

## ALGORITMO PARA EL CALCULO DE ANGULOS DE RADIACION SOLAR DIRECTA, INCIDENTE Y REFLEJADA, EN UN SISTEMA DE CONCENTRADORES FRESNEL SIMPLIFICADO.

Germán Salazar<sup>1</sup>, Carlos Cadena<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física - Facultad de Ciencias Exactas – Universidad Nacional de Salta

<sup>2</sup>INENCO

Avda. Bolivia 5150 – A4408FVY – Salta - Argentina

e-mail: salazarg@unsa.edu.ar

**RESUMEN:** En este trabajo se analizan los factores geométricos involucrados en el funcionamiento de un sistema de concentradores tipo Fresnel simplificado. Se determinan las coordenadas del haz de radiación solar directa reflejado sobre un espejo teniendo en cuenta el origen del rayo solar directo (la posición del Sol en el firmamento) y el ángulo  $\beta$  de rotación del espejo.

**Palabras clave:** geometría solar, espejos, Fresnel.

### INTRODUCCIÓN:

El recurso solar es abundante en la región Noroeste de la Republica Argentina (NOA). Particularmente, el oeste del NOA es una zona que por su altitud presenta características que hacen que la irradiación solar sea de las más altas del planeta. El INENCO viene desarrollando, por mas de treinta años, actividades para aprovechar este recurso ya que la provincia de Salta y la de Catamarca están incluidas dentro de esta región de características extremas en cuanto a potencia de energía solar.

Así, en los últimos 2 años se ha desarrollado un prototipo de C.L.F.R. (Compact Linear Fresnel Reflector o Reflector compacto tipo Fresnel) en el Campus del INENCO-Salta (Saravia *et al* ,2008 y Gea *et al* , 2007). Dicho sistema consiste de espejos rectangulares casi planos (la flecha en un metro es menor a un centímetro), alineados de tal manera que reflejan la radiación directa del Sol y la concentran en un receptor central lineal, del tipo torre donde se disponen tubos por los que circula agua. El salto térmico convierte el agua en vapor, el que luego se puede utilizar para diversas aplicaciones, siendo la más **ambiciosa** la producción de electricidad mediante una turbina conectada a un generador.

Los espejos tienen un solo grado de libertad, por lo que debe estudiarse como debe ser la disposición y rotación de los espejos para que los mismos siempre reflejen hacia la torre la radiación directa del Sol.

### DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA GEOMÉTRICO

Los espejos deben tener una inclinación tal (Fig.1a) que dirijan el haz de radiación solar directa incidente a la zona donde están los tubos donde circula agua. Estos tubos están en una torre elevada a más de 7 metros del suelo. El eje de rotación se alinea según la dirección cardinal Norte-Sur. Para simplificar el problema se supone el siguiente sistema de 2 espejos y la torre (Fig. 1b):

- 1) espejo ESTE: llamado así porque su cara comienza el día mirando a esa dirección. Esta ubicado al oeste de la torre.
- 2) Espejo OESTE: colocado simétricamente al espejo ESTE, respecto de la torre.
- 3) La Torre.

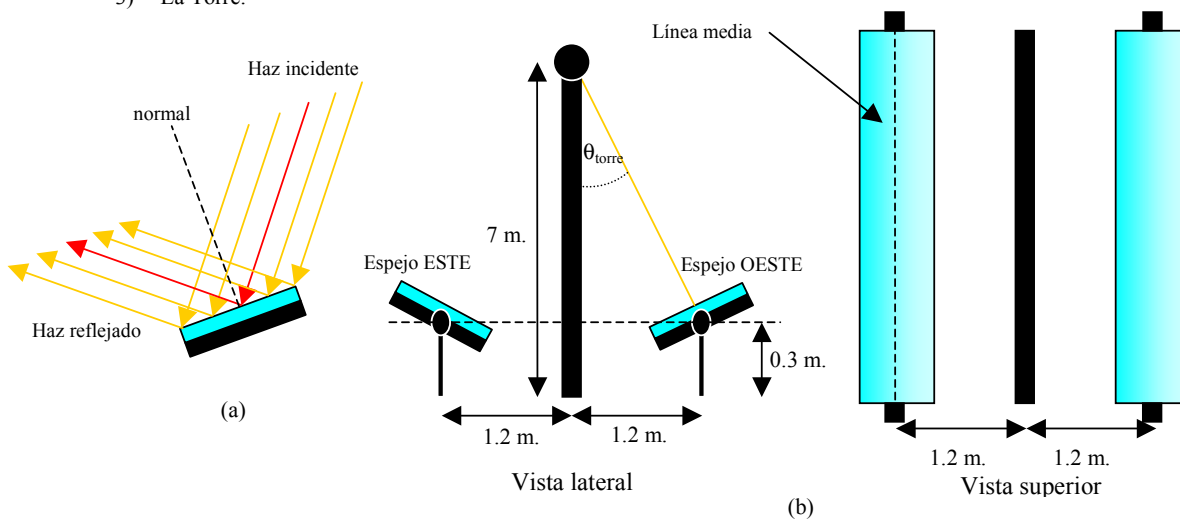


Figura 1.(a) Esquema de marcha de rayos en un espejo.(b) Vista lateral y superior del sistema simplificado.

Para simplificar algo más el problema geométrico se considera una superficie semiesférica descrita en coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  tal que radio  $R = 1$ . Esa semiesfera representa la bóveda celeste. En esta semiesfera la coordenadas de los puntos cardinales son: Norte =  $(0, 1, 0)$ , Sur =  $(0, -1, 0)$ , Este =  $(-1, 0, 0)$  y Oeste =  $(1, 0, 0)$ .

Los puntos de la superficie de esta semiesfera se puede representar en coordenadas esféricas  $(R, \theta, \gamma)$  usando las ecuaciones,

$$x = R \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\gamma \quad (1)$$

$$y = R \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{sen}\gamma \quad (2)$$

$$z = R \cdot \cos\theta \quad (3)$$

El ángulo  $\theta$  será el ángulo cenital  $\theta_z$  y el ángulo  $\gamma$  será el ángulo acimutal  $\gamma_s$  (Fig. 2). El radio  $R$  vale 1. Así, las ecuaciones 1,2 y 3 resultan ser:

$$x_{\text{incidente}} = 1 \cdot \text{sen}\theta_z \cdot \cos\gamma_s \quad (4)$$

$$y_{\text{incidente}} = 1 \cdot \text{sen}\theta_z \cdot \text{sen}\gamma_s \quad (5)$$

$$z_{\text{incidente}} = 1 \cdot \cos\theta_z \quad (6)$$

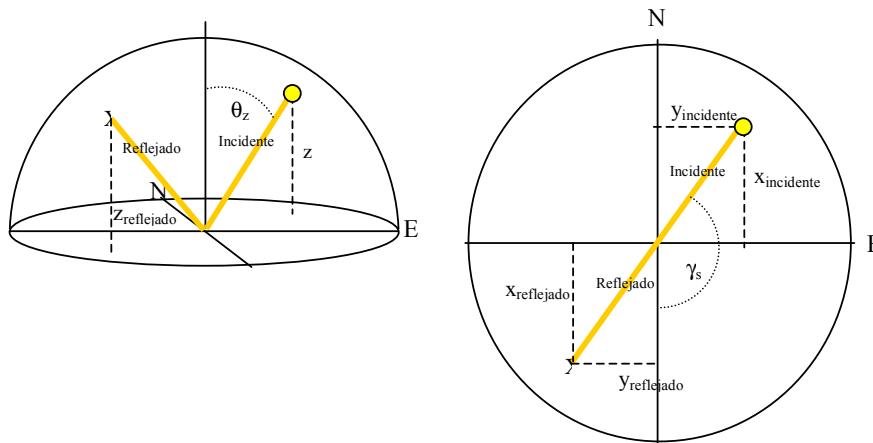


Figura 2. Representación de la semiesfera donde se consideran los haces incidente y reflejado. El caso particular de la figura considera un  $\beta = 0^\circ$ .

El punto de coordenadas cartesianas  $(0, 0, 0)$  representa el punto donde incide en el espejo el rayo que parte de las coordenadas esféricas  $(1, \theta_z, \gamma_s)$  que es donde se encuentra el Sol en un cierto momento del día. Se considera que la coordenada  $(0, 0, 0)$  está en cualquier punto de la línea media del espejo (Fig. 1b).

Para determinar las coordenadas cartesianas del rayo reflejado primero se considera las componentes del rayo incidente en el plano  $YZ$ . En este plano debe ocurrir que el rayo reflejado incida en la parte superior de la torre, es decir, que el rayo incidente se refleje de tal manera que  $\theta_{\text{reflejado}} = \theta_{\text{torre}}$ . Para ello se debe conocer el ángulo de rotación  $\beta$  (negativo en sentido opuesto a las agujas del reloj para el espejo ESTE, positivo en sentido opuesto a las agujas del reloj para el espejo OESTE) del espejo.

Para el procedimiento de determinación de las coordenadas del rayo reflejado se considera que el punto  $(0, 0, 0)$  es el origen del rayo reflejado. Las coordenadas del punto final (marcado con una "X" en la Figura 2) dependerán del ángulo  $\beta$ . Así, las coordenadas  $(x_{\text{reflejado}}, y_{\text{reflejado}}, z_{\text{reflejado}})$  se calculan de la siguiente manera:

i) se considera el espejo rotado un cierto ángulo  $\beta$  respecto del sistema cartesiano original (Figura 3.). Para ello se consideran las ecuaciones

$$y_{\text{incidente,rotado}} = y_{\text{incidente}} \cdot \cos\beta + z_{\text{incidente}} \cdot \text{sen}\beta \quad (7)$$

$$z_{\text{incidente,rotado}} = -y_{\text{incidente}} \cdot \text{sen}\beta + z_{\text{incidente}} \cdot \cos\beta \quad (8)$$

ii) se "refleja" matemáticamente el rayo incidente, en el sistema rotado:

$$y_{\text{reflejado,rotado}} = -1 \cdot y_{\text{incidente,rotado}} \quad (9)$$

$$z_{\text{reflejado,rotado}} = z_{\text{incidente,rotado}} \quad (10)$$

Aquí se usa la ley de Reflexión, tal que el ángulo del rayo incidente, respecto al plano del espejo rotado, es igual al ángulo del rayo reflejado.

iii) Se transforman las coordenadas del rayo reflejado del sistema cartesiano rotado al sistema cartesiano original, o sin rotar.

$$y_{\text{reflejado}} = y_{\text{reflejado,rotado}} \cdot \cos(-\beta) + z_{\text{reflejado,rotado}} \cdot \text{sen}(-\beta) \quad (11)$$

$$z_{\text{reflejado}} = -y_{\text{reflejado,rotado}} \cdot \text{sen}(-\beta) + z_{\text{reflejado,rotado}} \cdot \cos(-\beta) \quad (12)$$

Se puede ahora determinar el ángulo del rayo reflejado, en el plano YZ, con respecto a la torre como

$$\theta_{\text{reflejado}} = \text{arc tg} \left( \frac{y_{\text{reflejado}}}{z_{\text{reflejado}}} \right) \quad (13)$$

Se busca un valor de  $\beta$  tal que  $\theta_{\text{reflejado}} = \theta_{\text{torre}}$ , pero deben tenerse en cuenta otras restricciones:

- i) No debe tenerse un  $z_{\text{reflejado}}$  negativo, ya que esto implicaría que el rayo reflejado viaja por debajo del plano XY.
- ii) El espejo ESTE solo debe reflejar hacia el ESTE, porque allí es donde se encuentra la torre para él.
- iii) El espejo OESTE solo debe reflejar hacia el OESTE, porque allí es donde se encuentra la torre para él.

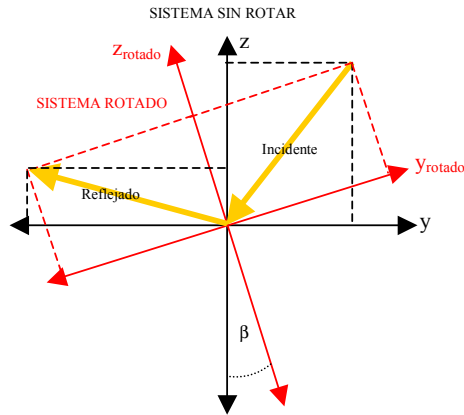


Figura 3. Sistemas cartesianos original y rotado.

Puede suceder que el espejo ESTE refleje el haz hacia el oeste y que el espejo OESTE refleje el haz hacia el este. Para detectar estos casos se calcula el ángulo acimutal del haz reflejado como

$$\gamma_{\text{reflejado}} = \text{arc tg} \left( \frac{y_{\text{reflejado}}}{x_{\text{reflejado}}} \right) \quad (14)$$

con  $x_{\text{reflejado}} = \sqrt{1 - y_{\text{reflejado}}^2 - z_{\text{reflejado}}^2}$ .

Así, el espejo ESTE debe generar valores de  $\gamma_{\text{reflejado}} > 0$  y el espejo OESTE  $\gamma_{\text{reflejado}} < 0$ . Cuando esto no sucede el haz reflejado no llega a la torre.

Quedan entonces solo tres parámetros que definen el sistema geométrico:

- i) Ángulos  $\theta_z$  y  $\gamma_s$ : dependen del día del año, de la latitud y de la longitud. Determina el origen del rayo incidente.
- ii) Ángulo  $\beta$ : este valor debe variarse hasta que el ángulo del rayo reflejado  $\theta_{\text{reflejado}}$  coincida, dentro de un error aceptable ( $\pm 1^\circ$ ), con el ángulo  $\theta_{\text{torre}}$ .

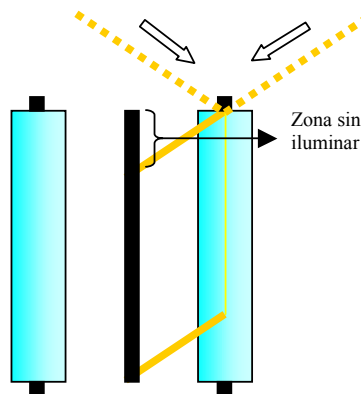


Figura 4. Vista superior del sistema simplificado. Las líneas punteadas indican posibles direcciones de incidencia.

Otra consideración geométrica de la marcha de los rayos reflejados es que los mismos no inciden en toda la zona donde están los tubos en la torre. Existe una zona donde los rayos reflejados no inciden, debido al valor del ángulo cenital  $\theta_z$ : a mayor valor de este ángulo, mayor resulta la zona sin iluminar.

Para el caso de la ciudad de Salta, para el día mas corto del año (21 de junio) en el mediodía solar, la longitud de la zona sin iluminar es de aproximadamente 8 metros. Para el día mas largo del año (21 de diciembre) en el mediodía solar la longitud es nula. Esta situación hace que se deban tomar algunos recaudos en el diseño del sistema Fresnel.

## RESULTADOS

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos al calcular los valores del ángulo  $\beta$  que hacen que  $\theta_{\text{reflejado}} = \theta_{\text{torre}}$ , para los días de solsticio.

hora oficial	$\beta$ (tal que $\theta_{\text{reflejado}} = \theta_{\text{torre}}$ )			
	21 de Junio		21 de Diciembre	
	espejo ESTE	espejo OESTE	espejo ESTE	espejo OESTE
7	Sol bajo horizonte	Sol bajo horizonte	47	-37
8	Sol bajo horizonte	Sol bajo horizonte	40	-31
9	44	-34	34	-24
10	36	-27	27	-18
11	28	-18	21	-11
12	19	-9	14	-4
13	9	1	7	3
14	-1	11	0	10
15	-11	21	-7	16
16	-20	30	-13	23
17	-28	38	-20	30

Tabla 1. Valores calculados del ángulo  $\beta$  para que  $\theta_{\text{reflejado}} = \theta_{\text{torre}}$  para la ciudad de Salta, en los solsticios.

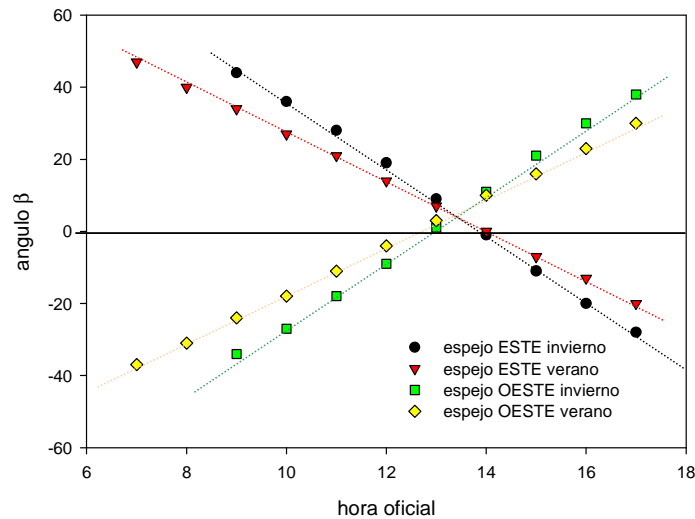


Figura 5. Representación gráfica de los ángulos calculados en la Tabla 1, además de las rectas de regresión para cada serie de datos.

La velocidad de rotación de los espejos varía entre estos días. Para el 21 de junio, los espejos deben rotar a una velocidad promedio de 9 °/hora para que el haz reflejado incida sobre la torre, mientras que para el 21 de diciembre la velocidad promedio debe reducirse a 7 °/hora para cumplir la misma premisa. La diferencia en la velocidad angular de los espejos entre solsticios, para la posición geográfica de la ciudad de Salta, es de 2°. Teniendo esto en cuenta, se puede considerar que la *velocidad de rotación* de los espejos se podría tomar como 8 °/hora para todo el año, con un error  $\pm 1$  °/hora, de acuerdo a las consideraciones geométricas planteadas al principio (altura de la torre y distancia entre espejos). En este caso cabe plantearse si el error es aceptable desde el punto de vista energético o si debe corregirse por algún método.

Si se considera un CLFR real, el mismo tiene varios pares de espejos dispuestos simétricamente respecto de la torre. El algoritmo es el mismo y solo se debe cambiar el valor de la distancia del espejo a la torre.

Suponiendo un sistema de 4 pares de espejos, y que cada espejo no se mueva independientemente sino que estén conectados entre sí a un mismo motor por algún tipo de transmisión, el eje de cada espejo deberá estar rotado 4° respecto del siguiente.

Para el CLFR de 4 pares de espejos, siendo el de orden 1 el más oriental, paralelo al piso, se tendrá que el espejo de orden 2 debe estar rotado 4° respecto al primero, el de orden 3 debe estar rotado 8° respecto del primero, y así sucesivamente hasta llegar al espejo de orden 8, que debe estar rotado 28° respecto del primer espejo. Los ángulos se consideran todos positivos en el sentido de las agujas del reloj. Esta idea ya fue probada y la elasticidad de los elementos es tal, que fue descartada.

### ALGORITMO

A continuación se describe el algoritmo utilizado para determinar el ángulo del rayo reflejado en los espejos del sistema Fresnel. Las ecuaciones de los pasos 11, 12, 13, 15, 16 y 17 se tomaron de Grossi Gallegos (2004) y la ecuación del paso 19 de Duffie y Beckman (2006):

1. Se ingresa el día del mes = dm
2. Se ingresa el mes del año = ma
3. Se calcula el día del año = d
4. Se ingresa la latitud y la longitud del sitio=lat, long
5. Se ingresa la hora oficial (hora y minutos) = hh, mm
6. Se ingresa la zona horaria (GMT) = gmt
7. Se ingresa la distancia de la torre al espejo = dist. *Para el espejo ESTE la distancia es positiva y para el OESTE es negativa.*
8. Se ingresa la altura de la torre = alt
9. Se ingresa la altura de los espejos desde el suelo = suel
10. Se calcula  $\theta_{\text{torre}} = \text{arc tg} \left( \frac{\text{dist}}{\text{alt} - \text{suel}} \right)$
11. Se calcula el ángulo diario:  $\text{angdiar} = \frac{2\pi}{365} \cdot d - 1$  (Grossi Gallegos, 2004).
12. Se calcula la declinación:  $\text{dec} = 0.006918 - 0.399912 \cos(\text{angdiar}) + 0.070257 \cdot \text{sen}(\text{angdiar}) - 0.006758 \cdot \cos(2 \cdot \text{angdiar}) + 0.000907 \cdot \text{sen}(2 \cdot \text{angdiar}) - 0.002697 \cdot \cos(3 \cdot \text{angdiar}) + 0.00148 \cdot \text{sen}(3 \cdot \text{angdiar})$
13. Se calcula la Ecuación del Tiempo:  $E_t = (0.000075 + 0.001868 \cdot \cos(\text{angdiar}) - 0.032077 \cdot \text{sen}(\text{angdiar}) - 0.014615 \cdot \cos(2 \cdot \text{angdiar}) - 0.04089 \cdot \text{sen}(2 \cdot \text{angdiar})) \cdot 229.18$
14. Si  $\text{long} < 0$ ,  $\text{cte} = -1$ . Si  $\text{long} > 0$ ,  $\text{cte} = 1$ .
15. Se calcula la hora solar:  $\text{horsol} = ((\text{hh} + \text{mm}/60)) + 4((\text{gmt} - (-15)) - (\text{long} \cdot \text{cte}))/60 + E_t/60$ .
16. Se calcula el ángulo horario:  $\text{anghor} = 15 \cdot (12 - \text{horsol})$
17. Se calcula el  $\cos \theta_z = \text{sen}(\text{dec}) \cdot \text{sen}(\text{lat}) + \cos(\text{dec}) \cdot \cos(\text{lat}) \cdot \cos(\text{anghor})$ .
18. Si el  $\cos \theta_z < 0$  se regresa al punto 5
19. Se calcula el  $\gamma_s = \text{signo}(\text{anghor}) \cdot \text{valor absoluto} \left( \text{arc cos} \left( \frac{\cos \theta_z \cdot \text{sen}(\text{lat}) - \text{sen}(\text{dec})}{\text{sen} \theta_z \cdot \cos(\text{lat})} \right) \right)$
20. Se calcula x, y y z.
 
$$\begin{aligned} X_{\text{incidente}} &= 1 \cdot \text{sen} \theta_z \cdot \cos \gamma_s \\ Y_{\text{incidente}} &= 1 \cdot \text{sen} \theta_z \cdot \text{sen} \gamma_s \\ Z_{\text{incidente}} &= 1 \cdot \cos \theta_z \end{aligned}$$
21. Se ingresa un valor de  $\beta = -90, -89, -88, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 88, 89, 90$ . *De esta manera se barren todos los ángulos posibles.*
22. Se calcula  $y_{\text{rotado}}$  y  $z_{\text{rotado}}$ .
 
$$\begin{aligned} Y_{\text{incidente, rotado}} &= Y_{\text{incidente}} \cdot \cos \beta + Z_{\text{incidente}} \cdot \text{sen} \beta \\ Z_{\text{incidente, rotado}} &= -Y_{\text{incidente}} \cdot \text{sen} \beta + Z_{\text{incidente}} \cdot \cos \beta \end{aligned}$$
23. Se calcula el  $y_{\text{reflejado, rotado}}$  y  $z_{\text{reflejado, rotado}}$ 

$$\begin{aligned} Y_{\text{reflejado, rotado}} &= -1 \cdot Y_{\text{incidente, rotado}} \\ Z_{\text{reflejado, rotado}} &= Z_{\text{incidente, rotado}} \end{aligned}$$
24. Se calcula  $y_{\text{reflejado}}$ ,  $z_{\text{reflejado}}$  y  $x_{\text{reflejado}}$ 

$$\begin{aligned} Y_{\text{reflejado}} &= Y_{\text{reflejado, rotado}} \cdot \cos(-\beta) + Z_{\text{reflejado, rotado}} \cdot \text{sen}(-\beta) \\ Z_{\text{reflejado}} &= -Y_{\text{reflejado, rotado}} \cdot \text{sen}(-\beta) + Z_{\text{reflejado, rotado}} \cdot \cos(-\beta) \\ X_{\text{reflejado}} &= (1 - Y_{\text{reflejado}}^2 - Z_{\text{reflejado}}^2)^{1/2} \end{aligned}$$
25. Si  $z_{\text{reflejado}} < 0$  se vuelve a 21
26. Se calcula  $\theta_{\text{reflejado}} = \text{arc tg} \left( \frac{Y_{\text{reflejado}}}{Z_{\text{reflejado}}} \right)$
27. Si  $\theta_{\text{reflejado}}$  es distinto a  $\theta_{\text{torre}}$  se vuelve a 21

28. Se calcula  $\gamma_{\text{reflejado}} = \arctan\left(\frac{y_{\text{reflejado}}}{x_{\text{reflejado}}}\right)$ .

29. Si se trata del espejo ESTE/OESTE,  $\gamma_{\text{reflejado}}$  debe ser  $>/< 0$ , sino se vuelve al punto 21.

30. Se calcula el corrimiento:  $\text{corr} = \frac{\text{dist}}{\tan(\gamma_{\text{reflejado}})}$ . *Esto determina la longitud de la zona sin iluminar.*

El espejo ESTE determina el valor de  $\theta_{\text{torre}}$  usando un valor positivo de la variable dist, por lo que  $\theta_{\text{torre}}$  es positivo. El espejo OESTE determina el valor de  $\theta_{\text{torre}}$  usando un valor negativo de la variable dist, por lo que  $\theta_{\text{torre}}$  es negativo.

#### CONCLUSIONES:

En el presente trabajo se presenta un algoritmo simple para determinar los valores del ángulo de rotación  $\beta$  de dos espejos planos para que los mismos reflejen radiación solar directa hacia una torre de un sistema concentrador Fresnel. Se consideraron solo dos espejos (ESTE y OESTE) y la torre a los efectos de obtener la secuencia primaria de operaciones a realizar para calcular estos ángulos. Este algoritmo puede generalizarse para más pares de espejos.

La posibilidad de determinar los ángulos que los haces de radiación directa van a formar respecto de la superficie de los espejos, para un determinado sitio caracterizado por su latitud y su longitud geográficas, unido al algoritmo presentado, resultan ser herramientas para la ingeniería necesaria de aplicar en los aspectos constructivos y de control en el sistema electrónico-electro-mecánico que moverá los espejos. Además, lo simple de las ecuaciones permite que las mismas sean introducidas en cualquier hoja de cálculo o llevadas rápidamente a algún lenguaje de programación

#### REFERENCIAS:

Saravia L., M. Gea, C. Fernández, R. Caso, D. Hoyos, N. Salvo y H. Suligoy (2008) "Diseño y construcción de un concentrador lineal de Fresnel de 24 m<sup>2</sup> de área". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente. Vol. 12.

Gea M., Saravia L., Fernández C., Caso R. y Echazú R. (2007) "Concentrador Lineal de Fresnel para la Generación de vapor de agua". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, Vol. 11.

Grossi Gallegos H. (2004) Notas sobre radiación solar. Universidad Nacional de Lujan.

Duffie J. y W. Beckman (2006) Solar engineering of the thermal processes. John Wiley & Sons, Inc.

#### ABSTRACT

In this paper geometrical factors involved in the operation of a simplified Fresnel concentrator system are presented. The coordinates of the reflected beam direct solar irradiance on a mirror, taking into account the coordinates of the direct beam solar irradiance source (the Sun's position in the sky) and the mirror's rotation angle  $\beta$ , was determine.

**Keywords:** solar geometry, mirrors, CLFR