

Semiotic systems, culture and early mathematical knowledge / Sistemas semióticos, cultura y conocimiento matemático temprano

Eduardo Martí & Nora Scheuer

To cite this article: Eduardo Martí & Nora Scheuer (2015) Semiotic systems, culture and early mathematical knowledge / Sistemas semióticos, cultura y conocimiento matemático temprano, Estudios de Psicología, 36:1, 1-17, DOI: [10.1080/02109395.2014.1000008](https://doi.org/10.1080/02109395.2014.1000008)

To link to this article: <http://dx.doi.org/10.1080/02109395.2014.1000008>



Published online: 26 Feb 2015.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 113



View related articles [↗](#)



View Crossmark data [↗](#)



Citing articles: 1 View citing articles [↗](#)

Semiotic systems, culture and early mathematical knowledge / *Sistemas semióticos, cultura y conocimiento matemático temprano*

Eduardo Martí^a and Nora Scheuer^b

^a*Universidad de Barcelona;* ^b*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (National Council of Scientific and Technological Research), Universidad Nacional del Comahue-CONICET (Argentina)*

(Received 4 September 2014; accepted 4 October 2014)

Abstract: In this introduction to the issue *Semiotic tools in early mathematical knowledge*, we offer a theoretical perspective that provides meaning to the different contributions. We begin by reviewing three perspectives bearing an important influence on the study of mathematical development in childhood (the Piagetian, the information processing and the neonativist perspectives). Next, we underscore the need for developmental studies in this domain to consider the semiotic component, and hence the socio-cultural component, in depth. The contributions that form this volume — a theoretical article, five papers and four short reports of empirical studies and a review of an instructional approach — illustrate different ways of including the semiotic component in the study of children’s mathematical knowledge.

Keywords: mathematical knowledge; development; semiotic systems; socio-cultural interaction

Resumen: En esta introducción del monográfico titulado *Instrumentos semióticos en el conocimiento matemático temprano* se ofrece una perspectiva teórica que da sentido a las diferentes aportaciones reunidas. Tras la revisión de tres perspectivas influyentes en el estudio del desarrollo matemático (la perspectiva de Piaget, la perspectiva del procesamiento de la información y la perspectiva neonativista), se defiende la necesidad de que los estudios en este campo consideren en profundidad el componente semiótico, y por tanto, el componente socio-cultural. Con los trabajos del presente monográfico —un artículo teórico, cinco artículos y cuatro reportes de estudios empíricos y una reseña de un modelo de enseñanza— se ilustran diferentes maneras de incluir el componente semiótico en el estudio del desarrollo matemático en la niñez.

Palabras clave: conocimiento matemático; desarrollo; sistemas de signos; interacción socio-cultural

English version: pp. 1–8 / *Versión en español:* pp. 9–16

References / *Referencias:* pp. 16–17

Translated from Spanish / *Traducción del español:* Liza D’Arcy

Authors’ Address / *Correspondencia con los autores:* Eduardo Martí, Facultad de Psicología, Universidad de Barcelona, Passeig de la Vall d’Hebrón 171, 08035 Barcelona, España. E-mail: emarti@ub.edu

The introduction to this issue argues why it is necessary to delve further into the study of the function that the socio-cultural and more specifically semiotic components play in early mathematical development. It may seem paradoxical that the importance of the semiotic component in mathematical knowledge is being defended. It is undeniable that mathematics is intrinsically related to the use of different sign systems or languages, such as gestural (usually through the use of fingers), verbal (oral numeration as well as many other terms that support thinking about and with mathematical concepts) and graphical (numerals, geometric shapes or algebraic notation). However, if interest lies not in the disciplinary knowledge of mathematics but in how children appropriate such knowledge, consensus on the role semiotic aspects play in this process is not so unanimous.

Mathematical knowledge as a conceptual and solitary development

Piaget's view

Piaget was one of the thinkers who most contributed to the study of the development of children's mathematical knowledge. In his studies on the construction of number, he argued the need for the logical structuration of the numerical domain, which children achieve in their interaction with the world of objects (Piaget, 1950). From his perspective, what is important is children's operatory activity, guided by self-regulation processes which have little space for interaction with other people. The concept of number, from this perspective, is developed based on the ability to operate logically (through operations of classification and seriation) on a set of discrete objects, in order to extract an invariant (recall the well-known number conservation task). Semiotic or, more generally, and using Piaget's terminology, 'figurative' aspects (Piaget, 1947), are not valued as a resource that specifically contribute to the development of mathematical knowledge. The contribution of any element beyond the 'bare' logical component is disqualified, whether that is the ability to count, to express the cardinality of a set of objects with gestures or using other resources to understand numbers. A strong argument in this regard is the demonstration that, at some point in their development, even when children are able to correctly count two rows of tokens which each contain, say, eight items (i.e., the same amount) they might believe that the row in which the tokens are more dispersed 'has more' than the other row. This finding, confirmed again and again by various researchers, was interpreted as an irrefutable indicator of the conceptual emptiness of the counting procedure. Thus for Piaget, operatory knowledge is the fundamental element that defines the construction of number. For this scholar, the semiotic component (language, images, external systems of representation) is subsidiary, and only plays a supporting role (Martí, 2012). So much so that, from this perspective, the best techniques to study the genuine development of numerical knowledge are those that minimize the intervention of semiotic systems. Piaget's influence on studies on the development of mathematical knowledge (especially numerical and geometrical) was significant over several decades,

relegating the influence of semiotic aspects and social interaction to the background. His work also had an impact on the surge of teaching approaches centred on logical aspects from the preschool stage (Kamii, 1985).

The information processing perspective

During the 1960s the information processing perspective offered an alternative way to understand and analyse cognitive processes and began to be applied to the study of children's development of mathematical knowledge, especially focusing on numerical development and arithmetic problem solving. This approach provided a detailed analysis of the cognitive processes involved when children of different ages acquired and used quantitative skills and solved arithmetic and algebraic problems (Geary, 2006). Although many of the tasks designed in these studies incorporate natural language (spoken or written), numerical notations and other external representations of quantity (and relationships and mathematical operations), most of these studies lack an analysis of the contribution of the aforementioned semiotic elements in children's thinking and learning. Authors who supported the information processing perspective considered that mathematical knowledge is possible because of general structures or cognitive processes that adjust to successfully solve various problems. The relevant factors in these adjustments are posed to include the objectives of the problem (as seen by experts) and the complexity of the problem or the time available to resolve it. However, the socio-cultural components are relegated to the background: the meanings that the individuals assign to the activities, the social interaction that surrounds and configures problem solving and the semiotic tools available.

The weight of innate knowledge

The postulate of general cognitive processes was seriously put into question by the nativist perspective which aimed at demonstrating that, from birth (or from the first few months of life), infants have an implicit and domain-specific knowledge (physical, psychological, linguistic, biological or numerical) (Hirschfeld & Gelman, 1994). This perspective has dominated the study of numerical development in infants and preschool children during recent decades (Geary, 2006). With techniques that are similar to studies related to information processing, based on temporal measures to infer cognitive states and processes in laboratory context, these studies have advocated a set of early skills that allow to react to certain numerical stimuli (e.g., Carey, 2009; Wynn, 1995; among many other authors). These researchers have also argued that semiotic and cultural activities such as counting are based on a set of principles that children do not need to learn as they are, supposedly, innate (Gelman & Gallistel, 1978). Although many of these studies appeal to the construct of 'representation' to account for the type of mental organization that governs these early skills, what is actually understood as 'semiotic representation' (an individual's activity that uses language, gestures, writing or any other system)

is ignored. The focus falls instead on the inference of logical and conceptual principles that supposedly guide numerical knowledge or its development. This is why these studies do not emphasize the role that semiotic elements or social context could potentially play in the development of numerical knowledge.

Given this situation, this issue seeks to promote taking the semiotic component into account in the study of children's mathematical knowledge. To this end, it brings together studies developed in six countries (Argentina, Mexico, Singapore, Spain, the UK and the USA) that illustrate different ways to consider these socio-cultural components. The issue is composed of a theoretical paper, five articles, four empirical studies reports and a review of a teaching model.

Mathematical knowledge as an eminently semiotic, socio-cultural development

Over the past few decades, thanks to the recovery of Vygotskian ideas and contributions from other authors who have defended the role played by semiotic systems and socio-cultural aspects in knowledge (Bruner, 1986; Cole, 1996; Olson, 1994; Valsiner, 2000), an alternative to traditional studies has emerged that has changed the views on the nature of mathematical knowledge and hence on how it is developed and learnt (Bishop, 1991; Nunes & Bryant, 1996; Pérez Echeverría & Scheuer, 2005; Sfard, 2008). Although this issue focuses on psychological studies, it seems important to note that over the last few decades, many works on teaching have emphasized the importance semiotic elements have on school learning of mathematics: from how to talk about mathematics in the classroom (Pimm, 1987) to the gestures that accompany many students' arguments, through to the particularity of each type of external representation (geometric figures, numerical and algebraic notations, drawings, student writings, etc.) which are essential to conveying mathematical knowledge (Bosch & Chevallard, 1999; Duval, 1995).

This is why we thought it was important to include in this issue a review of the book *The Singapore Model Method for the Learning of Mathematics*, where Alfredo Bautista and María Cañadas present and discuss a didactic proposal for mathematics (the 'Singapore Method'). One feature of this method, which has achieved excellent results judging from assessments conducted since the 1990s, is that it gives a central role to external representations. These semiotic systems are consolidated into a set of pedagogical materials that help visualize and conceptualize arithmetic and algebraic problems at all school levels.

If we focus on psychological studies of the early number development, two closely related questions appear: one that stresses the importance of social interaction in relevant cultural practices for the development of mathematical knowledge and one raised by the role played by different semiotic systems (especially external systems of representation specific to mathematics such as numerals or algebraic notations).

The socio-cultural component in the development of mathematical knowledge

In regards to the first issue, some studies in psychology have shown the situated nature of mathematical knowledge. They have emphasized the importance of the socio-cultural framework in order to understand not only the differences of mathematical knowledge among different socio-economic levels within the same country (Anders et al., 2012; Saxe et al., 1987), but also specific strategies for solving mathematical problems according to the socio-cultural context in which the activity acquires meaning (Carraher, Carraher, & Schliemann, 1985; Saxe, 1991). Four of the studies included in this issue address this problem from different angles.

In the article *The paradox between the numerically competent baby and the slow learning of two- to four-year-old children* Cintia Rodríguez and Nora Scheuer offer a critical review of the innatist perspective applied to the domain of number and analyse the methodological limitations and ontological and epistemological assumptions of these types of studies of early number development, by adopting a perspective where both social interactions and semiotic components are essential to the development of numerical knowledge.

The article by Silvia Cavalcante and Cintia Rodríguez, *The understanding of die as an object that has numerical functions. A longitudinal study using two children from the ages of 24 to 36 months interacting with an adult*, demonstrates how the semiotic framework (gestures and oral expressions) that is present in adult-child interaction, is essential to the progress two children, who are two to three years old, make when playing a game that involves understanding number. The microgenetic and longitudinal analysis highlights how the acquisition of a new semiotic system (numerical) is supported by other existing semiotic systems (such as symbolic, indexical or ostensive gestures) with the help of an adult.

The report by Moramay Micalco, *Numbers in social practices: the case of Tzeltal Mayan children*, describes how Tzeltal Mayan social practices and artefacts permeate the way that young children engage in learning how to count objects and bridge cultural meanings they work out in regards to numbers.

Meanwhile, Sarah Walter's report, *The mathematics of sharing*, also highlights the significance of considering children's daily activities, but it does so from a theoretical and methodological perspective that is different to the two previous studies. Walter analysed responses given by four- to five-year-old children when they were asked to construct two sets that had the same amount of objects. The originality of the study lies in exploring how a daily common activity for children of this age — sharing — favours the construction of equivalent sets and the possibility of inferring the number of objects in a set based on the number of objects in the other.

Semiotic systems and development of mathematical knowledge

The second issue, which highlights the need to consider semiotic systems in mathematical development, is linked to the previous one to the extent that these sign systems are cultural constructions and thus children acquire them in a social

context. But the emphasis here is placed on the mediating and specific role of signs in mathematical knowledge.

Children's appropriation of semiotic systems

Numerous studies in recent decades have analysed the acquisition of some of these semiotic systems and their use. The pioneering work of authors like Ferreiro and Teberosky (1979), Olson (1994) and Donald (1991) have been instrumental in evidencing the importance of the specific mediating role of writing and other external systems of representation such as maps, graphs or mathematical notation in the construction of knowledge (Andersen, Scheuer, Pérez Echeverría, & Teubal, 2009; Martí, 2003), even at kindergarten (Teubal & Guberman, 2014).

Focusing specifically on mathematical knowledge, numerous studies have shown the particularities of acquiring the decimal number system and its importance for the understanding of number. Most of these works are focused on analysing the particularities of acquiring the numerical notation system and have contributed to understand both the difficulties and the strategies children develop to produce and understand numerical notations (Allardice, 1977; Brizuela, 2004; Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, & Tièche Christinat, 2000; Sinclair, 1988). Two examples of such studies are included in this issue.

Flavia Santamaria's article, *Year-one children thinking about and writing 'large' quantities*, is interesting because it shows how year-one children use verbal expressions and numerical notations to suggest very large quantities in different contexts of meaning (tokens, an elderly person's age, stars). In view of this new and challenging situation, the results of the study show how children are able to develop, through verbal expressions and notations, quantities that can go beyond the numerical series they have managed until that moment. It also shows the influence of context of reference on the magnitude of the numbers given by the children.

In her report, *Construction and interpretation by kindergarten and primary school children of a calendar organized in tabular form*, Esther Pérez-Sedano analyses the construction and interpretation of a weekly calendar by kindergarten and primary school children (4–10 years old). The study focuses on the use and understanding of a double-entry structure (a structure that is of great importance in mathematics) to organize a series of common school activities based on weekdays and time of day. The results show the variety of solutions that children create in their construction of a calendar, as well as the difficulty of using a double-entry table as an organizational structure, a structure that is often used in latter school years. Another finding is that children of all ages are able to more easily interpret this structure than use it to construct a weekly calendar.

Semiotic mediation and mathematical knowledge

All these studies explore how children acquire different semiotic systems related to mathematics. In this context the subject under analysis is children's interaction

with these systems. But few studies explore the mediating role of notations and other external signs when they are used to solve mathematical problems, especially in the early stages of development. This approach focuses more on the instrumental function that semiotic aspects have on mathematical knowledge and not so much on the understanding of those systems. For this reason we decided to include several papers addressing this less-studied issue.

The article by Analía Salsa and Eduardo Martí, *Objects, pictures and words. Effects of representational format on four-year-olds' quantity knowledge*, shows that, for children who are four years old, changing the formats that represent quantity (objects, pictures or words) influences their understanding of the set's cardinal value (measured by the ability to select exactly the number of objects that are requested). Pictures appear to facilitate such knowledge, especially when sets are neither very small (containing one or two items) nor very large (containing five and six items). This result suggests a novel fact: how quantity is represented seems to impact on the numerical knowledge of children who are at the stage of developing that knowledge.

Mónica Alvarado's study, *The utility of written numerals for preschool children when solving additive problems*, demonstrates the influence written numerals have on solving additive problem for four- to five-year-old children. The results of Alvarado's study show that written numerals on cards facilitated children's ability to resolve additive problems. Interestingly, children who had shown non-quantitative judgements in a number conservation task also used this reference to facilitate performing these additive operations, evidencing the critical role numerical notations play in solving simple arithmetic problems, beyond the logical and conceptual knowledge that children have built in the number domain.

The study by Bárbara Brizuela, Maria Blanton, Angela Gardiner, Ashley Newman-Owens and Katharine Sawrey, *A first grade student's exploration of variable and variable notation*, addresses, through a single case, microgenetic approach based on a series of interviews, a primary school girl's ideas about the notion of variable and the possibilities of its notation. Despite the fact that the concept of variable is normally considered complex even at adolescence and thus unattainable for younger children, the data actually show the diversity of ideas and the notational progress made by a girl who is only six years old when faced with problems that include functional relationships (in this case the relationship between a person's height and their height when wearing a one-foot hat). The results point to the need not only to address the notion of variable earlier but also the fundamental role numerical and algebraic notation play in that understanding.

The report by Katharine Sawrey, Bárbara Brizuela and Maria Blanton, *Student-produced representations as a means for interrupting the flow of an interview*, also presents data on a case study of another six-year-old girl who faces the same types of problems mentioned in the preceding article (understanding the notion of variable in problems involving functional relationships). This case shows how written representations produced by the girl while she solves these problems allow her to interrupt the flow of the interview so that she can focus on a written representation she produces with the purpose of capturing the perspective of the

interviewer. The interest of these data lies in the control and ‘object of thought’ function the written representation made by the girl has — it goes beyond a purely communicative function.

These last two articles, like the other three pieces of work included in this issue (the article by Cavalcante and Rodríguez, the one by Santamaria and the one by Micalco) have the particularity of moving away from an experimental methodology towards alternative approaches (ethnographic, longitudinal, microgenetic, case studies) that are able to more profoundly capture cognitive plasticity and the interactive dynamics that allows children to construct their mathematical skills.

Conclusion

The corpus of work included in this issue shows that the semiotic component is inherent to the development of early mathematical knowledge. And we think this is so for two reasons. Firstly, the development of mathematical knowledge is not a solitary adventure that enables children to discover mathematical truths during their interaction with the world of objects. It is a development that always occurs in context and with other people. In this social interaction that is immersed in the practices of a culture (which does not question the active and constructive role of the child to participate in it and make sense of it) signs play a vital role because they are key elements for interaction: whether they are gestural or linguistic signs or graphic symbols inherent in external systems of representation such as writing or numeric notation. Secondly, because mathematics is a discipline that is inseparable from a specialized semiotic and highly complex framework (consider, for example, the numerical system or algebraic notation). Without this framework mathematical concepts such as we know them would not exist and could not be taught. This is why children, from early stages, interact with these systems and use them to develop their mathematical knowledge and thus participate more actively in their culture.

Sistemas semióticos, cultura y conocimiento matemático temprano

En esta introducción al presente monográfico argumentamos por qué es necesario profundizar el estudio de la función que tiene el componente socio-cultural y más específicamente, semiótico, en el desarrollo matemático temprano. Puede parecer paradójico que se reivindique la importancia del componente semiótico en el conocimiento matemático. Es innegable que las matemáticas están intrínsecamente relacionadas con el uso de diferentes sistemas de signos como pueden ser un lenguaje gestual (generalmente a partir del uso de los dedos), verbal (la numeración oral, así como muchos otros términos que sostienen pensar en y con conceptos matemáticos) y gráfico (los numerales, las figuras geométricas o la notación algebraica). Lo que ocurre es que si el interés recae no ya en el conocimiento disciplinar de las matemáticas sino en cómo los niños se apropian de dicho conocimiento, el consenso sobre el peso que juega lo semiótico en ese proceso no es tan unánime.

El conocimiento matemático como elaboración conceptual y solitaria

El punto de vista de Piaget

Piaget fue uno de los pensadores que más contribuyó al estudio del desarrollo del conocimiento matemático en la niñez. En sus estudios sobre la construcción del número, defendió la necesidad de la estructuración lógica del dominio numérico que los niños elaboran en su interacción con el mundo de los objetos (Piaget, 1950). Desde su perspectiva, lo esencial es la actividad operatoria de los niños guiada por procesos de autorregulación en la que tienen poca cabida las interacciones con otras personas. El concepto de número, desde esta perspectiva, se desarrolla a partir de la capacidad de operar de manera lógica (a través de las operaciones de clasificación y seriación) sobre un conjunto de objetos discretos para extraer un invariante (recordemos la conocida tarea de conservación del número). Los aspectos semióticos o, de manera más general y siguiendo la terminología de Piaget, los aspectos ‘figurativos’ (Piaget, 1947), no son valorados como un recurso que contribuya especialmente al desarrollo del conocimiento matemático. La contribución de cualquier elemento más allá del componente lógico ‘desnudo’ es descalificada, ya sea la capacidad de contar, de expresar gestualmente la cardinalidad del conjunto de objetos o de utilizar otros recursos para comprender el número. Un argumento contundente en este sentido es la demostración que, en cierto momento en su desarrollo, aun cuando los niños sean capaces de contar correctamente dos hileras de fichas llegando en cada caso a,

digamos, ocho (es decir, el mismo número), pueden asegurar que la hilera en la que las fichas están más dispersas ‘tiene más’ que la otra. Este hallazgo, corroborado una y otra vez por diversos investigadores, fue interpretado como indicador irrefutable de la vacuidad conceptual del procedimiento de contar. Para Piaget, pues, lo operatorio es el elemento fundamental que define la construcción del número. El componente semiótico (lenguaje, imágenes, sistemas externos de representación) es, para él, subsidiario y tan sólo juega un papel de soporte (Martí, 2012). Tanto es así que, desde esta perspectiva, para estudiar el desarrollo genuino del conocimiento numérico es conveniente usar técnicas que minimicen la intervención de sistemas semióticos. La influencia de Piaget fue considerable en los estudios sobre el desarrollo del conocimiento matemático (especialmente el numérico y el geométrico) durante varias décadas, relegando la influencia de lo semiótico y de la interacción social a un segundo plano. Impactó asimismo en un auge de enfoques didácticos centrados en aspectos lógicos desde la etapa pre-escolar (Kamii, 1985).

La perspectiva del procesamiento de la información

La perspectiva del procesamiento de la información constituyó, a partir de la década de los 60, una nueva manera de entender y analizar los procesos cognitivos y se aplicó también al estudio del desarrollo del conocimiento matemático en la niñez, especialmente del desarrollo numérico y de la resolución de problemas aritméticos. Esta perspectiva contribuyó a ofrecer un análisis detallado de los procesos cognitivos involucrados en las habilidades cuantitativas y de resolución de problemas aritméticos y algebraicos en niños de diferentes edades (Geary, 2006). A pesar de que muchas de las tareas ideadas en estos estudios incorporasen el lenguaje natural (hablado o escrito), notaciones numéricas y otro tipo de representaciones externas de la cantidad (y también de relaciones y de operaciones matemáticas), en la mayoría de estos estudios está ausente el análisis de la contribución de dichos elementos semióticos en el pensamiento y el aprendizaje de los niños. Los autores afines al procesamiento de la información consideran que el conocimiento matemático es posible gracias a estructuras o procesos cognitivos generales que deben ajustarse para resolver exitosamente los diversos problemas. Entre los factores relevantes en estos ajustes tienen en cuenta el tipo de objetivos del problema (entendido desde el punto de vista de los expertos), la complejidad del problema o el tiempo disponible, pero se relega a un segundo plano los componentes socio-culturales: los significados que los propios sujetos asignan a las actividades que se les propone, la interacción social que envuelve y configura la resolución del problema en cuestión y los instrumentos semióticos disponibles.

El peso de lo innato

El postulado de los procesos cognitivos generales se puso seriamente en duda con la perspectiva neonativista, encaminada a mostrar que los bebés, desde el

nacimiento (o los primeros meses de vida), poseen un conocimiento de naturaleza implícita y específico de dominio (físico, psicológico, lingüístico, biológico o numérico) (Hirschfeld & Gelman, 1994). Esta perspectiva ha sido dominante en el estudio del desarrollo numérico en bebés y preescolares en las últimas décadas (Geary, 2006). Con técnicas parecidas a los trabajos afines al procesamiento de la información, basadas en medidas temporales para inferir estados y procesos cognitivos en contextos de laboratorio, estos estudios han defendido un conjunto de capacidades tempranas que permiten atender a ciertos estímulos numéricos (e.g., Carey, 2009; Wynn, 1995; entre otros muchos autores). También han argumentado que actividades de naturaleza semiótica y cultural como el conteo se basan en un conjunto de principios que los niños no necesitan aprender y que son, supuestamente, de naturaleza innata (Gelman & Gallistel, 1978). Aunque muchos de estos estudios apelan al constructo de ‘representación’ para dar cuenta del tipo de organización mental que rige estas habilidades tempranas, en realidad lo que se entiende por ‘representación semiótica’ (actividad del sujeto agente que utiliza el lenguaje, los gestos, la escritura o cualquier otro sistema) se desestima y la atención recae en la inferencia de los principios lógicos y conceptuales que guiarían el conocimiento numérico o su desarrollo. Tampoco, pues, en estos estudios se hace hincapié en el papel que pueden jugar los elementos semióticos en el desarrollo del conocimiento numérico ni se vislumbra un análisis del contexto social en el que surge dicho conocimiento.

Dada esta situación, el presente monográfico busca dar impulso a la consideración del componente semiótico en el estudio del conocimiento matemático en la niñez. Con este objetivo, reúne trabajos desarrollados en seis países distintos (Argentina, España, Estados Unidos, México, Reino Unido y Singapur) que ilustran diferentes modos de tener en cuenta esos componentes socioculturales. El volumen está compuesto por un artículo teórico, cinco artículos y cuatro reportes de estudios empíricos y una reseña de un modelo de enseñanza.

El conocimiento matemático como elaboración socio-cultural eminentemente semiótica

Desde hace unas décadas, gracias a la recuperación de las ideas de Vygotsky y a la aportación de otros autores que han reivindicado el papel jugado por los sistemas semióticos y los aspectos socio-culturales en el conocimiento (Bruner, 1986; Cole, 1996; Olson, 1994; Valsiner, 2000), se ha ido configurando una alternativa a los estudios clásicos que ha modificado la perspectiva sobre la naturaleza del conocimiento matemático y por ende, su desarrollo y aprendizaje (Bishop, 1991; Nunes & Bryant, 1996; Pérez Echeverría & Scheuer, 2005; Sfard, 2008). Aunque el presente monográfico se centra en estudios psicológicos, nos parece importante señalar que desde hace unas décadas, muchos trabajos sobre didáctica han destacado la importancia que tienen los elementos semióticos en el aprendizaje escolar de las matemáticas: desde la manera de hablar de matemáticas en el aula (Pimm, 1987) hasta los gestos que acompañan muchas de las argumentaciones de los alumnos pasando por la

particularidad de cada uno de los tipos de representaciones externas (figuras geométricas, notaciones numéricas y algebraicas, dibujos, escritos de los alumnos, etc.) que resultan imprescindibles para vehicular el conocimiento matemático (Bosch & Chevallard, 1999; Duval, 1995).

Por esta razón, nos ha parecido importante incluir en este monográfico una reseña del libro *The Singapore Model Method for the Learning of Mathematics* cuyos autores, Alfredo Bautista y María Cañadas, presentan y discuten una propuesta didáctica de las matemáticas (el ‘Método Singapur’). Una de las características de dicho método, que ha obtenido excelentes resultados a juzgar por las evaluaciones efectuadas desde los años 90, es que otorga un papel central a las representaciones externas. Dichos sistemas semióticos se concretan en un conjunto de materiales didácticos que ayudan a visualizar y conceptualizar los problemas aritméticos y algebraicos en todos los niveles escolares.

Si nos centramos en los estudios psicológicos sobre desarrollo del conocimiento temprano, aparecen dos problemáticas íntimamente vinculadas: la que señala la importancia de la interacción social en prácticas culturales relevantes en el desarrollo del conocimiento matemático y aquella que plantea el papel jugado por diferentes sistemas semióticos (especialmente algunos sistemas externos de representación específicos de las matemáticas como los numerales o las notaciones algebraicas).

El componente socio-cultural en el desarrollo del conocimiento matemático

Por lo que se refiere a la primera cuestión, algunos trabajos en psicología han mostrado la naturaleza situada del conocimiento matemático. Han hecho hincapié en la importancia del entramado socio-cultural con el objetivo de entender, no sólo las diferencias del conocimiento matemático entre sectores con distinta participación socio-económica en un mismo país (Anders et al., 2012; Saxe et al., 1987), sino también señalando estrategias específicas de resolución de problemas matemáticos según el contexto socio-cultural en el que la actividad adquiere su sentido (Carraher, Carraher, & Schliemann, 1985; Saxe, 1991). Cuatro trabajos incluidos en este monográfico abordan esta problemática desde ángulos diferentes.

En el trabajo *La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad*, Cintia Rodríguez y Nora Scheuer ofrecen una revisión crítica de la perspectiva innatista aplicada al dominio del número y analizan las limitaciones metodológicas y los supuestos ontológicos y epistemológicos de este tipo de estudios del desarrollo temprano del número adoptando una perspectiva en la que tanto las interacciones sociales como los componentes semióticos son esenciales en el desarrollo del conocimiento numérico.

En el artículo de Silvia Cavalcante y Cintia Rodríguez, *La comprensión del dado como objeto con funciones numéricas. Un estudio longitudinal con dos niños desde los 24 a los 36 meses en interacción con un adulto*, se muestra cómo el entramado semiótico (gestos y demostraciones orales), presente en la

interacción adulto-niño, es esencial en los progresos que hacen dos niños, de los dos a los tres años, al participar en un juego que involucra la comprensión del número. El análisis microgenético y longitudinal permite poner en evidencia cómo la adquisición de un nuevo sistema semiótico (el numérico) se apoya en otros sistemas semióticos previos (como el de los gestos simbólicos, indiciales u ostensivos) con la ayuda del adulto.

En el reporte de Moramay Micalco, *Los números en las prácticas sociales: el caso de los niños y niñas mayas tzeltales*, se relata cómo las prácticas sociales y artefactos de la cultura maya tseltal impregnan la manera en que los niños pequeños se involucran en el aprendizaje del conteo de objetos y vehiculan los significados culturales que van elaborando en torno a los números.

Por su parte, Sarah Walter, en su reporte *Las matemáticas que realizan los niños al compartir* también señala el interés de tomar en cuenta las actividades cotidianas de los niños, pero lo hace desde una perspectiva teórica y metodológica diferente a la de los dos estudios anteriores. Walter analiza las respuestas de niños de cuatro y cinco años cuando han de constituir dos colecciones con el mismo número de objetos. La originalidad de su estudio reside en explorar cómo una actividad usual para niños de esta edad en sus entornos cotidianos, el compartir, favorece la construcción de conjuntos equivalentes y la posibilidad de inferir el número de objetos de una colección basándose en el número de objetos de la otra.

Sistemas semióticos y desarrollo del conocimiento matemático

La segunda cuestión, la que plantea la necesidad de tomar en cuenta los sistemas semióticos en el desarrollo matemático, está vinculada a la que acabamos de abordar en la medida en que estos sistemas de signos son construcciones culturales y, por tanto, los niños las adquieren en un contexto social. Pero el acento está puesto en este caso sobre el papel mediador y específico de los signos en el conocimiento matemático.

La apropiación de los sistemas semióticos por parte de los niños

Son numerosos los estudios que en las últimas décadas han analizado la adquisición de algunos de estos sistemas semióticos y su uso. Los trabajos pioneros de autores como Ferreiro y Teberosky (1979), Olson (1994) o Donald (1991) han sido decisivos para mostrar la importancia del papel mediador específico jugado por la escritura y otros sistemas de representación externa como los mapas, gráficos o la notación matemática en la construcción del conocimiento (Andersen, Scheuer, Pérez Echeverría, & Teubal, 2009; Martí, 2003), incluso desde el nivel inicial (Teubal & Guberman, 2014).

Si nos centramos de modo específico en el conocimiento matemático, numerosos estudios han mostrado las particularidades de la adquisición del sistema numérico decimal y su importancia para la comprensión del número. La mayoría de estos trabajos están centrados en analizar las particularidades de la adquisición del sistema de notación numérico y han contribuido a entender las dificultades,

pero también las estrategias desarrolladas por los niños para su comprensión (Allardice, 1977; Brizuela, 2004; Scheuer, Sinclair, Merlo De Rivas, & Tièche Christinat, 2000; Sinclair, 1988). Dos ejemplos de este tipo de estudios se incluyen en el presente monográfico.

El interés del estudio de Flavia Santamaría, *Niños de primer grado pensando en y anotando cantidades 'grandes'*, reside en mostrar cómo niños de primer grado de primaria proponen expresiones verbales y notaciones numéricas para una cantidad muy grande en distintos contextos de significación (fichas, edad de una persona anciana y estrellas). Ante esta situación novedosa y desafiante, los datos del estudio muestran cómo los niños consiguen elaborar, a través de sus expresiones verbales y notaciones, cantidades que pueden ir más allá de la serie numérica que manejan. También muestra la influencia del contexto de referencia en la magnitud de los números propuestos por los niños.

En su reporte, *Construcción e interpretación de la organización tabular de un calendario en niños de Infantil y Primaria*, Esther Pérez-Sedano analiza la construcción e interpretación de un calendario semanal por niños de infantil y primaria (4 a 10 años). El estudio se centra en la utilización y comprensión de la estructura de doble entrada (estructura de gran importancia en matemáticas) para organizar una serie de actividades escolares usuales en función de los días de la semana y del momento del día. Los resultados muestran la variedad de soluciones que elaboran los niños al construir un calendario, pero indican también la dificultad de usar la tabla de doble entrada como estructura organizativa, algo que ocurre de forma mayoritaria sólo en los últimos niveles escolares. Además, los niños de todas las edades tienen más facilidad en interpretar dicha estructura que en utilizarla para construir un calendario semanal.

Mediación semiótica y conocimiento matemático

Todos estos estudios exploran cómo los niños adquieren diferentes sistemas semióticos relacionados con las matemáticas. En este caso el objeto de análisis recae sobre la interacción de los niños con estos sistemas. Pero pocos estudios se adentran en el papel mediador de las notaciones y otros signos externos cuando se usan para resolver problemas matemáticos, sobre todo en las primeras etapas del desarrollo. Este enfoque se centra más en la función instrumental que tiene lo semiótico en el conocimiento matemático y no tanto en la comprensión de dichos sistemas. Por ello hemos querido incluir en el monográfico varios trabajos que abordan esta cuestión menos estudiada.

En el artículo de Analía Salsa y Eduardo Martí, *Objetos, imágenes y palabras. Efectos del formato representacional en el conocimiento de la cantidad a los cuatro años*, se muestra que, para niños de cuatro años, el hecho de variar el formato para representar una cantidad (objetos, imágenes o palabras) tiene una incidencia en el conocimiento del valor cardinal de una colección (medido por la capacidad de seleccionar exactamente el número de objetos que se les solicita). Las imágenes parecen facilitar dicho conocimiento, especialmente cuando se trata de colecciones ni muy pequeñas (uno o dos elementos) ni muy grandes (cinco y

seis elementos). Este resultado apunta un hecho novedoso: la manera de representar la cantidad parece tener una incidencia sobre el conocimiento numérico en niños que están elaborando dicho conocimiento.

Por su parte, el estudio de Mónica Alvarado, *La utilidad de los numerales escritos en la resolución de problemas aditivos en niños preescolares*, muestra el papel de los numerales escritos en la resolución de problemas aditivos en niños de cuatro a cinco años. Los resultados del estudio de Alvarado muestran que el uso de numerales escritos en tarjetas y presentes durante la resolución de problemas aditivos facilita su resolución. Es interesante señalar que esta facilitación se produce también en niños que habían emitido juicios no cuantitativos en una tarea de conservación del número, lo que sugiere el papel fundamental de las notaciones numéricas en la resolución de problemas aritméticos sencillos, más allá del conocimiento lógico y conceptual que los niños hayan construido en el terreno del número.

El estudio de Bárbara Brizuela, María Blanton, Angela Gardiner, Ashley Newman-Owens y Katharine Sawrey, *Una alumna de primer grado explora las variables y su notación*, aborda, a través de un enfoque microgenético de caso único basado en una serie de entrevistas, las ideas acerca de la noción de variable y las posibilidades de su notación de una niña de primaria. A pesar de que normalmente se considera que el concepto de variable es complejo incluso en la adolescencia e inalcanzable para niños pequeños, los datos muestran, al contrario, la diversidad de ideas y los progresos de las notaciones que realiza una niña de tan solo seis años al enfrentarse con problemas en los que aparecen relaciones funcionales (en este caso la relación entre la altura de una persona y la altura cuando lleva puesto un sombrero de un pie). Los resultados apuntan no sólo a la necesidad de abordar tempranamente la noción de variable sino también al papel fundamental de la notación numérica y algebraica en dicha comprensión.

El reporte de Katharine Sawrey, Bárbara Brizuela y María Blanton, *Representaciones producidas por una alumna para interrumpir el flujo de una entrevista*, también presenta datos sobre un estudio de caso de otra niña de seis años que se enfrenta al mismo tipo de problemas que los que aborda el artículo precedente (comprensión de la noción de variable en problemas en los que se dan relaciones funcionales). En este caso, se muestra cómo las representaciones escritas que va produciendo la niña al resolver este tipo de problemas le permiten interrumpir el flujo de la entrevista y procurar centrarse en una representación escrita producida por ella encaminada a plasmar el punto de vista de la entrevistadora. El interés de estos datos reside en la función de control y de 'objeto para pensar' que tiene la representación escrita producida por la niña, más allá de una función meramente comunicativa.

Estos dos últimos trabajos, al igual que otros tres incluidos en este monográfico (el de Cavalcante y Rodríguez, el de Santamaria y el de Micalco) tienen la particularidad de alejarse de una metodología experimental para proponer aproximaciones alternativas (etnográfica, longitudinal, microgenética, estudios de caso) más adecuadas para captar en profundidad la plasticidad cognitiva y la dinámica interactiva que permite a los niños construir sus conocimientos matemáticos.

Conclusión

El conjunto de trabajos que recoge el presente monográfico muestra que el componente semiótico es inherente al desarrollo del conocimiento matemático temprano. Y nos parece que es así por dos razones. Por un lado porque el desarrollo del conocimiento matemático no es una aventura solitaria que permite a los niños descubrir las verdades matemáticas en su interacción con el mundo de los objetos. Es una elaboración que siempre se realiza en contexto y con otras personas. Y en esta interacción social inmersa en las prácticas de una cultura (lo que no pone en duda el papel activo y constructivo del niño para participar en la misma y darle sentido) los signos juegan un papel fundamental porque son elementos primordiales para la interacción: ya sean signos gestuales, signos lingüísticos, o signos gráficos inherentes a sistemas externos de representación como la escritura o la notación numérica. Por otro lado, y ésta es la segunda razón, porque la matemática es una disciplina inseparable de un entramado semiótico especializado y de gran complejidad (pensemos, por ejemplo, en el sistema numérico o en la notación algebraica) sin el cual los conceptos matemáticos tal como los conocemos no existirían, y tampoco podrían enseñarse. Por eso los niños, desde etapas tempranas, interactúan con estos sistemas y los utilizan para desarrollar sus conocimientos matemáticos y, de este modo, participan más activamente en su cultura.

Acknowledgements / Agradecimientos

Part of this research is funded by the Spanish Ministry of Science and Innovation (project EDU2010-21995-C02-02) and the Universidad Nacional del Comahue (National University of Comahue) (Project C-107). / *Parte de esta investigación está subvencionada por el Ministerio Español de Ciencia e Innovación (proyecto EDU2010-21995-C02-02) y por la Universidad Nacional del Comahue (Proyecto C-107).*

References / Referencias

- Allardice, B. (1977). The development of written representations for some mathematical concepts. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 1(4), 135–148.
- Anders, Y., Rossbach, H-G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehl, S., & Von Maurice, J. (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 231–244. doi:10.1016/j.ecresq.2011.08.003
- Andersen, C., Scheuer, N., Pérez Echeverría, M. del. P., & Teubal, E. (Eds.). (2009). *Representational systems and practices as learning tools*. Rotterdam: Sense.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation*. Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Bosch, M., & Chevillard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 19, 77–124.
- Brizuela, B. M. (2004). *Mathematical development in young children: Exploring notations*. New York, NY: Teachers College Press.
- Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Carey, S. (2009). *The origins of concepts*. Oxford: Oxford University Press.

- Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 21–29. doi:10.1111/j.2044-835X.1985.tb00951.x
- Cole, M. (1996). *Cultural psychology*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Donald, M. (1991). *Origins of the modern mind: Three stages in the evolution of culture and cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern: Peter Lang.
- Ferreiro, E., & Teberosky, A. (1979). *Los sistemas de escritura en el desarrollo de los niños*. México: Siglo XXI.
- Geary, D. G. (2006). Development of mathematical understanding. In D. Kuhn & R. S. Siegler (Eds.), *Handbook of child psychology. Volume 2. Cognition, perception and language* (pp. 777–810). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Hirschfeld, L. A., & Gelman, S. A. (Eds.). (1994). *Mapping the mind. Domain specificity in cognition and culture*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Kamii, C. (1985). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. New York, NY: Teachers College Press.
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente. La adquisición infantil de los sistemas externos de representación*. Madrid: Antonio Machado Libros.
- Martí, E. (2012). Thinking with signs: From symbolic actions to external systems of representation. In E. Martí & C. Rodríguez (Eds.), *After Piaget* (pp. 151–170). New Brunswick, NY: Transaction.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Olson, D. R. (1994). *The world on paper. The conceptual and cognitive implications of writing and reading*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Pérez Echeverría, M. del P., & Scheuer, N. (2005). Desde el sentido numérico al número con sentido. *Infancia y Aprendizaje*, 28, 393–407. doi:10.1174/021037005774518974
- Piaget, J. (1947). *La psychologie de l'intelligence*. Paris: Armand Collin.
- Piaget, J. (1950). *Introduction à l'épistémologie génétique. 1. La pensée mathématique*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Saxe, G. B. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Saxe, G. B., Guberman, S. R., Gearhart, M., Gelman, R., Massey, C. M., & Rogoff, B. (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 52(2), i–162. doi:10.2307/1166071
- Scheuer, N., Sinclair, A., Merlo de Rivas, S., & Tièche Christinat, C. (2000). Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Infancia y Aprendizaje*, 23, 31–50. doi:10.1174/021037000760087955
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Sinclair, A. (1988). La notation numérique chez l'enfant. In H. Sinclair (Ed.), *La production de notations chez le jeune enfant* (pp. 71–98). Paris: Presses Universitaires de France.
- Teubal, E., & Guberman, A. (2014). *Textos gráficos y alfabetización múltiple. Herramientas para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje en el nivel inicial*. Buenos Aires: Paidós.
- Valsiner, J. (2000). *Culture and human development*. London: Sage Publications.
- Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 1, 35–60.