

COMPORTAMIENTO TÉRMICO DINÁMICO DE MUROS TÍPICOS EMPLEANDO EL MÉTODO DE LA ADMITANCIA

N. Muñoz¹, L. P. Thomas², B. M. Marino³

Grupo Flujos Geofísicos y Ambientales – Centro de Investigaciones en Física e Ingeniería Instituto del Centro de la Provincia de Buenos Aires – Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires / Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Pinto 399 – 7000 Tandil– Argentina
Tel. 0249-4385660/1 – Int. 122, e-mail: lthomas@exa.unicen.edu.ar

Recibido 03/09/15, Aceptado 06/10/15

RESUMEN: Para mejorar la aislación térmica de los edificios, resulta conveniente evaluar el comportamiento térmico de los materiales que componen las paredes con respecto a los cambios diurnos de temperatura externa. Estas variaciones producen dos efectos importantes: la atenuación del flujo de energía con el espesor del muro, y un retraso entre los tiempos en que se producen los máximos de la variación de temperatura y de los flujos térmicos a ambos lados del muro. La respuesta del material es determinada por su admitancia térmica, la cual depende de su conductividad, densidad y capacidad calorífica. En este trabajo se emplea el método de la admitancia para caracterizar térmicamente los materiales de paredes compuestas de múltiples capas y obtener la solución periódica de la ecuación no-estacionaria del calor mediante número complejos acentuando su significado físico. Se calculan las admitancias, los tiempos de retraso y los factores de decremento para muros típicos, y se analiza el comportamiento resultante.

Palabras clave: método de la admitancia, paredes compuestas, comportamiento térmico, materiales, construcciones en Argentina.

INTRODUCCIÓN

La adecuada gestión de los recursos energéticos para garantizar la calidad del aire y el confort térmico en el interior de edificios debe incluir evaluaciones teóricas de las pérdidas y ganancias de energía a fin de mejorar el conocimiento físico de los diferentes fenómenos involucrados. Un aspecto crucial es la forma en la que se intercambia energía a través de la envolvente edilicia. En particular, el estudio de la conducción térmica a través de las paredes fue profuso y condujo al desarrollo de herramientas que posibilitaron notorios avances en la gestión energética de los edificios. A fin de simplificar los cálculos asociados con la transferencia de calor, es frecuente emplear aproximaciones como la conducción térmica unidimensional *estacionaria* a través de la envolvente. En estado estacionario, el flujo de calor se determina a partir de la ley de Fourier y depende de la diferencia de temperatura entre las dos caras de la pared y de la conductividad de los materiales de construcción. Para Argentina, los valores comunes de conductividad son listados en la norma IRAM 11601. Generalmente, la envolvente se compone de muros construidos por capas de diferentes materiales y propiedades físicas, y en algunos casos existen puentes térmicos. Otro factor que suma dificultad al cálculo es la presencia de cerramientos. Como consecuencia de la complejidad involucrada en los cálculos, el comportamiento higo-térmico de un edificio suele determinarse empleando códigos de simulación

¹ Becaria ANPCyT

² Investigador Independiente CONICET

³ Investigador Independiente CONICET

(*Simusol*, *Simedif*, *Ecotect*, *Energy Plus*, etc.) basados en modelos que dan cuenta de los principales fenómenos físicos, a partir de los cuales es posible reproducir la evolución temporal de la temperatura interna para diferentes condiciones externas (Garzón y Giuliano Raimondi, 2008; Di Bernardo et al., 2011; Suarez, 2012; Garzón y Mendoca, 2012; Boutet et al., 2013).

Una forma alternativa de evaluar la transferencia de calor a través de las paredes consiste en determinar el comportamiento térmico de las construcciones resolviendo el problema inverso a partir de mediciones. Muñoz et al. (2014) estimaron las contribuciones de la conductividad, la radiación y la convección debida a la velocidad del viento en un edificio público. Para este caso de estudio, los resultados mostraron una buena aislación y una inercia térmica global poco apreciable de la envolvente. Sin embargo, se encontró que las diferentes partes de la envolvente se comportan de modo disímil. Mientras que en los ventanales y muros delgados con poca masa térmica el flujo de calor se ajusta casi instantáneamente a la diferencia de temperatura entre las caras externa e interna, el flujo de calor que ingresa al interior por los gruesos muros compuestos no sigue la misma evolución que dicha diferencia. Ni los modelos numéricos simples ni las normas IRAM contemplan este fenómeno. Por ejemplo, las normas IRAM 11601 (relativa al método de cálculo), 11604 (relacionada con el ahorro de energía en calefacción) y 11659 (asociada con el ahorro de energía en refrigeración), entre otras, se basan en las propiedades térmicas de los componentes de construcción en régimen estacionario para evaluar el aislamiento térmico de los edificios.

Para describir la respuesta dinámica de los edificios a las variaciones de temperatura sinusoidales del ambiente externo pueden utilizarse las propiedades dinámicas de transferencia como la admitancia térmica. Su uso fue sugerido recientemente en algunas normas internacionales como la ISO 13786 y siguientes. Los factores no considerados cuando se supone el establecimiento de un flujo estacionario de calor a través de la envolvente son la atenuación del flujo de energía en función de la distancia o factor de decremento (*decrement factor*), y un retardo entre la diferencia máxima de temperatura y el máximo flujo de calor (*time lag*). El método se conoce como “método de la admitancia” y fue introducido por Pipes (1957) utilizando la analogía que existe entre la solución del problema térmico y el de una línea de transmisión eléctrica. Davis (1994) desarrolló el método para muros introduciendo la admitancia y el cálculo de matrices de números complejos, y representando gráficamente la relación entre la temperatura y el flujo de calor en forma de diagramas vectoriales dependientes del tiempo (o *fasores*). Davis (1995) y Karmele y Davis (2008) presentaron las soluciones de la ecuación de calor unidimensional para cuatro condiciones de contorno y su aplicación para encontrar los factores de respuesta por medio de mediciones *in situ*. Además estudiaron las respuestas dinámicas empleando condiciones de contorno que incluyen un incremento lineal, variaciones periódicas y cambios de temperatura bruscos en capas de espesor finito, y soluciones autosimilares para un sólido semi-infinito. Li et al. (2009) emplearon el método de la admitancia para determinar la incerteza de la solución de la ecuación de calor. Spitler et al. (2001) reportaron una solución analítica para una pared compuesta de varias capas con una variación sinusoidal de temperatura a la entrada y temperatura constante a la salida. En Inglaterra, los aspectos prácticos relacionados con el cálculo de la admitancia y los valores aceptables para distintos materiales se encuentran resumidos en la guía de la *Chartered Institution of Building Services Engineers* – (CIBSE, 1986). También es frecuente el uso de programas de simulación que emplean el método de la admitancia para evaluar el comportamiento térmico de los muros mediante el cálculo de los factores de respuesta dinámica, junto con las mediciones de las variables relacionadas (Falconer y Sowell, 1993; Aste et al., 2009).

A pesar de la abundante cantidad de libros (ver, por ejemplo Davies, 2004) y artículos publicados sobre la transferencia de calor, se observa que los fundamentos físicos subyacentes y las aproximaciones realizadas en los cálculos se presentan dispersos, con vacíos sustanciales, y/o adaptados a otros problemas (como por ejemplo a circuitos eléctricos y líneas de transmisión) que dificultan la acabada comprensión del método y su aplicación al análisis de la transferencia de calor en edificaciones. La dificultad también radica en la matemática usada para resolver la ecuación del calor con las condiciones de contorno adecuadas, que emplea el álgebra de matrices de números complejos. En este trabajo, primero se revisa e integra la teoría y las soluciones matemáticas que dan cuenta de los efectos de las variaciones térmicas asociadas con la transferencia de calor a través de la envolvente con el fin de aplicar los resultados a mejorar la confortabilidad de los interiores y contribuir al ahorro

energético para lograrlo. Se emplea un formalismo sencillo eligiendo, por ejemplo, el método de separación de variables para resolver la ecuación diferencial en lugar de transformadas de Laplace. Así, se halla la respuesta térmica de una pared a una variación periódica de temperatura en función de la densidad, espesor, calor específico y conductividad de los materiales que la componen. En el caso de un muro homogéneo de espesor finito, una matriz 2×2 , llamada *matriz de transmisión*, relaciona las temperaturas y el flujo de calor a través de las caras externa e interna. Para pisos y muros contruidos de múltiples capas, se considera que el flujo de calor saliente de una capa ingresa a la siguiente, y las matrices de las n capas individuales que conforman una pared dan lugar a una única matriz global que es el resultado de la multiplicación de las matrices asociadas a cada capa. Luego se calculan, analizan y comparan las admitancias, los factores de decremento y los tiempos de retardo para siete tipos de muros típicos de construcción. Se evalúa la disposición de materiales más adecuada de acuerdo con el uso de las paredes, y la influencia de estas características sobre el flujo de calor que recibe el interior del edificio. De este modo, el proceso de cálculo evidencia la información física relevante de los materiales y su disposición en el interior del muro que suele permanecer implícita u oculta cuando se emplean códigos numéricos y/o planillas de cálculo.

SOLUCIÓN PERIÓDICA DE LA ECUACIÓN DEL CALOR

Consideremos un material homogéneo de densidad ρ , calor específico C_p y conductividad térmica λ (W/m²K) en el que tiene lugar una distribución de temperatura $T(x,t)$. La ley de Fourier para la conducción del calor establece que el flujo de calor por unidad de área perpendicular al eje x es proporcional al gradiente de temperatura:

$$q(x,t) = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \quad (\text{W/m}^2) \quad (1)$$

La ecuación unidimensional de continuidad para la energía indica que, si más calor fluye en un elemento diferencial de material sin pérdidas laterales, se produce un aumento de la energía almacenada y, en consecuencia, un aumento de la temperatura conduciendo a

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

donde $D = \lambda/\rho C_p$ es la difusividad térmica (m²/s). Notar que la Ec. (1) es válida también para el estado estacionario en cuyo caso q depende sólo de la conductividad, mientras que si hay variaciones temporales de temperatura debe resolverse la Ec. (2) para la que T y q dependen de la combinación de la conductividad, la densidad y el calor específico del material expresada por D .

Las Ecs. (1) y (2) son análogas a aquellas que gobiernan la evolución de la corriente y el potencial eléctricos (flujo de calor y temperatura, respectivamente) en un cable de capacitancia ρC_p y resistencia λ^{-1} por unidad de longitud (Pipes, 1957). Esta analogía hace posible el uso, en el caso de conducción del calor, del formalismo matemático implementado para resolver los problemas relacionados con los circuitos eléctricos. También implica que la función $q(x,t)$ debe estar adelantada hasta un máximo igual a $\pi/2$ con respecto a $T(x,t)$. Esto se debe a que, en términos simples, el calor tiene que ser almacenado en el material antes de que pueda incrementar su temperatura.

Para nuestro propósito, interesan las soluciones periódicas de la Ec. (2) con periodo P y frecuencia angular $\omega = 2\pi/P$ y con la forma $T(x,t) = X(x)\theta(t)$ para la cual $\theta(t) = e^{i\omega t}$. Mientras que para la parte espacial, de la ecuación diferencial

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} - \frac{i\omega}{D} X(x) = 0, \quad (4)$$

se obtiene la solución general

$$X(x) = c_1 e^{+\gamma x} + c_2 e^{-\gamma x} \quad (5)$$

con c_1 y c_2 constantes, y $\gamma = \sqrt{i\omega/D} = (i+1)\sqrt{\omega/2D}$ ya que $\sqrt{i} = (i+1)/\sqrt{2}$. Notar que la solución (5) es diferente a la encontrada en la resolución de los problemas clásicos (Lienhard y Lienhard, 2011; Weigand, 2015) relacionados a la conducción del calor transitoria (enfriamiento de una barra, por ejemplo) donde se elige una combinación de senos y cosenos.

Flujo de calor en un medio infinito (Lienhard y Lienhard, 2011; Baehr y Stephan, 2006)

En este caso las condiciones de contorno son: $T(x=0, t=0) = T_0$ y $T=0$ en $x=\infty$, y las constantes $c_1 = 0$ y $c_2 = T_0$. La solución resulta:

$$T(x,t) = T_0 e^{-(i+1)x\sqrt{\omega/2D}} e^{+i\omega t} = T_0 e^{i(-x\sqrt{\omega/2D} + \omega t)} e^{-x\sqrt{\omega/2D}} \quad (6)$$

De la Ec. (1) se encuentra que la expresión para el flujo de calor consistente con (6) es:

$$q(x,t) = \lambda T_0 \sqrt{\omega/2D} (i+1) e^{-x(i+1)\sqrt{\omega/2D}} e^{i\omega t} \quad (7)$$

Observar que los valores con sentido físico son los que conforman la parte real de (6) y (7). La Figura 1 muestra las variaciones de la temperatura y del flujo de calor con la posición para diferentes tiempos de un hem ciclo. La interpretación física de estas expresiones permite inferir que existe una fuente de calor en $x=0$ que entrega (y absorbe) calor que se difunde en todo el espacio como se infiere de (7).

Analizando las fases de $T(x,t)$ y $q(x,t)$ dados por Ecs. (6)-(7), se encuentra que los tiempos donde alcanzan sus valores máximos no coinciden. La fase de $q(x,t)$ es $\pi/4$ rad = 45° , o 3 h en un ciclo de 24 h, adelantada respecto a $T(x,t)$. Si el material ejerciera una función puramente resistiva, q estaría en fase con T mientras que si la función fuese puramente capacitiva, q estaría 90° por delante de T . La Ec. (6) es la solución periódica unidimensional del flujo de calor en un medio uniforme infinito. Contiene un término oscilatorio de propagación ($kx \pm \omega t$), con $k = \sqrt{\omega/2D}$, que implica una velocidad de propagación $\omega/k = \sqrt{2\omega D}$, mientras la amplitud decae exponencialmente con una distancia característica (Davis, 1994):

$$x_0 = \sqrt{2D/\omega} = \sqrt{2\lambda/\omega\rho C_p} \quad (8)$$

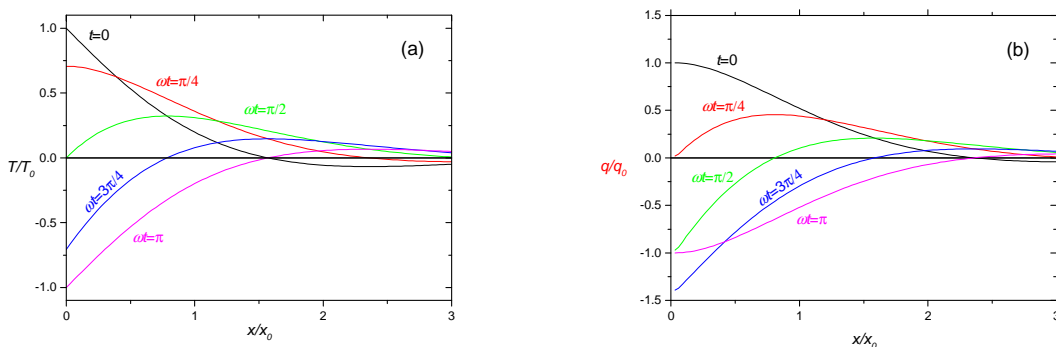


Figura 1. Perfiles de (a) temperatura y (b) flujo de calor para algunos tiempos del primer hem ciclo.

Esta distancia de penetración x_0 es la longitud a la cual los efectos de la fuente localizada en $x=0$ son importantes, y es menor cuanto mayor es la frecuencia. Si una pared tiene un espesor mayor que el especificado por (8), la transferencia de calor desde el exterior es mínima. En la Tabla 1 se listan algunos de los materiales de construcción más comunes con sus propiedades incluyendo el espesor usual l de cada capa y el valor de x_0 calculado con (8). Notar que existen varios materiales para los cuales $x_0 < l$ (resaltados en gris). Más adelante se volverá sobre este tema.

	l (m)	λ (W/m ² K)	ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg ^o K)	$D \times 10^6$ (m ² K/W)	x_0 (m)
R_{si}, R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	19.76	0.74
Revoque fino	0.005	0.700	1400	1012	0.49	0.12
Revoque grueso	0.020	0.930	1400	1050	0.63	0.13
Ladrillo hueco	0.120	0.293	800	920	0.40	0.10
Ladrillo macizo	0.12-0.28	0.850	1500	1000	0.57	0.12
Tabique	0.140	0.700	1970	800	0.44	0.11
Hormigón	0.100	1.400	2200	800	0.80	0.15

Tabla 1. Listado de las propiedades de materiales comunes.

Debido a que la ecuación diferencial (2) es parabólica, la temperatura y su derivada espacial, el flujo de calor, están unívocamente definidos en todo el espacio y tiempo si se definen dos condiciones de contorno adecuadas. Al tomar la solución como periódica, la condición inicial debe ser consistente con la distribución de la temperatura dada por la Ec. (6), o de lo contrario debe buscarse una solución transitoria hasta el establecimiento del régimen periódico. Otra propiedad importante de la ecuación del calor es que se trata de una ecuación lineal y por lo tanto vale el principio de superposición. De esta forma, la distribución de temperatura (respuesta del sistema lineal) resultante de la acción de una serie de fuentes es la suma (o superposición) de las distribuciones para cada fuente particular. También vale el análisis de Fourier y las transformadas de Laplace, etc.

Flujo de calor en una placa plana

Consideremos ahora el flujo de calor en una capa de material homogéneo, desde $x = 0$ (cara 1, exterior) hasta $x = l$ (cara 2, interior). Las variaciones temporales son periódicas y función de $e^{-i\omega t}$ en todos los términos, como se indica en la Figura 2. El periodo considerado es $P = 1$ día = 86400 s. La relación entre T_1, q_1, T_2 y q_2 es expresada por Ec (4). Sin pérdida de generalidad, la solución (5) puede expresarse en la forma:

$$X(x) = c_1 \cosh(\gamma x) + c_2 \sinh(\gamma x). \quad (9)$$

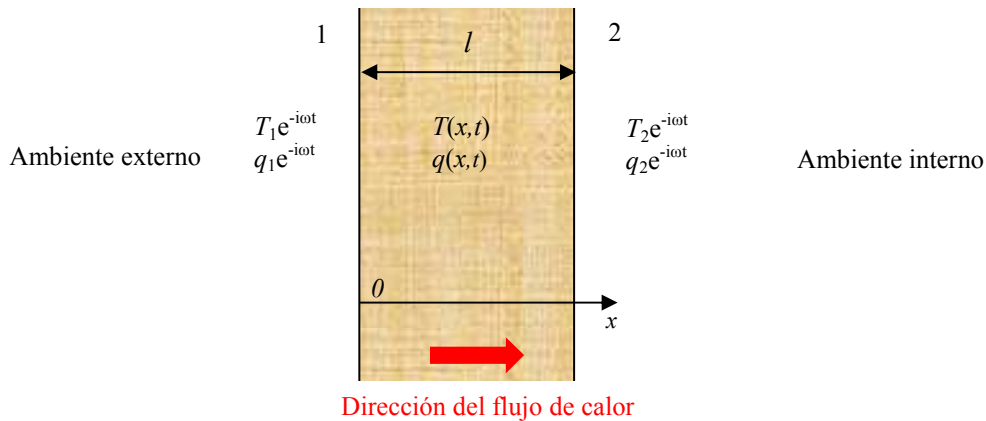


Figura 2. Flujo de calor a través de una pared homogénea.

Cuando los valores de T_1 y q_1 en $x = 0$ son conocidos, las constantes en (9) resultan ser $c_1 = T_1$ y $c_2 = -q_1/\lambda\gamma$. Recordando que $\sqrt{i} = (i+1)/\sqrt{2}$ y definiendo

$$\gamma = \sqrt{\frac{i\omega}{D}} l = (i+1)p \quad \text{con} \quad p = \sqrt{\frac{\omega l^2}{2D}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \rho C_p}{86400 \lambda}} \quad (\text{en unidades MKS}), \quad (10)$$

se obtienen:

$$T_2 = T_1 \cosh(p(i+1)) + q_1 \frac{l}{\lambda(\gamma)} \sinh(p(i+1)) \quad (11)$$

$$q_2 = \frac{\lambda(\gamma)}{l} T_1 \sinh(p(i+1)) + q_1 \cosh(p(i+1)) \quad (12)$$

En forma matricial, (11) y (12) se expresan como sigue:

$$\begin{bmatrix} T_2 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{con} \quad m_{11} = \cosh(p(i+1)) \quad , \quad m_{12} = \frac{l}{\lambda} \frac{\sinh(p(i+1))}{p(i+1)} \quad , \quad m_{21} = \frac{\lambda}{l} p(i+1) \sinh(p(i+1)) \quad (14)$$

La matriz m_{ij} se denomina *matriz de transmisión* y sus elementos son las funciones de transferencia. Para muros compuestos de un número n de capas en contacto que ocupan el espacio $0 < x < L$ desde el exterior ($x = 0$) hasta el interior ($x = L$), la formulación puede extenderse directamente por técnicas del álgebra de matrices para dar

$$\begin{bmatrix} T_2 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_{se} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}_{capa 1} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}_{capa 2} \dots \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}_{capa n} \begin{bmatrix} 1 & R_{si} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\text{o} \quad \begin{bmatrix} T_2 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_{se} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_{si} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde los valores de los elementos $a_{ij}(p)$ de la matriz de transmisión global dependen de las propiedades de los materiales que componen las múltiples capas y del orden en el que se combinan las matrices de transmisión individuales. En (15) y (16) se incluyen las matrices correspondientes a las capas límites de aire sobre las superficies exterior e interior del muro. En ambos casos, como para el aire $\rho C_p \approx 0$, resulta que $m_{11} = 1$, $m_{12} = R_s$ y $m_{21} = 0$. Los valores de las resistencias térmicas superficiales para las caras interna, R_{si} , y externa, R_{se} , se encuentran establecidos en la norma IRAM 11601. Por otra parte, cuando se conocen T_1 y T_2 , de (9) surge que $c_1 = T_1$ y $c_2 = [T_2 - T_1 \cosh(\gamma l)] / \sinh(\gamma l)$. La solución, expresada en forma matricial, queda

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$b_{11} = \frac{\lambda}{l} p(i+1) \frac{\cosh(p(i+1))}{\sinh(p(i+1))} \quad , \quad b_{12} = \frac{\lambda}{l} \frac{p(i+1)}{\sinh(p(i+1))} \quad (18)$$

$$b_{21} = \frac{\lambda}{l} p(i+1) \left[\sinh(p(i+1)) - \frac{\cosh^2(p(i+1))}{\sinh(p(i+1))} \right] \quad , \quad b_{22} = -\frac{\lambda}{l} p(i+1) \frac{\cosh(p(i+1))}{\sinh(p(i+1))} = -b_{11} \quad (19)$$

También es posible despejar los elementos de la matriz b_{ij} a partir de los a_{ij} indicados en las Ecs. (14) y conseguir $b_{11} = -a_{11} / a_{12}$, $b_{12} = 1 / a_{12}$, $b_{21} = a_{21} - a_{11}^2 / a_{12}$, $b_{22} = a_{11} / a_{12} = -b_{11}$, re-obteniendo las Ecs. (18)-(19).

Factores de respuesta dinámicos

Los principales factores de respuesta derivados de la matriz de transmisión que permiten describir el comportamiento térmico de las paredes frente a variaciones cíclicas de temperatura, son:

- La capacidad de intercambio de calor de un material con el ambiente o *admitancia térmica* Y [$W/m^2\text{°C}$]. Se define como la relación entre la amplitud compleja de la variación sinusoidal de la energía absorbida por unidad de área y tiempo (o flujo de calor en la superficie), q [W/m^2], y la correspondiente amplitud de la variación de temperatura, T [°C], cuando en la contracara del muro se fija una temperatura constante (i. e., se trata del caso isotérmico):

$$Y_1 = \frac{q_1}{T_1} = \left| \frac{a_{11}}{a_{12}} \right| \quad \text{cuando } T_2 = 0 \quad \text{y} \quad Y_2 = \frac{q_2}{T_2} = \left| \frac{a_{22}}{a_{12}} \right| \quad \text{cuando } T_1 = 0. \quad (22)$$

Dado que $a_{11} = a_{22}$, se verifica que $Y_1 = Y_2$. La admitancia depende de las propiedades del material: densidad, capacidad térmica y conductividad térmica (de acuerdo a la Tabla 1) en los primeros 0.10 m desde la superficie para un ciclo de 24 h. También depende del periodo temporal de las oscilaciones de temperatura y de la resistencia de la capa superficial de aire. Los valores típicos para los materiales comunes de construcción varían entre 0.7 y 8.0. La admitancia es alta para una pared metálica gruesa y es baja para una pared de material aislante poco denso. El límite superior es establecido por la transferencia de calor a través de la capa límite, considerando que la resistencia de la película de aire es $0.12 \text{ m}^2\text{K/W}$, que se suma a la resistencia térmica del material.

- La *transmitancia dinámica* u : surge cuando se trabaja con muros compuestos de n capas. Relaciona el flujo de calor saliente de la capa n y la amplitud de la variación de temperatura sobre la capa 1:

$$u = \frac{q_n}{T_1} = \frac{1}{a_{12}} \quad \text{cuando } T_n = 0, \quad (23)$$

siendo 1 la zona exterior y n la zona interior. Dado que el interior puede seguir las variaciones de la temperatura externa, conviene realizar el cálculo de u con las variaciones de la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior, y no la desviación de la temperatura externa respecto de su valor medio.

- Existe cierta analogía entre la admitancia, la transmitancia dinámica y la transmitancia térmica K (todas con unidades de $W/m^2\text{°C}$) de una pared, pero K se refiere al estado estacionario y no depende de la densidad o del calor específico del material. Tanto Y como u son números complejos y pueden expresarse mediante una amplitud y una fase. Por lo tanto, los dos parámetros que se relacionan con la transmitancia térmica son el *factor de decremento* $f = |u|/K$, que proporciona la amortiguación de las variaciones periódicas de la temperatura externa al pasar al interior, y el *tiempo de retraso* $\varphi = \frac{12}{\pi} \arg(u)$ transcurrido entre los momentos en los que se alcanzan las temperaturas máximas a cada lado de la pared:

Como ejemplo, sea una pared de ladrillos comunes con revoques de 0.02m y resistencias superficiales R_{se} y R_{si} , dispuestos de modo tal de variar el espesor l de la capa de ladrillos, desde la disposición en panderete ($l \approx 0.05\text{m}$) a la de doble tizón ($l \approx 0.48\text{m}$). En la Figura 3(a) se observa que K ($= R^{-1}$) decrece a medida que aumenta L , mientras que u disminuye aún más indicando una reducción adicional del flujo de calor que llega al lado interno debido a la respuesta del material a las variaciones temporales. Por su parte, la transmitancia dinámica Y_1 crece hasta alcanzar su máximo para $L \approx 0.20\text{m}$ ($Y_1 \rightarrow \text{const}$ para $l \rightarrow \infty$). Para espesores mayores, el flujo de calor intercambiado con el exterior no cambia, aunque el que pasa al otro lado de la pared sigue disminuyendo, como lo confirma la reducción de f (Figura 3b), a la vez que se retrasa hasta alcanzar el desfase máximo.

A veces se adopta la masa de los muros como un indicador simplificado de la inercia térmica. Aste *et al.* (2009) compararon f y φ asociado con la masa por unidad de superficie en 24 tipos de paredes. Encontraron que, en general, el f disminuye y φ aumenta a medida que la masa aumenta. Sin embargo, la relación no es unívoca puesto que diferentes valores de los factores dinámicos pueden corresponder a un mismo valor de la masa. Por lo tanto, la masa por sí sola no constituye un buen indicador de la inercia térmica de los sistemas de construcción.

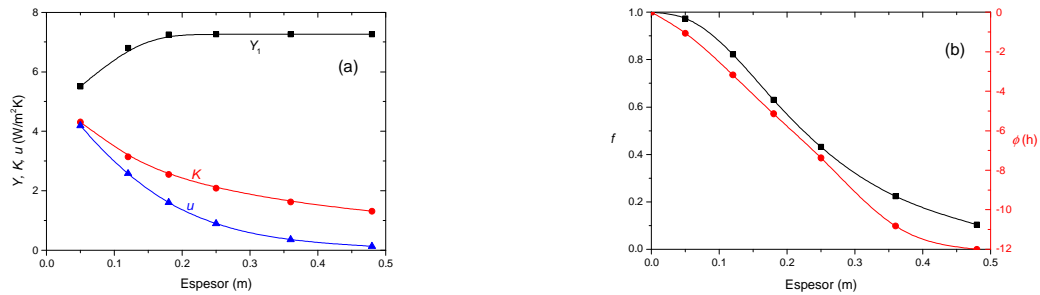


Figura 3. (a) Admitancia Y_1 y transmitancia u dinámicas, transmitancia estacionaria K , y (b) factor de decremento f y desfase ϕ , en función del espesor L de un muro de ladrillos comunes con revoque.

CASOS DE ESTUDIO

Uno de los muros analizados constituye parte de la envolvente del edificio de dos plantas de la Biblioteca Central de la Universidad del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Este se encuentra en la zona semi-rural de Tandil ($37^{\circ}19'S - 59^{\circ}08'O$), ciudad del centro-este bonaerense caracterizado por su clima templado y húmedo, con veranos suaves (subhúmedo serrano) y poca amplitud térmica durante todo el año. Según la norma IRAM 11603 de *Clasificación bioambiental de la República Argentina*, Tandil se inserta en la zona IV(c) de clima templado frío de transición (Czajkowski y Rosenfeld, 1992). Entre las características del edificio se destacan la presencia de un amplio atrio central y la fachada frontal compuesta mayormente de superficies con doble vidriado hermético (DVH) aunque los cerramientos de vidrio también componen el resto de la envolvente. Las paredes perimetrales del edificio fueron construidas con varias capas de distintos materiales respetando las normas técnicas vigentes (Muro 1, Tabla 2). A fines de comparación, el análisis de los factores de respuesta se aplica también a los Muros 2 y 3 (Tabla 2) mencionados por la Norma IRAM 11601. Para evaluar la influencia de la localización geográfica sobre los factores de respuesta, el análisis se extiende a dos tipos de paredes de edificios construidos en la ciudad de Colalao del Valle (Muro 4, DiBernardo, Filipin y Pipa, 2011) y en la ciudad de Córdoba (Muro 5, Garzón y Mendoca, 2012) en Argentina, y a los Muros 6 y 7 utilizados como casos testigos por el Programa de Simulación de Muros *EnerHabitat* (Barrios, Huelsz y Rojas, 2014) desarrollado por el *Instituto de Energías Renovables* (Universidad Nacional Autónoma de México).

RESULTADOS

La Tabla 2 presenta las características de los 7 tipos de muros analizados. R y K se calcularon mediante las aproximaciones y valores proporcionados por la norma IRAM 11601. Las componentes reales de los factores de respuesta dinámicos Y_1 , f , y ϕ se resaltan en las últimas tres columnas. Se indican los valores de Y_1 , f , y ϕ para calculados cada capa de material en la fila correspondiente, mientras que en la fila "Total" se presentan los valores surgidos al multiplicar las matrices complejas de todas las capas. Notar que los valores resultantes para el muro completo no corresponden a las sumas de los factores de las componentes individuales.

El significado físico de los factores de respuesta se evidencia mejor representando las variables en función del tiempo en casos concretos. Por ejemplo, si la temperatura externa cambia con una amplitud de 10°C mientras que la interior se mantiene constante, se obtienen los gráficos mostrados en la Figura 4. En todos los casos, la curva del flujo de calor que ingresa desde la pared externa, $q_e(t) = q_1(t)$, se encuentra adelantada con respecto a la curva de temperatura $T_e(t) = T_1(t)$, análogamente al adelantado experimentado por la corriente eléctrica con respecto al potencial en los circuitos resistivos-capacitivos de corriente alterna.

Para un muro construido con ladrillos comunes y revoques, resulta $x_0 \approx 0.12\text{m}$ (Tabla 1). Cuando el espesor del muro es de 0.15 m (Fig. 3a), el flujo de calor q_i a través del muro es similar (aunque con un retardo) al que ingresa por la cara externa q_e . Para un muro de 0.18 m (Figura 4b), q_e aumenta debido a la capacidad de almacenamiento energético del material, mientras q_i se reduce levemente con

	l (m)	λ (W/m°C)	ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg·°K)	R (m ² °C/W)	K (W/m ² °C)	Y_1 (W/m ² °C)	f	ϕ (h)
Muro 1 - Biblioteca UNCPBA									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Lad. visto	0.120	0.810	1600	1000	0.148	6.75	8.65	0.977	-1.3
Poliestireno	0.035	0.037	17	1700	0.946	1.06	1.06	1.000	-0.0442
Lad. hueco	0.120	0.333	800	920	0.360	2.78	3.72	0.971	-1.5
Rev. grueso	0.020	0.930	1400	1050	0.022	46.5	46.5	1.000	-0.029
Rev. fino	0.005	0.700	1400	1012	0.007	140	140	1.000	-0.0023
R_{si}	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.304				1.649	0.606	5.156	0.28	-10.03
Muro 2 - Pared de ladrillo hueco de 0.12 m con revoques									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Rev. fino	0.005	0.700	1400	1012	0.007	140	140	1.000	-0.0023
Rev. grueso	0.005	0.930	1400	1050	0.005	186	186	1.000	-0.0018
Lad. hueco	0.120	0.333	800	920	0.360	2.78	3.72	0.971	-1.5
Rev. grueso	0.005	0.930	1400	1050	0.005	186	186	1.000	-0.0018
Rev. fino	0.005	0.700	1400	1012	0.007	140	140	1.000	-0.0023
Rsi	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.144				0.552	1.813	2.972	0.073	-2.715
Muro 3 - Pared doble de hormigón									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Hormigón	0.045	1.630	2400	880	0.028	36.2	36.3	1.000	-0.12
Poliestireno	0.025	0.037	17	1700	0.676	1.48	1.48	1.000	-0.0023
Hormigón	0.080	1.630	2400	880	0.049	20.4	20.9	0.998	-0.38
R_{si}	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.154				0.919	1.088	4.694	0.652	-5.242
Muro 4 - Pared de ladrillo común de 0.18 m revocado									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Lad. macizo	0.180	0.910	1800	1000	0.198	5.06	9.93	0.896	-2.8
Rev. grueso	0.015	0.930	1400	1050	0.016	62	62	1.000	-0.016
Rev. fino	0.005	0.700	1400	1012	0.007	140	140	1.000	-0.0023
Rsi	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.204				0.388	2.579	4.975	0.524	-6.085
Muro 5 - Pared doble de ladrillo común y ladrillo visto									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Lad. visto	0.120	0.810	1600.0	1000	0.148	6.75	8.65	0.976	-1.3
Poliestireno	0.030	0.037	17.0	1700	0.811	1.23	1.23	0.999	-0.033
Lad. macizo	0.060	0.910	1800.0	1000	0.066	15.2	15.5	0.998	-0.33
Rev. grueso	0.015	0.930	1400.0	1050	0.016	62	62	1.000	-0.016
Rev. fino	0.005	0.700	1400.0	1012	0.007	140	140	1.000	-0.0023
R_{si}	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.234				1.215	0.823	5.128	0.359	-8.137
Muro 6 - Pared sin aislación (México)									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Revoque	0.015	1	1800	1100	0.015	66.7	66.7	0.999	-0.021
Lad. macizo	0.140	0.700	1970	800	0.200	5	7.86	0.946	-2
Revoque	0.015	1	1800	1100	0.015	66.7	66.7	0.999	-0.021
R_{si}	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.174				0.397	2.521	4.693	0.634	-5.235
Muro 7 - Pared con aislación (México)									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Revoque	0.010	1	1800	1100	0.010	100	100	1.000	-0.0092
Poliestireno	0.050	0.035	24	1400	1.429	0.7	0.7	0.999	-0.11
Lad. macizo	0.140	0.700	1970	800	0.200	5	7.86	0.946	-2
Revoque	0.015	1	1800	1100	0.015	66.7	66.7	0.999	-0.021
R_{si}	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.219				1.820	0.549	1.501	0.442	-6.727
Paneles de vidrio (DVH)									
R_{se}	0.003	0.024	1.2	1012	0.125	8	8	1.000	-2.1E-5
Vidrio	0.009	0.077	2500	880	0.117	8.56	8.57	0.999	-0.11
Vacío	0.012	0	0	0	0.156	6.42	6.42	1.000	0
Vidrio	0.009	0.077	2500	880	0.117	8.56	8.57	0.999	-0.11

$R_{s,i}$	0.001	0.024	1.2	1012	0.042	24	24	1.000	-2.3E-6
Total	0.154				0.556	1.798	2.031	0.982	-1.098

Tabla 2. Parámetros característicos y factores dinámicos para los distintos muros evaluados.

un retraso mayor. Para un muro doble como el de la Biblioteca Central, q_e es aún mayor pero casi no pasa calor al interior. El valor es muy diferente que el calculado suponiendo un flujo estacionario (Ec. 1), y entonces es imprescindible considerar las variaciones temporales por medio de los factores dinámicos que dan cuenta de la solución de la ecuación del calor (Ec. 2). Finalmente, la Figura 4d ilustra el comportamiento de las superficies vidriadas del edificio. En este caso no hay diferencia apreciable entre q_e y q_i ni retrasos, de modo que el cálculo de q bajo la hipótesis de flujo estacionario (Ec. 1) es válido. El análogo eléctrico es el de un material fundamentalmente resistivo, es decir, con alta resistencia y relativamente bajas densidad y capacidad calorífica. La Figura 5 muestra los cambios de los factores dinámicos a medida que se agregan capas de material (hasta conformar el Muro 1). Observar que los materiales que más influyen en el cálculo son el ladrillo visto y el ladrillo hueco, aunque todos contribuyen al aumento de R y a la disminución de K y, por ende, a la reducción de f .

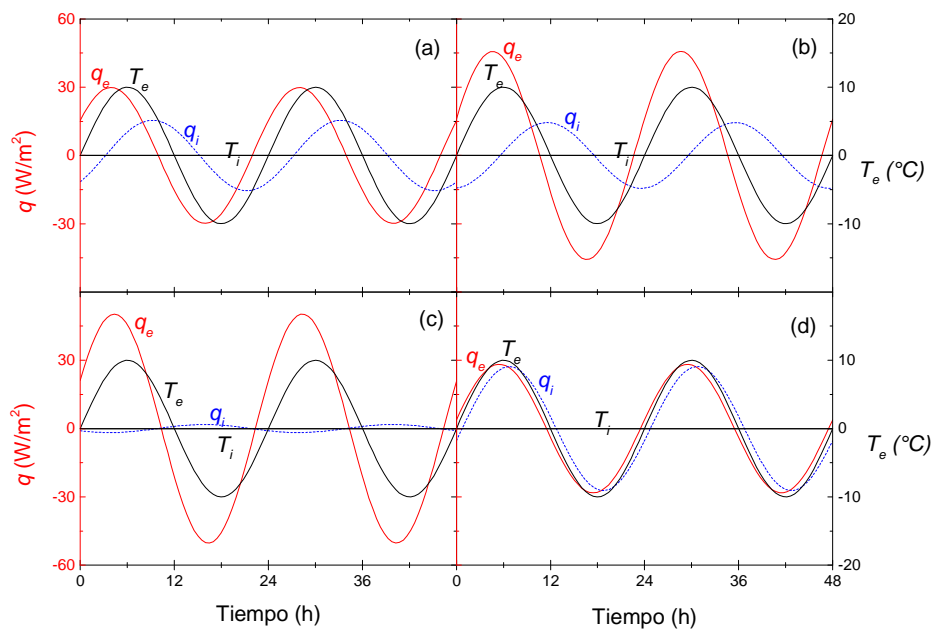


Figura 4. Evolución de los flujos de calor a través de la cara externa (línea roja) e interna (línea azul) para una variación periódica de 10°C en la superficie exterior y temperatura constante sobre la superficie interna (líneas negras) para: (a) muro 2, (b) muro 4, (c) muro 1 y (d) DVH.

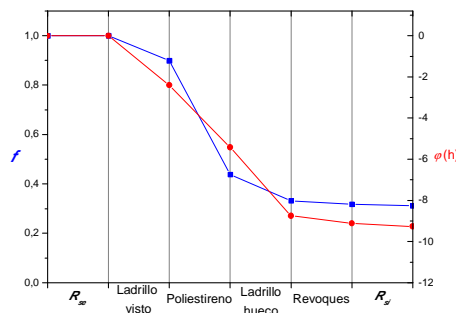


Figura 5. Factor de decremento (línea azul) y retraso (línea roja) para el Muro 1.

CONCLUSIONES

La mejora de la aislación térmica de los edificios conlleva una mayor complejidad en la construcción de los muros compuestos de múltiples capas de diferentes materiales. La aislación resultante suele evaluarse mediante la conductividad y transmitancia térmicas en el estado estacionario. Sin embargo,

resulta conveniente analizar también el comportamiento térmico de la envolvente con respecto a los cambios de la temperatura externa durante el día. Tales variaciones producen efectos que no suelen considerarse en el cálculo de las pérdidas y ganancias de calor por conducción.

En este trabajo, se revisaron detalladamente la teoría y las hipótesis asociadas con el método de la admitancia aplicado para hallar la respuesta térmica dinámica a una variación periódica de temperatura de una envolvente constituida por múltiples capas. Como resultado se obtiene la matriz de transmisión que relaciona las temperaturas y los flujos de calor en las superficies externa e interna en función del espesor del muro y de la densidad, calor específico y conductividad de los materiales empleados. El álgebra de matrices de números complejos facilita el tratamiento matemático, a la vez que no se pierden de vista los principios físicos que subyacen en cada etapa de la resolución del problema. El método se aplica al cálculo y al análisis de los factores dinámicos de la respuesta a las variaciones de la temperatura externa para muros típicos, adquiriendo especial interés para nosotros el caso del edificio de la Biblioteca Central que la UNCPBA construyó en su sede de la ciudad de Tandil. El análisis teórico, si bien de cierta complejidad matemática, pone de relieve la importancia en la selección de los materiales y su disposición en el interior del muro, información que suele permanecer implícita u oculta cuando se emplean códigos numéricos y/o planillas de cálculo simplificadas.

Del comportamiento térmico de muros de diferente espesor y composición, se infiere que los muros dobles con aislación interna, reducen notablemente el flujo de calor desde el exterior, no tanto por el aumento de su resistencia térmica sino por su comportamiento dinámico. La superficie externa intercambia un mayor flujo de energía con el ambiente producto de su capacidad calorífica que le permite absorber y luego liberar la energía, pero este fenómeno se da principalmente en los 0.10 m externos del muro, siendo muy reducido el flujo neto hacia el interior. En cambio, los muros simples de 0.15 m de espesor y las superficies vidriadas no tienen un comportamiento dinámico importante y el flujo de calor es dado sólo por la conductividad, independientemente de la densidad y la capacidad calorífica del material. Así, el comportamiento dinámico beneficioso de los muros dobles es contrarrestado por la respuesta de las superficies vidriadas de la envolvente. El comportamiento dinámico puede despreciarse incluso en los DVH de 0.012 m de espesor, ya que el flujo de calor sigue la evolución de la temperatura externa sin desfase apreciable. Además, como la conductividad suele ser mayor en las superficies vidriadas que en los muros, la respuesta térmica de los edificios como el de la Biblioteca Central es determinada fundamentalmente por la respuesta de las superficies vidriadas. Esto permite explicar algunos de los resultados reportados por Muñoz et al. (2014). Un próximo trabajo contempla realizar el análisis del comportamiento dinámico integrado de las diferentes partes de la envolvente, y considerar las diferentes armónicas de las variaciones de temperatura externa, los efectos de la radiación solar, etc.

NOMENCLATURA

C_p	calor específico ($\text{Jkg}^{-1}\text{C}^{-1}$)
D	difusividad térmica (m^2s^{-1})
f	factor de decremento
L, l	Espesor total, espesor de una capa de material (m)
K	transmitancia térmica en estado estacionario ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$)
n	número de capas
P	período (s)
q	flujo de calor por unidad de área (Wm^{-2})
R	resistencia térmica (m^2CW^{-1})
R_{se}, R_{si}	resistencias térmicas de las capas superficiales de aire externa e interna respectivas (m^2CW^{-1})
T	temperatura ($^{\circ}\text{C}$)
u	transmitancia dinámica
Y	admitancia térmica ($\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$)
φ	tiempo de retraso (h)
λ	conductividad térmica ($\text{Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$)
ρ	densidad (kgm^{-3})
ω	frecuencia angular (s^{-1})

REFERENCIAS

- Aste N., Angelotti A. y Buzzetti M. (2009). The influence of the external walls thermal inertia on the energy performance of well insulated buildings. *Energy and Buildings* 41, 1181–1187.
- Baehr H. D. y Stephan K. (2006). *Heat and Mass Transfer*. 2^{da} Edición. Springer-Verlag, Berlin, Alemania.
- Boutet M. L., Hernández A. L. y Jacobo G. J. (2013). Propuesta de optimización del comportamiento higrotérmico-lumínico de un edificio escolar de la región NEA a partir de monitoreo y simulación en periodo de otoño. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 17, 05.01-10.
- CIBSE Guide Book A. (1986). Chartered Institution of Building Service Engineers, London.
- Czajkowski J. D. y Rosenfel E. (1992). Regionalización bioclimática de la provincia de Buenos Aires. Actas XV Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar, San Fernando del Valle de Catamarca.
- Davis M. G. (1994). The Thermal Response of an Enclosure to Periodic Excitation: The CIBSE Approach *Building and Environment* 29, 2, 217-235.
- Davis M. G. (1995). Solutions to Fourier's equation and unsteady heat flow through structures. *Building and Environment* 30, 3, 309–321.
- Davies M. G. (2004). *Building Heat Transfer*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, Inglaterra.
- Di Bernardo A., Filippín C. y Pipa D. (2011). Desempeño térmico-energético de un prototipo demostrativo de vivienda de interés social en Córdoba, Argentina. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 15, 08.35-42.
- Barrios G., Huelsz G. y Rojas J. (2014). *Ener-Habitat: A cloud computing numerical tool to evaluate the thermal performance of walls/roofs*. *Energy Procedia* 57, 2042–2051. <http://www.enerhabitat.unam.mx/>
- Falconer D. R. y Sowell E. F. (1993). Electronic tables for the ASHRAE load calculation manual. *ASHRAE Transactions* 99, 193-200.
- Garzón B. y Giuliano Raimondi G. (2008). Aplicación de estrategias de diseño bioclimático-energético y simulación térmica en vivienda rural de Colalao del Valle – Tucumán como soportes para su mejoramiento. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 13, 05.89-96.
- Garzón B. y Mendoca C. (2012). Monitoreo y simulación térmica de dos viviendas sociales unifamiliares bajo condiciones reales de uso en la localidad de Colalao del Valle, Tucumán. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 16, 05.39-44.
- Karme U. M. y Davies M. G. (2008). One-dimensional solutions to Fourier's equation and measurements of heat transmission through walls: The role of wall decay times. *Building and Environment* 43, 1433-1445.
- Li X. Q., Chen Y. M., Spitler J. D. y Fisher D. (2009). Applicability of calculation methods for conduction transfer function of building constructions. *International Journal of Thermal Sciences* 48, 1441-1451.
- Lienhard IV J. H. y Lienhard V J. H. (2011). *A Heat Transfer Textbook*. 4^{ta} Edición, Phlogiston Press Cambridge, Massachusetts, EE.UU.
- Muñoz N., Marino B. M. y Thomas L. P. (2014). Caracterización térmica de un edificio del centro bonaerense mediante mediciones y modelado analítico. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 18, 05.19-28.
- Pipes L. A. (1957). Matrix analysis of heat transfer problems. *Journal of Franklin Institute* 623, 195-206.
- Spitler J. D., Rees S. J. y Xiao D. (2001). Development of an analytical verification test suite for whole building energy simulation programs-building fabric. ASHRAE 1052-RP final report, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- Suárez H. (2012). Invernadero con acondicionamiento térmico solar: Modelación con SIMUSOL. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 16, 08.167-172.
- Weigand B. (2015). *Analytical methods for heat transfer and fluid flow problems*. 2^{da} Edición. Springer

ABSTRACT

For improving the thermal insulation of buildings, it is convenient to assess the thermal behaviour of materials with respect to the daily temporary changes of the external temperature. These variations produce two important effects: the attenuation of the energy flux with the wall thickness (or decrement factor), and a time lag between the maximum values of the temperature difference and the heat fluxes at both sides of the wall. The material response is given by its thermal admittance, which depends on its conductivity, density and heat capacity. In this work, the admittance method is employed to characterize thermally the materials of walls consisting of multiple layers and obtain the periodic solution of the heat non-steady equation by means of complex numbers, highlighting its physical meaning. The admittances, time lags and decrement factors are estimated for typical walls, and the resultant behavior is analyzed.

Keywords: admittance method, composite walls, thermal behaviour, materials, Argentinean constructions.