

Observador del Par Ejercido por el Ciclista en Bicicletas Eléctricas con Asistencia al Pedaleo

Guillermo N. González*, Diego A. Aligia, Carlos M. Pezzani, Cristian H. De Angelo

Instituto de Investigaciones en Tecnologías Energéticas y Materiales Avanzados (IITEMA) - CONICET. Grupo de Electrónica Aplicada (GEA), Fac. de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC). Ruta Nac. #36 Km. 601, X5804BYA, Río Cuarto, Córdoba, Argentina

Resumen

En este trabajo se propone un observador para estimar el par efectuado por un ciclista en el eje trasero de una bicicleta eléctrica cuya información es utilizada para aplicar una estrategia de asistencia al pedaleo que cumple con la normativa europea. Para ello, en primer lugar, se obtiene el modelo dinámico longitudinal de la bicicleta incluyendo la carga resistente. A partir de este modelo se propone un observador para la estimación del par del ciclista utilizando las mediciones disponibles en el control del motor eléctrico, donde la velocidad es estimada a partir de un algoritmo PLL. De esta manera, la estrategia de asistencia se puede aplicar sin la necesidad de sensores de par ni de posición/velocidad. Por último, para validar el observador propuesto, se presentan resultados experimentales utilizando una bicicleta eléctrica rodada 26 conducida por dos conductores de diferente peso.

Palabras Clave:

Bicicleta eléctrica, Asistencia al pedaleo, EPAC, Pedelec, Modelo de carga, Observador de perturbaciones

Cyclist's Torque Observer in Electric Power Assisted Bicycles

Abstract

An observer to estimate the torque made by a cyclist on the rear axle of an electric bicycle is proposed in this work. The observer's information is used to apply an electric assistance strategy complying with european regulations. For that purpose, the dynamic longitudinal model of the bicycle including the resistant load is obtained. Then, the observer to estimate the cyclist's torque is presented. This observer is based on the dynamic model of the bicycle and the measurements used for the control of the electric motor, where the speed is estimated from a PLL algorithm. Therefore the assistance strategy can be applied without the need of torque and speed sensors. Finally, to validate the proposed observer, experimental results are presented using an electric bicycle driven by two drivers with different weight.

Keywords: Electric bicycle, Electric power assistance, EPAC, Pedelec, Load model, Disturbance observer

1. Introducción

El precio del petróleo ha mostrado un crecimiento sostenido a partir del año 2016, lo cual se atribuye al agotamiento de las reservas a nivel mundial junto con la gran demanda, en particular por parte del sector energético y de la industria automotriz. Según la Academia Internacional de Energía (IEA) más del 57 % de la producción de petróleo anual es consumido por sistemas de transporte, lo que a su vez contribuye en gran manera al incremento de CO₂ en el ambiente (Hsu et al., 2012), (IEA,

2019). Ante estos problemas, en los últimos años los vehículos eléctricos (VE) han sido propuestos como una solución a los problemas energéticos y de contaminación ambiental. Si bien estos vehículos utilizan la energía en forma más eficiente que los vehículos de combustión interna, reduciendo la emisiones de CO₂ al ambiente, su costo sigue siendo muy alto lo que dificulta su incorporación al parque automotor mundial. Sumado a esto, los problemas de congestión vehicular en las grandes ciudades hacen de la movilidad un desafío que requiere una modificación completa en la forma de pensarla.

*Autor en correspondencia: guillermogonzalez.ie@gmail.com

En la actualidad, en muchas ciudades del mundo han reconocido este problema y han propuesto soluciones para la congestión vehicular construyendo ciclovías urbanas e interurbanas. Estas ciclovías representan una solución ante los problemas de congestión, disminuyendo además los tiempos de transporte. Sin embargo, el uso de bicicletas convencionales en regiones con caminos irregulares o con pendientes pronunciadas, producen cansancio excesivo, lo cual se ve acentuado en la gente de mayor edad haciendo que los mismos dejen de utilizarlas. Ante esta situación, las bicicletas eléctricas (BE) con asistencia al pedaleo representan una alternativa frente a los problemas mencionados, permitiendo al usuario transportarse regulando el esfuerzo al mismo tiempo que contribuyen al cuidado del medio ambiente (Parker, 2011), (Mira Torregrosa, 2016).

En la literatura este tipo de bicicletas son denominadas como *Electric Power Assisted Cycles (EPAC)*, bicicletas híbridas humano-eléctricas (en inglés **PEDELEC**), o bien simplemente bicicletas eléctricas (*electric bicycles*, **E-Bikes**) (Sankaranarayanan and Ravichandran, 2015). Este tipo de BE no utiliza acelerador de puño, sino un sistema que se basa en la medición o estimación del esfuerzo que el ciclista realiza sobre los pedales para luego calcular el par que debe aplicar el motor eléctrico en el eje de la bicicleta. Por lo tanto, las EPAC tienen la posibilidad de ser impulsadas únicamente por el ciclista, como es el caso de las bicicletas convencionales, o bien funcionar en modo asistido permitiendo regular el nivel de asistencia, el que no debe superar el 100 % del esfuerzo realizado por el ciclista. La norma europea EN 15194:2017 establece que una bicicleta eléctrica clasifica como tal y no como ciclomotor si la tracción eléctrica es proporcionada únicamente a partir de un esquema de asistencia al pedaleo donde la velocidad máxima a partir de la cual se deja de asistir es de 25 km/h (European Standards, 2017). Además, esta norma establece una potencia máxima para el motor eléctrico de 250 W.

Para implementar este esquema de asistencia, diversos autores han propuesto diferentes estrategias. En (Kosuge et al., 2004) se propone una estrategia donde el motor eléctrico asiste al ciclista utilizando la medición del par que este ejerce en el eje trasero de la bicicleta y compensando además el par debido a la pendiente, al rozamiento con el suelo y a la resistencia aerodinámica. El par que debe aplicar el motor es estimado a partir de un observador de perturbaciones presentado en (Nakao et al., 1987). En (Kai and Dejun, 2017) se propone un control adaptativo para compensar, además de los efectos propios de las pendientes, la carga que representa el ciclista para la bicicleta. Por otro lado, en (Hsu et al., 2012) se presenta una alternativa de asistencia al pedaleo basada en la teoría de “aprendizaje reforzado” (*Reinforcement Learning, RL*) donde la asistencia es regulada a partir de requerimientos en cuanto al confort y seguridad de manejo y del aprendizaje obtenido por el sistema a partir del registro del comportamiento en diferentes ambientes de manejo. Además, esta estrategia es orientada a maximizar la eficiencia energética de la bicicleta. Si bien las estrategias presentadas en los trabajos anteriormente citados permitirían implementar asistencia al pedaleo cumpliendo con la norma EN 15194:2017, en todos los casos las propuestas requieren de la medición del par efectuado por el ciclista lo cual encarece en forma significativa el sistema ya que el precio del sensor de par puede representar entre el 15 % y el 25 % del costo total del

kit de conversión eléctrica, siendo el segundo componente más costoso después de la batería. Además, prescindir del sensor de par disminuye la cantidad de elementos de medición integrados a piezas móviles en el sistema de asistencia, por lo tanto, aumentaría la confiabilidad del mismo ante posibles fallas.

Existen algunos trabajos en la literatura donde la implementación de la asistencia al pedaleo se hace a partir de la estimación del par ejercido por el ciclista. En (Li et al., 2018) se diseñan dos observadores, uno para estimar el par debido a la fricción propia de la carga de la bicicleta y otro para estimar el par del ciclista. A partir de este último se genera la referencia de par del motor eléctrico. Por otro lado, en (Sankaranarayanan and Ravichandran, 2015) se presenta una estrategia de estimación de par basada en un observador de perturbaciones y en el modelo dinámico de la bicicleta. Para el diseño del estimador, los autores desprecian la resistencia debido a los rozamientos de la bicicleta y la fuerza debida a la pendiente, por lo que el par del ciclista se estima utilizando únicamente la información del par ejercido por el motor y la medición de la velocidad angular. Si bien las propuestas presentadas por los autores funcionan en las condiciones planteadas, no consideran en su totalidad los efectos de la carga de la bicicleta como son la resistencia aerodinámica y los rozamientos estáticos, por lo cual podrían no funcionar correctamente en todas las condiciones.

En este trabajo se propone un observador para estimar el par ejercido por el ciclista en el eje trasero de una bicicleta eléctrica basado en el observador de perturbaciones presentado en (Wen-Hua Chen et al., 2000), (Apte et al., 2016). El aporte de la propuesta radica en que el observador utiliza la información del modelo de carga de la bicicleta, del ángulo de inclinación y de la velocidad y el par del motor eléctrico para estimar el par del ciclista en condiciones reales de funcionamiento. De esta manera, dado que sólo se utilizan las mediciones realizadas sobre el motor y mediante un sensor inercial, se obtiene un sistema con un número reducido de sensores lo cual disminuye en forma significativa el costo, aumentando al mismo tiempo la robustez y confiabilidad.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección II se describe la estrategia de asistencia implementada, la cual cumple con la regulación europea; en la sección III se realiza el modelado de una bicicleta convencional con la combinación de un motor eléctrico y se describen las diferentes fuerzas actuantes en la bicicleta; en la sección IV se describe el observador de par basado en el modelo de la carga de la bicicleta; en la sección V se describe el prototipo de bicicleta utilizado junto con la implementación en un controlador digital, mientras que los resultados de la propuesta son presentados en la sección VI. Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo y se describe, en el apéndice, un método experimental para obtener los parámetros del modelo de carga y un método de ajuste de la velocidad de convergencia del PLL utilizado para estimar la posición y velocidad del motor.

2. Estrategia de Asistencia al Pedaleo

Actualmente, los equipos comerciales que ofrecen asistencia al pedaleo pueden aplicar básicamente dos tipos de estrategias: asistencia por potencia constante (*constant-assisted power, CAP*) o asistencia por potencia proporcional (*proportion-*

assisted power, **PAP**) (Hsu et al., 2012). En la estrategia CAP el motor eléctrico aplica una potencia constante y predeterminada para cada nivel de asistencia. Este método resulta simple de implementar, aunque, al no considerar la condición física del ciclista ni las condiciones del terreno, no se garantiza el confort durante la asistencia. Por otro lado, mediante una estrategia PAP el motor aplica en cada instante un par que es proporcional al par ejercido por el ciclista. En este tipo de estrategia, el par de asistencia máximo (normalizado respecto al par ejercido por el ciclista) queda determinado con la siguiente expresión (European Standards, 2017),

$$T_a = \begin{cases} 1, & v \leq v' \\ 1 - \eta(v - v'), & v' < v \leq v_{max} \\ 0, & v > v_{max} \end{cases}$$

La expresión anterior implica que, cuando la velocidad v de la bicicleta es menor que una velocidad predefinida v' , el motor eléctrico puede proporcionar como máximo el mismo par que el realizado por el ciclista. Por otro lado, para velocidades superiores a v' , el par de asistencia máximo permitido decrece en forma lineal hasta cero cuando la velocidad de la bicicleta es igual a la máxima permitida v_{max} . Por encima de v_{max} la asistencia debe ser cero. El valor de v_{max} es fijado según la normativa de cada país. En particular, la norma europea EN 15194:2017 establece que la velocidad máxima permitida es de 25 km/h por lo que, si por ejemplo se elige v' con un valor de 20 km/h, el parámetro η resulta igual a 1/5 (European Standards, 2017).

Para aplicar una estrategia de este tipo (PAP), se requiere conocer el par aportado por el ciclista en todo momento, el cual se puede obtener directamente mediante sensores o bien se puede estimar. Los sensores necesarios para medir par encarecen en forma significativa el sistema de control, por lo cual, se justifica la implementación de observadores para obtener el par ejercido por el ciclista utilizando únicamente los sensores necesarios para el control del motor eléctrico. En las secciones siguientes se propone un modelo de un grado de libertad para una BE y un observador para estimar el par del ciclista que considera el par resistente de la bicicleta.

3. Modelado Matemático

3.1. Modelo dinámico de una Bicicleta

Para el análisis se considera el esquema simplificado, de un grado de libertad, mostrado en la figura 1. En este esquema, la fuerza impulsora de la bicicleta f_i puede ser generada por el motor, por el ciclista o una combinación de ambos y tiende a mover la bicicleta en el sentido positivo del desplazamiento sobre el eje x . Por otro lado, la fuerza debido a la inclinación del plano de la bicicleta, denominada f_g , en combinación con la fuerza producida por la resistencia aerodinámica, f_{Ra} , y las fuerzas debidas al rozamiento (f_{Rrd} , f_{Rrt}) se oponen al desplazamiento de la bicicleta.

A los fines del modelo dinámico, la bicicleta se representa como una masa m (que incluye la masa de la bicicleta, del ciclista, del motor eléctrico y de la batería) concentrada en el centro de gravedad de la misma, sobre la cual se aplican todas las fuerzas intervinientes.

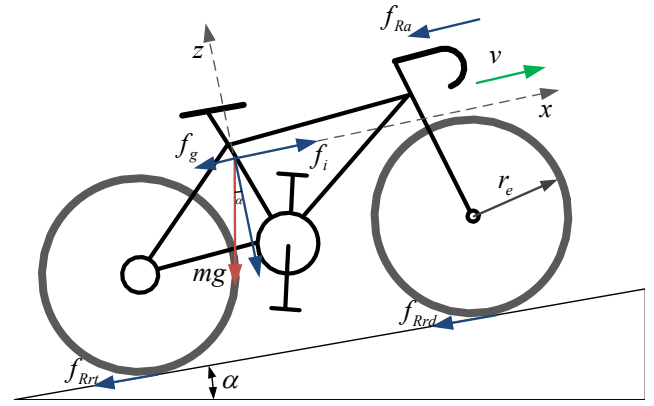


Figura 1: Bicicleta eléctrica - Diagrama de fuerzas

En función de esto, la dinámica longitudinal de la bicicleta puede representarse de la siguiente manera,

$$\left(m + \frac{J_d + J_t}{r_e^2}\right) \dot{v} = f_i - f_g - f_R, \quad (1)$$

donde el término $(J_d + J_t)/r_e^2$ representa la suma del momento de inercia de las ruedas, delantera y trasera, trasladada a la dinámica lineal de la bicicleta; r_e representa el radio efectivo de las ruedas, que en este caso se consideran iguales y v es la velocidad longitudinal de la bicicleta. Por otro lado, f_R representa la fuerza de resistencia total que aparece sobre la bicicleta y viene dada por la suma de las fuerzas producidas por la resistencia aerodinámica, la resistencia de rodadura de ambas ruedas y por el rozamiento en los rodamientos de las mismas (incluidas en f_{Rrd} y f_{Rrt}), tal como se muestra en (2).

$$f_R = f_{Rrd} + f_{Rrt} + f_{Ra}. \quad (2)$$

Debido a que la fuerza impulsora de la bicicleta es producida a partir de un par aplicado en el eje trasero de la misma, resulta conveniente encontrar un modelo dinámico referido a la rueda trasera. Si se desprecia el deslizamiento de los neumáticos con respecto al suelo, la velocidad angular de las ruedas ω_r se relaciona con la velocidad lineal mediante la expresión $v = \omega_r r_e$. Por lo tanto, el modelo de un grado de libertad de la figura 1 puede reemplazarse por uno rotacional análogo como el mostrado en la figura 2.

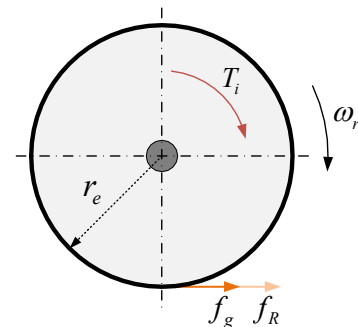


Figura 2: Bicicleta eléctrica - equivalente rotacional

Planteando el balance de momentos sobre el modelo

dinámico la figura 2 resulta,

$$T_i - T_R - T_g = (mr_e^2 + J_d + J_t)\dot{\omega}_r, \quad (3)$$

donde T_i es el par de impulso, $T_g = (mg \sin(\alpha))r_e$ es el par debido a la inclinación del terreno, mr_e^2 es la inercia equivalente que representa la masa m y $T_R = f_R r_e$ es el par resistente debido a todas las resistencias presentes en la bicicleta. De forma análoga a (2), T_R se puede expresar en función de cada componente, de la forma:

$$T_R = T_{Rrd} + T_{Rrt} + T_{Ra}. \quad (4)$$

A los fines del modelo dinámico, el par resistente equivalente que aparece sobre la bicicleta (4), puede modelarse (Kooijman et al., 2008) como una función cuadrática de la velocidad tal como:

$$T_R = k_0 + k_1\omega_r + k_2\omega_r^2, \quad (5)$$

donde k_0 y k_1 son coeficientes dependientes, entre otros factores, de la masa total del conjunto ciclista - bicicleta (m), mientras que el término k_2 , que contempla el efecto de la resistencia aerodinámica, depende fundamentalmente del área frontal del conjunto ciclista - bicicleta.

Finalmente, empleando la expresión (5) y considerando que el par de impulso de la bicicleta viene dado por la suma del par del ciclista y el producido por el motor eléctrico ($T_i = T_{cy} + T_m$), el modelo dinámico de la ecuación (3) puede reescribirse como:

$$T_m + T_{cy} - T_g - k_0 - k_1\omega_r - k_2\omega_r^2 = J_{eq}\dot{\omega}_r, \quad (6)$$

donde $J_{eq} = (mr_e^2 + J_d + J_t)$.

3.2. Modelo dinámico de una BE

Tal como se indica en (6), en una BE con asistencia al pedaleo el par necesario para impulsar la bicicleta viene dado por el aporte del ciclista y por el motor eléctrico. En particular, para este trabajo se considera el empleo de un motor sincrónico de imanes permanentes (**MSIP**) de rueda, accionado mediante un control vectorial (CV).

Asumiendo que para el motor empleado las inductancias en los ejes q y de d son iguales ($L_q = L_d$) y que la estrategia de control permite mantener la corriente en el eje d nula ($i_{ds} = 0$), el par electromagnético producido por el motor es directamente proporcional a la corriente i_{qs} , y viene dado por (Krause et al., 2013):

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_m i_{qs}) = K_T i_{qs}, \quad (7)$$

donde P es el número de polos del motor, λ_m es el flujo de magnetización producido por los imanes, K_T la constante de par e i_{qs} es la componente en el eje q de la corriente de estátor.

Por otro lado, la dinámica mecánica del motor viene dada por:

$$T_e = D_m\omega_r + J_m\dot{\omega}_r + T_L, \quad (8)$$

donde D_m representa el coeficiente de rozamiento del motor, J_m la inercia, T_e y T_L representan el par electromagnético y de carga respectivamente, mientras que ω_r corresponde a la velocidad angular del rotor.

Considerando que para la BE planteada el motor es parte de la rueda trasera, y que el par neto generado por el mismo está dado por ($T_m = T_e - D_m\omega_r - J_m\dot{\omega}_r$), la expresión (6) puede reescribirse como:

$$T_e + T_{cy} - T_g - k_0 - k_1\omega_r - k_2\omega_r^2 = J_{eq}\dot{\omega}_r, \quad (9)$$

donde el término D_m , que representa el rozamiento del rodamiento de la rueda trasera queda incluido en la constante k_1 y J_{eq} incluye la inercia de la rueda trasera armada con el motor.

Dado que la dinámica eléctrica del motor, controlada por el CV, es mucho más rápida que la dinámica mecánica de la bicicleta, el efecto del motor eléctrico (T_e) en la expresión (9) puede considerarse como una entrada directa de par. Por lo tanto, si se conoce el modelo de carga de la bicicleta ($k_{0,1,2}, J_{eq}$) junto a T_g , es posible a partir de (9) determinar el par realizado por el ciclista mediante el observador que se propone en la siguiente sección.

4. Estimación del Par del Ciclista T_{cy}

La ecuación dinámica de la bicicleta mostrada en (9), se puede representar con la siguiente ecuación,

$$\dot{x} = -ax + b_1u + b_2d, \quad (10)$$

donde,

$$x = \omega_r, \quad a = \frac{k_1}{J_{eq}}, \quad b_1 = b_2 = \frac{1}{J_{eq}}. \quad (11)$$

Por otro lado, la entrada del sistema es igual al par electromagnético ($u = T_e$) mientras que la perturbación del sistema (d) representa la sumatoria del par del ciclista, el par producido por la fuerza de gravedad y las resistencias de la bicicleta producidas por el rozamiento estático y la fuerza aerodinámica, como se muestra en la siguiente igualdad,

$$d = T_{cy} - k_0 - k_2\omega_r^2 - mgr_e \sin(\alpha). \quad (12)$$

Como se muestra en la sección 2, la estrategia de asistencia al pedaleo requiere del conocimiento del par efectuado por el ciclista (T_{cy}) para generar las referencias de par que debe aplicar el motor eléctrico en el eje de la bicicleta. Si se estima la perturbación d , el par T_{cy} puede obtenerse partir de la información de dicha perturbación, del modelo del par resistente y del conocimiento del ángulo de inclinación α , el cual se obtiene a partir de un acelerómetro. En este trabajo se aplica un observador de perturbaciones como el presentado por (Wen-Hua Chen et al., 2000) y (Apte et al., 2016) que permite estimar perturbaciones acotadas cuya derivada respecto al tiempo es cero para tiempo infinito, y su modelo se muestra en la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} \hat{d} &= p + lx, \\ \dot{p} &= -l(-ax + b_1u + b_2(p + lx)). \end{aligned} \quad (13)$$

Se observa que la estimación de la perturbación es definida como la suma de una variable auxiliar p y la salida del sistema afectada por una ganancia l . Por otro lado, se puede ver que la ecuación dinámica de la variable p depende del modelo dinámico de la bicicleta y de la estimación de la perturbación (\hat{d}). Por lo tanto, la estimación del par efectuado por el ciclista

se obtiene en primer lugar a partir del cálculo de \hat{d} , utilizando el modelo dinámico presentado en (13) y luego usando la relación dada por (12).

La velocidad de convergencia del observador puede ajustarse con la ganancia l . Para analizar la relación entre la convergencia y esta ganancia se define el error de estimación como $e = d - \hat{d}$ cuya dinámica se describe mediante la siguiente ecuación.

$$\dot{e} = \dot{d} - \dot{p} - l\dot{x} = -lb_2e + \dot{d}. \quad (14)$$

Como se observa, si se considera que la perturbación es constante ($\dot{d} = 0$), un aumento en la ganancia l del estimador disminuye el tiempo de convergencia del observador. Para el caso general, donde el término d contiene componentes oscilantes propias de la cadencia de pedaleo del ciclista se puede analizar la respuesta en frecuencia entre la entrada de perturbación y la estimación para establecer un criterio de diseño para el estimador. Si se aplica la transformada de Laplace a las ecuaciones (10) y (13), se puede obtener la función de transferencia entre la estimación de la perturbación y la perturbación del sistema como se muestra en (15).

$$\frac{\hat{D}(s)}{D(s)} = \frac{lb_2}{s + lb_2}. \quad (15)$$

Se puede observar que el observador se comporta como un filtro pasa-bajas donde la frecuencia de corte puede ser ajustada con la ganancia l .

Finalmente, una vez obtenida la perturbación \hat{d} la estimación del par producido por el ciclista se puede obtener de la siguiente manera,

$$\hat{T}_{cy} = \hat{d} + k_0 + k_2\omega_r^2 + T_g. \quad (16)$$

En la figura 3 se muestra el diagrama de bloques del observador propuesto. Se puede ver que la variable auxiliar p es obtenida a partir del par electromagnético, el cual se puede obtener con la expresión (7) y la información de velocidad angular de la rueda trasera de la bicicleta. Luego, la estimación del par ejercido por el ciclista se obtiene a partir de la información de p y del conocimiento del modelo de la carga y del ángulo de inclinación de la bicicleta.

Finalmente, en la figura 4 se muestra el diagrama de bloques de la estrategia de asistencia al pedaleo PAP implementada en este trabajo, la cual obtiene la información del par del ciclista a partir del observador propuesto. En el lado derecho de la figura se puede observar que la bicicleta es impulsada por la suma del par que ejerce el ciclista (T_{cy}) y el par electromagnético T_e aplicado por el motor.

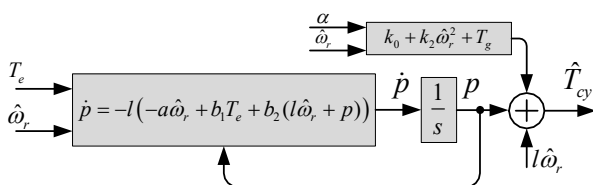


Figura 3: Diagrama de bloques: Estimador de par

Este par es controlado a partir de un algoritmo de control vectorial que requiere de la información de las corrientes del motor y de la posición del rotor para poder seguir una referencia de par deseado. En la figura se puede ver que las corrientes medidas en coordenadas abc (i_s) son transformadas al marco de referencia qd (bloque 3/2) utilizando el ángulo del rotor $\hat{\theta}_r$. Por otro lado, las tensiones de referencia v_{qds}^* generadas por el control vectorial, se transforman al marco de referencia abc (v_s^*) a partir de la transformación inversa representada por el bloque 2/3. La referencia de par (T_e^*) se obtiene a partir de la estrategia de asistencia, la cual utiliza la estimación del par del ciclista y la velocidad longitudinal para generar este par de referencia que debe aplicar el motor eléctrico. Además, en la figura se puede observar que la velocidad y la posición del motor son estimadas a partir de un algoritmo PLL descrito en el apéndice.

5. Prototipo de BE e Implementación del Observador de Par

Para realizar los ensayos que se describen en la próxima sección se utilizó un prototipo de bicicleta mostrado en la figura 5. Esta bicicleta es del tipo *mountain bike*, cuya rueda trasera está armada con un motor de rueda de FEM sinusoidal con una potencia nominal de 800 W. Además, la bicicleta cuenta con una batería de litio de 48 V – 10,4 Ah y un controlador electrónico (indicado en la figura) desarrollado en el grupo de investigación. El controlador cuenta con un inversor trifásico y un microcontrolador de la línea DSPIC33F de Microchip en el cual se programó el control vectorial del motor y el observador de par propuesto en este trabajo.

Debido a que tanto el control vectorial del MSIP como el observador propuesto requieren del conocimiento de la posición y velocidad del rotor para su correcto funcionamiento, se implementó un estimador basado en un algoritmo PLL que utiliza la FEM del motor para estimar estas variables. La dinámica de estas estimaciones debe ser más rápida que la dinámica de los lazos de control de corriente del motor, por lo que la velocidad de convergencia debe ajustarse en forma adecuada. El principio de funcionamiento de este estimador junto con el criterio de ajuste de la convergencia se presentan en el apéndice.

La implementación digital del control vectorial sin sensor de posición/velocidad y del observador de par propuesto requieren discretizar sus ecuaciones. En particular, la implementación del observador de par se realizó discretizando las ecuaciones (13) y (16) con el método de Euler por adelantado. Además, debido a que la arquitectura del microcontrolador es de 16 bits (punto fijo), se cuantizaron las ecuaciones en este formato. Los parámetros del modelo de carga utilizados son presentados en (Aligia et al., 2019).

La ejecución del algoritmo correspondiente al control vectorial se realiza dentro de la interrupción de PWM a una frecuencia de 18 kHz. Por otro lado, el observador se ejecuta a una frecuencia 256 veces menor (70 Hz) ya que la dinámica del mismo es mucho más lenta. Las corrientes del motor junto con las estimaciones de la velocidad y el par del ciclista se registraron en una memoria SD, a una frecuencia de muestreo de 1 kHz, mediante el mismo microcontrolador utilizado para el control y la implementación del observador.

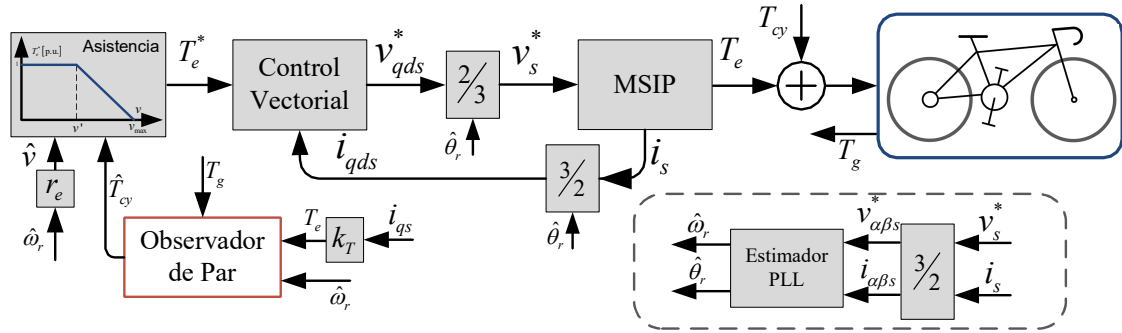


Figura 4: Diagrama de bloques: Asistencia al pedaleo utilizando la estimación del par del ciclista

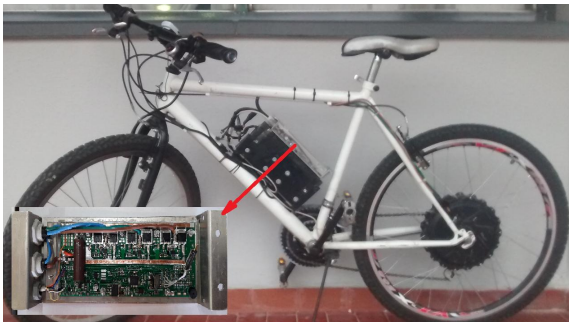


Figura 5: Bicicleta eléctrica y detalle del controlador

Por último, la ganancia l del observador se ajustó de modo tal que permita estimar el valor medio del par del ciclista, filtrando las oscilaciones. Considerando que la cadencia normal de pedaleo para un ciclista excede las 90 rpm ($1,5\text{ Hz}$), se ajustó la ganancia del observador utilizando la ecuación (15) para que la frecuencia de corte se ubique una década por debajo ($0,15\text{ Hz}$). La ganancia obtenida para esta frecuencia de corte, considerando un conductor de 70 kg , es $l = 9$, mientras que el tiempo de asentamiento de la estimación es igual a 4 s .

6. Resultados

En esta sección se presentan resultados experimentales que permiten validar el funcionamiento del observador de par propuesto en este trabajo. Los ensayos fueron realizados utilizando el prototipo presentado en la sección anterior y se describen a continuación:

- Ensayo 1: En este ensayo se evalúa la estimación del par del ciclista cuando se realiza un recorrido en una pista sin pendiente. Se prueban dos escenarios: pedaleo sin asistencia y pedaleo con asistencia. Además, se analizan los efectos producidos por variaciones paramétricas.
- Ensayo 2: Se realizan ensayos sobre una plataforma comercial empleada para entrenamiento de ciclistas, donde se contrasta la potencia medida por dicha plataforma con la potencia de pedaleo estimada y la potencia eléctrica del motor.

6.1. Ensayo 1

En este ensayo se analiza el desempeño del observador en escenarios de conducción real, con el ciclista pedaleando en pri-

mer lugar sin asistencia, y luego con asistencia eléctrica. Estos ensayos se realizaron en un circuito sin pendiente y con superficie lisa para dos conductores denominados C_1 y C_2 de diferente peso y textura (72 y 92 kg).

6.1.1. Pedaleo sin asistencia

El objetivo de este ensayo es analizar el desempeño del observador cuando la bicicleta opera sin asistencia eléctrica. Para esto, se programó en el controlador una referencia de par nulo ($i_{qs} = 0$) que permite que la bicicleta sea impulsada únicamente por el ciclista hasta alcanzar una velocidad de 20 km/h que luego se mantiene constante.

En la figura 6 se muestra la velocidad longitudinal de la bicicleta (v) junto las estimaciones del par y potencia ejercidos por el ciclista (\hat{T}_{cy} y \hat{P}_{cy}). Se puede observar que la velocidad final es de 20 km/h y que los valores máximos de las estimaciones del par y la potencia ejercida por el ciclista son aproximadamente 30 Nm y 310 W , respectivamente. Por otro parte, analizando el intervalo entre $t = 15\text{ s}$ y $t = 20\text{ s}$ se obtienen los valores medios del par y la potencia entregados por el ciclista en régimen estacionario, obteniéndose 8 Nm y 130 W respectivamente.

Con el objetivo de analizar el transitorio inicial en la estimación del par del ciclista y su relación con el ancho de banda del observador ($0,15\text{ Hz}$), se ejecuta fuera de línea el observador propuesto ajustado con un ancho de banda de 15 Hz utilizando los datos de velocidad y corriente registrados en el ensayo anterior. La comparación del par del ciclista obtenido previamente con el par estimado a partir del observador con mayor ancho de banda se muestra en la figura 7 en colores rojo y azul, respectivamente. En la figura se puede apreciar que el par estimado por el observador con mayor ancho de banda contiene oscilaciones producidas por la cadencia de pedaleo.

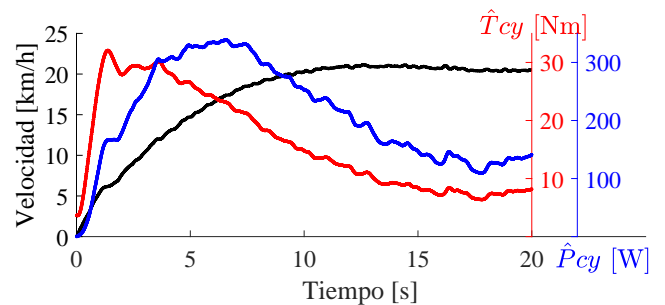


Figura 6: Pedaleo sin asistencia eléctrica

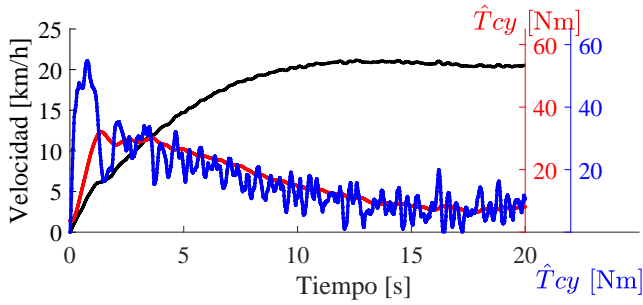


Figura 7: Pedaleo sin asistencia: Observador con mayor ancho de banda y comparación

Además, se observa durante el primer ciclo de pedaleo (entre $t = 0\text{ s}$ y $t = 2\text{ s}$) que el par posee un valor máximo mayor al obtenido anteriormente, lo cual se debe al esfuerzo realizado por el ciclista para poner en movimiento la bicicleta. Se puede apreciar además que luego del transitorio inicial ambos observadores convergen al mismo valor medio.

Si se analiza el transitorio del par estimado a partir del observador de menor ancho de banda (en rojo), se observa que su respuesta, la cual resulta más lenta, incide principalmente sobre el primer segundo del ensayo, donde el ciclista pone en movimiento la bicicleta. En un esquema con asistencia eléctrica este retardo producirá que inicialmente la estrategia no aplique el porcentaje de par deseado, sino un valor que irá creciendo durante dicho intervalo hasta alcanzar el régimen permanente. Por lo tanto, este ensayo permite concluir que el retardo producido por el observador de menor ancho de banda, el cual estima el valor medio del par del ciclista, no resulta significativo ya que permite asistir tanto en el régimen permanente, cumpliendo el nivel requerido, como en el transitorio con un nivel de asistencia menor durante el primer segundo.

En la figura 8 se muestra el efecto sobre la estimación del par del ciclista cuando existe variación de parámetros. Para esto se realiza un nuevo ensayo en una condición de pedaleo sin asistencia con un conductor de mayor peso (C_2), lo cual introduce una variación en los parámetros del modelo del observador. Para evaluar el comportamiento del modelo propuesto ante esta variación paramétrica se ejecutan simultáneamente dos observadores manteniendo la ganancia original ($l = 9$), uno de ellos utilizando los parámetros correspondientes al conductor C_1 (rojo) y el otro usando los parámetros de C_2 (azul). Se asume que la gráfica azul es una estimación correcta del par real, ya que los parámetros del observador y los del conductor son los mismos.

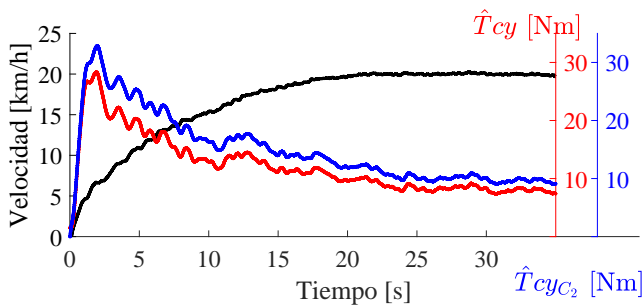


Figura 8: Pedaleo sin asistencia: Variación paramétrica

Se observa que el observador que fue programado con parámetros de un conductor más liviano (C_1) (en rojo) proporciona una sub-estimación del par real con un error porcentual menor al 10 %, lo cual es producto de la variación paramétrica. Por lo tanto, en un escenario en el que se utilice este observador con un esquema de pedaleo asistido, el ciclista C_2 tendrá una menor asistencia eléctrica si no se realiza un ajuste de los parámetros acorde al nuevo conductor.

6.1.2. Pedaleo con asistencia

En este ensayo se analiza el desempeño del observador cuando la bicicleta opera con asistencia eléctrica. La estrategia implementada es del tipo **PAP** y el par de asistencia se eligió igual al par del ciclista estimado ($T_a = \hat{T}_{cy}$, asistencia del 100 %) hasta el valor $v' = 20\text{ km/h}$. Al igual que en el caso anterior, en este escenario el ciclista pedalea desde el reposo hasta alcanzar una velocidad en régimen permanente de 20 km/h .

En la figura 9 se muestra la velocidad longitudinal de la bicicleta (v) junto las estimaciones del par y potencia ejercidos por el ciclista (\hat{T}_{cy} y \hat{P}_{cy}). Se puede observar en este caso que la velocidad final (20 km/h) es alcanzada en aproximadamente 8 s . Por otro lado, se observa que el valor máximo alcanzado por el par es de 30 Nm mientras que el valor máximo de potencia es de 300 W . Se puede ver que estos valores son similares a los obtenidos en el caso sin asistencia, lo cual se debe por un lado a la falta de asistencia en el transitorio inicial debido al ancho de banda del observador y por otro a que el ciclista tiende a realizar la misma fuerza a la que está acostumbrado al poner en movimiento una bicicleta sin asistencia. Como se menciona anteriormente, esto no representa un problema significativo ya que el gasto energético durante el arranque es despreciable frente al requerido durante la operación en régimen permanente.

Analizando el intervalo de régimen permanente comprendido entre $t = 10\text{ s}$ y $t = 20\text{ s}$ se obtiene un par de ciclista promedio de $4,2\text{ Nm}$ y una potencia media de 70 W . Estos valores resultan aproximadamente la mitad de los obtenidos para el ensayo sin asistencia, indicando que efectivamente el motor aporta un par (y una potencia) igual a la aportada por el ciclista, siendo consistente con el nivel de asistencia elegido.

6.2. Ensayo 2

La estrategia de asistencia presentada en este trabajo asume en que el par ejercido por el motor es proporcional a la corriente en el eje q según la expresión $T_e = k_T i_{qs}$. Además, la velocidad ω_r es estimada a partir de un algoritmo PLL presentado en el apéndice.

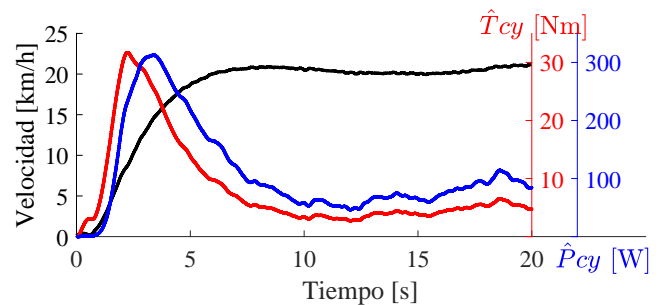


Figura 9: Pedaleo con asistencia: Nivel de asistencia del 100 %

A partir de estas variables, el controlador permite calcular la potencia electromagnética y la potencia estimada del ciclista como $P_e = T_e \hat{\omega}_r$ y $\hat{P}_{cy} = \hat{T}_{cy} \hat{\omega}_r$, respectivamente. De esta manera, estas potencias son dependientes de la estimación de la velocidad y del par del ciclista, por lo que resulta necesario proponer un ensayo adicional para validar la magnitud de las distintas potencias involucradas.

El ensayo se realiza sobre una plataforma de entrenamiento para ciclistas de la marca Tacx Satori Smart, que permite medir la potencia transmitida al suelo por la rueda y visualizar dicha medición desde una aplicación de celular con interface Bluetooth. Además, esta plataforma posee regulación mecánica de la carga permitiendo configurar 10 niveles diferentes. A partir de los datos del modelo de carga presentado en (5), cuyos parámetros corresponden al conductor C_1 , se determinó que el nivel 5 es el que mejor aproxima al modelo de carga de dicho conductor para velocidades cercanas a los 20 km/h, por lo que este nivel fue el utilizado para obtener los resultados que se muestran a continuación.

Se analizaron dos casos denominados como A y B. El primero de ellos corresponde a la propulsión exclusivamente del motor eléctrico mientras que el segundo corresponde al caso de pedaleo sin asistencia. En ambos casos, la velocidad tangencial sobre el rodillo de la plataforma se mantuvo en aproximadamente 20 km/h. Debido a que el ensayo se hace en régimen permanente, se descartan los transitorios iniciales de velocidad y se promedian y registran las variables de interés en un tiempo de 30 s. Para el caso A se programó al controlador en un modo de control distinto al planteado previamente donde la impulsión del motor se realizó a partir de la regulación de la corriente i_{qs} mediante un potenciómetro de acelerador controlado por el ciclista. En ambos casos se registra la potencia medida por la plataforma (P_p), la potencia electromagnética P_e y la potencia del ciclista \hat{P}_{cy} (ambas variables se calculan a partir de los registros de \hat{T}_{cy} , $\hat{\omega}_r$ y T_e). Con estos resultados se construye la tabla 1 donde además se muestra la velocidad promedio y potencia P_M obtenida a partir del modelo de carga cuyos parámetros corresponden al conductor C_1 , los cuales se muestran en la tabla A.1 en el apéndice.

En el caso A se puede observar que la potencia $P_M \approx P_e$ lo cual es esperado ya que P_M es la potencia mecánica de la carga cuando la velocidad es de 20,9 km/h, cuyo valor es calculado a partir del modelo de carga para el conductor C_1 , mientras que P_e es la potencia electromagnética calculada a partir del registro de las variables T_e y $\hat{\omega}_r$. Esto indica que el nivel de carga seleccionado (nivel 5) para una velocidad de 20,9 km/h, produce una potencia electromagnética prácticamente igual a la potencia esperada para el conductor C_1 a la misma velocidad, lo que permite verificar que el nivel seleccionado representa adecuadamente a dicho conductor en una condición de estado estacionario.

Tabla 1: Resultados Ensayo 2.

Caso	v [km/h]	P_M	P_e	\hat{P}_{cy}	P_p
A	20,9	148	149	0,5	164
B	21,3	152	0	157	165

Además, si se considera a la potencia medida por la plataforma (P_p) como una verdadera medición se puede verificar

que entre P_e y P_p existe un error relativo del 5%. Este error puede provenir de distintas fuentes tales como desviación en el modelo de la constante k_T del motor, propagación errores en el sistema de medición de las corrientes de fase y pérdidas no consideradas en el motor. Por lo tanto, se puede concluir que el error no es significativo para la aplicación por lo que es posible considerar a P_e como una verdadera medición de la potencia entregada por el motor. Se puede observar además que la potencia de pedaleo estimada \hat{P}_{cy} es muy pequeña, lo cual es esperado ya que la bicicleta es impulsada únicamente por el motor. Si bien, en el caso ideal este par debería ser nulo, esta diferencia es resultado de posibles incertidumbres debidas al ruido de medición y variaciones paramétricas. Por lo tanto, este ensayo permite también validar la convergencia del observador.

En el caso B se realiza pedaleo sin asistencia. Habiéndose verificado previamente que la plataforma en el nivel 5 de carga a 20 km/h modela correctamente a C_1 , se espera que la potencia de pedaleo estimada \hat{P}_{cy} y la potencia calculada por el modelo teórico para la velocidad de este ensayo (P_M) sean similares, lo cual se puede verificar en la tabla. Esto permite concluir que se está estimando correctamente la potencia de pedaleo. Al igual que en el caso anterior, existe un error en la potencia que se asume como real (en este caso \hat{P}_{cy}) y la potencia medida por la plataforma P_p . Finalmente P_e es nula debido a que el ensayo se realizó sin asistencia eléctrica.

Se puede concluir, a partir de los ensayos A y B, que para ambos casos la potencia eléctrica y la potencia de pedaleo estimada se pueden considerar correctas con un error aproximado del 5%.

7. Conclusiones

En este trabajo se propuso un observador para estimar el par efectuado por un ciclista en el eje trasero de una bicicleta eléctrica con asistencia al pedaleo. La propuesta se basa en el diseño de un observador de perturbaciones a partir del conocimiento del modelo dinámico de la bicicleta junto con el modelo de la carga, representado por la resistencia aerodinámica y por los rozamientos estáticos y dinámicos. El ajuste de la ganancia del observador fue realizado con el objetivo de estimar el valor medio del par del ciclista, lo cual en un esquema con asistencia al pedaleo genera una sensación de manejo agradable disminuyendo además las oscilaciones en el par del motor eléctrico.

Se realizaron ensayos donde se evaluó el comportamiento del observador propuesto en escenarios sin asistencia eléctrica y luego con pedaleo asistido. En el primer caso se pudo comprobar que el par estimado por el observador en régimen permanente coincide con el par obtenido a partir del modelo de carga para ese punto de operación. Para el caso de pedaleo asistido, el par estimado corresponde a la mitad del caso anterior. Por lo tanto se concluye que el observador y la estrategia de asistencia funcionan adecuadamente.

Se analizó luego el régimen transitorio de la estimación del par del ciclista donde se observó que la incidencia del retardo debido a la estimación del valor medio, se manifiesta principalmente en el primer segundo del ensayo, donde el ciclista pone en movimiento la bicicleta. Se puede concluir que si bien no se aplica el porcentaje de par deseado durante el inicio del transitorio, la asistencia irá creciendo hasta alcanzar el régimen

permanente. Por lo tanto, el efecto de este retardo no resulta significativo ya que permite asistir tanto en el régimen permanente, cumpliendo el nivel requerido, como en el transitorio con un nivel de asistencia menor en el inicio.

Se probó experimentalmente el efecto producido en la estimación del ciclista cuando la bicicleta es utilizada por un conductor de mayor peso respecto al conductor con el que fueron configurados los parámetros del observador. Se pudo concluir que la variación paramétrica generada por el cambio de conductor produce una sub-estimación del par ejercido por el ciclista con un error menor al 10%. En un escenario con asistencia al pedaleo esto produciría una disminución en el porcentaje de asistencia por lo que el ciclista deberá realizar un esfuerzo mayor. El caso opuesto se daría para un conductor de menor peso respecto al conductor con el que se configuró el observador, produciéndose en este caso una sobre-estimación aumentando el nivel de asistencia. Para evitar esto resulta necesario realizar un ajuste de los parámetros de acuerdo al conductor, lo cual será abordado en trabajos futuros.

Finalmente, se realizó un ensayo sobre una plataforma de entrenamiento para ciclistas que permitió concluir que tanto el cálculo de la potencia proporcionada por el motor, como la estimación de la potencia ejercida por el ciclista, son aproximaciones válidas de los valores reales con un error porcentual menor al 5%.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por la Universidad Nacional de Río Cuarto, FONCyT-ANPCyT (Subsidio PICT-2014~2760) y CONICET (Subsidio PIP 2014-2016 GI 11220130100517CO).

Referencias

- Aligia, D., González, G., Pezzani, C., Escudero, C., De Angelo, C., 2019. Identificación del modelo de carga y de las potencias involucradas en una bicicleta eléctrica. In: Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control - RPIC.
- Apte, A. A., Joshi, V. A., Walambe, R. A., Godbole, A. A., 2016. Speed control of PMSM using disturbance observer. IFAC-PapersOnLine 49 (1), 308 – 313, 4th IFAC Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems ACODS 2016.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.03.071>
- European Standards, E., 2017. BS EN 15194:2017 - Cycles - electrically power assisted cycles - EPAC bicycles.
- Hsu, R. C., Liu, C., Chan, D., Aug 2012. A reinforcement-learning-based assisted power management with QoR provisioning for human-electric hybrid bicycle. IEEE Transactions on Industrial Electronics 59 (8), 3350–3359.
DOI: 10.1109/TIE.2011.2141092
- IEA, 2019. Oil information overview - statistics. Tech. rep., International Energy Agency.
- Kai, Z., Dejun, Y., July 2017. A control approach adaptive to load and road slope for electric power assisted bicycle. In: 2017 36th Chinese Control Conference (CCC), pp. 3414–3418.
DOI: 10.23919/ChiCC.2017.8027887
- Kooijman, J., Schwab, A., Meijaard, J. P., 2008. Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle. Multibody System Dynamics 19 (1-2), 115–132.
- Kosuge, K., Yabushita, H., Hirata, Y., Nov 2004. Load-free control of power-assisted cycle. In: IEEE Conference on Robotics and Automation, 2004. TEXCRA Technical Exhibition Based. pp. 111–112.
- Krause, P., Wasynczuk, O., Sudhoff, S., 2013. Analysis of electric machinery. IEEE PRESS.

- Li, T., Yang, Q., Ren, B., Tu, X., July 2018. A torque sensor-less speed control method of electric assisted bicycle. In: 2018 37th Chinese Control Conference (CCC), pp. 3705–3709.
DOI: 10.23919/ChiCC.2018.8484181
- Mira Torregrosa, M. E., 2016. Environmental evaluation and effectiveness of electric-assist bicycle for a local transportation. Master's thesis, Universidad Politécnica de Valencia. Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño.
- Nakao, M., Ohnishi, K., Miyachi, K., March 1987. A robust decentralized joint control based on interference estimation. In: Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 4, pp. 326–331.
DOI: 10.1109/ROBOT.1987.1087996
- Parker, A. A., 2011. In europe 250 Watt PEDELECS reduce pollution and improve the safety and mobility of young and elderly riders. In: Australasian Transport Research Forum 2011 Proceedings. pp. 28–30.
- Sankaranarayanan, V., Ravichandran, S., May 2015. Torque sensorless control of a human-electric hybrid bicycle. In: 2015 International Conference on Industrial Instrumentation and Control (ICIC), pp. 806–810.
DOI: 10.1109/IIC.2015.7150852
- Wen-Hua Chen, Ballance, D. J., Gawthrop, P. J., O'Reilly, J., Aug 2000. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators. IEEE Transactions on Industrial Electronics 47 (4), 932–938.
DOI: 10.1109/41.857974
- Yongchang Zhang, Jiali Liu, May 2016. An improved Q-PLL to overcome the speed reversal problems in sensorless PMSM drive. In: 2016 IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia), pp. 1884–1888.
DOI: 10.1109/IPEMC.2016.7512582
- Zhao, Y., Wei, C., Zhang, Z., Qiao, W., Dec 2013. A review on position/speed sensorless control for permanent-magnet synchronous machine-based wind energy conversion systems. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics 1 (4), 203–216.
DOI: 10.1109/JESTPE.2013.2280572

Apéndice A. Ensayo para la obtención de los parámetros k_0 , k_1 y k_2 del modelo de carga

Como se presenta en la sección 3, el modelo de carga de la bicicleta requiere del conocimiento de los parámetros k_0 , k_1 y k_2 asociados con las fuerzas de rozamiento y con la resistencia aerodinámica de la bicicleta. Para esto, se empleó un método experimental donde se realizan diversos ensayos con el fin de obtener estos parámetros para una bicicleta dada.

En primer lugar se aplican escalones de par de distinta amplitud mediante el control de la corriente i_{qs} del motor. Luego, para cada escalón de par, se espera que la velocidad de la bicicleta alcance el régimen permanente y se registra la velocidad y el par electromagnético. En esta condición, el par ejercido por el motor compensa a la carga producida por las resistencias de la bicicleta por lo que los escalones deben ser programados considerando el tiempo en que el sistema alcanza el régimen permanente. A partir de los datos registrados se obtiene el promedio de la velocidad para cada escalón considerando el intervalo de tiempo comprendido entre el inicio de lo que se considera régimen permanente y el comienzo del siguiente escalón de par.

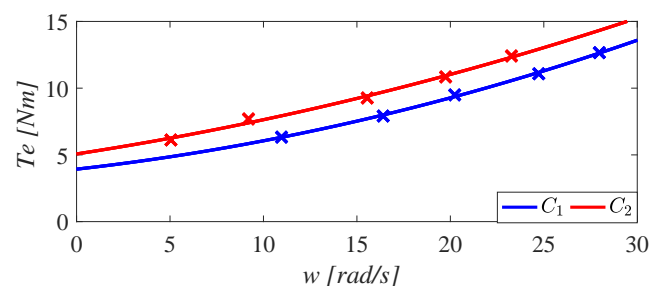


Figura A.1: Par de carga por conductor y ajuste cuadrático.

Tabla A.1: Modelos de par cuadráticos por conductor.

Conductor	\hat{k}_0	\hat{k}_1	\hat{k}_2	error
C_1	3,93	0,158	0,0055	0.0070
C_2	5,07	0,215	0,0041	0.0293

Una vez terminado el ensayo, se obtiene una curva par-velocidad donde los parámetros pueden ser obtenidos mediante regresión cuadrática. Es importante resaltar que este ensayo debe realizarse en una superficie plana sin pendiente en un ambiente con el menor viento posible para que el cálculo de los parámetros no se vea afectado por estas perturbaciones.

Para el presente trabajo el ensayo se realizó para obtener el modelo de carga para dos conductores de diferente peso denominados como conductor 1 (C_1) y conductor 2 (C_2), de 72 kg y 92 kg respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran en la curva par-velocidad de la figura (A.1). Finalmente los parámetros obtenidos se muestran en la Tabla A.1.

Apéndice B. Estimación de velocidad y posición del rotor

Apéndice B.1. Estimador de FEM

El control vectorial del MSIP requiere del conocimiento de la posición del rotor para su funcionamiento. De igual manera, la velocidad ω_r es requerida por el observador de par propuesto en este trabajo. Si bien estas variables se pueden medir a partir de sensores, el uso de un estimador disminuye los costos y aumenta la robustez del sistema completo. Por lo tanto, para obtener la información de posición y velocidad se implementa un estimador basado en un algoritmo PLL que estima estas variables a partir de la FEM del motor (Zhao et al., 2013). Para obtener las tensiones inducidas (FEM) se considera el modelo matemático del MSIP en coordenadas $\alpha\beta$ (Krause et al., 2013),

$$\begin{aligned} v_{\alpha s} &= r_s i_{\alpha s} + e_{\alpha} + L \frac{di_{\alpha s}}{dt}, \\ v_{\beta s} &= r_s i_{\beta s} + e_{\beta} + L \frac{di_{\beta s}}{dt}, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

donde r_s , y L representan la resistencia e inductancia de estator, mientras que $v_{\alpha s}$, $v_{\beta s}$, $i_{\alpha s}$ e $i_{\beta s}$ son las tensiones y corrientes de estator en los ejes $\alpha\beta$. Las tensiones inducidas e_{α} y e_{β} dependen del flujo de los imanes λ_m y de la velocidad y posición del rotor (ω_r y θ_r) como se muestra a continuación,

$$\begin{aligned} e_{\alpha} &= \omega_r \lambda_m \cos(\theta_r), \\ e_{\beta} &= \omega_r \lambda_m \sin(\theta_r) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Por lo tanto, las tensiones inducidas se pueden calcular a partir de las tensiones de estator de referencia ($v_{\alpha s}^*$ y $v_{\beta s}^*$) y de la medición de las corrientes obteniéndose,

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\alpha} &= v_{\alpha s}^* - r_s i_{\alpha s} - L \frac{di_{\alpha s}}{dt}, \\ \hat{e}_{\beta} &= v_{\beta s}^* - r_s i_{\beta s} - L \frac{di_{\beta s}}{dt}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Apéndice B.2. Algoritmo PLL implementado

Una vez obtenidas las tensiones inducidas \hat{e}_{α} y \hat{e}_{β} la posición podría calcularse a partir de la función arco-tangente, pero la existencia de ruido y armónicos pueden degradar la precisión de la estimación, especialmente en los cruces por cero donde disminuye en forma considerable la relación señal-ruido (Yongchang Zhang and Jiali Liu, 2016). Una forma alternativa de obtener la posición es mediante la utilización de un PLL como el presentado en la figura B.1.

La componente \hat{e}_d se obtiene a partir de las componentes de la FEM en los ejes α y β y del ángulo del referencial denominado como $\hat{\theta}_r$, mediante la siguiente expresión.

$$\hat{e}_d = \hat{e}_{\alpha} \sin(\hat{\theta}_r) - \hat{e}_{\beta} \cos(\hat{\theta}_r). \quad (\text{B.4})$$

Si se reemplazan las tensiones inducidas por su expresión (B.2), la cual depende de la posición y velocidad real del rotor (θ_r y ω_r) y del flujo λ_m , y luego se aplican propiedades trigonométricas se puede obtener la siguiente expresión,

$$\hat{e}_d = -\omega_r \lambda_m \sin(\theta_r - \hat{\theta}_r). \quad (\text{B.5})$$

Además, si se analiza el caso donde la diferencia entre la posición real y la estimada es pequeña, la componente en el eje d de la tensión inducida queda representada por $\hat{e}_d = -\|\hat{e}\|(\theta_r - \hat{\theta}_r)$, donde $\|\hat{e}\| = \omega_r \lambda_m$, es la norma del vector correspondiente a la tensión inducida. En la figura B.1 se observa que la señal de entrada al PI representada por la variable ε es pre-afectada por la inversa de la norma $\|\hat{e}\|$ lo cual permite independizar la dinámica del PLL de la velocidad ω_r . De esta manera, la dinámica del PLL puede ser analizada considerando que cuando el error de estimación es pequeño, el funcionamiento del mismo puede ser representado con un lazo de control de la posición del referencial ($\hat{\theta}_r$), donde la referencia es representada por la posición real del rotor θ_r , resultando la siguiente función de transferencia,

$$\frac{\hat{\theta}_r}{\theta_r} = \frac{k_p(s + k_p/k_i)}{s^2 + k_p s + k_i}. \quad (\text{B.6})$$

Las ganancias k_p y k_i permiten ajustar la dinámica del PLL la cual debe ser lo suficientemente rápida ya que como se menciona previamente, la posición y velocidad estimada por este estimador son utilizadas por el control vectorial y por el observador de par propuesto.

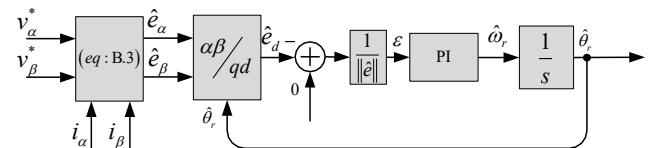


Figura B.1: Estimador de posición y velocidad.