

# The paradox between the numerically competent baby and the slow learning of two- to four-year-old children / La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad

Cintia Rodríguez & Nora Scheuer

**To cite this article:** Cintia Rodríguez & Nora Scheuer (2015) The paradox between the numerically competent baby and the slow learning of two- to four-year-old children / La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad, *Estudios de Psicología*, 36:1, 18-47, DOI: [10.1080/02109395.2014.1000009](https://doi.org/10.1080/02109395.2014.1000009)

**To link to this article:** <http://dx.doi.org/10.1080/02109395.2014.1000009>



Published online: 27 Feb 2015.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 84



View related articles [↗](#)



View Crossmark data [↗](#)

## The paradox between the *numerically competent* baby and the slow learning of two- to four-year-old children / *La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad*

Cintia Rodríguez<sup>a</sup> and Nora Scheuer<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidad Autónoma de Madrid; <sup>b</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (National Council of Scientific and Technological Research), Universidad Nacional del Comahue-CONICET (Argentina)

(Received 19 November 2013; accepted 17 July 2014)

**Abstract:** Since the 1980s, numerous laboratory investigations have been arguing that infants are *numerically competent*. This work presents a critical review of this line of research. We propose that despite the repertoire of numerical abilities attributed to infants and the seemingly natural character of the very first numbers in the numerical series, the semiotic complexity of their use and comprehension poses a cognitive challenge that children undertake, motivated, supported and often guided by others. This challenge involves a high degree of semiotic organization of the material world as well as an ability to manage early sign systems, systems which children learn how to use during their first years of life and which form the platform on which numbers are based.

**Keywords:** number development; object; segmentation; semiotic systems; early development

**Resumen:** A partir de los años 80, numerosas investigaciones de laboratorio defienden que los bebés son *numéricamente competentes*. En este trabajo proponemos una revisión crítica de esa línea de investigación. Planteamos que pese al repertorio de habilidades numéricas atribuidas a los bebés y al carácter aparentemente natural de los primerísimos números en la serie numérica, usarlos y comprenderlos en su complejidad semiótica supone un desafío cognitivo que los niños emprenden motivados, sostenidos y con frecuencia guiados por otros. Este desafío implica un alto grado de organización semiótica del mundo material, así como un manejo de los primeros sistemas de signos, sistemas de los que los niños se apropian durante los primeros años de vida y que conforman la base sobre la cual se asientan los números.

---

English version: pp. 18–31 / *Versión en español*: pp. 32–44

References / *Referencias*: pp. 44–47

Translated from Spanish / *Traducción del español*: Liza D’Arcy

Authors’ Address / *Correspondencia con las autoras*: Cintia Rodríguez, Facultad de Psicología, Universidad Autónoma de Madrid, Desp. I-38. Cantoblanco, 28049 Madrid, España. E-mail: [cintia.rodriguez@uam.es](mailto:cintia.rodriguez@uam.es)

**Palabras clave:** desarrollo del número; objeto; segmentación; sistemas semióticos; desarrollo temprano

Since the 1980s, numerous laboratory investigations have painted the picture of infants as *competent* and ‘numerically skilled’, providing evidence that before they grab objects, perform their first gestures or produce their first words, they react in systematic ways to certain regularities and quantitative variations in artificial visual and auditory stimuli. The more empirical evidence that is produced on the scope and precocity of this ‘numerical sensitivity’, the more necessary it becomes to reflect on its cognitive significance and its relationship to the development of understanding and use of numbers at much later ages.

The contrast of two images — the numerically competent baby vs those older children who seem to be inefficient, slow and pily learners — presents us with a paradox. Before delving into this paradox and its consequences, we discuss some of the arguments exposed by advocates of the *competent baby*.

### The emergence of the *competent baby*

As recently stated by Rochat (2012), a ‘Baby Revolution’ has been taking place since the 1980s, deriving from numerous laboratory research studies that argue that infants are *competent*. They arrive much more ‘equipped’ to the world and ‘naturally’ have many more specialized cognitive resources than was believed in classical paradigms, such as the Geneva School. As is well known, the issues addressed by *competent baby* advocates are based themselves on Piagetian themes.

This quote illustrates that discourse well:

*Humans infants are endowed, by nature, not only with capacities to sense elementary properties of light and other stimulation, but with capacities to perceive and to conceptualize the world.* Infants have perceptual and cognitive capacities that allow them to apprehend objects and to make sense of certain events (Spelke, 1985, p. 323, emphasis added).

From this paradigm, which is currently at its peak in terms of popularity, the idea that the infant is born with skills, knowledge or core cognition which enable him or her to conceptualize the world (Carey, 2011) is gaining ground. As opposed to constructivism which is advocated by, among others, Piaget:

[...] the innate stock of primitives is not limited to sensory, perceptual, or sensorimotor representations; rather there are also *innate* conceptual representations [...] *The representations in core cognition* differ from perceptual ones, however, in *having conceptual content* (Carey, 2011, pp. 113–14, emphasis added).

This basic cognition can be characterized by being (1) *domain-specific*: organized on the basis of cognitive systems that operate according to defined principles, such that each system can sort the information and solve a limited set of problems;

(2) *encapsulated*: each system operates with a high degree of independence from other cognitive systems; (3) an almost *automatic operation*: triggered in response to a range of conditions, involving minimal cognitive effort; (4) part of human beings' standard *equipment*: all healthy organisms have core and specific innate aptitudes; and therefore (5) *ancient*, in the evolution of species (Poza, 2001).

New knowledge is added to these basic knowledge systems, like building blocks in a construction — this is the metaphor that is often used — until complex cognitive skills such as reading, calculating or formal science are learnt (Spelke, 2000). Perhaps this is the reason why research into the *competent baby* has so much influence outside the field of early development; to the extent that many researchers explain children, adolescent or adult learning difficulties in formal education contexts in terms of the distance between core and formal knowledge, without questioning the scope of core knowledge or simply assuming its existence (Vosniadou, 2013; and for the domain of number, Berch, 2005; Dehaene, 1997).

In regards to the competent baby, there are two basic cognitive processing systems from the 'physical world' (see discussion in Rodríguez & Moro, 1998). One represents 'inanimate and manipulable objects and their movements' and the other 'numerosity and numerical relationships' (Spelke, 2000, p. 1233), 'sets and their approximate numerical values' (Spelke, 2000, p. 1237). Both the representation of objects and the discrete quantities paint the image of the infant as 'numerically skilled'. According to Turati, Gava, Valenza, and Ghirardi (2013), 'number is in fact one of multiple dimensions [...] that attract newborns' attention and guide their visual exploration of the surrounding world' (p. 19). Infants are also skilled in regards to objects (or will be so very early), they build representations of objects as 'complete, connected, solid bodies that persist over occlusions and maintain their identity through time' (Spelke, 2000, p. 1233).

These studies follow experimental laboratory methods, which place the infants in front of events designed to stimulate their interest. Their knowledge is measured according to their *reactions*, how they watch or pay attention to various events for a certain amount of time, suck a pacifier with more or less intensity (habituation/dishabituation and violation of expectation) and direct their gaze towards a given part of the stimulus rather than to another (visual preference) (see Mariscal, Casla, Rujas, & Aguado-Orea, 2012, for a critical analysis).

### **An experimental construction of the numerically competent baby?**

Starkey and Cooper (1980) published a novel experiment with five-month-old infants. They used the habituation/dishabituation paradigm: various slides of 1 cm-diameter black circles were projected in a row. After presenting a numerical value several times — after several habituation trials — (varying the length and density of the row, for example ● ●, then ● ●) and once the infant was 'habituated' (decreased visual attention) a dishabituation trial was conducted, which retained the length or density of the final presentation, but not the number (● ● ●). The duration of the infant's gaze to this new slide and the gaze during the last habituation trial were compared. The logic is this: if the infant perceives ● ●

and ● ● as similar, her interest during the presentations of two circles (further apart or closer together) would decrease, demonstrated by shorter gaze durations. If this lack of interest were also apparent for ● ● ● (dishabituation trial), it would indicate that the infant continued to be bored when presented with a stimulus that she perceived to be similar to the ones that came before it. However, if the duration of the infant's gaze were longer for ● ● ● than it was for ● ●, it would indicate an increase of interest. That is, it would indicate the detection of a novelty: an extra circle in a line that has the same overall length! (The designed series discarded influences by other 'strange' variables: length, density, brightness, complexity, etc.). This is the recorded pattern of responses: infants tended to maintain their gaze (for approximately two seconds) on the last habituation trial for rows with two circles and gaze longer (about 2.5 seconds) on the first dishabituation trial with three circles, with similar results during variations of rows from three to two circles. This attentional variation was not registered for sequences that varied from four to six circles, or vice versa, despite the ratio also being 2:3.

These results were the first to show that infants discriminate between small sets (up to three or four objects) that differ by only one element. Starkey and Cooper (1980) concluded that it was a *subitizing* process, or a rapid and accurate estimation of the amount, similar to the subitizing children and adults carry out for sets that contain approximately four elements. They believed that infants can remember small 'numbers': it is only possible to register repetition or variation of the stimuli and thus lose or regain interest if what has been recently witnessed is retained in memory.

The motivation for this paradigmatic experiment lies in the search for 'precursors' (Starkey & Cooper, 1980, p. 1033) during the preverbal stage of older children's conceptual understanding of numbers. This assumption is also active in numerous experiments that parallel this pioneering work: skills inferred from *reactions* to *artificially manipulated*, stimulating quantitative variations prefigure or sustain subsequent acquisitions involving semiotically mediated representations of the magnitude of sets of objects and arithmetic relations between sets. For example, Canfield and Smith (1996) state that: 'we agree with [the] view that the numerical abilities of infants is likely to serve as an important seed from which later symbolic counting grows' (p. 278).

Since then, the amount of laboratory studies into infants' numerical abilities has multiplied. Table 1 shows some of the many experiments that measured zero- to eight-month-old infants' reactions to a range of quantitative regularities and variations in sets that contained up to three or four units. The selection aims to give an overview of this line of research. For each experiment we report: the numerical ability attributed, characteristics of the stimuli, experimental procedure, youngest age it manifests at, number of participating infants and those who persistently cried, did not pay attention, fell asleep, did not reach the habituation criterion or registered any other interference.

In summary, these studies concluded that infants discriminate between visual sets and sequences of two and three units (including evidence that they also

Table 1. A selection of studies into zero- to eight-month-old infants' quantitative reactions to variations in small amounts.

Numerical ability attributed	Values * for which it		Characteristics of the stimuli		Experimental procedure **		Age from which it begins to manifest				Participants/ages		Study					
	was registered	was not registered	Presentation	Objects (ontology)	H/D	Gd	SI	Vp	Ve	Ev	Days	5		6	7	8	effective	excluded
Discrimination between two sets or sequences according to the number of units	2 compared to 3	4 compared to 6	Successive visuospatial presentations by projection of slides one at a time	Static and homogeneous graphic objects (GO): black circles.	X	X					X					72 (16 to 30 weeks)	No inf.	Starkey and Cooper, (1980)
	2 compared to 3	4 compared to 6			X			X								40 (21–144 hs)	25	Antell and Keating (1983)
	2 compared to 3	-		Static, heterogeneous GO, always new: colour photographs of household objects on white background	X						X					32 (6 to 9 months)	14	Starkey et al. (1990) (Experiment 1)
	2 compared to 1 and 3 compared to 3 compared to 2 and compared to 4			Moving GO: rectangular shapes that Occasionally overlap	X			X			X					30 (5, 8 and 13 months) (longitudinal design)	25	van Loosbroek and Smitsman, (1990)
	4 compared to 3 and compared to 5																	
2 compared to 3 syllables	4 compared to 6 phonemes	4 compared to 6 phonemes	Successive Auditive presentations by playback of recordings	Articulation of Syllables uttered by a woman	X					X						135 (3 or 4 days)	86	Bijeljac-Babic et al. (1993)
2 compared to 3		Visuospatial and temporal, successive	Jumps given by a puppet moved by unseen adult		X						X					18 (6 months)	6	Wynn (1996)
2 groups of 3 compared to 3 of 2	-	Simultaneous visuospatial: pairs of slides.	Static GO, homogeneous and grouped into 2 or 3: white circles on black background.					X								17	6	Turati et al. (2013)

(Continued)

Table 1. (Continued).

Numerical ability attributed	Values * for which it		Characteristics of the stimuli		Experimental procedure **		Age from which it begins to manifest				Participants/ages		Study				
	was registered	was not registered	Presentation	Objects (ontology)	Gd	St	Vp	Ve	Ev	Days	5	6		7	8	effective	excluded
	was registered		was not registered		H/D		Months				Participants/ages						
Establish intermodal correspondence between number of visual and audible units	2 and 3	-	Pairs of slides (one with 2 GO, one with 3) with simultaneous sound production and subsequent retention of slides	Static, heterogeneous GO; photographs of household objects on white background. Sounds: sequence of blows on an unseen can.	X							X			40 (6 to 8 months)	4	Stanley et al. (1990) (Experiments 2, 3 and 4) (Experiment 5)
		-	Successive: slide first then sound production.	Same as above, with a black disc in front of the sound source to measure gaze on the source.	X										32 (6 to 9 months)	15	
	2 and 3		Projection of animated scene of the beginning of successive drops of two or three objects with sound reproduction when each object hits the base out of view.	Animated, homogeneous, GO that are visible at the beginning of their vertical drop and then covered by an ascending screen: drawings of a yellow mouse.				X				X			32 (5 to 6 months)	7	Kobayashi et al. (2005)
Anticipate result of additive operation	1 + 1 2-1	-	Visual, with succession of presentations of objects with interspersing of events (adding or removing an item)	Three-dimensional objects and manual actions (placing or removing) conducted by experimenter				X			X				64 (4 and 5 months)	No inf.	Wynn (1992)

(Continued)

Table 1. (Continued).

Numerical ability attributed	Values * for which it		Characteristics of the stimuli		Experimental procedure **		Age from which it begins to manifest			Participants/ages		Study						
	was registered	was not registered	Presentation	Objects (ontology)	H/D	Gd	Si	Vp	Ve	Ev	Days		Months	effective	excluded			
	2 and 3	-	Visuospatial and temporal, successive: sequence of 2 (or 3) images projected on a location and the third (or fourth) on another.	Animated, homogeneous, GO: running doll, rotating wheel, etc.					X				5	6	7	8	76 (5 months)	6
Anticipating a change after a number of occurrences																		Canfield and Smith (1996)

Note: \* Values for which the ability was tested are reported only in one direction (thus, the mention of 2 compared to 3 includes 3 compared to 2); \*\* Experimental procedure H/D Habituation/dishabituation (Gd: according to gaze duration, Sa: according to suction intensity). Vp: Visual preference. Ve: Visual expectation. Ev: Violation of expectation.



discriminate between sets containing three and four units), can match two discrete sounds with two visual figures (and three sounds with three figures) presented simultaneously or successively, are ‘surprised’ if, after removing an object from a set of two, two remain in the set or if after adding an object to a set where there was one other object, one or three are present. This last result, conducted with five-month-old infants, gave findings such as: ‘Babies know that  $1 + 1$  makes neither 1 nor 3, but exactly 2’ (Dehaene, 1997, p. 55), and ‘humans innately possess the capacity to perform simple arithmetical calculations, which may provide the foundations for the development of further arithmetical knowledge’ (Wynn, 1992, p. 750).

There is debate about the cognitive processes underlying these reactions: some researchers proposed precise numerical processes such as *subitizing* to explain infants’ reactions when presented with visual objects (Starkey & Cooper, 1980), or abstraction of numerical invariance (Antell & Keating, 1983; Bijeljac-Babic, Bertocini, & Mehler, 1993; Starkey, Spelke, & Gelman, 1990); others proposed an analogic approximation system known as the ‘accumulator metaphor’, which humans share with other animal species (Dehaene, 1997). Still others propose that infants operate with the ‘approximate numerosity’ system when presented with striking contrasts, such as those between eight and 16 or 12, while when presented with sets and sequences of  $< 4$  or  $< 5$  they use a system that is not specifically numerical, a parallel register of each object (Feigenson & Carey, 2003; Turati et al., 2013; Xu, 2003; van Loosbroek & Smitsman, 1990).

By controlling non-numerical quantitative variables more strictly, Mix, Huttenlocher, and Cohen Levine (2002) attributed infants’ supposed numeric reactions to sensitivity to continuous variables such as area and total contour. Recent studies suggest that infants who are less than a week old notice both continuous and numerical quantitative variations, depending on the situation (Turati et al., 2013).

### **The numerically competent baby’s scopes and limits**

The innatist standpoints in the competent baby approach have been criticized from a neurodevelopmental perspective (Karmiloff-Smith, 2012) and ecological traditions (Gibson & Pick, 2000), to name two prominent positions in the literature. From their field, numerical knowledge development, Nunes and Bryant (1996) question whether the skills attributed to infants of distinguishing between one and three sets of objects have any function in first genuine mathematical experiences: ‘the significance of these findings is still unclear because there is no evidence connecting these reactions of the infants to perceptual displays and their later understanding of number’ (p. 21). Mix et al. (2002) are categorical: ‘[...] exact representation of number does not emerge until the preschool years’ (p. 6); ‘there is no reason to conclude that number is a privileged domain or even to assume that the origins of quantitative reasoning are number based’ (p. 7).

In this article we join these critical voices based on the paradox in the field of numbers, according to the analysis of (1) the aforementioned remarkable

numerical competencies of infants who are months, weeks or days old; or (2) the slow process by which much older children organize quantitative aspects related to sets of objects that they themselves segment by integrating forms and numeric functions (Saxe et al., 1987). The paradox between infants' 'competence' at an early age and the 'incompetence' they appear to have at age two, three or four when they have difficulties in understanding *how and why* numbers are used, or *what* it is to be counted, has led us to question what is being presented to infants in the laboratory as a stimulus and what manifestations are being measured.

Here we can find two known facts. The first is that the stimuli presented are not usually objects but schematized *representations* of objects, which often move on their own. Characteristics that are far removed from the pragmatic properties and use of three-dimensional, everyday life objects (Rodríguez, 2007). In addition, these stimuli (objects or sets) are *already* segmented: the important issue, which is the construction of the segmentation of objects (Piaget, 1937/1977) and sets (von Glasersfeld, 1981) as entities 'detached from continuity', is completely overlooked. The second is that what is being measured is infants' reactions to *quantitative contrasts*, while the numerical representation of unique sets are not put into play nor are any numerical relationships between sets established.

In short, a *naturalization* of objects, their segmentations and the numerical representation occurs, which leads us to question: (1) what is understood as numbers in the research on the 'numerically competent' baby; and (2) what is meant by 'object' and how it behaves, considering that (1) and (2) are linked given that numbers are supported by a segmented reality (or likely to be).

### **First objection: the gap between reactions to contrasts in quantities and representations of numbers**

What is the relationship between *numbers* and the identification of quantitative *contrasts* in sets that differ only in a single item? It is a question that is not often addressed in the studies in which the numerically competent baby approach is based. One-to-one correspondence (Starkey et al., 1990, pp. 99–100) is often cited as a requirement to represent exact numerical values, and a mental representation of each item is inferred, retained in the memory and used to react to new presentations of the same amount of items or one more or less, understanding them respectively as 'similar' or 'not similar'. Although one-to-one correspondence is based on the construction of cardinality, the construction of numbers requires other key operations. Some are very basic, such as the segmentation of units (see section *Second Objection*), the repetition of units, the construction of pluralities and the establishment of boundaries for those pluralities, necessary to represent sets (von Glasersfeld, 1981), or other more complex operations: inferring symmetry, reflexivity and transitivity from this correspondence, allowing the construction of equivalent classes in their cardinality, and establishing order relations among them. That order comes from induction which generates numbers to infinity by adding 1 (Freudenthal, 1983, pp. 73–82).

The intervention of different semiotic systems is essential to the process of the construction of natural numbers. These systems may rely on the use of the body or constitute graphic and/or verbal systems (Ifrah, 1994). These are the systems which are used to switch from mere registration of items (this one, this one and this one) to absolute quantities (how many there are, were or will be) or contrasts (there is, were or will be the same or different amount), to think in and with *numbers*.

In all, it would be more accurate to speak of infants' *reactions* and expectations to *quantitative* variations and regularities rather than *numerical* abilities.

Another argument that emphasizes the distance between infants' *quantitative* reactions and *numerical* learning derives from research which studies children aged two and three in natural contexts performing simple tasks. In several case studies, the spontaneous use of the words — with (cardinal) meaning — 'one' and 'two' were registered *several months before* the words 'three' and 'four' (Fuson, 1988; review in Mix et al. 2002; Mix, Sandhofer, & Baroody, 2005; Scheuer & Sinclair, 2009). In interviews, a progression in the ability of children aged between two and five years to respond numerically to verbal numerical instructions was also found, to the point where 'knowledgeable' children could distinguish: only 1, to 2, to 3 or to 4 (Le Corre & Carey, 2007; Le Corre, Van De Walle, Brannon, & Carey, 2006; Wynn, 1990).

Something similar is demonstrated when three-year-old children are given instructions, supported by visual quantitative presentations (dots on the faces of a die), to move a replica horse forward one, two or three steps on a path that has various boxes, each signalled with a dividing line: few children can move the horse forward correctly according to the points indicated by the die, one box per point, despite the fact that each box in the path outlines its possible segmentation! (Martí, Scheuer, & De La Cruz, 2013). If we limit ourselves to the face of the die that has three points, we note that out of 70 three-year-old children, only 60% correctly state the number of points on the face of that die — whether by showing three fingers or by saying 'three' or 'one, two, three' out loud — and 26% move the horse forward three steps (Martí, Scheuer, Cavalcante, & Trench, 2013). These difficulties are also present when the same task is carried out with children aged 24, 27 or 30 months in a context of triadic interaction where an adult relative who acts as a guide is present (Cavalcante, Rodríguez, & Martí, 2013; Cavalcante & Rodríguez, this volume).

In sum, when children begin to use external representations or different semiotic systems (body, gestures and/or language) in relation to discrete quantities, the image that emerges from the analysis of their achievements and difficulties does not fit with what is expected from the innate skills attributed by advocates of the numerically competent baby. If infants' discrimination between sets of two and three items had an impact on their subsequent numerical development, we would expect children to simultaneously make use of numbers 2 and 3. The transition from 3 to 4 would be relevant, but not between 2 and 3. However, the studies mentioned paint another picture: children seem to make use of verbal representations and conventional gestures for 2 *long before* they do for 3.

Nor do we find references in these studies to the use infants make of those early numerical skills: what is the benefit? In contrast, the varied use children who are two, three or four years old do make of their numerical (semiotic) skills in daily life is quite clear, on their own or with the adults they interact with.

### **Second objection: some difficulties about the notion of object and segmentation**

As we stated, advocates of the competent baby defend what can be considered *naturalization* of numerical representation (see *First objection*) which, in turn, is supported by another *naturalization* relative to objects and their segmentations. We address the latter below.

The first thing we must ask regards the relationship between the numerical representation, the objects (that are ‘out there’) and their segmentations. It is not difficult to conclude that they are closely related: for a numerical representation to take place, the units that make up the set or sequence must be necessarily segmented or likely to be so. Without this condition it does not seem that ‘numerosity’ can be attributed to the sets that are presented. In fact, without ‘segmentability’ of what is real, numbers would be impossible.

To continue further into this paradox, we now ask about the nature of the object, specifically: how are the objects segmented, which is necessary for them to become ‘countable’ units?

Piaget, in his well-known interest to understand the process that leads the child to object permanence — ‘something must be retained, otherwise it cannot be reasoned with’ (in Bringuier, 1977, pp. 40–41) — devotes much attention to the precondition that specifically consists of the *segmentation of objects*. Children understand through their own transformative action that objects are objects, that is, entities that can be detached from continuous background. To be permanent, the object must have been *segmented* as an object. We will not go into the discussion about, as stated by Piaget, to what point the subject’s own action is sufficient or whether intervention from another person is necessary, someone who can ‘collaborate’ with the child when he or she is presented with ‘functionally segmented’ objects when using them in everyday life (see Rodríguez, 2012). What matters here is that Piaget deals with three-dimensional, manipulable objects, which allows the child to interact with them as a transforming *agent*, ultimately as an *active subject*. And if the other, who supports the relationship between the child and the material world, acts intentionally the meeting will occur before.

In short, the possibility of numerosity requires: (1) object permanence, or at least some permanence, which in turn is supported by; (2) segmentation of objects (from ‘continuous background’), so that each object is separated from other objects that make up the base whose boundaries are blurred, or at least not obvious and which allows that action.

If we look at how both themes are normally dealt with in studies that consider infants as numerically competent, we find three very important issues that arise

from a semiotic perspective: (1) the *objects* presented; (2) *segmentation* of the objects presented; (3) the *behaviour* of the objects presented. Regarding (1), the ‘objects’ presented are not usually objects, that is, they are not three-dimensional objects that are capable of being manipulated individually or with others, used to do things or to have functions, rather they are *projections on screens of schematized representations* of objects, such as points (Starkey & Cooper, 1980; Turati et al., 2013) or rhombuses or photographic representations (Starkey et al., 1990) or characters (Kobayashi, Hiraki, & Hasegawa, 2005) detached from any context (Baillargeon, 2000; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011). That is, images of diagrams that can only be *looked at* (see Table 1), which are not exactly objects (Rodríguez, 2009). Regarding (2), the segmentation of objects, what can be considered *naturalization* of the segmentation is made manifest in these studies since the representations (of objects) presented are *already* segmented, which says a lot about the experiment designer’s segmentation abilities but little about the child’s. That can be precisely one of the two- or three year-old child’s difficulties, they do not know *how much* of reality must *be cut* to then ‘give it’ a number. In addition, portions of reality that are segmented must be, to some extent, functionally significant for children, otherwise, why would they need to be quantified? Finally, (3), the behaviour of objects. The objects presented (the schematized representations) usually have movement of their own: jumping points, rhombuses that move back and forth, which move in unison to the right and now to the left (Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009) (see Table 1). If these ‘objects’ represent objects, it is curious that they can move on their own without the intervention of an intentional agent. If anything characterizes artefact objects it is that they cannot move on their own; movement usually occurs as a result of an intentional agent’s action on it (child, adult, non-human primate, pet, etc.) individually or *for another*.

All of which suggests that the *naturalization* of both numbers and objects and their segmentations fail to acknowledge that numbers conform to a semiotic system and that objects are a complex material reality.

## Conclusions

This article’s purpose is to highlight some of the paradoxes related to one of the ideas which, since the 1980s, advocates of the competent baby have most defended, infants’ early numerical abilities.

Interestingly, these early abilities have not often been questioned, even when researchers consider mathematics skills mediated by teachers at primary school (or secondary school). It is also striking how little attention has been devoted to everyday situations where two- or three-year-old children participate in joint activities with adults, who *do* count while they act, meaningfully segmenting their current actions on objects, according to the objectives that are given when performing different tasks. All of that facilitates joint action.

We saw that the designs used to study early numerical abilities are strictly experimental. The child is placed in front of carefully controlled stimuli. Infants accurately manage only very small sets or sequences (containing two or three

items) and differentiate larger sets or sequences only when the difference between them is proportionally remarkable.

We found several difficulties which are summarized below.

- (1) The first arises when one speaks of understanding *numbers*, rather than an acknowledgement of *quantitative variation and regularities*. What is being measured is infants' reactions to *quantitative contrasts*, mainly between sets — either seen or anticipated — and/or sequences of events or sounds, without putting the numerical representation of unique sets into play or establishing numerical relationships between sets. It seems that the identification of a quantitative sameness or difference is considered a direct precursor of number. To consider that the actions of acknowledging a total amount and counting require the same cognitive process is very debatable. Therefore, we conclude that affirming that children can accurately *identify sets that contain up to three items* is not the same as affirming that they possess knowledge of *numbers up to three*.
- (2) We have also highlighted the paradox between the 'high numerical abilities' of infants during their first year of life and the 'great difficulties' two-, three- or four year-old children have to understand, use and communicate with others when it comes to counting almost anything in everyday life situations. How can it be explained that infants who are two or three days old can react differently to the projection of two and three circles on a white background (Antell & Keating, 1983), if a significant proportion of children who are 36 months old cannot numerically interpret circles (two or three) on the faces of a die? And if we say this, it is because (1) they fail to use their fingers to count with the help of language, and (2) very few children use *numerical information* (shown by the die) to move a replica horse forward along a small path (Martí et al., 2013). These same difficulties are apparent even when, upon performing the same task in triadic situations, an adult acts as a guide and tries to help children who are aged 24, 27 or 30 months understand '*what points on the dice need to counted*', '*how to do so*' and '*why it should be done*' (Cavalcante & Rodríguez, this volume). This is very striking when you consider that children who are two years old can already understand and manage without much difficulty basic semiotic systems that imply various functional uses of objects and instruments, symbolic uses that represent absent referents, gestures with high conventional and symbolic meanings, self-regulation when they have difficulty performing a complex task with clearly identifiable semiotic tools, understand — and may even have a considerable production capacity of — language and a long list of etceteras. There is no evidence that all of these abilities are present at birth or during the first six months of life. Therefore, from a developmental perspective, a solid hypothesis would be that numbers are a semiotic system that is more complex than those we have mentioned in the preceding paragraph, such that it would develop *after*, not before, them. This idea agrees with the issue previously highlighted which states that these studies do not measure number but something else.



- (3) When considering the experimental situation we find several striking facts relating to the ‘objects’ used and their behaviours. They are not three-dimensional objects that can be manipulated, transformed, placed in a communicative space with others, etc., but *highly schematized two-dimensional representations*. We have referred to the semiotic difficulty such confusion implies, especially when it regards early development. These representations often undergo a ‘lively transformation’, which contrasts strongly to the characteristics that advocates of the competent baby often give the ‘physical reality’ as an ‘inanimate’ world. In addition, in everyday life, objects tend not to move, transform or shift on their own; intentional agents are required to perform those actions. But in this type of experiment the child finds him/herself in front of the presentation without any help. In addition, the ‘objects’ presented *are already segmented*, which ignores the complexity segmenting involves (language, material objects or the flow of action). In short, the designer of the experiment carries out a *segmenting activity* but nothing is said about that of the *child*. This contrasts with the difficulties children face throughout their second, third or fourth years when *they try to segment* something that is to be counted.

What conclusion can we reach? We are certainly not questioning that these highly controlled studies elicit certain reactions in children. The issue we have to consider here is whether *these* reactions acknowledge *numbers*. Numbers, as a semiotic system, may operate differently and rely heavily on other more basic semiotic systems. The ‘numerically pre-wired’ subject may be considered a passive person who *reacts* to the highly structured environment, while the two or three year-old child is behaving as an active subject in a world that is built together with and guided by others who already know how to segment, how to count significant portions of reality and for what reasons and when. Ultimately, are both cases referring to numbers, or to differentiated abilities that do not overlap? It seems that they come from two bodies of knowledge with very different sources, access methods and information analysis, based on ontological, epistemological and psychological assumptions that are hardly compatible.

Therefore, without denying the fact that the new-born is more sensitive to contrasts between sets that what we considered a few decades ago, perhaps we have to try to denaturalize both numbers and objects and move them back to the territory of consensus and public rules. This territory starts organizing itself from birth thanks to two basic ingredients that make up experience in psychological development: communication and transforming action of the active subject.

## La paradoja entre el bebé *numéricamente competente* y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad

Desde los años 80, numerosas investigaciones de laboratorio contribuyen a forjar una imagen de los bebés como *competentes*, ‘numéricamente preparados’, aportando evidencias de que antes de asir objetos, producir los primeros gestos o las primeras palabras, reaccionan en modos sistemáticos a ciertas regularidades y variaciones cuantitativas en estímulos visuales y auditivos artificiales. A medida que se acumulan evidencias empíricas acerca del alcance y la precocidad de esa ‘sensibilidad numérica’, más necesario se hace reflexionar sobre su significación cognitiva, y su relación con el desarrollo de la comprensión y usos del número en edades muy posteriores.

El contraste de dos imágenes —la del bebé numéricamente competente vs la de los niños bastante más grandes como aprendices torpes, lentos y esforzados— nos coloca frente a una paradoja. Antes de ahondar en esta paradoja y en sus consecuencias, analizaremos algunas de las bases de los defensores del *bebé competente*.

### El surgimiento del *bebé competente*

Como recientemente indica Rochat (2012), a partir de los años 80 se produce la ‘revolución del bebé’ (*baby revolution*); numerosas investigaciones de laboratorio defienden que el bebé es *competente*. Vendría mucho más ‘equipado’ al mundo, contaría ‘por naturaleza’ con muchos más recursos cognitivos especializados de lo considerado por paradigmas clásicos, como el de la Escuela de Ginebra. Aunque, como es bien sabido, los temas abordados por los defensores del *bebé competente* parten de los temas piagetianos.

Esta cita ilustra bien ese discurso:

*Humans infants are endowed, by nature, not only with capacities to sense elementary properties of light and other stimulation, but with capacities to perceive and to conceptualize the world. Infants have perceptual and cognitive capacities that allow them to apprehend objects and to make sense of certain events (Spelke, 1985, p. 323, la cursiva es nuestra).*

Desde este paradigma, que encuentra hasta hoy un apogeo considerable, gana terreno la idea de que el bebé viene al mundo con capacidades, conocimiento o cognición nuclear (*core*), que le permite conceptualizar el mundo (Carey, 2011). A diferencia de la construcción defendida, entre otros, por Piaget,



[...] the innate stock of primitives is not limited to sensory, perceptual, or sensorimotor representations; rather there are also *innate* conceptual representations [...] *The representations in core cognition* differ from perceptual ones, however, in *having conceptual content* (Carey, 2011, pp. 113–14, la cursiva es nuestra).

Esta cognición básica se caracterizaría por ser: (1) de *dominio específico*: organizada en base a sistemas cognitivos que operan según principios definidos, de modo que cada sistema permite ordenar la información y resolver un conjunto limitado de problemas; (2) *encapsulada*: cada sistema opera con alto grado de independencia de otros sistemas cognitivos; (3) de operación prácticamente *automática*: se desencadena ante un rango de condiciones, implicando mínimo esfuerzo cognitivo; (4) parte del *equipamiento* de serie de los seres humanos: todo organismo saludable cuenta con ese bagaje de disposiciones nucleares y específicas; y, por tanto (5) *antigua* en la evolución de la especie (Pozo, 2001).

Sobre esos sistemas de conocimiento básico se añaden nuevos conocimientos, como ladrillos de una construcción —es la metáfora utilizada— hasta alcanzar habilidades cognitivas complejas como la lectura, el cálculo o la ciencia formal (Spelke, 2000). Acaso por ese motivo, las investigaciones del *bebé competente* ejercen mucha influencia fuera del desarrollo temprano. De manera que muchos investigadores explican la dificultad de aprendizaje de niños, jóvenes o adultos en contexto de educación formal en términos de la distancia entre esos conocimientos nucleares y los formales, sin cuestionar el alcance de los conocimientos nucleares o dándolos por sentado (Vosniadou, 2013; y para el número, Berch, 2005; Dehaene, 1997).

Desde la perspectiva del bebé competente habría dos sistemas básicos de procesamiento cognitivo del denominado ‘mundo físico’ (discusión en Rodríguez & Moro, 1998). Uno representaría ‘objetos inanimados, manipulables y sus movimientos’ y otro ‘numerosidad y relaciones numéricas’ (Spelke, 2000, p. 1233), ‘colecciones (*sets*) y sus valores numéricos aproximados’ (Spelke, 2000, p. 1237). Tanto la representación de los objetos como de las cantidades discretas forjan la imagen del bebé como ‘numéricamente preparado’. De acuerdo a Turati, Gava, Valenza, y Ghirardi (2013) ‘number is in fact one of multiple dimensions [...] that attract newborns’ attention and guide their visual exploration of the surrounding world’ (p. 19). En relación con los objetos, los bebés también estarían preparados (o lo conseguirían muy pronto) para representárselos como ‘completos, conectados, cuerpos sólidos que permanecen más allá de las oclusiones y que mantienen su identidad a través del tiempo’ (Spelke, 2000, p. 1233).

Estos trabajos provienen de métodos experimentales de laboratorio, que colocan al bebé frente a espectáculos diseñados para que puedan resultarle interesantes. Miden su conocimiento en base a sus *re-acciones*: mirar o atender distintos espectáculos más o menos tiempo, o succionar con mayor o menor intensidad un chupete (habitación / deshabitación y violación de expectativa), dirigir su mirada a un sector del espectáculo en lugar de a otro (preferencia visual) (ver Mariscal, Casla, Rujas & Aguado-Orea, 2012, para un análisis crítico).

### ¿La construcción experimental del bebé numéricamente competente?

Starkey y Cooper (1980) publicaron un experimento novedoso con bebés de cinco meses. Utilizaron el paradigma de habituación/ deshabituación: les proyectaban series de diapositivas de círculos negros en hilera de 1 cm de diámetro. Tras varias presentaciones o ensayos de habituación para un valor numérico (variándose la longitud y densidad de la hilera; por ejemplo, ● ●, luego ● ●) y una vez que el bebé se mostrara ‘habituado’ (la atención visual decrece), seguía un ensayo de deshabituación, que conservaba la longitud o la densidad de la última presentación, pero no su número (● ● ●). Se comparaban la duración de la mirada del bebé a esta nueva diapositiva y al último ensayo de habituación. La lógica es la siguiente: si el bebé percibe ● ● y ● ● como iguales, su interés ante las presentaciones de dos círculos (más distantes o próximos) tenderá a decaer, con fijaciones más breves de la mirada. Si ese desinterés persistiera ante ● ● ● (ensayo de deshabituación), se inferiría que continúa aburriéndose ante un estímulo que percibe como equivalente a los anteriores. En cambio, si fijara más tiempo su mirada en ● ● ● que en el ensayo previo ● ●, se inferiría un incremento de interés, que indicaría la detección de una novedad: ¡un círculo más, en una hilera de la misma longitud total! (Las series fueron diseñadas descartando influencias de otras variables ‘extrañas’: longitud, densidad, brillo, complejidad, etc.). Ése es el patrón de respuestas registrado: los bebés tendieron a mantener su mirada (unos dos segundos) en el último ensayo de habituación para hileras de dos círculos y a mirar más tiempo (unos 2.5 segundos) el primer ensayo de deshabituación con tres círculos, con resultados similares para la variación de hileras de tres a dos círculos. Esta variación atencional no se registró para secuencias que pasaban de cuatro a seis círculos, o viceversa, pese a que la proporción también es 2:3.

Estos resultados fueron los primeros que mostraron que los bebés discriminan colecciones pequeñas (de hasta tres o cuatro objetos) que difieren tan solo en un elemento. Starkey y Cooper (1980) infirieron un proceso de *subitizing*, o *percepción súbita* y exacta de la cantidad, como el registrado en niños y adultos para colecciones de hasta aproximadamente cuatro elementos. Consideraron que los bebés pueden recordar estos pequeños ‘números’: sólo si se mantiene en memoria lo recientemente presenciado es posible registrar la reiteración o variación de los estímulos y por tanto, perder o recuperar el interés.

La motivación de este experimento paradigmático radica en la búsqueda de ‘precursores’ (Starkey & Cooper, 1980; p. 1,033) en la etapa preverbal de la comprensión conceptual del número de niños de dos a cuatro años. Este supuesto también opera en los numerosos experimentos que siguieron a este trabajo pionero: las habilidades inferidas en función de *reacciones* ante variaciones cuantitativas estímulares *manipuladas artificialmente* prefiguran o sostienen adquisiciones posteriores que involucran representaciones mediadas semióticamente de la magnitud de colecciones de objetos y de relaciones aritméticas entre colecciones. Por ejemplo, para Canfield y Smith (1996): ‘we agree with [the] view that the numerical abilities of infants is likely to serve as an important seed from which later symbolic counting grows’ (p. 278).

Desde entonces se multiplicaron los estudios de laboratorio de las habilidades numéricas de los bebés. En la [Tabla 1](#) recogemos algunos de los muchos experimentos que midieron reacciones de bebés, de hasta ocho meses, ante un abanico de regularidades y variaciones cuantitativas en colecciones de hasta tres o cuatro unidades. La selección pretende dar un panorama de esa línea de trabajo. Para cada experimento informamos: habilidad numérica atribuida, características de los estímulos, procedimiento experimental, edad más temprana de manifestación, cantidad de bebés participantes y de los que lloraron persistentemente, no atendieron, se durmieron, no alcanzaron el criterio de habituación o registraron alguna otra interferencia.

En síntesis, estos estudios concluyen que los bebés discriminan entre colecciones visuales y secuencias de dos y tres unidades (con evidencias de que también discriminan entre colecciones formadas por tres y cuatro), emparejan dos sonidos discretos con dos figuras visuales (y tres sonidos con tres figuras) presentados simultánea o sucesivamente, se ‘sorprenden’ si tras quitar un objeto de donde había dos, continúa habiendo dos; o si tras agregar un objeto donde había otro, solamente aparecen uno o tres. Este último resultado, con bebés de cinco meses, dio lugar a conclusiones como: ‘Babies know that  $1 + 1$  makes neither 1 nor 3, but exactly 2’ (Dehaene, 1997, p. 55), o ‘humans innately possess the capacity to perform simple arithmetical calculations, which may provide the foundations for the development of further arithmetical knowledge’ (Wynn, 1992, p. 750).

Existe un debate acerca de los procesos cognitivos en la base de estas reacciones: algunos investigadores postularon procesos numéricos precisos como el *subitizing* para presentaciones de objetos visuales (Starkey & Cooper, 1980) o la abstracción de invariancia numérica (Antell & Keating, 1983; Bijeljac-Babic, Bertoncini, & Mehler, 1993; Starkey, Spelke, & Gelman, 1990); otros propusieron un sistema aproximado de carácter analógico conocido según la ‘metáfora del acumulador’, compartido con otras especies animales (Dehaene, 1997). Aún otros proponen que los bebés operan con ese sistema de ‘numerosidad aproximada’ ante contrastes notables como aquellos entre ocho vs 16 ó 12, mientras que ante colecciones y secuencias  $< 4$  o  $< 5$  utilizan un sistema no específicamente numérico de registro en paralelo de cada objeto (Feigenson & Carey, 2003; Turati et al., 2013; Xu, 2003; van Loosbroek & Smitsman, 1990).

Al controlar en forma más estricta la intervención de variables cuantitativas no numéricas, Mix, Huttenlocher, y Cohen Levine (2002) atribuyeron las reacciones supuestamente numéricas de los bebés a una sensibilidad a variables continuas, como área y contorno total. Estudios recientes proponen que bebés de menos de una semana atienden sea a variaciones cuantitativas continuas como numéricas, dependiendo de la situación (Turati et al., 2013).

### **Alcances y límites del bebé numéricamente competente**

Las tesis innatistas del bebé competente encuentran voces críticas desde el neurodesarrollo (Karmiloff-Smith, 2012) o las tradiciones ecológicas (Gibson &

Tabla 1. Selección de estudios de las reacciones cuantitativas de bebés de hasta ocho meses ante variaciones en pequeñas cantidades.

Habilidad numérica atribuida	Características de los estímulos				Procedimiento experimental **				Edad a partir de la que se evidencia				Estudio			
	Valores* en que se registró		Presentación	Objetos (ontología)	H/D		Dm	As	Pv	Ev	Ve	meses		Participantes/ edades excluidos		
	se registró	no se registró			Días	8						7			6	5
Discriminar dos colecciones o secuencias en base al número de unidades	2 vs. 3	4 vs. 6	Visuoespacial sucesiva mediante proyección de diapositivas de una en una.	Objetos gráficos (OG) estáticos y homogéneos: círculos negros, OG estáticos, heterogéneos, siempre novedosos: fotografías en color de objetos domésticos sobre fondo blanco.	X							X	72 (16 a 30 semanas)	No inf.	Starkey y Cooper (1980)	
	2 vs. 3	4 vs. 6			X			X					40 (21 a 144 hs)	25	Antell y Keating (1983)	
	2 vs. 3	-		OG estáticos, heterogéneos, siempre novedosos: fotografías en color de objetos domésticos sobre fondo blanco.	X						X		X	32 (6 a 9 meses)	14	Starkey et al. (1990) (Experimento 1)
Discriminar dos colecciones o secuencias en base al número de unidades	2 vs. 1 y vs. 3			OG en movimiento: formas geométricas rectangulares que ocasionalmente se tapan entre sí.	X							X	30 (5, 8 y 13 meses) (diseño longitudinal)	25	van Loosbroek y Smitsman (1990)	
	3 vs. 2 y vs. 4				X							X				
4 vs. 3 y vs. 5																
2 vs. 3 sílabas	4 vs. 6 fonemas	Auditiva sucesiva mediante reproducción de grabaciones.	Articulaciones de sílabas pronunciadas por una mujer.	X				X					135 (3 ó 4 días)	86	Bijeljac-Babic et al. (1993)	
2 vs. 3		Visuoespacial y temporal, sucesiva	Salto de una marioneta invisible	X						X			18 (6 meses)	6	Wynn (1996)	
2 grupos de 3 vs. 3 de 2	-	Visuoespacial simultánea: pares de diapositivas.	OG estáticos, homogéneos y agrupados de a 2 ó 3: círculos blancos sobre fondo negro.								X		17	6	Turati et al. (2013)	

(Continúa)

Tabla 1. (Continuación).

Habilidad numérica atribuida	Valores* en que		Características de los estímulos		Procedimiento experimental **		Edad a partir de la que se evidencia				Estudio				
	se registró	no se registró	Presentación	Objetos (ontología)	H/D		meses								
					Dm	As	Pv	Ev	Ve	Días		5	6	7	8
Establecer correspondencia intermodal entre número de unidades visuales y auditivas	2 y 3	-	Pares de diapositivas (una con 2 OG, otra con 3) con producción sonora simultánea y permanente posterior de las diapositivas	OG estáticos, heterogéneos: fotografías de objetos domésticos sobre fondo blanco. Sonidos: secuencias de golpes con sobre una lata no visible.	X		X						40 (6 a 8 meses)	4	Starkley et al. (1990) (Experimentos 2, 3 y 4) (Experimento 5)
		-	Sucesiva: primero diapositiva luego producción sonora.	Ídem anterior, con un disco negro delante de la fuente sonora para medir fijación visual a la fuente.	X								32 (6 a 9 meses)	15	
	2 y 3		Proyección de escena animada del inicio de la caída sucesiva de dos o tres objetos, con reproducción sonora cuando cada objeto fuera de la vista impacta en una base.	OG animados, homogéneos, visibles al inicio de su caída vertical y luego tapados por una pantalla ascendente: dibujos de un ratón amarillo. Sonidos: tonos generados por computadora.		X		X					32 (5 a 6 meses)	7	Kobayashi et al. (2005)
Anticipar resultado de operaciones aditivas	1 + 1 2-1	-	Visual, con sucesión de presentaciones de objetos con intercalación de eventos (agregar o quitar un objeto)	Objetos tridimensionales y acciones manuales (colocar o retirar) realizadas por experimentador	X		X						64 (4 y 5 meses)	No inf.	Wynn (1992)
Anticipar un cambio tras un número de ocurrencias	2 y 3	-	Visuo espacial y temporal, sucesiva: secuencias de 2 (ó 3) imágenes proyectadas en una ubicación y la tercera (o cuarta) en otra.	OG animados, heterogéneos: muñeco corriendo, rueda que rota, etc.		X		X					76 (5 meses)	6	Canfield y Smith (1996)

Nota: \* Valores para los que (la habilidad) se registró/ no se registró; se informa solo en un sentido (así, la mención de 2 vs. 3 incluye 3 vs. 2); \*\* Procedimiento experimental. H/D: Habitación/deshabitación (Dm: según duración de fijación de la mirada; As: según amplitud de succión). Pv: Preferencia visual. Ev: Expectativa visual. Ve: Violación de expectativa.

Pick, 2000), por mencionar dos destacadas posturas en la literatura. Desde el campo del desarrollo del conocimiento numérico, Nunes y Bryant (1996) cuestionaron si la habilidad atribuida a bebés para distinguir entre colecciones de uno y tres objetos juega algún rol en las primeras experiencias matemáticas genuinas: ‘the significance of these findings is still unclear because there is no evidence connecting these reactions of the infants to perceptual displays and their later understanding of number’ (p. 21). Mix et al. (2002) son categóricas: ‘[...] exact representation of number does not emerge until the preschool years’ (p. 6); ‘there is no reason to conclude that number is a privileged domain or even to assume that the origins of quantitative reasoning are number based’ (p. 7).

En este artículo nos sumamos a estas voces críticas a partir de la paradoja en el campo del número, según se analicen: (1) las notables competencias numéricas en bebés de meses, semanas o días, expuestas en el apartado anterior; o (2) el lento proceso mediante el cual niños mucho mayores organizan aspectos cuantitativos relacionados con colecciones de objetos que ellos mismos segmentan, integrando formas y funciones numéricas (Saxe, Guberman, & Gearhart, 1987). La paradoja entre lo ‘competentes’ que son al principio y lo ‘incompetentes’ que pueden parecer cuando a los dos, tres o cuatro años tienen dificultades en comprender *cómo* y *para qué* se usan los números, o *qué* es lo que hay que contar, nos ha llevado a considerar qué es lo que se presenta a los bebés en el laboratorio como estímulo y qué manifestaciones se miden.

Ahí encontramos dos hechos notorios. El primero es que los estímulos presentados no suelen ser objetos, sino esquematizadas *representaciones* de objetos, frecuentemente dotadas de movimiento propio. Características bien alejadas de las propiedades pragmáticas y de uso de los objetos tridimensionales de la vida cotidiana (Rodríguez, 2007). Además, estos estímulos (objetos o colecciones) *ya* están segmentados, cuando el importante asunto de la construcción de la segmentación de los objetos (Piaget, 1937/1977) y de las colecciones (von Glasersfeld, 1981) como entidades ‘desgajables del continuo’, se pasa completamente por alto. El segundo es que lo que se mide es la reacción de los bebés a *contrastos cuantitativos*, sin que se ponga en juego la representación numérica de colecciones únicas ni se establezcan relaciones numéricas entre colecciones.

En definitiva, se produce una *naturalización* tanto de los objetos y sus segmentaciones como de la representación numérica, lo que nos lleva a cuestionar: (1) qué concepción de número se maneja en las investigaciones sobre el bebé ‘numéricamente competente’; y (2) qué se entiende por ‘objeto’ y cómo se comporta, teniendo en cuenta que (1) y (2) están articulados puesto que el número se apoya sobre una realidad segmentada (o susceptible de serlo).

### **Primera objeción: la brecha entre reacciones a contrastes en la cantidad y representación del número**

¿Qué relación hay entre el *número* y la detección de *contrastos* cuantitativos en colecciones que difieren tan solo en un individuo? Es una pregunta poco tratada en los estudios sobre los que se asienta la construcción del bebé numéricamente

competente. Se apela frecuentemente a la correspondencia 1 a 1 (Starkey et al., 1990, pp. 99–100) como requisito para representar valores numéricos exactos, y se infiere una representación mental de cada individuo, mantenida en la memoria como base para reaccionar a nuevas presentaciones de la misma cantidad de individuos o de uno más o menos, tratándolas respectivamente como ‘equivalentes’ o ‘no equivalentes’. Aunque la correspondencia 1 a 1 se encuentra en la base de la construcción de la cardinalidad, la construcción del número requiere otras operaciones fundamentales. Algunas muy básicas, como la segmentación de unidades (ver apartado *Segunda objeción*), la reiteración de unidades, la construcción de pluralidades y el establecimiento de fronteras de esas pluralidades necesario para la representación de colecciones (von Glasersfeld, 1981), u otras operaciones más elaboradas: inferir a partir de esa correspondencia la simetría, reflexividad y transitividad, permitiendo la construcción de clases equivalentes en su cardinalidad, y el establecimiento de orden entre las mismas. Ese orden surge de la inducción, que permite generar números hasta el infinito mediante el agregado de 1 (Freudenthal, 1983, pp. 73–82).

En el proceso de construcción del número natural, la intervención de los sistemas semióticos es imprescindible. Se trate del uso del cuerpo, de sistemas gráficos, y/o verbales (Ifrah, 1994). Son esos sistemas los que permiten pasar del mero registro de individuos (éste, éste y éste), de cantidades absolutas (cuántos hay, hubo o habrá) o de contrastes (hay, hubo o habrán la misma o distinta cantidad), a pensar en y con *números*.

En suma, sería más preciso hablar en los bebés de *reacciones* y expectativas frente a variaciones y regularidades *cuantitativas* que de habilidades *numéricas*.

Otro argumento que subraya la distancia entre las reacciones *cuantitativas* de los bebés y el aprendizaje *numérico* procede de los estudios que observan a niños de dos y tres años en contextos naturales realizando tareas sencillas. En varios estudios de caso, el uso espontáneo con significado (cardinal) de las palabras ‘uno’ y ‘dos’ se registró *varios meses antes* que el de las palabras ‘tres’ y ‘cuatro’ (Fuson, 1988; revisión en Mix et al., 2002; Mix, Sandhofer, & Baroody, 2005; Scheuer & Sinclair, 2009). En un contexto de entrevistas también se encontró una gradación en la capacidad de los niños de entre dos y cinco años para responder cardinalmente a instrucciones numéricas verbales, al punto de distinguir niños ‘conocedores’ de: solo 1, hasta 2, hasta 3 o hasta 4 (Le Corre, Van de Walle, Brannon, & Carey, 2006; Le Corre & Carey, 2007; Wynn, 1990).

Algo similar se encuentra cuando se da a niños de tres años instrucciones apoyadas en presentaciones cuantitativas visuales (puntos en las caras de un dado) para que hagan avanzar un caballito réplica uno, dos o tres pasos por un camino que presenta una sucesión de casillas, marcadas cada una con una línea divisoria: pocos niños hacen avanzar al caballito correctamente considerando los puntos indicados por el dado, una casilla por punto, pese a que las casillas del camino sugieren su posible segmentación! (Martí, Scheuer, & de la Cruz, 2013). Si nos circunscribimos a la cara con tres puntos, se aprecia que de 70 niños de tres años, solo 60% expresa correctamente el número de puntos en la cara del dado —sea mostrando tres dedos, diciendo ‘tres’ o ‘uno, dos, tres’— y 26%



desplaza el caballito tres pasos (Martí, Scheuer, Cavalcante, & Trench, 2013). Estas dificultades se manifiestan también con la misma tarea en niños de 24, 27 o 30 meses, en contexto de interacción triádica con un adulto familiar que actúa como guía (Cavalcante, Rodríguez, & Martí, 2013; Cavalcante y Rodríguez, en este volumen).

En suma, cuando los niños comienzan a usar representaciones externas o sistemas semióticos (corporales, gestos y/o lenguaje) en relación a cantidades discretas, la imagen que surge del análisis de sus logros y dificultades no encaja con la que podría esperarse del bagaje de habilidades atribuidas por los defensores del bebé numéricamente competente. Si el que los bebés discriminen colecciones de dos y tres individuos tuviera un impacto en el desarrollo numérico posterior, sería esperable que los niños se sirvieran simultáneamente de los números 2 y 3. Habría un hito en el pasaje de 3 a 4, pero no entre 2 y 3. Sin embargo, las investigaciones revisadas muestran otro panorama: los niños parecen servirse de las representaciones verbales y gestos convencionales para 2 *mucho antes* que para 3.

Tampoco encontramos referencias en estos estudios al uso que el bebé hace de esas habilidades numéricas tempranas: ¿de qué le sirven? Mientras que con niños de dos, tres o cuatro años sí se observa el uso variado que realizan en la vida cotidiana, tanto ellos mismos como con los adultos que interactúan con ellos.

### **Segunda objeción: algunas dificultades acerca de la noción de objeto y de segmentación**

Como anunciábamos, los defensores del bebé competente practican lo que puede considerarse *naturalización* de la representación numérica (ver *Primera objeción*) que, a su vez, se apoya sobre otra *naturalización* relativa a los objetos y a sus segmentaciones. De esto último nos ocupamos a continuación.

Lo primero que hay que preguntarse es por la relación entre la representación numérica, los objetos (que ‘están ahí fuera’) y sus segmentaciones. No es difícil concluir que están íntimamente relacionados: para que una representación numérica tenga lugar es preciso que las unidades que componen la colección o secuencia, estén segmentadas o sean susceptibles de serlo. Sin esa condición no parece que pueda atribuirse ‘numerosidad’ a las colecciones presentadas. De hecho, sin la ‘segmentabilidad’ de lo real el número sería imposible.

Para continuar ahondando en esta paradoja, nos preguntaremos ahora por la naturaleza del objeto, y más precisamente: ¿cómo se segmentan los objetos que los convierten en unidades ‘contables’?

Piaget, en su célebre interés por comprender el proceso que conduce al niño a la permanencia del objeto, ‘es preciso que algo se conserve, de lo contrario no se puede razonar’, decía (en Bringuier, 1977, p. 40–41), le dedica mucha atención a la condición previa y que consiste precisamente en la *segmentación de los objetos*. Los niños van comprendiendo, a través de su propia acción transformadora, que los objetos son objetos, es decir, entidades susceptibles de desgajarse del fondo continuo. Para hacerse permanente el objeto se ha tenido que *segmentar* como



objeto. No discutiremos ahora hasta qué punto basta, como afirma Piaget, con la acción del propio sujeto o si también es necesaria la intervención de otro que ‘colabore’ con el niño cuando le presenta los objetos ‘funcionalmente segmentados’ al usarlos en la vida cotidiana (ver Rodríguez, 2012). Lo que sí importa aquí es que Piaget se ocupa de objetos tridimensionales, manipulables, lo que permite que el niño actúe con ellos como *agente* transformador, en definitiva como *sujeto activo*. Y si es la acción intencional del otro quien sustenta la relación entre el niño y el mundo material, el encuentro se producirá antes.

Resumiendo, la posibilidad de la numerosidad requiere: (1) la permanencia del objeto, o al menos cierta permanencia, que a su vez se apoya en; (2) la segmentación de los objetos (del ‘fondo continuo’), de manera que cada objeto se encuentra separado de otros objetos que configuran el fondo cuyos límites resultan borrosos, o al menos, no nítidos y que permiten la acción.

Si consideramos cómo suelen resolverse ambos temas en los estudios que consideran al bebé numéricamente competente encontramos tres asuntos muy relevantes desde el punto de vista semiótico: (1) Los *objetos* presentados; (2) la *segmentación* de los objetos presentados; (3) el *comportamiento* de los objetos presentados. En relación a (1), los ‘objetos’ presentados no suelen ser objetos, es decir, tridimensionales, susceptibles de ser manipulados en soledad o en comunicación con otros, de tener funciones o de servir para hacer cosas, sino *proyecciones en pantallas de representaciones esquematizadas* de objetos, como puntos (Starkey & Cooper, 1980; Turati et al., 2013) o rombos, representaciones fotográficas (Starkey et al., 1990) o de personajes (Kobayashi, Hiraki, & Hasegawa, 2005) desgajados de todo contexto (Baillargeon, 2000; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011). Es decir, imágenes de esquemas que sólo pueden ser *miradas* (ver Tabla 1), lo que no es exactamente un objeto (Rodríguez, 2009). En relación a (2) la segmentación de los objetos, se pone de manifiesto en estos estudios lo que puede considerarse *naturalización* de la segmentación, puesto que las representaciones (de objetos) presentadas *ya* están segmentadas, lo cual dice mucho de la actividad segmentadora del experimentador, pero poco de la del niño. Precisamente ésa puede ser una de las dificultades de los niños de dos o tres años, que no saben *qué porción* de realidad hay que *cortar* para después ‘colocarle’ un número. Además, las porciones de realidad que se segmentan tienen que ser, en alguna medida, funcionalmente significativas para los niños, de lo contrario, ¿para qué habría que cuantificar nada? Por último (3) el comportamiento de los objetos. Los objetos presentados (las representaciones esquematizadas) suelen estar dotados de movimiento propio: puntos saltarines, rombos que van de acá para allá desplazándose al unísono a la derecha, a la izquierda (Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009) (ver Tabla 1). Si estos ‘objetos’ representan objetos, resulta curioso que se desplacen por su cuenta sin la intervención de un agente intencional. Si algo caracteriza los objetos artefactos es que carecen de movimiento propio, el movimiento suele producirse como consecuencia de la acción de un agente intencional (niño, adulto, primate no humano, animal doméstico, etc.) en solitario o *para otro*.

Todo lo cual sugiere que la *naturalización* tanto del número como de los objetos y sus segmentaciones ignora precisamente el número como sistema semiótico y los objetos como realidad material compleja.

## Conclusiones

El objetivo de este artículo es el de poner en evidencia algunas paradojas relativas a una de las ideas que, desde los años 80, más han divulgado los defensores del bebé competente, relativa a las altas habilidades numéricas tempranas de los bebés.

Curiosamente pocas voces críticas se han alzado para cuestionar estas habilidades tempranas (o pocas voces han criticado estas habilidades tempranas), incluso cuando los investigadores den cuenta de habilidades matemáticas mediadas por el/la maestro/a en la escuela primaria (o secundaria). También es llamativo la poca atención dedicada a las situaciones en que el niño participa, a lo largo del segundo o tercer años, en actividades conjuntas con adultos que sí cuentan *aquello sobre lo que actúan, segmentando significativamente la acción en curso* sobre los objetos en función de los objetivos que se den al realizar las tareas que sean.

Veámos que los diseños empleados al estudiar las habilidades numéricas tempranas son estrictamente experimentales. Se coloca al niño frente a estímulos cuidadosamente controlados. Los bebés podrían tratar con precisión cuantitativa sólo colecciones o secuencias muy pequeñas (de dos o tres individuos) y diferenciar colecciones o secuencias mayores sólo cuando la diferencia entre ellas es proporcionalmente destacable.

Hemos encontrado diversas dificultades que resumimos a continuación.

- (1) La primera cuando se habla de captar el *número* y no solamente de atender a *variaciones y regularidades cuantitativas*. Lo que se mide es la reacción de los bebés a *contrastes cuantitativos*, principalmente entre colecciones —vistas o/y anticipadas— o/y entre secuencias de sucesos o sonidos, sin que se ponga en juego la representación numérica de colecciones únicas ni se establezcan relaciones numéricas entre colecciones. Parecería que se considera la detección de la mismidad o diferencia cuantitativa como precursor directo de los números. Considerar que cantidad global y conteo requieren el mismo proceso cognitivo es muy discutible. Por tanto, concluimos que no es lo mismo afirmar que los niños *distinguen* con precisión *colecciones de hasta tres*, que afirmar que poseen un conocimiento del *número hasta tres*.
- (2) También hemos destacado la paradoja entre las ‘altas habilidades numéricas’ de los niños durante el primer año de vida y las ‘grandes dificultades’ a los dos, tres o cuatro años en comprender, usar y comunicarse con otros cuando se trata de contar lo que sea en una situación de la

vida cotidiana. ¿Cómo explicar que bebés de dos o tres días de vida reaccionen diferencialmente a la proyección de dos y de tres círculos sobre un fondo blanco (Antell & Keating, 1983), y que una considerable proporción de niños de 36 meses no interpreten como numéricos los círculos (dos o tres) de las caras de un dado? Y si afirmamos esto es porque (1) no llegan a servirse de sus dedos para contar con la ayuda del lenguaje, y (2) muy pocos niños utilizan la *información numérica* (mostrada por el dado) para hacer avanzar un caballito réplica por un caminito (Martí, Scheuer, & de la Cruz, 2013). Estas mismas dificultades se ponen de manifiesto incluso cuando, al realizar la misma tarea en situaciones triádicas, un adulto actúa como guía tratando de que niños de 24, 27 o 30 meses, comprendan ‘qué puntos hay que contar en el dado’, ‘cómo’, y ‘para qué’ (Cavalcante y Rodríguez, este volumen). Este hecho es muy llamativo si se tiene en cuenta que a los dos años los niños ya se manejan sin dificultad con los sistemas semióticos básicos y que implican variados usos de objetos e instrumentos de manera funcional, usos simbólicos representando referentes ausentes, gestos con alto nivel convencional y simbólico, se autorregulan cuando tienen dificultades al realizar una tarea compleja con instrumentos semióticos claramente identificables, comprenden el lenguaje y muchos poseen un nivel considerable en producción y un larguísimo etcétera. No hay evidencia de que todas estas habilidades estén presentes al nacer, ni durante los primeros seis meses de vida, por ejemplo. Por tanto, en buena lógica evolutiva, una sólida hipótesis sería que el número es un sistema semiótico más complejo que los que acabamos de mencionar, por lo que se desarrollaría *después*, no antes, lo que encaja con la duda apuntada de que lo que los estudios miden no sea el número sino otra cosa.

- (3) Al considerar la situación experimental encontramos varios hechos llamativos, relativos a los ‘objetos’ empleados y a sus comportamientos. Se trata, no de objetos tridimensionales que se pueden manipular, transformar, situar en un espacio comunicativo con el otro, etc., sino de *representaciones bidimensionales altamente esquematizadas*. Nos hemos referido a la dificultad semiótica que implica dicha confusión, máxime cuando se trata de dar cuenta del desarrollo temprano. Estas representaciones con frecuencia sufren una ‘transformación animada’, lo que contrasta fuertemente con las características que los defensores del bebé competente suelen darle a la ‘realidad física’ como mundo ‘inanimado’. En la vida cotidiana, además, los objetos no suelen moverse, transformarse o desplazarse por su cuenta, sino que se precisa la acción de un agente intencional. Pero en este tipo de experimentos el niño suele encontrarse solo frente al espectáculo presentado. Además, los ‘objetos’ presentados *ya están segmentados*, lo que implica ignorar la complejidad que conlleva segmentar lo que sea (el lenguaje, los objetos materiales o el flujo de la acción). En definitiva, el experimentador se libra a una importante *actividad segmentadora* pero nada se indica de la del niño.

Lo que contrasta con su dificultad a lo largo del segundo, tercer o cuarto años cuando *tienen que segmentar* aquello que es susceptible de ser contado.

¿A qué conclusión llegamos? Ciertamente no estamos cuestionando que estos trabajos altamente controlados pongan en evidencia en los niños determinadas reacciones. La dificultad que aquí tenemos es en considerar que *esas* reacciones den cuenta del *número*. El número, como sistema semiótico, puede que funcione de otro modo y que requiera apoyarse fuertemente sobre otros sistemas semióticos más básicos. Puede que el sujeto ‘numéricamente precableado’ sea considerado como un sujeto pasivo que *re-acciona* al medio altamente estructurado, mientras que el niño de dos o tres años se esté comportando como un sujeto activo en un mundo que se construye con la compañía y guía de otros que ya segmentan, ya saben cómo contar porciones de realidad significativas, para qué y cuándo. En definitiva, ¿se trata de número en ambos casos o de habilidades diferenciadas que no se solapan? Todo apunta a que surgen de dos cuerpos de conocimiento interesados por recursos muy diferentes, con métodos muy distintos de acceso y análisis de la información, basados en supuestos ontológicos, epistemológicos y psicológicos difícilmente compatibles.

Por tanto, sin negar el hecho de que el recién nacido sea más sensible a los contrastes entre colecciones de lo que se consideraba hace unas décadas, acaso haya que intentar desnaturalizar tanto el número como los objetos y devolverlos al territorio del consenso y de las reglas públicas. Territorio que comienza a organizarse desde el nacimiento gracias a dos ingredientes básicos que conforman la experiencia en el desarrollo psicológico: la comunicación y la acción transformadora del sujeto activo.

### Acknowledgements / Agradecimientos

Part of this research is funded by a grant awarded to the first author from the EDU2011-27840 project, I+D+I, Ministry of Science and Innovation, Spain, and by funding to the second author from the National University of Comahue (C-107 Project). / *Parte de esta investigación está subvencionada por el proyecto EDU2011-27840, I+D+I del Ministerio de Ciencia e Innovación, España, a la primera autora y por la Universidad Nacional del Comahue (Proyecto C-107) a la segunda autora.*

### References / Referencias

- Antell, S. E., & Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695–701. doi:10.2307/1130057
- Baillargeon, R. (2000). How do infants learn about the physical world? In D. Muir, & A. Slater (Eds.), *Infant development* (pp. 195–212). Oxford: Blackwell.
- Berch, D. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 333–339. doi:10.1177/00222194050380040901
- Bijeljac-Babic, R., Bertoincini, J., & Mehler, J. (1993). How do 4-day-old infants categorize multisyllabic utterances? *Developmental Psychology*, 29, 711–721. doi:10.1037/0012-1649.29.4.711

- Bringuier, J.-C. (1977). *Conversations libres avec Jean Piaget*. Paris: Robert Laffont.
- Canfield, R., & Smith, E. G. (1996). Number-based expectations and sequential enumeration by 5-month-old infants. *Developmental Psychology*, *32*, 269–279. doi:10.1037/0012-1649.32.2.269
- Carey, S. (2011). Précis of *the origin of concepts*. *Behavioral and Brain Sciences*, *34*, 113–124. doi:10.1017/S0140525X10000919
- Cavalcante, S., & Rodríguez, C. (2015). La comprensión del dado como objeto con funciones numéricas en niños de 24 a 36 meses y la influencia comunicativo-educativa del adulto: estudio de dos casos. *Estudios de Psicología*, *36*.
- Cavalcante, S., Rodríguez, C., & Martí, E. (2013). The comprehension of the use of the dice in triadic interactions – A microgenetic study with children from 24 to 33-month-old. Paper presented at the 16 ECDP, Lausanne, 3–7 September.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York, NY: Oxford University Press.
- Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via object-files: Evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, *6*, 568–584. doi:10.1111/1467-7687.00313
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York, NY: Springer.
- Gibson, E. J., & Pick, A. (2000). *An ecological approach to perceptual learning and development*. Oxford: Oxford University Press.
- Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres*. Paris: Laffont.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *106*, 10382–10385. doi:10.1073/pnas.0812142106
- Karmiloff-Smith, A. (2012). From constructivism to neuroconstructivism. In E. Martí & C. Rodríguez (Eds.), *After Piaget* (pp. 1–14). New Brunswick, NJ: Transaction.
- Kobayashi, T., Hiraki, K., & Hasegawa, T. (2005). Auditory-visual intermodal matching of small numerosities in 6-month-old infants. *Developmental Science*, *8*, 409–419. doi:10.1111/j.1467-7687.2005.00429.x
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, *105*, 395–438. doi:10.1016/j.cognition.2006.10.005
- Le Corre, M., Van De Walle, G. A., Brannon, E., & Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, *52*, 130–169. doi:10.1016/j.cogpsych.2005.07.002
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, *14*, 1292–1300. doi:10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x
- Mariscal, S., Casla, M., Rujas, I., & Aguado-Orea, J. (2012). Los métodos basados en la duración de la mirada: ¿una ventana a la cognición temprana? *Estudios de Psicología*, *33*, 277–292. doi:10.1174/021093912803758219
- Martí, E., Scheuer, N., Cavalcante, S., & Trench, M. (2013, June 6–8). Representing the number three at three years: a multidimensional analysis. Paper presented at the 43rd Annual Meeting of the Jean Piaget Society, Chicago, USA.
- Martí, E., Scheuer, N., & De La Cruz, M. (2013). Symbolic use of quantitative representations in young children. In B. M. Brizuela, & B. E. Gravel (Eds.), *“Show me what you know” Exploring representations across STEM disciplines* (pp. 7–21). New York, NY: Teachers College.
- Mix, K. S., Huttenlocher, J., & Cohen Levine, S. (2002). *Quantitative development in infancy and early childhood*. Oxford: Oxford University Press.

- Mix, K. S., Sandhofer, C. M., & Baroody, A. (2005). Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. In R. V. Kail (Ed.), *Advances in child development and behavior*, 33. New York, NY: Academic Press.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Piaget, J. (1937/1977). *La construction du réel chez l'enfant*. Neuchâtel-Paris: Delachaux et Niestlé.
- Pozo, J. I. (2001). *Humana mente: el mundo, la conciencia y la carne*. Madrid: Morata.
- Rochat, P. (2012). Baby assault on piaget. In E. Martí, & C. Rodríguez (Eds.), *After Piaget* (pp. 71–82). New Brunswick, NJ: Transaction.
- Rodríguez, C. (2007). Object, communication and signs. The triadic basis of early cognitive development. In J. Valsiner, & A. Rosa (Eds.), *The Cambridge handbook of socio-cultural psychology* (pp. 257–276). New York, NY: Cambridge University Press.
- Rodríguez, C. (2009). The ‘circumstances’ of gestures: Proto-interrogatives and private gestures. *New Ideas in Psychology*, 27, 288–303. doi:10.1016/j.newideapsych.2008.04.002
- Rodríguez, C. (2012). The functional permanence of the object: A product of consensus. In E. Martí, & C. Rodríguez (Eds.), *After Piaget* (pp. 123–150). New Brunswick, NJ: Transaction.
- Rodríguez, C., & Moro, C. (1998). *El mágico número tres. Cuando los niños aún no hablan*. Barcelona: Paidós.
- Saxe, G., Guberman, S., Gearhart, M., Gelman, R., Massey, C. M., & Rogoff, B. (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, Serial No 216 52(2), i. doi:10.2307/1166071
- Scheuer, N., & Sinclair, A. (2009). From one to two. Observing one child’s early mathematical steps. In C. Andersen, N. Scheuer, M. D. P. Pérez Echeverría, & E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 19–37). Rotterdam: Sense.
- Spelke, E. S. (1985). Preferential-looking methods as tools for the study of cognition in infancy. In G. Gottlieb, & N. A. Krasnegor (Eds.), *Measurement of audition and vision in the first year of postnatal life* (pp. 323–363). Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.
- Spelke, E. S. (2000, November). Core knowledge. In *American Psychologist*, 55, 1233–1243.
- Starkey, P., & Cooper Jr., R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210, 1033–1035. doi:10.1126/science.7434014
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97–127. doi:10.1016/0010-0277(90)90001-Z
- Turati, C., Gava, L., Valenza, E., & Ghirardi, V. (2013). Number versus extent in newborns’ spontaneous preference for collections of dots. *Cognitive Development*, 28, 10–20. doi:10.1016/j.cogdev.2012.06.002
- van Loosbroek, E., & Smitsman, A. W. (1990). Visual perception of numerosity in infancy. *Developmental Psychology*, 26, 916–922. doi:10.1037/0012-1649.26.6.911.b
- von Glasersfeld, E. (1981). An attentional model for the conceptual construction of units and number. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 83–94. doi:10.2307/748704
- Vosniadou, S. (2013, September 3–7). *Examining cognitive development from a conceptual change point of view: The framework theory approach*. In Conference given on the 16 European Conference on Developmental Psychology, Lausanne.
- Wynn, K. (1990). Children’s understanding of counting. *Cognition*, 36, 155–193. doi:10.1016/0010-0277(90)90003-3

- Wynn, K. (1992, August 27). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, *358*, 749–750. doi:[10.1038/358749a0](https://doi.org/10.1038/358749a0)
- Wynn, K. (1996). Infants' individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, *7*, 164–169. doi:[10.1111/j.1467-9280.1996.tb00350.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.1996.tb00350.x)
- Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, *89*, B15–B25. doi:[10.1016/S0010-0277\(03\)00050-7](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(03)00050-7)