de naturaleza abierta (Villarreal, Esteley y Mina, 2010; Villarreal y Esteley, 2013), el involucramiento de profesores, futuros profesores o estudiantes con modelización activa⁴ es todavía escaso.

Muchos educadores matemáticos consideran que si pretendemos que la modelización se torne una tendencia en el nivel escolar, los futuros profesores deberían tener experiencias con actividades de MM (Doerr 2007; Lingefjärd, 2007; Widjaja, 2013). Según Doerr, “Los futuros profesores necesitan tener experiencias de modelización que ofrezcan una variedad de contextos y herramientas, y que los involucre en un meta-análisis de su actividad de modelización” (p.77). Lingefjärd afirma que:

...para que la modelización se convierta en parte del trabajo y la práctica de un profesor, las experiencias que se le proporcionen en el transcurso de su propio aprendizaje de la matemática deberían ayudarlo a construir una imagen de la enseñanza y el aprendizaje que se vea mejorada por la modelización (2007, p. 477).

Siguiendo dichas apreciaciones, Widjaja realizó un estudio exploratorio de casos con futuros profesores de Indonesia, con el fin de crear conciencia sobre el trabajo con MM y con la idea de proveer a los futuros profesores de conocimientos y habilidades para diseñar clases centradas en los estudiantes.

Si focalizamos nuestra atención en la formación de profesores de matemática en Argentina, podemos encontrar afirmaciones provenientes de documentos oficiales recientes, en los que se sostiene la importancia y necesidad de introducir actividades de MM durante la formación inicial de los profesores de matemática. Mientras tanto, la enseñanza de la matemática durante dicha formación inicial en nuestra universidad, por lo general da poco espacio para la modelización activa. Esto sugiere que para cambiar esta situación y dar cuenta de las exigencias curriculares es necesario revisar y actuar en la formación de los profesores.

De acuerdo con las ideas de Doerr (2007) y Lingefjärd (2007), y considerando nuestro contexto local, decidimos proponer un escenario de MM en el que los futuros profesores tuviesen la oportunidad de experimentar un proceso completo de MM. Un escenario de MM se caracteriza por la presencia de un conjunto de espacios, situaciones, condiciones, materiales, acciones e interacciones que dan sentido al proceso de MM transformándolo en una experiencia que pretende introducir en contextos educativos la MM como enfoque o abordaje pedagógico y como actividad matemática (Esteley, 2010).

En nuestra propuesta, promovimos la creación de escenarios de MM caracterizados por: a) la naturaleza abierta de las actividades, debido a la libre elección de un tema del mundo real para el estudio y la formulación de preguntas y a la ausencia de contenidos matemáticos predeterminados a ser enseñados; b) el carácter interdisciplinario de la tarea; c) la promoción de reflexiones acerca de la matemática, los modelos creados y el papel social de la matemática y la MM y d) el dominio del proceso de modelización completo. La creación de tales escenarios suele alentar y promover el tratamiento de aspectos sociales críticos. Las actividades de modelización con estas características, pueden ser reconocidas como pertenecientes a la perspectiva de la modelización socio-crítica (Kaiser y Sriraman, 2006), en la que se inscribe nuestro trabajo. Para estos autores, tal perspectiva:

... enfatiza el rol de la matemática en la sociedad y afirma la necesidad de promover el pensamiento crítico acerca del rol de la matemática en la sociedad, del rol y la naturaleza de los modelos matemáticos y de la función de la modelización matemática en la sociedad (2006, p. 306).

Así, para esta perspectiva, un objetivo principal de la enseñanza es la promoción del desarrollo del pensamiento crítico y los debates de los estudiantes durante el proceso de MM. Esta perspectiva particular tiene sus raíces en Brasil, donde está estrechamente relacionada con el movimiento etnomatemático. Además, la perspectiva socio-crítica está fuertemente asociada al trabajo con proyectos temáticos desarrollado por Skovsmose (1994, 2001) en el marco de la Educación Matemática Crítica. La bibliografía vinculada con esta perspectiva está creciendo en la comunidad internacional de educadores matemáticos. Ejemplos de tal bibliografía son los trabajos de Araújo (2012), Greer, Verschaffel, y Mukhopadhyay, (2007), Julie y Mudaly (2007) y Barbosa (2006), que ofrecen discusiones sobre el compromiso de los alumnos o profesores con la MM de problemáticas sociales y cómo la modelización podría ser usada como una herramienta para el análisis crítico de situaciones injustas o discriminatorias o de problemáticas socialmente relevantes en sus contextos locales. Nuestro trabajo aporta a la perspectiva socio-crítica al estudiar escenarios de MM creados para futuros profesores. En este sentido, se diferencia de otras experiencias de trabajo con MM con futuros profesores que se focalizan en el desarrollo de la habilidad de modelizar, como es el caso de Widjaja (2013).

En síntesis, decidimos crear un escenario de MM para los futuros profesores y considerar tal experiencia desde un punto de vista investigativo con el objetivo de: (a) analizar el contenido matemático que utilizaron para crear un modelo matemático, las problemáticas que seleccionaron al diseñar y desarrollar proyectos de MM y las relaciones de dichos temas con preocupaciones sociales y (b) estudiar las características y dificultades de la perspectiva de modelización socio-crítica presente en los proyectos de modelización. Considerando este último objetivo y, debido a limitaciones de espacio, en este artículo restringimos el análisis a un proyecto de modelización particular.

2. ABORDAJE METODOLÓGICO

Para poder dar cuenta de nuestros objetivos, desarrollamos una investigación de naturaleza cualitativa basada en datos provenientes de un estudio que venimos desarrollando desde hace tiempo y vinculado con el desarrollo profesional de futuros profesores que se involucran en escenarios de modelización. En el presente trabajo nos focalizamos en el análisis de 11 proyectos de MM desarrollados por estudiantes del profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física⁵ de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. En esta institución, la carrera de profesorado es una carrera de grado de cuatro años de duración en la que el 66% de los cursos son de matemática y están a cargo de matemáticos. El resto de los cursos tratan problemáticas educativas, incluyendo en este grupo cursos específicos de educación matemática. En los cursos de matemática, los futuros profesores no trabajan con auténticos procesos de MM. Estos cursos se centran principalmente en matemática pura, con algunas pocas aplicaciones de modelos conocidos a fenómenos provenientes de contextos extra-matemáticos.

El contexto de nuestra investigación se enmarcó en un curso anual de educación matemática denominado Didáctica Especial y Taller de Matemática. Durante el período 2010-2012, dicho curso fue impartido por dos educadoras matemáticas, siendo al menos una de ellas investigadora de nuestro equipo⁶. En el

mencionado curso, las profesoras, junto a los futuros profesores, discutieron diferentes tendencias en el campo de la Educación Matemática: resolución de problemas, educación matemática crítica, uso de tecnologías en la enseñanza o aprendizaje de la matemática, etnomatemática y modelización matemática. Con el objetivo de permitir a los futuros profesores vivenciar un proceso completo de MM, les pedimos que desarrollaran, en pequeños grupos, proyectos de MM a partir de la libre elección de un tema del mundo real de su interés. Al final, tuvieron que elaborar un informe escrito y presentar oralmente su trabajo a toda la clase. La decisión de llevar a cabo actividades de MM en un curso de educación matemática estuvo motivada no solo por la riqueza y las oportunidades que ese entorno ofrece a los futuros profesores, sino también por la consideración de las futuras demandas curriculares a las que se enfrentarán como profesores de matemática. Esta experiencia se repitió con tres cohortes de futuros profesores, 2010-2012.

Nuestras principales fuentes de datos fueron los informes escritos producidos por 11 grupos de futuros profesores de las cohortes 2010-2012, los videos de las presentaciones orales realizadas en el año 2011 y nuestras notas de campo.

En nuestro análisis, nos focalizamos primero en los 11 proyectos de modelización, considerando las siguientes dimensiones: el contenido matemático presente, las problemáticas estudiadas y sus relaciones con cuestiones sociales. Finalmente, estudiamos en profundidad un proyecto de modelización desarrollado por un grupo, desde la perspectiva de modelización socio-crítica. También nos referimos a algunas dificultades o desafíos emergentes que son relevantes para la futura práctica profesional de los futuros profesores.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A fin de presentar nuestros resultados, analizamos primero los 11 proyectos de modelización en general y luego nos focalizamos en un proyecto particular.

3.1 Los proyectos de modelización matemática

A partir de un análisis general de los datos, especialmente de los informes escritos, reconocemos que hubo diversidad en los temas propuestos por los futuros profesores, así como en las problemáticas que parecen motivar la selección de estos temas. Para sistematizar los datos, los proyectos fueron primero analizados y luego clasificados según el contenido matemático utilizado, las problemáticas y su relación con preocupaciones sociales. La Tabla 1 muestra las cuatro áreas principales de contenido matemático que se evidenciaron en los 11 proyectos considerados. Como se muestra en la tabla, los futuros profesores abordaron sus problemas apelando principalmente a la estadística, la probabilidad o el análisis matemático. Dentro de estas áreas utilizaron, en general, solo un conjunto reducido de herramientas. Los proyectos en los que usaron estadística o probabilidad, se basaron en encuestas y tablas de frecuencias. Aquellos que apelaron al análisis matemático, limitaron su uso casi exclusivamente a funciones de R en R , en su mayoría lineales o afines, aunque también aparecieron otras funciones: funciones afines de dos variables en un proyecto sobre captación de agua en zonas secas, funciones exponenciales y logarítmicas en un proyecto relativo a la recuperación de la inversión en un determinado negocio y funciones de proporcionalidad inversa en un proyecto en el que se estudió la problemática de la basura y la recolección de residuos reciclables.

Tabla 1. Contenidos matemáticos en los proyectos

Contenido matemático	Proyectos de MM de los futuros profesores
Estadística	Consumo de energía eléctrica en el hogar Consumo de agua en el hogar
Probabilidad	Juegos de lotería Transmisión genética y características humanas
Funciones lineales	Tiempo de espera en el comedor universitario Abastecimiento de gas en garrafas en una localidad rural Consumo de soja Basura y recolección de residuos reciclables
Funciones no lineales	Recuperación de la inversión para un cierto negocio (funciones exponencial y logarítmica) Basura y recolección de residuos reciclables ($f(x)=c/x$) Captación de agua en zonas secas (función de dos variables)
Programación lineal	Gastos de viaje escolar de fin de curso

Un segundo análisis nos permitió clasificar los proyectos teniendo en cuenta las problemáticas seleccionadas por los futuros profesores. Pudimos distribuir los proyectos en cinco grupos, como se muestra en la Tabla 2. Estas categorías fueron: problemáticas socioeconómicas, problemáticas ecológicas, problemáticas de interés personal, propuestas didácticas y proyectos centrados en la matemática.

Cuando relacionamos los temas y problemas formulados por los futuros profesores con problemáticas sociales, nos dimos cuenta de que los proyectos incluidos en las dos primeras categorías trataban auténticas preocupaciones sociales. Esto se infiere de la naturaleza de los problemas formulados y de la forma en que los futuros profesores analizaron estos temas en sus informes escritos o presentaciones orales. Los futuros profesores que desarrollaron el proyecto centrado en la falta de agua, consideraron que tal cuestión constituía un problema social y particularizaron su estudio a una zona rural de la provincia de Córdoba que se caracteriza por tener serios problemas para acceder al agua potable. El modelo construido fue luego examinado críticamente por sus autores en base a las condiciones culturales, económicas o naturales de la región seleccionada. Los futuros profesores que focalizaron su estudio en problemáticas ecológicas propusieron temas que pueden considerarse suficientemente abiertos, ya que afectan a todos los sectores de la sociedad; sin embargo, trataron dichos temas desde un punto de vista local. En este grupo dos de los proyectos particularizaron el estudio al consumo de agua o electricidad en sus hogares, mientras que el tercero extendió el tema, considerando la recolección de basura y de residuos reciclables en su ciudad (Córdoba). Esta distinción le confirió mayor relevancia a este último proyecto, debido a la variedad de datos, así como a las implicaciones de los resultados en términos de propuestas y críticas. Analizamos este proyecto en la siguiente subsección.

Tabla 2. Clasificación de los proyectos por problemática

Problemática	Proyectos de MM de los futuros profesores
Socio-económica	Captación de agua en zonas secas
Ecológica	Consumo de agua en el hogar Consumo de energía eléctrica en el hogar Basura y recolección de residuos reciclables
Personal	Tiempo de espera en el comedor universitario Abastecimiento de gas en garrafas en una localidad rural Transmisión genética y características humanas Consumo de soja
Didáctica	Gastos de viaje escolar de fin de curso
Matemática	Juegos de lotería Recuperación de la inversión para un cierto negocio

Observamos que los temas seleccionados destacan diferentes perspectivas y relaciones entre los futuros profesores y los contextos que los rodean. Algunos proyectos están estrechamente relacionados con sus contextos cotidianos, mientras que otros amplían sus perspectivas y contextos locales. Algunos proyectos se centran en micro aspectos de la sociedad, mientras que otros lo hacen en macro aspectos. Estas cuestiones no solo se hacen evidentes en el tipo de entorno seleccionado para los proyectos, sino también en las condiciones impuestas, la recolección de datos y el alcance de las conclusiones y propuestas. Estas diferencias se derivan del compromiso que los futuros profesores son capaces de establecer con sus propios contextos socio-ambientales y con la forma en que entienden las ideas relacionadas con la perspectiva socio-crítica de la MM tratada durante el curso de educación matemática.

3.2 El proyecto sobre la basura y la recolección de residuos reciclables

En esta sección nos concentramos en un caso particular, un proyecto relacionado con recolección de basura y residuos reciclables. Tal proyecto ilustra el proceso de MM seguido por un grupo de dos futuras profesoras, Irene y Rosa. Analizamos parte de su proyecto. Todas las figuras y citas utilizadas provienen de la presentación oral que prepararon para mostrar su trabajo a toda la clase. Esta presentación fue filmada.

Irene y Rosa se refirieron a las dificultades que tuvieron para seleccionar un tema y formular problemas para resolver. Mencionaron todos los temas que se les ocurrieron como una especie de “lluvia de ideas”: reservas de petróleo y tipos de usos, accidentes automovilísticos, forestación y deforestación, transporte, música y matemática, y basura y recolección de residuos reciclables, siendo el último el tema seleccionado. Las razones de su elección final fueron dos: reconocieron que la recolección de residuos reciclables tiene una función social y que es una problemática presente en nuestra ciudad, Córdoba. Después de seleccionar el tema, formularon varias preguntas: “¿Qué cantidad de basura reciclable se recolecta por día/semana? ¿Se clasifica? ¿Cuáles serían las clases? ¿Qué cantidad de beneficiarios tienen este servicio? ¿Todos separan la basura?”. Luego buscaron información para responder sus preguntas. Investigaron acerca de la recolección diferenciada de basura y los aspectos ambientales y sociales relacionados con ella, incluidos los beneficios del reciclado. Entrevistaron a un empleado del gobierno de la ciudad a cargo del programa de reciclado de la basura y visitaron el sitio web de este programa. Finalmente, accedieron a los resultados del censo de población y vivienda 2010 de Córdoba.

Teniendo en cuenta las preguntas que habían formulado, Irene y Rosa se mostraron preocupadas por el tipo de complejidad matemática que podrían involucrar sus modelos. Durante su presentación oral, dijeron que al comienzo de su proyecto querían obtener una fórmula sofisticada, o aplicar matemática más complicada, no solo modelos lineales. Posteriormente, luego de una búsqueda exhaustiva en Internet y de discutir muchos aspectos relacionados con la basura, decidieron que el objetivo principal de su proyecto sería *modelizar para concientizar* y no *modelizar para obtener una súper fórmula*. Esta decisión evidencia una preocupación de las futuras profesoras con cuestiones sociales relacionadas con la basura. En este caso, la matemática está subordinada a un objetivo social, es una herramienta para comprender el fenómeno y pensar sobre él.

Teniendo en cuenta todos los datos y la información que recopilaron, las estudiantes plantearon las siguientes hipótesis:

- Los habitantes de Córdoba no dimensionan la cantidad de basura reciclable que producen.
- Al año producimos más de nuestro peso en basura.
- Un gran porcentaje de basura que podría ser reciclada se tira junto con la basura común.

Luego de establecer sus primeras hipótesis, consideraron los siguientes datos: la ciudad de Córdoba cuenta con 1.329.604 habitantes según el censo 2010; los habitantes de Córdoba producen 1.500.000 kg de basura por día; 31% de la población separa la basura; se recogen 28 t de basura por día. Basándose en estos datos, Irene y Rosa plantearon una hipótesis adicional: *cada persona produce una cantidad similar de basura reciclable*. Con esta suposición y usando toda la información disponible, Irene y Rosa

comenzaron a producir sus modelos lineales en forma de indicadores numéricos, como el que se muestra en la Figura 1a, considerando el cociente entre la cantidad total de basura recolectada por día y la población total de la ciudad de Córdoba. De esta forma, obtuvieron un primer indicador numérico: los habitantes de Córdoba producen 1,3 kg de basura por día por persona. La Figura 1b muestra otro indicador: si el 31% de la población separa la basura y eso significa que tenemos 28 t de basura reciclable por día, entonces, suponiendo que cada persona produzca la misma cantidad de basura reciclable por día, los habitantes de Córdoba producen 90,32 t de basura reciclable por día.

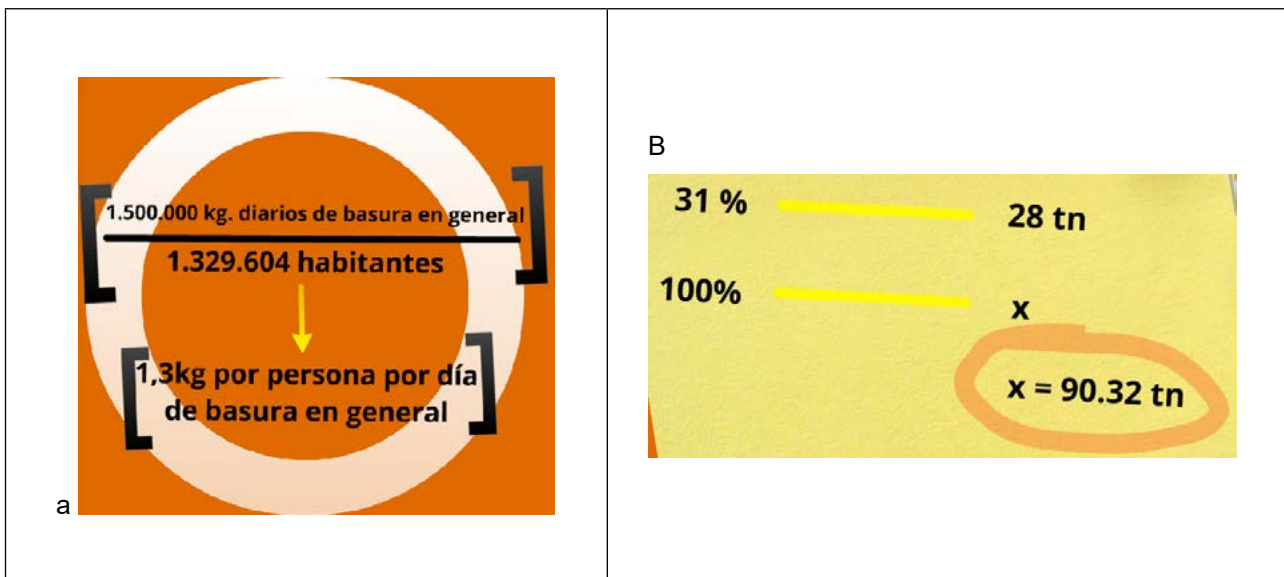


Figura 1. Indicadores numéricos mostrados por Irene y Rosa en su presentación oral

Después de este cálculo, Irene y Rosa formularon la siguiente pregunta: “¿Tenés idea de lo que significan 90,32 t?”. Para responder a esta pregunta, hicieron un video. El video muestra una representación visual destinada a dar una idea de qué porcentaje de la basura reciclable está siendo reciclada en Córdoba (ver Figura 2).

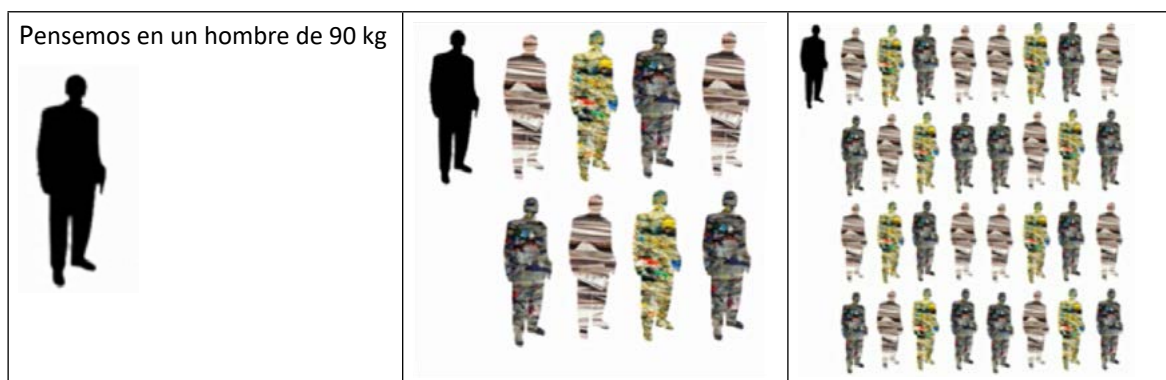


Figura 2. La secuencia del video

El video comienza proponiendo que el espectador piense en un hombre de 90 kg. Bajo esta suposición, se necesitarían 1003 hombres para obtener 90,32 t. Luego, una secuencia de imágenes de *hombres basura* (hombres vestidos de basura) comienza a aparecer hasta llegar a 1003 unidades. Luego de esas imágenes, aparecen los siguientes textos: “De las 90,32 toneladas, sólo un 31% son recolectados por el servicio de recolección diferencial. El resto va a parar a la basura común”. Finalmente, la imagen con los 1003 *hombres basura* se divide representando el porcentaje de hombres reciclados con el texto final

que dice: “Es decir, de los 1003 ‘*hombres basura*’, sólo 311 son recuperados para ser reciclados. Los 692 restantes son arrojados junto con la basura común”. Este video es una forma de dar cuenta del objetivo que Irene y Rosa se habían planteado: modelizar para concientizar.

Irene y Rosa concluyeron su presentación oral diciendo que el tema seleccionado tenía muchas posibilidades para ser tratado a nivel escolar. Ellas también proyectaron formas de continuar estudiando la problemática de la basura teniendo en cuenta un nuevo objetivo: *modelizar para incentivar* el reciclado de residuos.

Durante el análisis del trabajo de Irene y Rosa, nos enfocamos en dos aspectos principales: (1) dificultades que enfrentaron durante el proyecto de modelización y (2) reflexiones educativas que hicieron durante el desarrollo del proyecto de modelización. En relación a las dificultades, podríamos identificar dos. La primera fue para seleccionar el tema, la cual se evidenció en la forma en que presentaron tal selección usando la denominación *lluvia de ideas*. Los criterios de selección estuvieron relacionados con preocupaciones sociales. En su presentación oral afirmaron: “nos vamos a concentrar en una problemática local y que tenga una función social”. Una segunda dificultad fue que la sólida formación matemática de las estudiantes del profesorado y el contexto institucional parecían imponer ciertas restricciones con respecto a qué matemática usar. Irene dijo: “Pensamos que un modelo debería ser una fórmula complicada que implica muchas variables. Nos tomó un tiempo entender que el fenómeno podría describirse linealmente... “A partir de estas palabras, podemos inferir que sintieron que el tipo de contenido matemático que estaban usando no era del nivel esperado por sus profesores de matemática en la universidad.

Con respecto al segundo aspecto, usaremos sus propias palabras para mostrar las reflexiones educativas que hicieron mientras desarrollaban su proyecto de modelización:

Rosa: *“A cada rato pasábamos de estar de alumno a profe, o sea... somos alumnas que estamos haciendo el trabajo, pero a la vez nos poníamos a ver si se lo planteábamos a un alumno...y era todo el tiempo movernos en ese espacio”* (presentación oral).

Irene: *“Yo también lo que pensaba es que... esto tranquilamente se podía hacer con chicos chicos y es mucho más entretenido que hacer reglas lineales, de esos ejercicios típicos del paradigma de la ejercitación que no te llevan a ningún lado y...También... a mí me interesaba el trabajo porque es leer la matemática de la realidad, es saber interpretar la matemática que está en la realidad de todos los días... esta es una lectura crítica de la matemática de todos los días, de lo que uno hace todos los días, y que ahí están los porcentajes...”*

Las palabras de Irene y Rosa ilustran un meta-análisis sobre su actividad de modelización enfocándose en su tarea futura como docentes. Su experiencia con la modelización parece proporcionar una visión sobre *la matemática de la realidad* y su relación con un contenido matemático particular (porcentajes). La reflexión sobre la propia matemática les permite imaginar posibles y futuros contextos de aprendizaje relacionados con la matemática del día a día.

4. CONSIDERACIONES FINALES

Teniendo en cuenta los 11 proyectos de modelización producidos por los futuros profesores, los resultados han proporcionado evidencias y ejemplos de las peculiaridades de trabajar en escenarios de MM en los cuales los futuros profesores tienen la oportunidad de seleccionar temas y formular problemas libremente. Las diferentes problemáticas consideradas para los proyectos de MM ofrecen a los futuros profesores condiciones para pensar acerca del uso de la matemática en diferentes contextos reales, imaginar escenarios de MM para sus futuras clases y discutir el rol de la matemática para tratar problemas sociales.

Teniendo en cuenta el trabajo realizado por Irene y Rosa, nos gustaría destacar que, como otros futuros profesores en nuestro estudio, ellas pudieron desarrollar un proyecto de MM a partir de una perspectiva de modelización socio-crítica. Este proyecto promovió reflexiones acerca de la matemática en sí misma, de los modelos creados y del rol social de la matemática. Para llevar a cabo el proyecto, Irene y Rosa tuvieron que superar dos obstáculos principales: uno de ellos estaba relacionado con la selección de temas y problemas significativos y el otro estaba asociado con su experiencia como estudiantes en el contexto

institucional de la universidad. Estos obstáculos fueron superados cuando ellas se dieron cuenta de que estaban teniendo una nueva experiencia de aprendizaje. Esta nueva experiencia tuvo que ver con: 1) una nueva forma de hacer matemática y entender sus implicaciones para el mundo real; 2) la posibilidad de imaginarse a sí mismas como profesoras de matemática.

Nuestra investigación sugiere que cuando los estudiantes del profesorado desarrollan libremente proyectos de MM en el contexto de un curso regular de educación matemática, pueden discutir cuestiones educativas relacionadas con la MM. Nuestro escenario de MM difiere de otros escenarios propuestos para estudiantes universitarios, como por ejemplo el que estudiaron Caron y Bélair (2007). En su caso, los proyectos de MM abiertos fueron llevados a cabo por los estudiantes como tarea para un curso de MM en el que trabajaron con temas del mundo real seleccionados por el profesor a cargo, centrándose en el desarrollo de competencias de modelización en los estudiantes.

De acuerdo con las ideas de Doerr (2007) y Lingefjärd (2007), consideramos que nuestros hallazgos evidencian la importancia de las experiencias de MM para los futuros profesores, tales como las que también ofrece el trabajo de Widjaja (2013) (aunque en este caso los futuros profesores trabajaron con una sola tarea de modelización asignada a toda la clase). Las experiencias que reportamos también contribuyen a la discusión de cuestiones sociales relacionadas con la matemática, que consideramos una dimensión importante, pero a veces olvidada, de la educación matemática.

En resumen, podemos afirmar que las experiencias con MM durante la formación de futuros profesores contribuyen con el objetivo educativo de promover y extender la MM como una tendencia pedagógica importante y una actividad matemática en la escuela. En este sentido, y aunque no es el centro de atención de este trabajo, quisiéramos destacar que las experiencias de MM vividas por nuestros futuros profesores animaron a algunos de ellos a crear propuestas didácticas con diferentes tipos de tareas de modelización abierta para llevar a cabo durante su período de práctica docente supervisada en las escuelas.

NOTAS

¹Traducido con permiso de: Springer. Pre-service mathematics teachers' experiences in modelling projects from a socio-critical modelling perspective, Villarreal, M., Esteley, C., y Smith, S. En G. Stillman, W. Blum y M.S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 567-578). Cham: Springer. 2015. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-18272-8_48

²En el sistema educativo argentino, aunque existen orientaciones curriculares nacionales, el diseño y la implementación del curriculum son responsabilidad de cada provincia.

³A fin de evitar repeticiones, se aclara que cada vez que se habla de futuros profesores nos referimos a futuros profesores de matemática.

⁴N. del T. El concepto de modelización activa es descripto por Muller y Burkhardt (2007) e implica la creación de modelos y el recorrido de un proceso de modelización completo.

⁵Para el nombre de la institución se respeta la designación de la facultad tal como figura en el artículo original. Cabe destacar que desde 2015 la facultad se denomina Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF).

⁶El equipo al que se hace referencia está constituido por miembros del Grupo de Enseñanza de la Ciencia y la Tecnología – Educación Matemática que, durante el período indicado, participaron de proyectos de investigación en temáticas del desarrollo profesional de docentes o futuros docente de matemática en contextos de modelización matemática. Tales proyectos fueron dirigidos por Mónica Villarreal y Cristina Esteley y subsidiados por FONCyT, SeCyT-UNC y CONICET.

REFERENCIAS

- Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de Educação Matemática-BOLEMA*, 26, 67–87.
- Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education*, 38(2), 294–301.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education—discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1–2), 149–171.
- Caron, F., y Bélair, J. (2007). Exploring university students' competencies in modelling. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics* (pp. 120–129). Chichester, Reino Unido: Horwood.
- Doerr, H. M. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 69–78). New York, USA: Springer.
- Esteley, C. (2010). *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: voces y sentidos*. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba.
- Greer, B., Verschaffel, L., y Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 89–98). New York, USA: Springer.
- Julie, C., y Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. En W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 503–510). New York, USA: Springer.
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302–310.
- Kaiser, G., van der Kooij, H., y Wake, G. (2013). Educational interfaces between mathematics and industry at school level. En A. Damlanian, J. F. Rodrigues, y R. Sträßer (Eds.), *Educational interfaces between mathematics and industry* (pp. 263–270). Cham, Alemania: Springer.
- Lingefjärd, T. (2007). Modelling in teacher education. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 475–482). New York, USA: Springer.
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. *Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2020*. Disponible en: <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/DiseniosCurricSec-v2.php>
- Muller, E., y Burkhardt, H. (2007). Applications and modelling for mathematics. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 267–274). New York, USA: Springer.
- Silveira, E., y Caldeira, A. (2012). Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. *Boletim de Educação Matemática-BOLEMA*, 26, 249–275.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.

- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigations. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 33(4), 123–132.
- Stillman, G. A., Brown, J. P., y Galbraith, P. (2013a). Challenges in modelling challenges: Intents and purposes. En G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, y J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 217–228). Dordrecht, Países Bajos: Springer.
- Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W. y Brown, J. P. (Eds.). (2013b). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*. New York, USA: Springer.
- Villarreal, M., Esteley, C., y Mina, M. (2010). Modeling empowered by information and communication technologies. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 42(3–4), 405–419.
- Villarreal, M., y Esteley, C. (2013). Escenarios de modelización y medios: acciones, actividades y diálogos. En M. Borba, y A. Chiari (Eds.), *Vinte anos de GPIMEM: um mosaico de pesquisas em movimento* (pp. 273–308). São Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física.
- Widjaja, W. (2013). Building awareness of mathematical modelling in teacher education: A case study in Indonesia. En G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, y J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 583–593). Dordrecht, Países Bajos: Springer.