

Nonlinear Dynamic Average Model of a DC-DC Converter

C. Busada and J. Solsona

Abstract— A nonlinear dynamical average model of a dc-dc converter is presented. The converter under study has a particular feature. In this converter, classical average analysis cannot be applied because the ripple cannot be neglected in all state variables. For this reason, classical average analysis is not appropriated for obtaining an average model of the studied converter. In order to validate the introduced model, responses obtained by using the proposed average model and the commutated model are compared. The comparison is realized via simulation results.

Keywords— DC-DC converter, average model, nonlinear model.

I. INTRODUCCIÓN

LOS CONVERTIDORES cc-cc son una etapa básica en los sistemas de generación distribuida [1]. Se los utiliza para adaptar los niveles de tensión entre las diversas etapas y, algunas veces, para proveer aislación entre ciertos componentes del sistema. El control de estos convertidores es un tópico importante, a la hora de maximizar la eficiencia promedio de estos sistemas, pues una rápida respuesta dinámica asegura que el sistema trabaje el mayor tiempo posible en el punto de máxima eficiencia [2]. Es importante que el algoritmo de control del convertidor responda satisfactoriamente tanto a variaciones de la corriente de carga como a variaciones en la tensión de la fuente primaria [3].

Para poder formular cualquier algoritmo de control, es necesario disponer de un modelo dinámico adecuado del convertidor. Al tratarse de convertidores conmutados, los modelos que tradicionalmente se utilizan son los modelos promediados [4], [5], los que pueden ser lineales o no lineales. Los primeros son utilizados para la formulación de algoritmos de control lineales, mientras que los modelos no lineales deben utilizarse cuando se formulan algoritmos de control no lineales, como los basados en la teoría de Liapunov o en la de linearización exacta, entre otros [6].

En este trabajo se formula el modelo no lineal de un convertidor cc-cc apto para sistemas fotovoltaicos [7], con el fin de obtener la herramienta básica que permita la formulación de algoritmos de control avanzados para el mismo. Se presenta primero la problemática particular del convertidor bajo estudio a la hora de formular su modelo promediado, y se propone una estrategia para superarla. Se formula el modelo y luego se lo valida por simulación,

comparando la respuesta a lazo abierto del modelo conmutado con la del promediado, ante una entrada de prueba.

II. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

La Fig. 1 ilustra el convertidor propuesto en [7]. Allí, v_{in} es la tensión de entrada del convertidor, v_o la de salida, R_L representa la resistencia de carga e i_o una corriente adicional de carga. En [7], se presentan las ecuaciones no lineales que describen el funcionamiento del convertidor. Dichas ecuaciones, resueltas numéricamente utilizando a v_{in} , i_o y $v_o = v_{US} + v_{LS}$ como datos conocidos, permiten encontrar, para el estado estacionario, las tensiones v_{UP} , v_{US} , v_{LS} en los capacitores del circuito, las corriente promedio i_t e i_m en el transformador, el ciclo de trabajo d de la llave superior S_U y el ciclo de trabajo d_D del diodo superior de salida. Se está en condiciones entonces de conocer todas las variables de estado que representan un punto de trabajo específico del convertidor. No se dispone al momento, de un modelo promediado dinámico, que permita predecir la dinámica del convertidor.

En este trabajo se procederá a hallar dicho modelo, con el fin de obtener una herramienta básica para poder efectuar el posterior control del convertidor. El convertidor bajo estudio presenta una característica que hace imposible aplicar las técnicas usuales de promediación de estados para hallar un modelo dinámico promediado: la corriente i_t no presenta la característica básica, necesaria para las técnicas usuales de promediación, de tener un ripple superpuesto, que sea despreciable durante la promediación. A continuación se analizará este aspecto. La Fig. 2 ilustra las principales formas de onda que describen el funcionamiento del circuito, cuya explicación detallada se presenta en [7]. S_U y S_L representan la activación de las llaves S_U y S_L respectivamente, es decir, cuando estas señales son uno, indican que la respectiva llave se encuentra en conducción. Analícese el comportamiento de la corriente i_{CUP} . Esta corriente es distinta de cero sólo ante la condición $S_U = 1$ (intervalo dT), momento en el cual resulta $i_{CUP} = i_t$. Si se aplicara la teoría estándar del modelo promediado, debería escribirse:

$$\bar{i}_{CUP} = d\bar{i}_t + (1-d)0 \quad (1)$$

donde \bar{x} representa el promedio en T de la variable x (convención que se utilizará a lo largo de este trabajo).

Sin embargo esta ecuación resulta incorrecta, pues predice que en el estado estacionario es $\bar{i}_{CUP} \neq 0$ (pues para el estado estacionario resulta conocido que es $\bar{i}_t = \bar{i}_m \geq 0$). En cambio, en el estado estacionario debe ser $\bar{i}_{CUP} = 0$, pues de lo

C. Busada, Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica (IIIE) "Alfredo Desages" (UNS-CONICET) - Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur (UNS), Av. Alem 1253, (8000) Bahía Blanca, Argentina, cbusada@uns.edu.ar

J. Solsona, Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica (IIIE) "Alfredo Desages" (UNS-CONICET) - Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur (UNS), Av. Alem 1253, (8000) Bahía Blanca, Argentina, jsolsona@uns.edu.ar

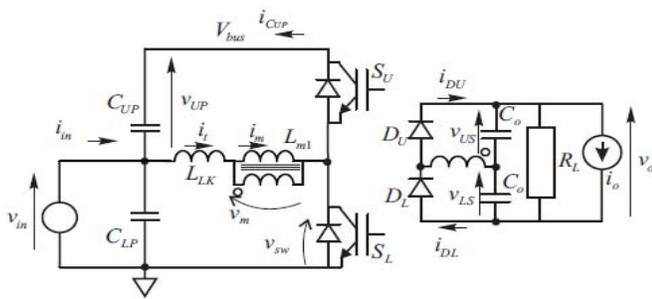


Figura 1. Convertidor bajo estudio.

contrario la tensión sobre el capacitor C_{UP} no convergería a un valor constante. Lo incorrecto del razonamiento realizado radica en suponer que el valor promedio de la corriente i_t , cuando se lo evalúa durante el intervalo dT , coincide con el valor promedio de esta corriente, cuando se lo evalúa durante el intervalo T . Esta es una suposición básica, que se hace siempre que se aplica el análisis promediado de la manera estándar, pero que no resulta aplicable para el convertidor bajo estudio.

Para soslayar este problema, en este trabajo se propone hallar el modelo promediado del convertidor, a partir del promedio de las ecuaciones dinámicas no lineales que involucran sólo a las variables que disponen un ripple superpuesto despreciable durante la promediación. El sistema bajo estudio presenta cinco estados dinámicos: tres tensiones, v_{UP} , v_{US} y v_{LS} , y dos corrientes i_t y i_m . El sistema dinámico obtenido, dispondrá así de sólo cuatro estados dinámicos: v_{UP} , v_{US} , v_{LS} e i_m , variables a las que puede aplicarse la suposición de poseer un ripple despreciable durante la promediación superpuesto. La variable restante, i_t , que no posee ripple despreciable, se calculará como una función no lineal de los cuatro estados conocidos.

Se presentan en lo que sigue primero los fundamentos teóricos del modelo propuesto, y luego se lo validará mediante resultados de simulación.

III. MODELO PROMEDIADO DEL CONVERTIDOR

Para independizarse de la relación de transformación, en lo que sigue las variables del secundario se referirán al primario: $i'_o = i_o / n$, $v_{LS'} = nv_{LS}$, $v_{US'} = nv_{US}$ y $C'_o = C_o / n^2$. Observando la Fig. 2, se observa que para este convertidor, el ciclo de trabajo efectivo de la llave superior S_U , denotado d , es diferente al ciclo de trabajo del diodo superior de salida D_U , denotado dD . La relación entre ambos ciclos de trabajo es no lineal, como se verá a continuación. Se procederá, en lo que resta de esta sección, primero a obtener el modelo promediado no lineal de la evolución de las variables del sistema, y se esbozarán luego los lineamientos que permiten obtener, a partir de este modelo no lineal, un modelo lineal.

A. Modelo no lineal

En lo que sigue se supondrá que dentro de cada ciclo de modulación T del PWM, ambos diodos conducen. Esta suposición hace que el modelo obtenido no resulte válido para

la totalidad de las regiones de operación en la que puede encontrarse el convertidor. En efecto, hay ciertas situaciones en las que los diodos pueden no encontrarse ambos en conducción en cada ciclo de PWM. Por ejemplo, supóngase que el convertidor de la Fig. 1 está operando en su punto de trabajo nominal (con los capacitores de salida cargados a la tensión de salida nominal), y de repente se reduce drásticamente el valor de v_{in} . En ese caso, puede que no se disponga de la tensión suficiente para polarizar al diodo D_L , a partir del momento en que se activa S_L , por lo que la

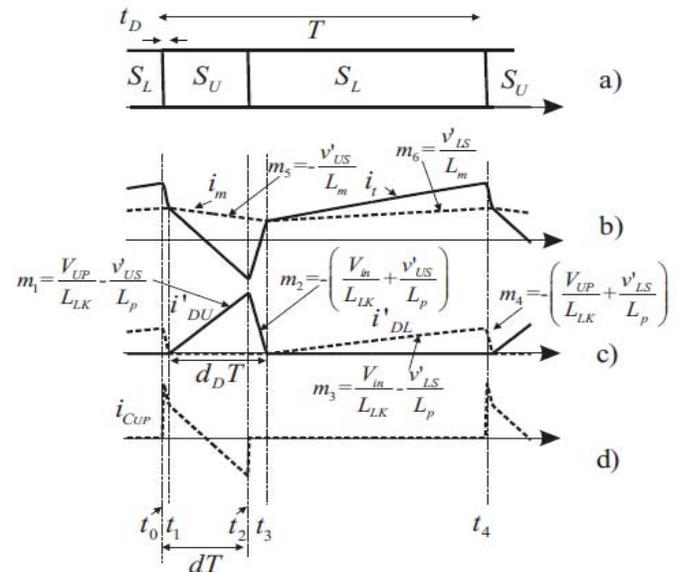


Figura 2. Formas de onda para $d \leq 0.5$.

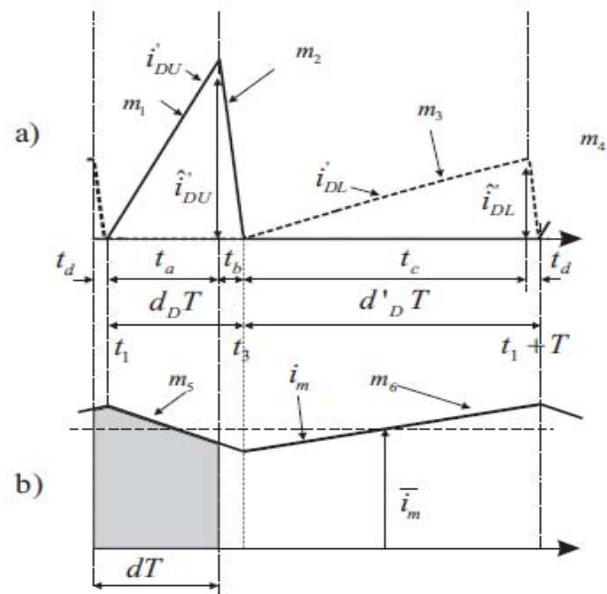


Figura 3. a) Corrientes i'_{DU} e i'_{DL} . b) Corriente i_m .

conducción de corriente hacia la carga se hará sólo a través del diodo D_U (de disponerse de suficiente tensión sobre el

capacitor C_{UP}). El modelo presentado no será válido entonces para esta condición de operación. Se requiere de un futuro refinamiento del modelo que se obtendrá aquí, para poder incluir a esta región de operación en el mismo, refinamiento del que se brindarán ciertos lineamientos.

La Fig. 3a ilustra un detalle de las corrientes i'_{DU} e i'_{DL} a través de los diodos. En ella, m_1 - m_4 representan las pendientes de las rectas, cuyos valores se detallan en la Fig. 2c [7]. De la Fig. 3a, si ambos diodos conducen en el ciclo T , se deducen las siguientes igualdades:

$$t_d + t_a = dT \quad (2)$$

$$t_b + t_c = (1-d)T \quad (3)$$

$$m_1 t_a + m_2 t_b = 0 \quad (4)$$

$$m_3 t_c + m_4 t_d = 0 \quad (5)$$

De estas cuatro ecuaciones pueden despejarse los cuatro intervalos t_a , t_b , t_c y t_d , los que resultarán función del ciclo de trabajo actual d , y de las pendientes m_1 - m_4 (que dependen de las tensiones promedio actuales \bar{v}'_{US} , \bar{v}'_{LS} , \bar{v}_{UP} y \bar{v}_{in} presentes en el circuito). De la misma figura se desprende que $t_c + t_d = (1-d)T = d'_D T$. De esta igualdad, y usando los tiempos t_c y t_d hallados a partir de (2)-(5), puede obtenerse una expresión que relaciona el ciclo de trabajo actual del diodo S_U , d_D , con el ciclo de trabajo de la llave S_U , d , y con las tensiones presentes en el circuito:

$$d_D = 1 - \frac{m_2(m_4 - m_3) + (m_4 - m_3)(m_1 - m_2)d}{-m_1 m_3 + m_4 m_2} \quad (6)$$

$$= f(\bar{v}_{UP}, \bar{v}'_{US}, \bar{v}'_{LS}, \bar{v}_{in}, d)$$

Se analizará a continuación el comportamiento de las tensiones \bar{v}'_{US} y \bar{v}'_{LS} sobre los capacitores C_o . Durante el intervalo de conducción de D_U , $d_D T$, el capacitor C'_o superior (cargado a la tensión v_{US}), queda conectado en antiparalelo con el inductor L_m , y descargándose mediante la fuente i_o , mientras que el capacitor inferior C'_o se descarga por medio de la fuente i_o . Las derivadas promediadas de las tensiones \bar{v}'_{US} y \bar{v}'_{LS} resultan:

$$\frac{dv'_{US}}{dt} = \frac{1}{C'_o} (\bar{i}'_{DU} - \frac{\bar{v}'_{US} + \bar{v}'_{LS}}{R'_L} - \bar{i}'_o) \quad (7)$$

$$\frac{dv'_{LS}}{dt} = \frac{1}{C'_o} (-\frac{\bar{v}'_{US} + \bar{v}'_{LS}}{R'_L} - \bar{i}'_o) \quad (8)$$

donde se ha supuesto que la corriente i'_o es constante durante todo el intervalo, e igual a su valor promedio en T , \bar{i}'_o , y donde \bar{i}'_{DU} representa el valor promedio en $d_D T$ de i'_{DU} :

$$\bar{i}'_{DU} = \frac{1}{d_D T} \int_{t=t_1}^{t_2} i'_{DU} dt = \frac{\hat{i}'_{DU}}{2} \quad (9)$$

Donde \hat{i}'_{DU} es el valor pico de i'_{DU} (ver detalle de las corrientes i'_{DU} e i'_{DL} en la Fig. 3a). Mediante consideraciones geométricas, utilizando las pendientes ilustradas en la Fig. 2 (en ella es $L_p = L_{LK}/L_m$), puede comprobarse que este valor pico resulta igual a:

$$\hat{i}'_{DU} = -\frac{m_1 m_2}{m_1 - m_2} d_D T \quad (10)$$

Durante el resto del tiempo $(1-d)T = d'_D T$, la situación se invierte, quedando el capacitor inferior C'_o (cargado a la tensión v_{LS}) conectado en paralelo con L_m :

$$\frac{dv'_{US}}{dt} = \frac{1}{C'_o} (-\frac{\bar{v}'_{US} + \bar{v}'_{LS}}{R'_L} - \bar{i}'_o) \quad (11)$$

$$\frac{dv'_{LS}}{dt} = \frac{1}{C'_o} (\bar{i}'_{DL} - \frac{\bar{v}'_{US} + \bar{v}'_{LS}}{R'_L} - \bar{i}'_o) \quad (12)$$

Donde \bar{i}'_{DL} representa el valor promedio en $d'_D T$ de i'_{DL} :

$$\bar{i}'_{DL} = \frac{1}{d'_D T} \int_{t=t_3}^{t_4} i'_{DL} dt = \frac{\hat{i}'_{DL}}{2} \quad (13)$$

donde \hat{i}'_{DL} es el valor pico de i'_{DL} . Nuevamente, mediante consideraciones geométricas, se arriba a que:

$$\hat{i}'_{DL} = -\frac{m_3 m_4}{m_3 - m_4} d'_D T \quad (14)$$

Promediando ambos intervalos, y utilizando (9) y (13) resulta:

$$\frac{d\bar{v}'_{US}}{dt} = \frac{1}{C'_o} \left(\frac{\hat{i}'_{DU}}{2} d_D - \frac{\bar{v}'_{US} + \bar{v}'_{LS}}{R'_L} - \bar{i}'_o \right) = \quad (15)$$

$$= f_1(\bar{v}_{UP}, \bar{v}'_{US}, \bar{v}'_{LS}, \bar{v}_{in}, d, \bar{i}'_o)$$

$$\frac{d\bar{v}'_{LS}}{dt} = \frac{1}{C'_o} \left(\frac{\hat{i}'_{DL}}{2} d'_D - \frac{\bar{v}'_{US} + \bar{v}'_{LS}}{R'_L} - \bar{i}'_o \right) = \quad (16)$$

$$= f_2(\bar{v}_{UP}, \bar{v}'_{US}, \bar{v}'_{LS}, \bar{v}_{in}, d, \bar{i}'_o)$$

donde \hat{i}'_{DU} y \hat{i}'_{DL} deben computarse utilizando (10) y (14) respectivamente, y d_D utilizando (6).

Nótese que para que el modelo sea válido, debe resultar, al computar (10) y (14), $\hat{i}'_{DU} > 0$ y $\hat{i}'_{DL} > 0$, un indicio de que ambos diodos conducen en T . Un refinamiento del modelo, que permita incluir la región de operación en la que sólo conduce un diodo de salida o ninguno, debería tener en cuenta el signo de (10) y (14). Esto se dejará para un futuro trabajo, abocándose el presente trabajo a obtener un modelo válido para la condición de que ambos diodos se encuentren en conducción en cada ciclo de PWM.

Analícese ahora el comportamiento de la corriente de magnetización i_m . Por lo expuesto, la tensión promedio aplicada sobre L_m durante un ciclo de modulación T , resulta $\bar{v}_m = -d_D \bar{v}'_{US} + d'_D \bar{v}'_{LS}$. Luego, su corriente promedio evoluciona de acuerdo a:

$$\frac{d\bar{i}_m}{dt} = \frac{-d_D \bar{v}'_{US} + d'_D \bar{v}'_{LS}}{L_m} = \quad (17)$$

$$= f_3(\bar{v}_{UP}, \bar{v}'_{US}, \bar{v}'_{LS}, \bar{v}_{in}, d)$$

donde d_D debe computarse utilizando (6).

Analícese ahora el comportamiento de la tensión v_{UP} . El capacitor C_{UP} se carga a través de i_t durante el intervalo $dT = t_0 - t_2$, en el cual conduce la llave S_U . La corriente i_t promedio durante este intervalo, \bar{i}_t^{dT} , vale:

$$\bar{i}_t^{dT} = \frac{1}{dT} \int_{t=t_0}^{t_2} i_t dt = \frac{1}{dT} \int_{t=t_0}^{t_2} i_m dt + \frac{\hat{i}'_{DL}}{2dT} t_d - \frac{\hat{i}'_{DU}}{2dT} t_a \quad (18)$$

La integral involucrada en la segunda igualdad representa, en la Fig. 3b, el área sombreada, y el segundo y tercer sumando de (18) la corriente media que se transfiere a la salida a través de los diodos durante $t_2 - t_0$ (dos triángulos, de base t_d y t_a y altura \hat{i}_{DL} y \hat{i}_{DU} respectivamente). Es simple comprobar mediante consideraciones geométricas hechas sobre la Fig. 3b, que si \bar{i}_m es la corriente promedio (en T) que circula por la inductancia de magnetización, entonces:

$$\frac{1}{dT} \int_{t=t_0}^{t_2} i_m dt = \bar{i}_m - \frac{m_5 d_D T}{2} + \frac{-m_6 t_d^2 + m_5 t_a^2}{2dT} \quad (19)$$

donde m_5 y m_6 son las pendientes cuyo valor se detalla en la Fig. 2b. Usando esta ecuación en (18), y reemplazando $t_b = -\hat{i}_{DU} / m_2$, $t_d = -\hat{i}_{DL} / m_4$ y $t_a = \hat{i}_{DU} / m_1$, resulta:

$$\begin{aligned} \bar{i}_i^{dT} = & \bar{i}_m - \frac{m_5 d_D T}{2} - \frac{\hat{i}_{DL}^2}{2dT} \left(\frac{m_6}{m_4^2} + \frac{1}{m_4} \right) - \\ & - \frac{\hat{i}_{DU}^2}{2dT} \left(-\frac{m_5}{m_1^2} + \frac{1}{m_1} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

El capacitor C_{UP} se carga a través de \bar{i}_i^{dT} , sólo cuando la llave S_U conduce (intervalo dT), quedando a circuito abierto durante el intervalo $(1-d)T$. Por lo tanto, usando la ecuación anterior, resulta que la tensión promedio sobre este capacitor evoluciona de acuerdo a:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{UP}}{dt} = & \frac{1}{C_{UP}} d\bar{i}_i^{dT} = \\ = & \frac{1}{C_{UP}} \left[d\bar{i}_m - dm_5 d_D T - \frac{\hat{i}_{DL}^2}{2T} \left(\frac{m_6}{m_4^2} + \frac{1}{m_4} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{\hat{i}_{DU}^2}{2T} \left(-\frac{m_5}{m_1^2} + \frac{1}{m_1} \right) \right] = \\ = & f_4(\bar{v}_{UP}, \bar{v}_{US}, \bar{v}_{LS}, \bar{i}_m, \bar{v}_{in}, d) \end{aligned} \quad (21)$$

donde \hat{i}_{DU} y \hat{i}_{DL} deben computarse utilizando (10) y (14) respectivamente, y d_D utilizando (6). Resta hallar el comportamiento de la corriente promedio \bar{i}_i en el inductor de dispersión L_{LK} . Podría pensarse en evaluar dicho comportamiento planteando la siguiente igualdad:

$$\frac{d\bar{i}_i}{dt} = \frac{\bar{v}_{in} - (-d_D \bar{v}_{US} + d'_D \bar{v}_{LS}) - d(\bar{v}_{in} + \bar{v}_{UP})}{L_{LK}} \quad (22)$$

Sin embargo, si se simulara esta ecuación, se observaría que la evolución de la corriente \bar{i}_i , coincidiría con el de la corriente i_m , cosa que no se observa en la operación del convertidor real, salvo durante el estado estacionario. El error radica en que (22) presupone que la corriente i_i posee un ripple despreciable al análisis. El cálculo de esta corriente se realizará entonces de otra manera. Nótese que las ecuaciones dinámicas que describen el resto de las variables de estado (15), (16), (17) y (21), no dependen de la variable \bar{i}_i . Esto indica que pueden computarse sin el conocimiento de esta corriente. La corriente de entrada al transformador i_b , se divide entre la corriente de magnetización por L_m , más la corriente que se deriva hacia los diodos del secundario a través del transformador ideal

ilustrado en la Fig. 1. El valor de \bar{i}_i puede entonces computarse como:

$$\bar{i}_i = \bar{i}_m - d_D \bar{i}_{DU}^{dT} + (1-d_D) \bar{i}_{DL}^{dT} \quad (23)$$

donde \bar{i}_{DU}^{dT} y \bar{i}_{DL}^{dT} se definen en (9) y (13). Reemplazando estas variables resulta:

$$\begin{aligned} \bar{i}_i = & \bar{i}_m - d_D \frac{\hat{i}_{DU}}{2} + (1-d_D) \frac{\hat{i}_{DL}}{2} = \\ = & f_5(\bar{v}_{UP}, \bar{v}_{US}, \bar{v}_{LS}, \bar{i}_m, \bar{v}_{in}, d) \end{aligned} \quad (24)$$

donde \hat{i}_{DU} y \hat{i}_{DL} deben computarse utilizando (10) y (14) respectivamente, y d_D utilizando (6).

Las ecuaciones (15), (16), (17), (21) y (24) representan el modelo dinámico promediado no lineal del convertidor bajo estudio. Sea $\mathbf{x} = [\bar{v}_{US}, \bar{v}_{LS}, \bar{i}_m, \bar{v}_{UP}]^T$ el vector de estados promediados, y sea $\mathbf{F} = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$. El modelo resulta de la forma:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\bar{v}_{UP}, \bar{v}_{US}, \bar{v}_{LS}, \bar{i}_m, \bar{v}_{in}, d, \bar{v}_o) \quad (25)$$

$$\bar{i}_i = f_5(\bar{v}_{UP}, \bar{v}_{US}, \bar{v}_{LS}, \bar{i}_m, \bar{v}_{in}, d) \quad (26)$$

Nótese que el modelo dispone de cuatro estados, en lugar de los cinco originales $\bar{v}_{US}, \bar{v}_{LS}, \bar{v}_{UP}, \bar{i}_i$ e \bar{i}_m . En el modelo obtenido, la variable \bar{i}_i resulta una salida, en lugar de un estado. La justificación en la reducción del número de variables dinámicas se encuentra en el hecho de que en el cómputo de las pendientes m_1 - m_4 descritas en la Fig. 2, se ha tenido en cuenta la conexión circuital real de L_{LK} con L_m y con los diodos de salida. Esto ha posibilitado que las cuatro funciones (15), (16), (17) y (21), resulten independientes de la variable \bar{i}_i .

B. Linearización del modelo promediado

Si bien este trabajo se centra en la obtención del modelo no lineal promediado de gran señal del convertidor, se dan en esta subsección los lineamientos para obtener el modelo lineal de pequeña señal del mismo. Sea $\mathbf{x} = \mathbf{X}_0 + \tilde{\mathbf{x}}$, donde \mathbf{X}_0 es el punto en el que se realizará la linearización y $\tilde{\mathbf{x}}$ son las desviaciones de pequeña señal alrededor de \mathbf{X}_0 . Sean $\bar{v}_{in} = V_{in} + \tilde{v}_{in}$, $\bar{v}_o = I'_o + \tilde{v}_o$ y $d = D + \tilde{d}$, donde las cantidades mayúsculas representan los valores de equilibrio de las magnitudes correspondientes a \mathbf{X}_0 , y las cantidades con tilde las desviaciones de pequeña señal. El modelo de señal resulta [8]:

$$\frac{d\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_v \tilde{v}_{in} + \mathbf{B}_d \tilde{d} + \mathbf{B}_i \tilde{v}_o \quad (27)$$

$$\tilde{i}_i = \mathbf{a}\tilde{\mathbf{x}} + b_v \tilde{v}_{in} + b_d \tilde{d} + b_i \tilde{v}_o \quad (28)$$

donde

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{p}_0} \quad \mathbf{a} = \frac{\partial f_5}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{p}_0} \quad (29)$$

$$\mathbf{B}_v = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \bar{v}_{in}} \Big|_{\mathbf{p}_0} \quad b_v = \frac{\partial f_5}{\partial \bar{v}_{in}} \Big|_{\mathbf{p}_0} \quad (30)$$

$$\mathbf{B}_d = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial d} \Big|_{P_0} \quad b_d = \frac{\partial f_s}{\partial d} \Big|_{P_0} \quad (31)$$

$$\mathbf{B}_i = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial i_o} \Big|_{P_0} \quad b_i = \frac{\partial f_s}{\partial i_o} \Big|_{P_0} \quad (32)$$

donde $P_0 = (\mathbf{X}_0, D, D_D, I_o, V_{in})$ representa el punto de linealización, $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{x}$ representa el Jacobiano de \mathbf{F} y $\partial f_s / \partial \mathbf{x} = [\partial f_s / \partial \bar{v}_{UP} \quad \partial f_s / \partial \bar{v}_{LP} \quad \partial f_s / \partial \bar{i}_m \quad \partial f_s / \partial \bar{v}_{UP}]^T$.

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para validar el modelo obtenido, se ha simulado el modelo conmutado del convertidor descrito en la Tabla I, junto con el modelo promediado descrito por (15), (16), (17), (21) y (24). El modelo conmutado se simuló utilizando llaves ideales, desprovistas de tiempos muertos. Las condiciones iniciales de todas las variables de estado del modelo conmutado se impusieron nulas, mientras que se supuso una tensión de 1mV en cada capacitor del modelo promediado, para de esta manera evitar problemas de división por cero al momento de arranque. Se variaron las entradas a ambos modelos (entradas representadas por d , v_{in} , e i_o), y se comparó la respuesta obtenida en cada modelo. Las entradas usadas fueron las siguientes: en $t=0$, se impuso $d=0.618$, $v_{in}=200\text{V}$ e $i_o=0$; en $t=1\text{ms}$ se varió el ciclo de trabajo d , resultando a partir de ese instante $d=0.418$, $v_{in}=200\text{V}$ e $i_o=0$; en $t=2\text{ms}$ se elevó tensión V_{in} resultando a partir de ese instante $d=0.418$, $v_{in}=300\text{V}$ e $i_o=0$; por último, en $t=3\text{ms}$ se impuso una corriente de 10A a la salida del convertidor, resultando a partir de ese instante $d=0.418$, $v_{in}=300\text{V}$ e $i_o=10\text{A}$. La Fig. 4 ilustra la respuesta obtenida en las variables del modelo conmutado. Nótese que las tensiones v_{UP} , v'_{US} y v'_{LS} (Fig. 4 a) presentan un ripple pequeño superpuesto. Nótese en cambio, el gran ripple que presenta la corriente de entrada al transformador i_t (Fig. 4b). Como se explicó, este gran ripple no puede ser despreciado, a la hora de obtener un modelo promediado del sistema. Las tres subfiguras de la Fig. 5 ilustran, en trazo fino (ondas lineales a tramos), el promedio de las variables ilustradas en la Fig. 4, promedio calculado para cada período T de PWM (el promedio se actualiza al final de cada ciclo PWM). En estas subfiguras, se ilustran también, en trazos gruesos, las variables predichas por el modelo promediado (15), (16), (17), (21) y (24). Analizando esta figura, se concluye que el modelo promediado copia con

TABLE I
DATOS DE SIMULACIÓN

Parámetros del convertidor	
C_{UP}	$10\mu\text{F}$
C_o	$35.5\mu\text{F}$
n	1
L_m	$126\mu\text{F}$
L_{LK}	$12.6\mu\text{F}$
R_L	56.25Ω
T	$20\mu\text{s}$

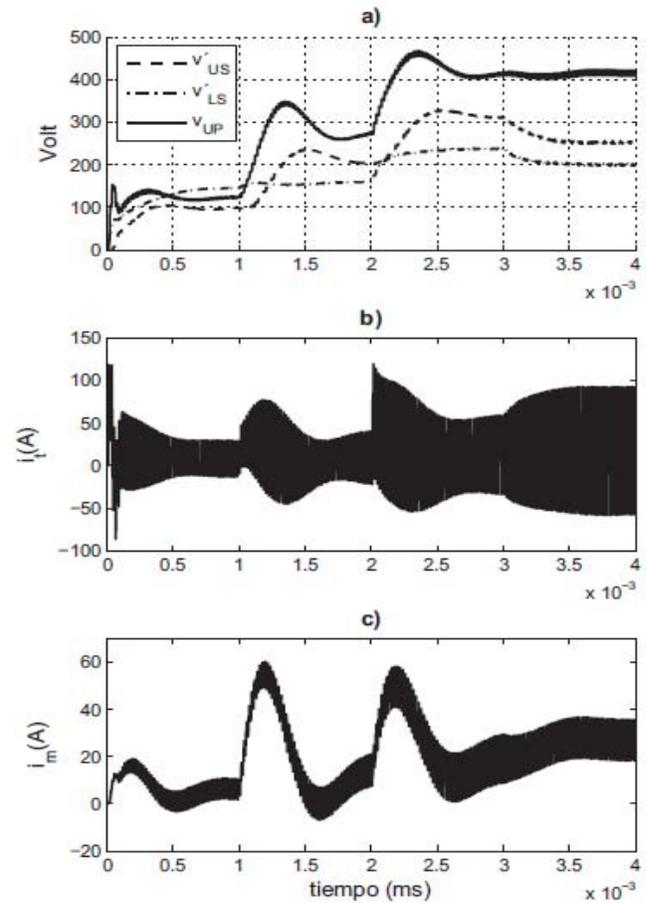


Figura 4. Evolución temporal de las variables del sistema. a) Tensiones v_{UP} , v'_{US} y v'_{LS} b) Corriente i_t c) Corriente i_m .

razonable exactitud al modelo conmutado durante todo el transitorio impuesto, salvo durante el arranque. La discrepancia entre la respuesta obtenida en ambos modelos se debe a que durante el arranque no se cumple la condición de que ambos diodos D_U y D_L están en conducción (condición impuesta en (2)-(5)). Para demostrar esto, en la Fig. 6 se ilustran las corrientes i'_{DU} e i'_{DL} durante el arranque, junto con la señal S_U (amplificada 100 veces). Nótese que recién a partir del tercer flanco descendente de la señal S_U , ambos diodos conducen, significando que el modelo promediado resulta válido sólo a partir de este instante.

IV. CONCLUSIONES

Se ha obtenido el modelo dinámico no lineal de un convertidor cc-cc, para el que no resulta aplicable la teoría estándar de promediación de estados, debido a que en él, no puede suponerse despreciable a la promediación el ripple presente en todas sus variables de estado. La estrategia seguida para hallar el modelo fue la de eliminar del sistema dinámico la variable que presenta ripple no despreciable (i_t), aplicando la promediación sólo a las variables en las que el ripple puede despreciarse. El modelo promediado obtenido fue validado por simulación, comparando las respuestas a lazo abierto del

modelo promediado con las del conmutado, las que verificaron ser similares. El modelo hallado sólo resulta válido para la condición de que dentro del ciclo de PWM, ambos diodos del circuito rectificador de salida se encuentren en conducción.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente financiado por la Universidad Nacional del Sur, el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT), Argentina.

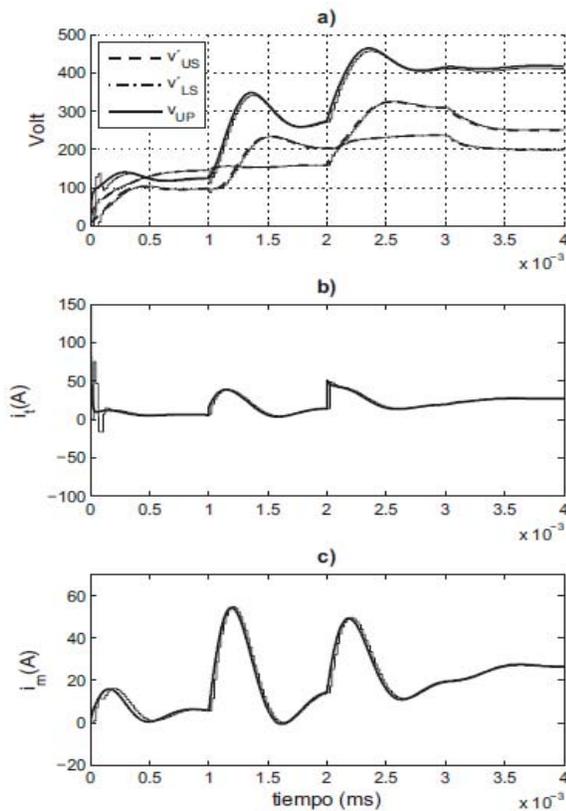


Figura 5. Evolución temporal de las variables del modelo promediado (trazo grueso) y del promedio de las variables de la Fig. 4 (trazo fino). a) Tensiones v_{UP} , v_{US} y v_{LS} b) Corriente i_c c) Corriente i_m .

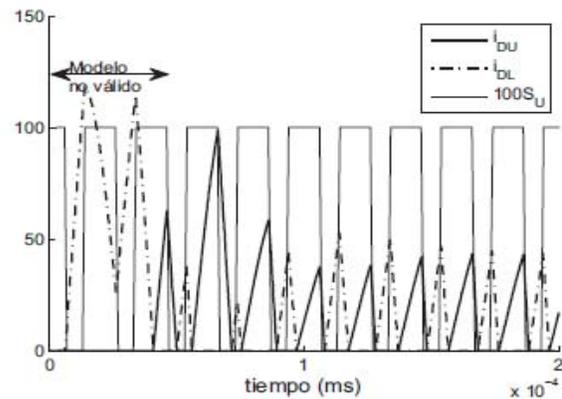


Figura 6. Corrientes por los diodos i'_{DU} e i'_{DL} (trazo grueso) y señal $100 S_U$ (trazo fino).

REFERENCIAS

[1] J. Carrasco, L. Franquelo, J. Bialasiewicz, E. Galvan, R. Guisado, M. Prats, J. Leon, and N. Moreno-Alfonso, "Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: A survey," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, pp. 1002–1016, June 2006.
 [2] K.-J. Lee and R.-Y. Kim, "An adaptive maximum power point tracking scheme based on a variable scaling factor for photovoltaic systems," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, pp. 1002–1008, Dec. 2012.
 [3] K. N. Hasan, M. Haque, M. Negnevitsky, and K. Muttaqi, "Output quality evaluation of photovoltaic systems with different current control methods of switch-mode converters," *13th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, pp. 1–6, Sept 2008.
 [4] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*, Chapman & Hall, 1997.
 [5] R. Middlebrook and S. Cuk, "Modeling and analysis methods for dc-to-dc switching converters," *Proc. of the IEEE International Semiconductor Power Converter Conference*, pp. 90–111, March 1977.
 [6] R. Marino and P. Tomei, *Nonlinear Control Design. Geometric, Adaptive and Robust*, Prentice-Hall, 1995.
 [7] C. Busada, "Convertidor cc-cc aislado de alta eficiencia apto para sistemas fotovoltaicos," *Proceedings of the XV RPIC*, Bariloche, Argentina, Sep 2013.
 [8] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Macmillan Publishing Company, 1992.



Claudio A. Busada was born in Bahía Blanca, Argentina, on March 13, 1962. He received the degree in electrical engineering and the Dr. Degree in control systems from the Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, in 1989 and 2004, respectively. From 1988 to 2004, he was with the Mechanic and Electrical Department, City of Bahía Blanca. Since 1989, he has been with the Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, UNS, where he is a Professor. He is a Researcher of the the Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica "Alfredo C. Desages" (UNS-CONICET). His research interests include power electronics, rotating machinery, active filters, automatic control, and integration of distributed energy systems.



Jorge A. Solsona (SM'04) received the Electronics Engineer and Dr. degrees from the Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina, in 1986 and 1995, respectively. He is currently with the Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica "Alfredo C. Desages," Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, where he is a Professor, and with CONICET, Buenos Aires, Argentina. He is involved in teaching and research on control theory and its applications to electromechanical systems.