

*Retos y perspectivas de la enseñanza de la Física en la formación de profesionales del siglo XXI*

## **Conceptualización del modelo cuántico para el comportamiento de los electrones según el enfoque de Feynman**

**Conceptualization of the quantum model for the electron's behavior according to the Feynman approach**

**Conceituação do modelo quântico para o comportamento de elétrons de acordo com a abordagem de Feynman**

**Keidy Alejandra Alvarado Puentes<sup>1</sup>**

**María de los Ángeles Fanaro<sup>2</sup>**

### **Resumen**

En esta comunicación se presentan algunos resultados de una investigación más amplia que tiene como objetivo analizar la viabilidad de la enseñanza de nociones básicas de Mecánica Cuántica relativas a los electrones en una escuela secundaria colombiana, adoptando el enfoque de Feynman. Este enfoque cuenta con la ventaja de presentar un modelo que puede ser adaptado para los estudiantes, y que soporta la construcción de la noción de probabilidad, basado en suma de vectores en el plano. Durante las implementaciones se propone a los estudiantes trabajar en grupos para afrontar las situaciones propuestas, de cuyas acciones surgirán los conceptos cuánticos propuestos para enseñar. En base a sus resoluciones se analiza el proceso de conceptualización de los estudiantes a partir de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud. Se formularon categorías de análisis, en este documento se presenta un estudio parcial de las categorías relativas a la construcción del modelo cuántico y su utilización para explicar los resultados de la experiencia de la doble rendija en detección discreta de electrones. Esta investigación es un aporte a la enseñanza de la Física para la escuela secundaria colombiana, brindando una alternativa viable para la enseñanza de conceptos cuánticos fundamentales, concluyendo que es posible superar obstáculos en la conceptualización de las nociones cuánticas, presentando a

<sup>1</sup> Institución Educativa Distrital Friedrich Naumann. Bogotá, Colombia. Contacto: [plleiva1@gmail.com](mailto:plleiva1@gmail.com)

<sup>2</sup> Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Tandil, Argentina. Consejo Nacional de Investigaciones Técnicas y Científicas (Conicet). Contacto: [mfanaro@exa.unicen.edu.ar](mailto:mfanaro@exa.unicen.edu.ar)

los estudiantes una técnica soportada en un nivel matemático accesible a sus conocimientos, que les permite describir el comportamiento cuántico de los electrones.

**Palabras clave:** Conceptualización, enseñanza, escuela secundaria colombiana.

### **Abstract**

This paper presents some results of a wide research teaching the basic notions of Mechanics, as well as in a Colombian high school, adopting Feynman's approach. This approach has the advantage of presenting a model that can be adapted for students and is supported in the construction of the probability notion, based on the summity of the vectors in a plane. During the implementations work concepts are proposed. Based on its resolutions, the conceptualization of student's process is analyzed Vergnaud's theory of conceptual fields. Analysis categories are formulated, a partial study to the same relations of the quantum model construction is presented and they are used to explain the results of the double surrender experience in the detection of electrons. This research is a report of teaching physics in a Colombian high school, providing a viable alternative for teaching fundamental quantum concepts, concluding that it is possible to conceptualize quantum notions, presenting to the students a technique supported in a mathematical level accessible to their knowledge, which allows to describe electrons behavior.

**Keywords:** Conceptualization, Colombian high school, teaching.

### **Resumo**

Neste artigo alguns resultados de uma pesquisa mais ampla têm como objetivo analisar a viabilidade de ensinar conceitos básicos da mecânica quântica em elétrons em uma escola colombiana, adotando a abordagem Feynman são apresentados. Essa abordagem tem a vantagem de apresentar um modelo que pode ser adaptado para estudantes, e que é apoiado na construção da noção de probabilidade, baseada na soma de vetores no plano. Durante as implementações, os alunos são propostos a trabalhar em grupos para enfrentar as situações propostas, de cujas ações os conceitos quânticos propostos irão surgir. Baseado em suas resoluções, a conceituação de estudantes é analisada a partir da teoria dos campos conceituais Vergnaud. categorias de análise é feita neste documento um estudo parcial de categorias relativas à construção e usar o modelo quântico é apresentado para explicar os resultados da experiência da dupla fenda na detecção de elétrons discreta. Esta pesquisa é uma contribuição para o ensino da Física para o ensino médio colombiano, proporcionando uma alternativa viável para o ensino básico conceitos quânticos alternativa, concluindo que é possível superar os obstáculos na conceituação de noções quântica, apresentando aos alunos uma técnica suportada em um nível matemático acessível ao seu conhecimento, que lhes permite descrever o comportamento quântico dos elétrons.

**Palavras-chave:** Conceituação, ensino, escola secundária colombiana.

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo forma parte de una investigación de hace varios años, que viene estudiando los procesos de enseñanza y aprendizaje de aspectos básicos de mecánica cuántica para estudiantes de la escuela secundaria, trabajos realizados desde el enfoque de Feynman para la mecánica cuántica, conocido técnicamente como “Integral de Camino” (Feynman y Hibbs, 1965). Este enfoque comenzó a utilizarse con la propuesta de Taylor *et al.* (1998), que se basó en el reconocido texto divulgativo de Feynman (1985) *QED: The Strange Story of Light and Matter*. El método de la integral de camino es una herramienta compleja, indispensable en áreas avanzadas de la física como la Teoría Cuántica de Campos. Sin embargo, la esencia del método puede ser resaltada a través de consideraciones geométricas con vectores y operaciones matemáticas, que son accesibles a los estudiantes. De esta forma, el método resulta apropiado para calcular la probabilidad de ocurrencia de distintos eventos con luz o con electrones, es decir, para introducir a los estudiantes en nociones cuánticas fundamentales como probabilidad y superposición.

Reconociendo el potencial didáctico que presenta el enfoque de Feynman, varios investigadores han adoptado para enseñar aspectos básicos de mecánica cuántica. Así, los trabajos pioneros en esta línea fueron los de Dowrick (1997); Hanc y Tuleja (2005); Ogborn, Hanc, y Taylor (2006); Dobson, Lawrence, y Britton (2006). En los últimos años, los trabajos de Malgieri y De Ambrosis (2014, 2015, 2017) también utilizan este enfoque, incorporando simulaciones realizadas con el software GeoGebra. Trabajos previos basados en este enfoque, esencialmente se ocuparon del diseño de dos secuencias didácticas y el análisis de su implementación en cursos reales de la escuela secundaria (Fanaro y Otero, 2008; Fanaro, Arlego y Otero, 2012, 2014; Fanaro, Otero y Arlego, 2012a, 2012b; Fanaro, Elgue y Otero, 2016; Fanaro, *et al.* 2017). En una de las secuencias se propuso el estudio del carácter cuántico de los electrones y en la otra, desde un enfoque cuántico se abordaron las experiencias con luz de reflexión, refracción y experiencia de la doble rendija. Ambas secuencias se implementaron en forma experimental en aulas de colegios secundarios públicos en Argentina. Este trabajo retoma y reformula la Estructura Conceptual Propuesta para Enseñar (Fanaro, Otero y Arlego, 2012) el comportamiento de los electrones, reconstruida anteriormente por el equipo de investigación a la vez que rediseña y adapta un

conjunto de situaciones, a partir de los obstáculos detectados en diversas implementaciones (Alvarado y Fanaro, 2017).

Esta investigación en su conjunto, estudió la viabilidad de la propuesta didáctica reformulada, cuando se llevó a cabo en cursos de Física del último año de una escuela secundaria colombiana. Se propone analizar el proceso de conceptualización de los estudiantes, a partir de la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990).

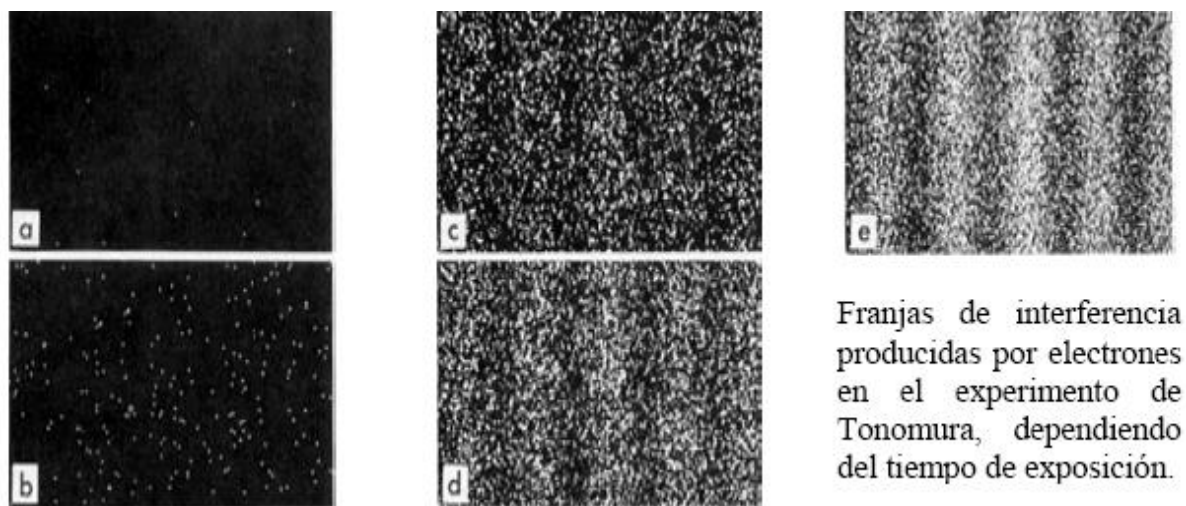
La enseñanza de la Física en la educación media, según el currículo colombiano (Ministerio de Educación Nacional, 2006) que viene enmarcada en los estándares y competencias sólo hace referencia a la mecánica clásica dejando afuera las teorías más modernas como la mecánica relativista, la mecánica cuántica y conceptos de la física actual como probabilidad, comportamiento de electrones, superposición, incertidumbre, entre otros. Desde la perspectiva de este trabajo es necesario, para la formación de ciudadanos del mundo avasallados de avances científicos, permitir al estudiante entrar en contacto con los saberes de la física de vanguardia (en cuanto a los conocimientos básicos se refiere) de temas y de teorías en todos sus ámbitos.

La enseñanza de la escuela media es el lugar propicio para permitir a los jóvenes estudiantes acercarse a estos conceptos, lo cual justifica la necesidad de estudiar la viabilidad de una propuesta que se ocupe de presentar situaciones para que surjan los conceptos cuánticos fundamentales como probabilidad, superposición, caminos alternativos. La propuesta asume que el modelo que describe el comportamiento de los electrones (y toda la radiación electromagnética) en todas las escalas, es el proporcionado por la mecánica cuántica; que busca alejar la propuesta de la enseñanza de paradojas, como usualmente se hace (por ejemplo con la dualidad onda-partícula), ofreciendo a los estudiantes una perspectiva totalmente nueva acerca de los fenómenos cuánticos, presentando un modelo nuevo que corresponde al proporcionado por la física cuántica.

Se considera el modelo cuántico de Consideración de Caminos Alternativos (CCA) que es el resultado de la Transposición Didáctica del enfoque de la Integral de Camino, debido a su potencial para adaptar las integrales a sumas, y su poder explicativo de encontrar la probabilidad para diversos eventos cuánticos.

En esta investigación nos preguntamos acerca de la conceptualización del modelo CCA por parte de los estudiantes al interactuar con una simulación creada para tal fin con una

planilla de cálculo. Se buscó identificar los obstáculos y las ayudas a la conceptualización que tiene el trabajo con el modelo y cómo es utilizado por los estudiantes en el momento de describir y explicar qué ocurre cuando se forma la distribución característica de zonas de impactos y zonas vacías en la detección discreta de electrones (Fig. 1).



**Figura 1.** Franjas de concentración de electrones en el experimento de la doble rendija dependiente del tiempo de exposición. (Experimento de Tonomura, Hitachi Labs)

Fuente: <http://www.hitachi.com/rd/portal/highlight/quantum/doubleslit/index.html>

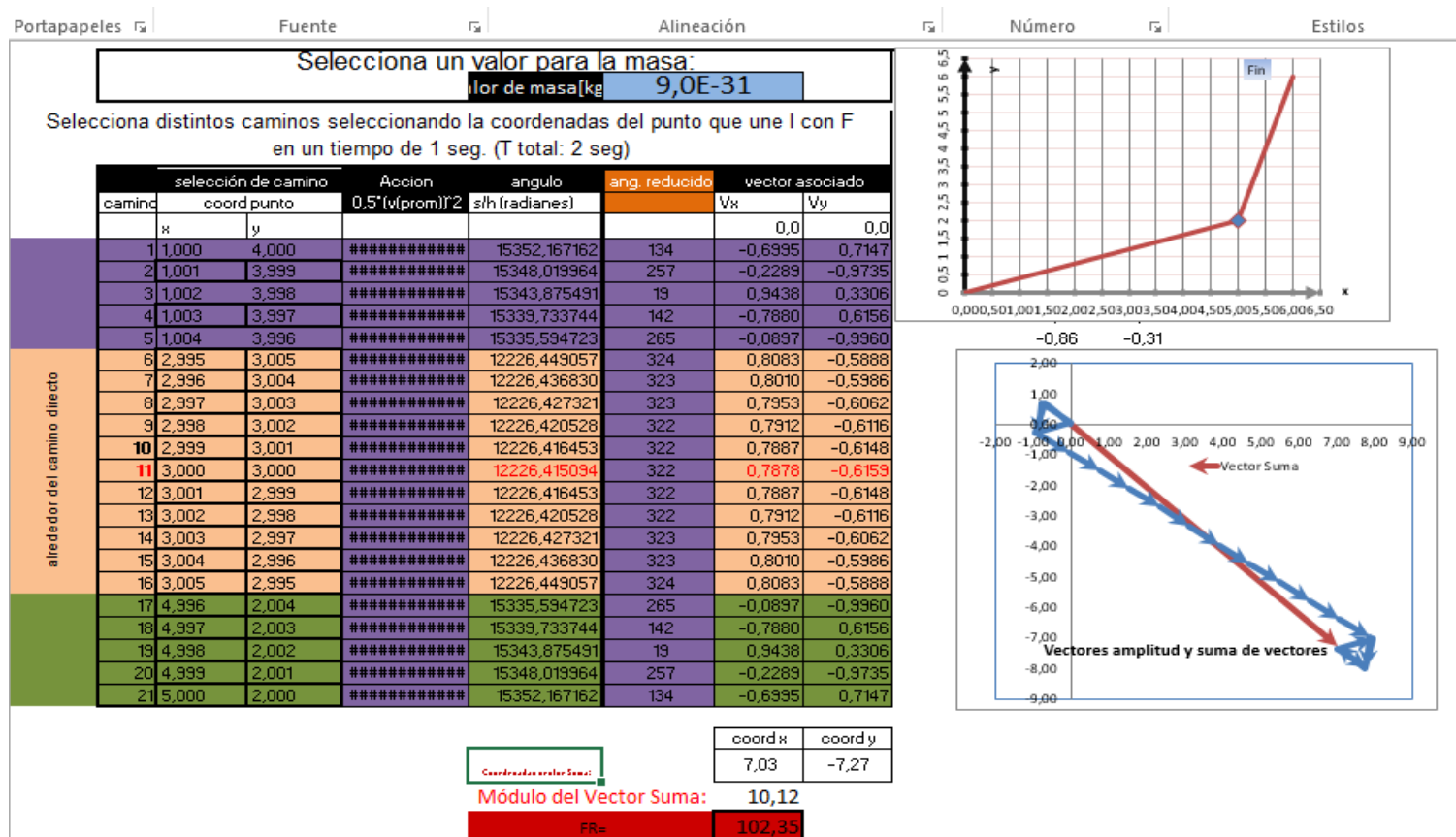
## METODOLOGÍA

La investigación fue exploratoria, descriptiva e interpretativa, dado que se busca comprender los problemas y las ayudas a la conceptualización que se producen cuando los estudiantes se enfrentan con el desarrollo de la secuencia. Se implementó una secuencia didáctica que consta de seis situaciones en cuatro cursos de física, en un colegio público perteneciente a la Secretaría de Educación de Bogotá, durante el tercer trimestre de los años 2016 y 2017, con  $n=118$  estudiantes. Estos cursos se consideran homogéneos, y el profesor de los cursos es también el investigador, no se consideró como variable de estudio al profesor. La propuesta didáctica consta de seis “fases” conceptuales:

*Fase 1:* Imaginar, predecir y describir los resultados del Experimento de la Doble Rendija” (EDR) con canicas; *Fase 2:* Imaginar, predecir y describir resultados de la EDR con electrones; *Fase 3:* Modelar la Probabilidad o  $P(x)$  para electrón libre; *Fase 4:* Modelar la  $P(x)$  para canicas; *Fase 5:* Reconstrucción EDR electrones y *Fase 6:* Reconstrucción EDR canicas.

En las implementaciones de los cursos se adoptó una metodología de trabajo en aula privilegiando la acción de los estudiantes, quienes en forma grupal leían, interpretaban las tareas e interactuaban con el profesor para realizar las consultas necesarias. Se recolectaron las producciones de los estudiantes y se digitalizaron. Luego, a partir de una categorización inductiva de las respuestas de los estudiantes, se generaron las categorías de análisis, compuestas por un conjunto de variables ordinales que describen las formas de abordar las situaciones.

Este trabajo con el modelo CCA, adaptado a los estudiantes de la escuela secundaria, fue planteado con una simulación informática en formato Excel, el cual permitía notar los valores de la acción (S) según el camino, el valor del ángulo reducido a un giro asociado a cada camino, dibujaba los vectores asociados correspondientes a cada camino, realiza la suma, y da el valor de la frecuencia relativa de ocurrencia, que se asocia a la probabilidad del evento (Fig. 2).



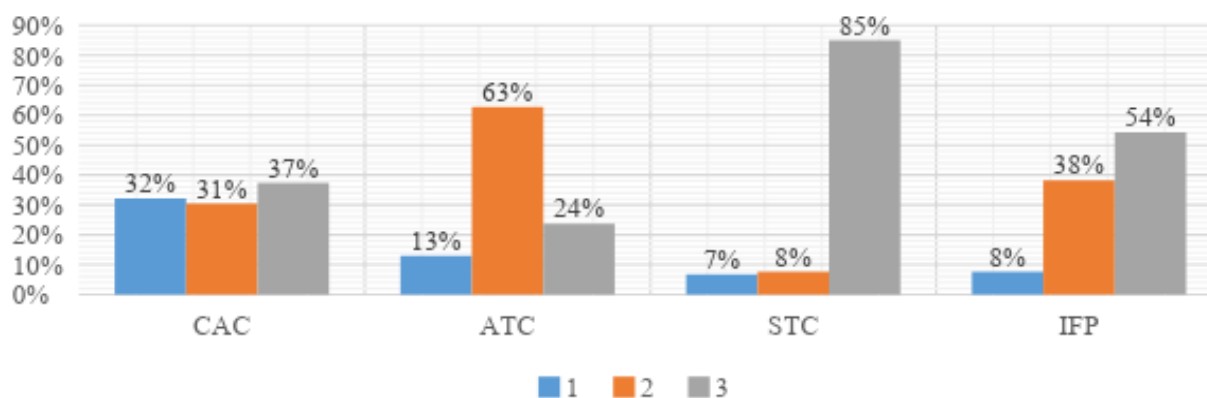
**Figura 2.** Simulación realizada con una planilla de cálculo para analizar el modelo CCA.  
 Fuente: Elaboración propia de los autores.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Construcción de las categorías de análisis y resultados

Se presentan las categorías con sus subcategorías cada una de ellas divididas de 1 a 3 correspondientes a un gradiente en el grado de conceptualización de los estudiantes en sus respuestas, siendo el último el mejor nivel de conceptualización alcanzado por los estudiantes.

Primero se analizaron las categorías relacionadas con el desarrollo de la técnica y luego la interpretación de los estudiantes de los resultados de EDR con electrones. La figura 3 presenta los resultados en cada una de las categorías relacionadas con la técnica y los resultados de la interpretación desarrollada por los estudiantes.



**Figura 3.** Distribución de las categorías analizadas en porcentajes. Fuente: Elaboración propia de los autores.

*Consideración de caminos alternativos (CAC)*, el 32 % de los estudiantes indican que la acción es un valor que cambia en cada camino, sin embargo, no expresan dependencia entre el camino y el valor de la acción, otro 31 % de los estudiantes encontraron una asociación e indicaron que la acción es un valor que puede variar, y esta variación está asociada a cada grupo de caminos, para el último 37 % de los estudiantes la acción cambia y siempre lo hace para aumentar partiendo de un valor mínimo que corresponde con el valor de la acción del camino directo, enfatizaron que la acción es un valor que tiene un valor mínimo asociado al camino directo.

*Análisis del comportamiento del valor ángulo reducido (ATC)* el 13 % de los estudiantes realizaron un análisis muy limitado en relación con los valores del ángulo asociado a cada

camino, más de la mitad de los estudiantes 63 % hicieron un análisis más fino del ángulo, aunque no alcanzaron a relacionar este cambio con un camino en particular. El restante 24 % estableció que existe una relación e identificaron que el ángulo reducido es un valor que cambia, y asociaron su cambio a cada grupo de caminos.

*Análisis de suma de vectores asociados para caminos cercanos y alejados al camino directo (STC)*, las respuestas de los estudiantes indican que sólo el 7 % de ellos no lograron una conclusión o ésta fue errónea frente el aporte y comportamiento de los vectores asociados. Con un mayor grado de conceptualización se encuentran los estudiantes que indican que la suma de los caminos está afectado por el aporte de los vectores asociados al camino directo, correspondiente al 8 % y la mayoría, el 85 %, afirmaron que los vectores asociados a los caminos cercanos al camino directo aportan a la suma gracias a que tienen el mismo ángulo o ángulo parecido al del vector asociado al camino directo, los vectores asociados a los caminos alejados al camino directo no aportan a la suma debido a que tienen ángulos muy distintos.

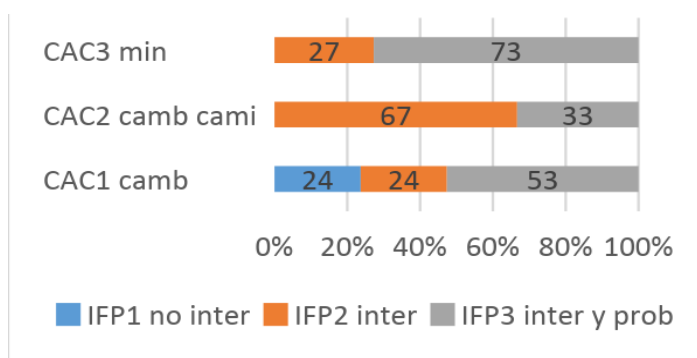
*Interpretación de la distribución de electrones en fotografías (IFP)*, se agruparon las respuestas de los estudiantes al analizar la probabilidad frente a los resultados de la EDR con electrones. El 8 % de los estudiantes no hicieron una interpretación, ya que no analizaron las zonas claras y oscuras de la fotografía relacionándolas con los máximos y mínimos de probabilidad. Por su parte el 38 % de los estudiantes retienen la presencia de zonas de mayor y menor agrupación de electrones, pero no expresaron relación con la curva de probabilidad. Finalmente más de la mitad 54 % se encuentran en el mejor nivel de conceptualización, ya que refirieron la presencia de zonas de mayor o menor probabilidad de presencia de electrones, reconocieron las zonas brillantes en la fotografía como los lugares en los hay más presencia de electrones, las zonas oscura como lugares en los hay poca o ninguna presencia de electrones, enfatizando en la probabilidad asociada a cada zona.

Realizamos un análisis bivariado para conocer la asociación entre las categorías, calculando la medida de asociación Chi-cuadrado de Pearson, para valores de significación menores a 0,001. Dado a que las categorías son cualitativas con escala ordinal, se buscó el

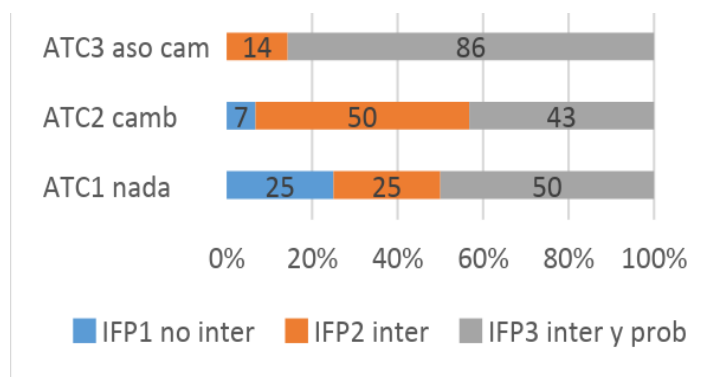


grado de asociación usando el estadístico Gamma. Se encontró que hay asociación estadísticamente significativa entre las categorías referidas a la conceptualización del modelo con la categoría referida a la interpretación elaborada por los estudiantes sobre los resultados de la EDR. En los tres casos el grado de asociación es moderado (valor de gamma mayor a 0,4) y todos tienen asociación positiva, evidenciando que mejores desarrollos en la técnica generan mejores resultados en la interpretación. También se observa que en general un gran número de estudiantes tienen un alto grado de conceptualización en sus respuestas, evidenciado en encontrarse en el nivel tres de conceptualización, como se aprecia figuras 4, 5 y 6.

A partir de la Figura 4 se puede concluir que haber caracterizado el valor de la acción permitió realizar una conceptualización favorable de la relación entre los resultados del EDR y la probabilidad, tan solo el 24 % de los estudiantes que solo indicaron que la acción es un valor que cambia no lograron interpretar la fotografías de la EDR con electrones en términos de probabilidad.



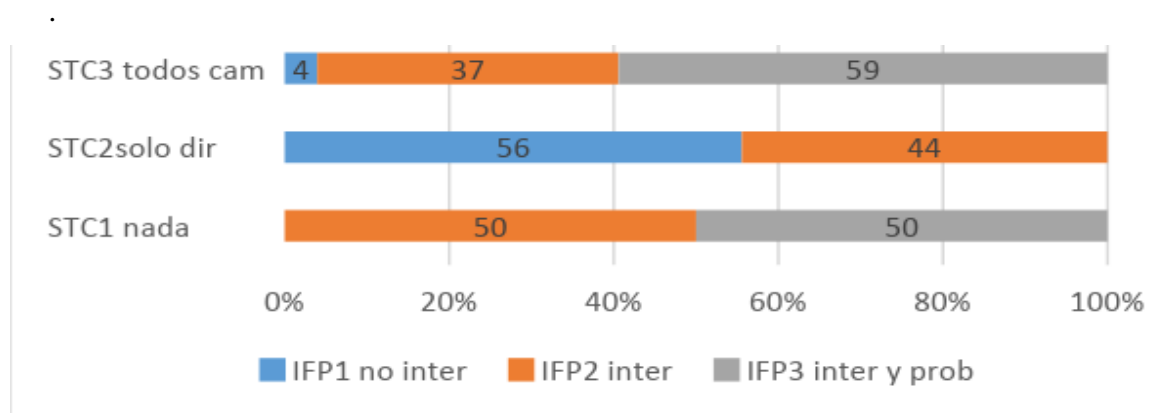
**Figura 4.** Distribución de frecuencias bivariada de Comparación Acción todos los Caminos (CAC) vs Interpretación Fotos Probabilidad (IFP). Fuente: Elaboración propia de los autores.



**Figura 5.** Distribución de frecuencias bivariada de Ángulos todos los Caminos (ATC) vs Interpretación Fotos Probabilidad (IFP). Fuente: Elaboración propia de los autores.

Por otro lado, haber analizado los valores de los ángulos reducidos (Fig. 5) permitió realizar una conceptualización favorable de los resultados del EDR en fotografías en término de probabilidad, pues tan solo el 25 % de los estudiantes que no logran realizar un análisis del ángulo reducido no realizan interpretación de los resultados de la gráfica así como el 7 % de los estudiantes que solo indicaban que el ángulo es un valor que cambia no logran explicar los resultados de EDR en un nivel bajo de conceptualización.

Con la figura 6 se puede concluir que el grado de conceptualización alcanzado frente al aporte de la suma de todos los caminos permitió mejores niveles de interpretación de los resultados de la EDR, el 4 % de los estudiantes que hicieron una conceptualización completa del aporte de todos los caminos y el 56 % que solo indicó el aporte de los caminos cercanos al camino directo no realizan una interpretación satisfactoria de los resultados de la EDR con electrones.



**Figura 6.** Distribución de frecuencias bivariada de Suma todos los Caminos (STC) vs Interpretación Fotos Probabilidad (IFP). Fuente: Elaboración propia de los autores.

## CONCLUSIONES

Como se puede notar, se presentaron dificultades en la conceptualización de las nociones cuánticas presentadas en el modelo CCA, aunque la matemática utilizada en principio debería resultar familiar y accesible a los conocimientos de los estudiantes. Sin embargo, los resultados del análisis bivariado muestran que en el momento de aplicar el modelo para describir resultados de la EDR, estos obstáculos fueron superados. Resultados del análisis multivariado que se están realizando arrojarán luz acerca de todo el proceso de conceptualización en su conjunto.

## REFERENCIAS

- Alvarado, K., y Fanaro, M. (2017) *Enseñanza y aprendizaje de aspectos fundamentales de mecánica cuántica en la escuela secundaria colombiana a partir del enfoque de Feynman*. Presentado en el III Coloquio Nacional y I Internacional de Estudiantes de Doctorado en Educación. Universidad Santo Tomás, Bogotá.
- Dobson, K., Lawrence, I. y Britton, P. (2006). The A to B of quantum physics. *Physics Education*, 35(6), 400.
- Dowrick, N. J. (1997). Feynman's sum-over-histories in elementary quantum mechanics. *European Journal of Physics*, 18, 75–78. DOI: <https://doi.org/10.1088/0143-0807/18/2/004>
- Fanaro, M. y Otero, M. R. (2008). Basics Quantum Mechanics teaching in Secondary School: One Conceptual Structure based on Paths Integrals Method. *Latin-American Journal of Physics Education*, 2(2), 103–12.
- Fanaro, M; Otero, M. R y Arlego, M. (2012). Teaching Basic Quantum Mechanics in Secondary School Using Concepts of Feynman's Path Integrals Method. *The Physics Teacher*, 50(3), 156-158. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.3685112>
- Fanaro, M., Arlego, M. y Otero, M. R. (2012). A Didactic Proposed for Teaching the Concepts of Electrons and Light in Secondary School Using Feynman's Path Sum Method. *European Journal of Physics Education*, 3(2), 1–11.
- Fanaro M., Arlego, M. y Otero, M. R. (2014). The double slit experience with light from the point of view of Feynman's sum of multiple paths. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 36(2), 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1806-11172014000200008>
- Fanaro, M., Elgue, M. y Otero, M. (2016). Secuencia para enseñar conceptos acerca de la luz desde el enfoque de Feynman para la mecánica cuántica en la escuela secundaria: un análisis basado en la teoría de los campos conceptuales. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 33(2), 477–506. DOI: <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2016v33n2p477>

- Fanaro, M., Arlego, M., Elgue, M. y Otero, M. R. (2017). The students' interpretation of quantum mechanics concepts from the Feynman's Sum of All Paths applied to light. *International Journal of Physics and Chemistry Education*. [En prensa]
- Feynman, R. (1985). *QED The strange theory of light and matter*. EEUU: Penguin Books – Princeton University Press.
- Feynman, R. y Hibbs, A. (1965). *Quantum Mechanics and Path Integrals*. Mc Graw–Hill.
- Hanc, J. y Tuleja, S. (2005). *The Feynman quantum mechanics with the help of Java applets and physlets in Slovakia*. Proceedings of the 10th Workshop on Multimedia in Physics Teaching and Learning, Freie Universität Berlin.
- Malgieri, M., Onorato, P. y De Ambrosis, A. (2014). Teaching quantum physics by the sum over paths approach and GeoGebra simulations. *European Journal of Physics*, 35(5), 055024. DOI: <https://doi.org/10.1088/0143-0807/35/5/055024>
- Malgieri, M., Onorato, P. y De Ambrosis, A. (2015). *What is Light? From Optics to Quantum Physics Through the Sum over Paths Approach*. *Teaching/Learning Physics Integrating research into practice GIREP–MPTL 2014 Conference Proceedings*, 639–646. Disponible en: <http://www1.unipa.it/girep2014/item6.html> (consultado en febrero de 2018).
- Malgieri, M., Onorato, P. y De Ambrosis, A. (2017). Test on the effectiveness of the sum over paths approach in favoring the construction of an integrated knowledge of quantum physics in high school. *Physics Review Physics Education Resources*, 13(1), 019901. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.010101>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*.
- Ogborn, J., Hanc, J. y Taylor, E. (2006). *A First Introduction to Quantum Behavior*. *Proceedings the GIREP Conference 2006, Modeling in Physics and Physics Education*. AMSTEL Institute, Amsterdam. p. 213.
- Taylor, E., Stamatis Vokos, J., O'Meara, M. y Thornber, N. (1998). Teaching Feynman's Sum Over Paths Quantum Theory. *Computers in Physics*, 12, 190–199. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.168652>
- Vergnaud, G. (1990) *La théorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage, Marseille. 10 (2/3). pp.133-170.