Serie, singularidad, diferencial. La matemática como fuente del empirismo trascendental

Gonzalo Santaya (UBA – CONICET)

Todo puede ser serializado. Hay series por todas partes. No es una exageración decir que el mundo se compone de series, y también nosotros mismos. Se ve entonces que la palabra no debe remitir exclusivamente a un fenómeno televisivo, como lo hace para muchos en el actual paradigma del entretenimiento audiovisual. También los motores de nuestros vehículos están serializados, o nuestros teléfonos celulares, por números de serie que los individualizan, diferenciándolos de la serie de elementos semejantes que salen de una misma línea de producción: diferenciación importante para llevar un control en tiempos de una masificación de la producción en serie. Del mismo modo, cada billete cuenta con un número de serie, indispensable control gubernamental sobre la emisión monetaria. El historiador investiga series de eventos históricos, el psicólogo, psicológicos, el geólogo, geológicos. Cada uno traza en sus análisis series temporales bien distintas. La vida encierra una multiplicidad de series en distintos niveles, desde el desarrollo de una célula o el crecimiento de un individuo, hasta la evolución de una especie. El artista plástico suele generar series: series de grabados, pero también de dibujos, pinturas, esculturas. Cada día se compone de una serie de eventos cotidianos, sumando un día más en la serie de nuestros días; aunque a veces, algún acontecimiento singular venga a trastocar esa serie y modificarla: una nueva cotidianidad. Un discurso consiste en una serie de enunciados, un enunciado, de palabras, una palabra, de letras; y una letra –enseña el estructuralismo– no es nada sino en su relación con la serie de signos que conforman el alfabeto de un sistema lingüístico. Este libro consiste en una serie de artículos, y forma parte de una serie de estudios sobre Deleuze y sus fuentes. Leemos en el diccionario que el vocablo "serie" remite, en su principal acepción, a un "conjunto de cosas que se suceden unas a otras y que están relacionadas entre sí".[1] No nos precipitemos. En principio, "cosas" parece presuponer demasiado, o ser poco técnico; será mejor decir que una serie se compone de términos. "Conjunto" indica una condición de clausura o totalización, cuando sabemos muy bien que hay series abiertas (la serie de nuestros días, por ejemplo). Y la sucesión, que ya de por sí es una forma de relación, sugiere un sentido o dirección temporal que no es preciso dar por supuesta aquí. Podemos decir entonces que "serie" es todo aquello que se compone de términos mutuamente relacionados entre sí por patrones de repeticiones y diferencias –pues es en virtud de éstos que la relación entre los términos puede establecerse.

Ahora bien, las series no son como cauces estancos que siguen impolutas su propio curso. A

1 Extraído del diccionario virtual de la RAE, http://dle.rae.es/?id=XfDUOlU&o=h, consultado el 27/11/2015.

menudo interactúan unas con otras. De hecho, en casi todos los casos es imposible abstraer de una interacción para pensar una serie. El historiador sabe bien que un evento o serie de eventos históricos puede remitirlo a un evento o series de eventos psicológicos o geológicos, etc. Y a su vez, la interacción entre series puede dar nacimiento a nuevas series, o a fenómenos que no pueden reducirse a una mera yuxtaposición de las series interactuantes. Las series de eventos sociales y económicos están tan íntimamente entrelazadas que es imposible afirmar su independencia, y en su vínculo complejo puede vislumbrarse, gracias a Marx, la emergencia de las múltiples series (jurídicas, políticas, ideológicas...) que organizan la vida de una sociedad. El físico sabe cómo la serie de ondulaciones que constituyen una onda de un cierto tipo (sonora, lumínica, superficial, etc.) puede entrar en comunicación con otra, generando un fenómeno de interferencia donde los picos de la onda resultante no se reducen a la suma de los de las ondas de base. Algo así ocurre con las vibraciones de las cuerdas en los acordes de las guitarras. Se especula con que la serie de lo viviente pudo haber emergido de una interacción entre series eléctricas, químicas, climáticas... El filósofo trascendental –Kant, en principio– suele hablar del mundo como de la serie de lo condicionado, donde todos y cada uno de los términos (fenómenos) que la componen están mutuamente enlazados por categorías de relación. No es exagerado –es, en todo caso, incompleto– decir que el mundo se compone de series.

Gilles Deleuze habla de series a menudo, en variados contextos a lo largo de su obra, para referirse a sistemas de la más diversa índole; a menudo, su pensamiento parece querer llevarnos a presentir "todas las series divergentes constitutivas del cosmos".[2] En su obra "propia" (me refiero a sus obras filosóficas de finales de los 60, *Diferencia y repetición* y *Lógica del sentido*, pero también a otros escritos secundarios de este período donde aparecen algunos de los ejes principales de su pensamiento, como "El método de dramatización" o "¿Cómo reconocer el estructuralismo?"), encontraremos una descripción recurrente para explicar nociones fundamentales como las de "sistema" –o "simulacro"–, "lo simbólico", o la "estructura".[3] Quisiera, en virtud de esta recurrencia, trazar un paralelismo entre lo que podríamos llamar el "estructuralismo" y el "idealismo" deleuzianos: partir de su descripción de la noción de estructura y ponerla en correlación con su teoría de la Idea, mostrando cómo ambas se anudan en torno a una fuente común que es el cálculo diferencial. Si el objetivo de la filosofía deleuziana es afirmar una radical inmanencia en la

2 Deleuze, Gilles, *Diferencia y repetición*, trad. M. S. Delpy y H. Beccacece, Buenos Aires, Amorrortu, 2002, p. 189 (la expresión refiere a las literaturas de Roussel y de Joyce).

3 La descripción mencionada toma por punto de partida la noción de comunicación entre series heterogéneas. La encontraremos en *Diferencia y repetición* referida a la noción de sistema o simulacro, donde la descripción se mueve principalmente entre el campo semántico de la física y la literatura (*ibid.* p. 183 y ss.); en *Lógica del sentido*, como veremos, aparece referida a la noción de estructura (Deleuze, Gilles, *Logique du* sens, París, Les éditions de minuit, 1969, p. 65-6); en "El método de dramatización", referida al proceso de individuación en la síntesis de especificación y partición que constituye las condiciones de la representación de una "cosa en general" (Deleuze, Gilles, "El método de dramatización", en *La isla desierta. Textos y entrevistas (1953-1974)*, trad. J. L. Pardo, Valencia, Pre-textos, 2005, p. 131); y en "¿Cómo reconocer el estructuralismo?", referida nuevamente a la estructura (Deleuze, Gilles, "¿Cómo reconocer el estructuralismo?", en *La isla desierta*, *op. cit.*, p. 237 y ss.)

cual la diferencia opera como principio ontológico, la descripción mencionada busca conceptualizar este principio, y lo hace recurriendo –entre otras cosas– a terminología matemática.

En dicha descripción, que apunta explicar la génesis ontológica de una “cosa en general”,[4] el concepto de *serie* tiene un lugar central. Veamos un ejemplo. En la octava serie de la *Lógica del sentido* –libro organizado en series–, se determinan las condiciones mínimas de una *estructura* en general: 1º se necesitan al menos dos series heterogéneas que entren en comunicación; 2º los términos de estas series son tales que no existen sino por las relaciones que guardan unos con otros, y a estas relaciones corresponden acontecimientos ideales llamados “singularidades”; 3º hay un elemento paradójico hacia el cual *convergen* las dos series y que es su “diferenciante”: elemento que falta a su propio lugar, a su propia semejanza, a su propia identidad, a su propio equilibrio, que no pertenece a ninguna serie, o que pertenece a las dos a la vez pues tiene por función comunicarlas y ramificarlas, asegurando la producción y distribución de las relaciones y singularidades y con ello, ante todo, la producción de sentido.[5] La descripción es sin duda familiar para quienes hayan transitado las obras mencionadas más arriba. Introduce un conjunto de nociones mutuamente vinculadas, cuya elucidación es el objetivo de este artículo –la convergencia y divergencia de las series, las singularidades que surgen de ellas y las vinculan, el “diferenciante” que relaciona lo diferente con lo diferente a través de la diferencia misma. Nos abocaremos entonces a un análisis de estas nociones, para mostrar la correlación que puede establecerse entre “estructura” e “Idea” en el contexto de la filosofía de la diferencia.

* * *

I.- La primera condición mencionada era la serialización u organización en series.[6] En matemáticas, una serie es una suma cuyos términos forman una sucesión infinita. La resolución de una serie no implica obviamente la operación efectiva de sumar infinitas veces, sino la evaluación de si hay (y cuál es) un valor límite –un número– hacia el cual tiende esa suma. La operación consiste así en una aproximación. Por ejemplo, la serie: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+...+\frac{1}{2^n}+...=1$ tiende, como se ve, al *límite* 1. Es decir que a medida que sumemos los sucesivos términos nos aproximamos progresivamente a 1, sin alcanzarlo jamás. Cuantos más términos consideremos, más

4 Expresión del propio Deleuze (en “El método de dramatización”, *op. cit.*, p. 139).

5 *Cf.* Deleuze, Gilles, *Logique du sens*, *op. cit.*, p. 65-6.

6 Para el desarrollo de las nociones específicamente matemáticas me he basado fundamentalmente en el trabajo de Ferrante, Jorge, y Barrutia, Sandra, *Solución de ecuaciones diferenciales mediante series de potencias*, Buenos Aires, edUTecNe, 2014 (disponible en http://www.edutecne.utn.edu.ar/solucion_ecuaciones/solucion_ecuaciones.html, consultado el 27/11/2015), en particular: sobre el concepto de serie, convergencia y divergencia, p. 21-2, sobre sucesiones de funciones y su convergencia, p. 30-1, sobre series de potencias y radios de convergencia: p. 38-42 y 52-3. Agradezco a edUTecNe la autorización para reproducir contenidos de esta obra.

pequeño se volverá el *resto*, o la diferencia entre el valor límite y el de los términos efectivamente sumados. Cuando $n \to \infty$ la suma de los términos coincidiría finalmente con 1. Claro que nadie realizó la suma para comprobarlo, pero la matemática cuenta con criterios para evaluar la convergencia de una serie mediante un número finito de operaciones. Cuando una serie es resoluble, decimos entonces que es *convergente,* y al resolverla no decimos que es "igual a" un número, sino que "converge hacia" ese número, ese valor límite al que se aproxima a medida que se calcula considerando más y más términos. Pero una serie puede no tender a un valor determinado, sino carecer de resultado, tendiendo a infinito o arrojando distintos resultados a medida que se avanza en su sumatoria. Por ejemplo, la serie alternante 1 – 1 + 1 – 1 + 1 – 1… da por resultado alternativamente 0 y 1, dependiendo de hasta qué termino sumemos. Cuando sumamos, en cambio, 1 + 1 + 1 + 1..., la suma no tiende a un valor numérico finito, sino al infinito. En estos casos, se dice que la serie es *divergente,* al no converger hacia un valor determinado.

Cuando Deleuze se refiere a series en el contexto de una exposición en clave matemática,[7] habla de un tipo particular de series llamadas "series de potencias", que se caracterizan por la repetición en cada término de la serie de una variable elevada a una potencia mayor que la anterior. Los términos sucesivos de estas series, y el término al cual convergen, no son ya simples números, sino entidades matemáticas más complejas: funciones. Una función es una relación entre cantidades variables: posee una (o más de una) cantidad indeterminada ("*x")*, pasible de recibir diferentes valores numéricos y arrojar para cada uno un resultado diferente ("*y*", también simbolizado "*f(x)*"). Las series de potencias se utilizan en análisis matemático para realizar "aproximaciones" a una función en el entorno de un valor determinado. Dada una función cualquiera *f(x)*, se selecciona un punto x_0 en torno al cual deseamos evaluar el comportamiento de esa función (en general, por cuestiones de comodidad se utiliza el 0) y se desarrolla la función como $f(x\text{-}x_0)$, donde el valor x_0 es constante, y x variable. Veamos cómo funciona la aproximación por serie de potencias en algunos ejemplos concretos.

La serie de potencias correspondiente a la función *f(x) = sen x* aproximada en el entorno del punto 0, es una serie *convergente*: $sen\, x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \ldots$ Al asignar a x un valor en esta expresión, el polinomio que se encuentra en el miembro derecho de la función dará un valor aproximado al valor de *sen x* para el valor asignado. Como vimos, este valor será más y más aproximado cuantos más términos de la serie consideremos en el cálculo, y, en el límite, si calculáramos con los infinitos términos de la misma, coincidirían absolutamente la cifra obtenida en el miembro izquierdo y derecho de la ecuación. La ventaja principal de las series de potencias es

7 Concretamente, en el cap. IV de *Diferencia y repetición*, en el contexto del desarrollo del elemento puro de potencialidad de la Idea a partir las interpretaciones antagónicas de Lagrange y Wronski (*cf.* Deleuze, Gilles, *Diferencia y repetición, op. cit.*, p. 267-8).

que nos permiten expresar como polinomios –es decir, como sumas– funciones que de otro modo serían de muy difícil resolución, otorgando un resultado considerablemente aproximado al valor real de la función original. Pero en la medida en que podemos agotar la expresión de esta función mediante una sola serie, todavía no vemos satisfecha la primera condición que Deleuze requería para una estructura (eran necesarias *al menos dos* series diferentes).

Veremos ilustrado este requisito, por ejemplo, en el caso de la función racional $f(x)=\frac{1}{1+x}$. Cuando x=–1, valor que vuelve 0 al denominador de la división, la función se hace irresoluble en ese punto (por la imposibilidad de dividir por 0). Expresaremos este fenómeno diciendo que *f(x)* tiene una *singularidad* en x=–1. Esto no ocurre en la función examinada anteriormente (*sen x*) pues en ella no hay valor alguno que, asignado a *x*, no arroje un resultado definido para la función (esta propiedad se denomina continuidad o analiticidad de una función). En una función del tipo $f(x)=\frac{1}{1+x}$ la existencia de una singularidad se traduce en una discontinuidad de la función. Esta discontinuidad impide expresar la función mediante una única serie de potencias.

Cuando asignamos a *x* el valor -1, el resultado de la serie, como el de la función, diverge: tiende a ∞ . En estos casos, en los cuales aparecen magnitudes que las hacen divergir, las series de potencias correspondientes a la función se diversifican. La serie de potencias correspondiente a $f(x)=\frac{1}{1+x}$ en torno al valor x_0=0 (es decir, a la derecha de la singularidad) es: $\frac{1}{1+x}\approx -1+x-x^2+x^3-x^4+x^5-\dots$; mientras que para los valores menores a x_0=-1 (es decir, a la izquierda de la singularidad), por ejemplo en x_0=-2, será: $\frac{1}{1+x}\approx -1-(x+2)-(x+2)^2-(x+2)^3-(x+2)^4-(x+2)^5\dots$ (nótese el cambio en el signo de los términos sucesivos). *La función analizada se expresa en dos series heterogéneas*, ya sea que la consideremos desde un valor menor o mayor a -1, punto en el cual la función presenta una discontinuidad o *singularidad*. En el entorno de la singularidad, una serie muere y otra nace.

En el caso analizado, la función posee sólo una singularidad; otras funciones pueden presentar más singularidades. Cuantas más singularidades posea una función, más series heterogéneas serán necesarias para expresarla. Cada serie expresa el comportamiento de la función *entre* dos puntos singulares, de modo que las singularidades "cortan" una tendencia continua en los valores de los puntos regulares, y articulan esa tendencia continua con una nueva que nace a partir de cada una de ellas. Las singularidades diferencian a la vez que articulan las series heterogéneas.

Es ilustrativo ver cómo se da su funcionamiento al poner en relación la serie aritmética con la representación geométrica de la curva que expresa. Dada una función, la curva correspondiente a esa función puede ser progresivamente aproximada mediante sucesivas adiciones de términos en la serie geométrica. En la figura 1,[8] vemos la gráfica de la función *sen x* (como una curva oscilante continua a lo largo de todo el eje horizontal), y, superpuesta a ella, la gráfica de la serie de potencias tal como ésta resulta agregando progresivamente términos a la serie. Se ve en trazo continuo la curva *sen x* y la recta descripta por el primer término de su serie de potencias correspondiente (I), que sólo corta la curva en un punto; se grafica en línea segmentada la curva correspondiente a los tres primeros términos de la serie (III), que coincide con la función *sen x* en varios puntos en torno al origen de coordenadas, y luego se ramifica en una curva ascendente y otra descendente al infinito; agregando dos nuevos términos, la curva trazada en línea punteada (V) se superpone a *sen x* en más puntos que la anterior. Agregando sucesivamente términos a la serie y graficando la curva correspondiente a ella, se obtienen curvas progresivamente más coincidentes con la de la función original. Estas curvas, llamadas osculatrices,[9] coinciden con la función original en lo que se llama un "radio de convergencia" cada vez mayor; es decir, son cada vez más convergentes a la curva descripta por *sen x*. Esto muestra gráficamente aquello que antes definimos aritméticamente: cuantos más valores de la serie tomemos, más cerca del valor límite hacia el cual converge la serie nos encontraremos. Esta cercanía se traduce en un círculo de convergencia cada vez mayor, fuera del cual los valores se alejan.[10]

En el caso de $\frac{1}{1+x}$ (figura 2), vemos cómo la línea punteada vertical que corta el punto $x=-1$ (la singularidad), es una asíntota hacia la cual se aproximan infinitamente (sin llegar jamás) las curvas correspondientes a la función. Las curvas se acomodan de un lado y otro de esta asíntota, y atravesando la singularidad, pasamos de una a la otra como al otro lado del espejo. La serie de potencias analizada en el entorno de los valores numéricos mayores que $x=-1$ describe una curva osculatriz progresivamente más coincidente con el ala derecha de la curva, y lo mismo ocurre con los valores menores a $x=-1$ y el ala izquierda de la curva.

De todos modos, no necesitamos calcular los infinitos puntos del trayecto de ninguna de estas curvas para describir este comportamiento: sabemos que la función no tiene resultado asignable en $x=-1$, y, calculando una cantidad finita de términos a uno y otro lado de este punto, cómo se comporta globalmente la curva de la función. Con el conocimiento de la existencia y distribución de

8 Tomamos prestado este gráfico de Klein, Félix, *Elementary mathematics from an advanced standpoint. Arithmetic, algebra, analysis*, Nueva York, Dover publications, 1945, p. 226 (Klein presenta un desarrollo relativamente accesible de los conceptos de serie de potencias desarrollados aquí, centrándose en un caso particular de este tipo de series: la serie de Taylor; p. 223 y ss.).

9 *Osculari*, en latín "besar", describe el carácter de progresivo contacto, cada vez más íntimo o carnal entre curva y curva, a medida que la adición de términos en la serie determina progresivamente una curva más y más próxima a la de la función de base. Los puntos de contacto *encarnan* los valores de la curva en un intervalo limitado.

10 Sobre el concepto de círculo de convergencia *cf.* Klein, Félix, *op. cit.*, p. 228.

las singularidades tenemos lo que Deleuze llama la *determinación completa*[11] de la curva, que no implica su *determinación entera*,[12] es decir, el cálculo efectivo –parcial– de sus puntos, o la determinación que implica su paso a la existencia. La determinación completa refiere al comportamiento global de una función, de modo que tanto las tendencias de sus valores (puntos regulares) como los valores en los que estas tendencias presentan variaciones (singularidades) se encuentran determinados.

En términos filosóficos, la distinción entre singular y regular implica un alejamiento de la distinción entre singular y universal de la lógica tradicional. Deleuze atribuye a Leibniz este descubrimiento, que básicamente afirma que lo singular es lo que "se sale" de la regularidad. "He aquí que las matemáticas representan un viraje en relación a la lógica. El uso matemático del concepto de singularidad lo orienta sobre una relación con lo ordinario o lo regular y ya no con lo universal".[13] Esto tiene enormes implicancias para la teoría de la determinación. No determinamos lo singular cuando le aplicamos la significación de –o lo subsumimos bajo– un universal exterior o trascendente. Lo singular porta consigo el principio de una determinación inmanente, en la medida en que éste determina lo regular o lo ordinario manifestándose como una diferencia respecto a éstos. "Así pues, en la vecindad de una singularidad algo cambia: la curva crece o decrece. (…) Lo ordinario es la *serie*, lo que está entre dos singularidades, lo que va de la vecindad de una singularidad a la vecindad de otra".[14] ¿Qué es, pues, una serie? Tenemos ahora un nuevo concepto: es una tendencia regular de puntos que se prolonga entre dos singularidades. ¿Qué es una singularidad? Es un punto "ciego", o virtual, determinado pero irrepresentable, a partir del cual se proyecta una serie. El par regular-singular es mutuamente dependiente; y de hecho, no es estrictamente un par, sino que implica una multiplicidad. Un cuadrado posee cuatro puntos singulares, ente los cuales se proyectan cuatro series infinitas de puntos ordinarios que convergen todos en la formación de la figura (conocer la existencia y distribución de los cuatro puntos singulares determina completamente el cuadrado: sienta las condiciones para la composición de su figura). Luego, pueden señalarse puntos singulares en la serie de los cuadrados, como el cuadrado de lado =1, ante cuyo cálculo de diagonales el pitagorismo presintió la irrupción monstruosa, impensable entonces, de los números irracionales (siendo su diagonal = $\sqrt{2}$, valor incalculable en la época). En cada caso puede trazarse una cadena eslabonada según las categorías regular-singular-regular-singular-regular... cadena sin comienzo ni final. "La forma serial es pues esencialmente

11 *Cf.* Deleuze, Gilles, *Diferencia y repetición*, *op. cit.*, p. 270.

12 *Cf. ibid.*, p. 315.

13 Deleuze, Gilles, *Exasperación de la filosofía*, trad. Equipo editorial Cactus, Buenos Aires, Cactus, 2009, p. 76. Si Leibniz no llevó su pensamiento hasta una ontología de la diferencia, fue porque su perspectiva lo ataba todavía a pensar la realidad desde un origen definido según las exigencias de la representación infinita: Dios como el calculador del mejor de los mundos posibles, quien traza la serie infinita del mundo de acuerdo a un criterio de máxima convergencia o composibilidad. *Cf.* Deleuze, Gilles, *Diferencia y repetición*, *op. cit.*, p. 88-90.

14 *Ibid.*, p. 79. Cursivas mías.

multiserial. Ya es así en matemáticas, donde una serie construida en la vecindad de un punto no tiene interés sino en función de otra serie, construida en la vecindad de otro punto, y que converge o diverge de la primera”.[15]

II.- La exposición de la primera condición exigió introducir nociones de la segunda (básicamente la noción de singularidad). Esto es inevitable en tanto los tres momentos están en mutua y estrecha imbricación. Pero la segunda condición expresaba ante todo la necesaria dependencia de los términos que componen las series heterogéneas puestas en comunicación para fundar una estructura, y la correspondencia de las singularidades a esas relaciones que guardan los términos entre sí. La pregunta es ahora por la relación que vincula a los términos de las series, y la relación de éstas con las singularidades.

Si consideramos independientemente cada término de la serie $sen\,x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \ldots$, veremos que cada uno de ellos puede ser a su vez aislado de todos los restantes y considerado como una función de *x*; es decir, $y = \frac{x^3}{3!}$ es una función, como también $y = \frac{x^5}{5!}$, y así sucesivamente. En tanto funciones independientes, les corresponde un régimen de variación cuantitativa determinado, y una curva geométrica que expresa esa variación en un sistema de ejes cartesianos.

Pero los términos de la serie se encuentran en relaciones de mutua dependencia: el hecho de que todos ellos contribuyen, en su sumatoria, a la aproximación del valor de la función, y en su intersección gráfica, a la construcción de la curva correspondiente a la función de origen, es testimonio de esta mutua dependencia. Bajo la aparente independencia de los términos yuxtapuestos que nos sugiere la expresión de una suma, la serie de potencias esconde relaciones de *determinación recíproca* entre los mismos, en virtud de la cual todos contribuyen a la determinación completa de la función. Esto se basa en una interesante propiedad de la aproximación de funciones por serie de potencias: cada término de la serie se obtiene mediante la *derivación* del término precedente. En análisis matemático, se llama derivada de una función primitiva a una segunda función, obtenida a partir de la primitiva, que permite calcular el índice de variación instantánea de la primitiva. La derivada de una función constituye un recurso privilegiado para explorar los puntos singulares, y más aún lo es la expresión de la función en todas sus sucesivas derivadas en una serie de potencias. Cuando los términos sucesivos de la serie adquieren determinados valores (por lo general ceros), allí hay una singularidad de cierto tipo. Así, por ejemplo, cuando calculamos la serie en el valor de *x* que vuelve a su primer término = 0, la curva muestra ahí un máximo o un mínimo;

15 Deleuze, Gilles, *Logique du sens*, *op. cit.*, p. 50; traducción mía.

cuando el segundo término de la serie es = 0, la curva manifiesta un punto de inflexión; cuando el primer término es = ∞ , la curva posee un polo (es el caso de la singularidad analizada en nuestro ejemplo), etc. Cada término de la serie puede revelar una singularidad en un punto dado, y el estudio de la serie en torno a cada singularidad permite analizar el comportamiento de los puntos regulares u ordinarios que se prolongan de una singularidad a la siguiente. Los términos de la serie no son entonces arbitrarios sino que se desprenden de operaciones de derivación, y el cálculo de singularidades necesario para la determinación completa se realiza a su vez en virtud de estas operaciones. La utilidad de la serie de potencias se manifiesta en el cálculo de las singularidades, además de la exactitud progresiva de los resultados y la progresiva coincidencia de las curvas osculatrices. Estos fenómenos remiten a la mutua dependencia, por un lado, entre los términos heterogéneos que componen una serie, y por otro, entre las series heterogéneas que se proyectan *entre* las singularidades, las cuales rompen la continuidad de una serie a la vez que posibilitan la comunicación de una serie con otra. Pero todavía cabe preguntarse qué funda la derivación, o bien qué es aquello que sostiene la determinación recíproca.

III.- Pasamos así a la tercera condición de la estructura: el elemento paradójico que recorre las series poniéndolas en comunicación, produciendo y distribuyendo las singularidades y, por eso mismo, el sentido global de la estructura. En el marco de las operaciones previamente expuestas, es evidente que la pregunta se refiere a la instancia que permite obtener las sucesivas funciones derivadas que componen los términos recíprocamente determinados de la serie de potencias. Es sólo mediante esta operación que puede construirse esta serie y sus correspondientes singularidades.

La operación en cuestión es, según vimos, la derivación, y aquello que la hace posible es el elemento diferencial *dx*, en la medida en que se presenta en el seno de una relación diferencial, $\frac{dy}{dx}$, relación más allá de la cual ninguna independencia subsiste, pues cada término existe sólo en relación con el otro. La característica fundamental del elemento diferencial es la *indeterminación*; se trata de una magnitud inasignable, a la que no corresponde nunca ningún valor real, sino siempre uno más pequeño que cualquiera dado. Al aplicar un incremento diferencial a la variable x de una función, el resultado de esta función sufrirá una variación concomitante: $f(x+dx)=y+dy$. Despejando, podemos obtener la función derivada de *f(x)*, que equivale siempre a una relación diferencial $\frac{dy}{dx}=f'(x)$. Los elementos diferenciales introducen en el análisis matemático la posibilidad de extraer una multiplicidad inagotable de funciones a partir de una función dada, a partir de la derivación sucesiva. Realizan esto a través de una zona de indiscernibilidad que introducen en la función bajo la forma de incrementos indeterminados en sus variables. La derivación hace posible la construcción de la serie de potencias, y el elemento diferencial hace posible la derivación.

El estatuto de estos elementos diferenciales es problemático. No son magnitudes fijas, efectivamente existentes, ni meras ficciones válidas en el cálculo, ni variables de un tipo particular. Son, más bien, el fundamento de las cantidades, en la medida en que presiden el proceso genético de los términos de la serie. Si consideramos a *dx* bajo la perspectiva de la cantidad, lo reducimos a un mero elemento de la misma naturaleza que el orden de magnitudes que funda (las cantidades fijas o variables), a lo cual sin embargo se resiste. Una de las mayores preguntas que signó las matemáticas modernas es: "¿qué es *dx*?".[16] Los intentos de definir al paradójico elemento diferencial a partir del régimen de magnitudes preexistentes dejaron de lado el aspecto sub-representativo o extra-proposicional de este elemento.[17] Incomparable con las magnitudes fijas y variables en tanto que permanece completamente indeterminado, el elemento diferencial tiene un estatuto eminentemente problemático. En la ontología deleuziana esto quiere decir, a la vez, productor de soluciones, e inexistente en el orden de soluciones que produce. La relación diferencial testimonia la presencia de relaciones irreductibles bajo las relaciones aparentemente extrínsecas entre los términos aparentemente independientes que se sostienen en ellas. Así, *dx* funciona como ese "diferenciante" que recorre los términos de la serie por medio de las sucesivas derivaciones, y a la vez hace resonar una serie divergente con otra, a través de su distribución de singularidades. Sin embargo, hace todo esto sin identificarse con ninguna de las instancias que funda, y, de hecho, sin identificarse en absoluto: *dx* es por definición indeterminado, no hay ningún valor posible para *x* tal que $dx=x$.

* * *

¿Qué es, entonces, *dx*? Deleuze escribe: "es la Idea (...): el «problema» y su ser".[18] En efecto, en la terminología filosófica entretejida en el precedente análisis de las series matemáticas se encuentran los tres momentos de una noción central en la ontología de *Diferencia y repetición*: la Idea. Me refiero a los valores lógicos de lo indeterminado, lo determinable y la determinación, que se corresponden con los momentos de la reformulación deleuziana del principio ontológico de la razón suficiente: la determinabilidad, la determinación recíproca y la determinación completa. Cada uno de estos momentos de la Idea es mapeado por Deleuze a partir de diferentes instancias de la relación diferencial (elemento diferencial como lo indeterminado, relación diferencial como lo

16 Sobre los avatares históricos de los intentos de definición –o de refutación– de los fundamentos del cálculo diferencial puede consultarse el libro de Boyer, Carl Bejamin, *The history of calculus and its conceptual development*, Nueva York, Dover, 1959; y Kline, Morris, *Historia del pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, Madrid, Alianza, 1992, especialmente p. 516 y ss., y p. 533 y ss.

17 Deleuze, Gilles, *Diferencia y repetición, op. cit.*, p. 271-2.

18 *Ibid.*, p., 261.

determinable, y los valores de la relación –puntos regulares y singulares– como determinación). Si la descripción de la estructura o la del sistema partían de las series divergentes para llegar al elemento paradójico, la descripción de la Idea parte de *dx* como lo indeterminado para llegar a la determinación en la forma serial y repartición de singularidades, que posibilitan la composición de una forma.[19] ¿Debemos concluir que se trata de lo mismo? La semejanza en la descripción nos podría llevar a concluir la identidad de lo descripto, pero creo que esto no es un procedimiento prudente cuando se trata de la obra deleuziana. Aún si el camino fuera el mismo, su recorrido en uno y otro sentido no necesariamente lo será, y puede que la variación en la perspectiva conlleve más que una variación en la expresión. Pareciera incluso que los puntos de partida y de llegada no fueran puntos fijos. Sería extraño decir "la estructura es igual a la Idea", cuando no podemos decir que la Idea sea igual a sí misma. La estructura nos arroja a la Idea y la Idea a la estructura, así como una tendencia regular nos impulsa a una singularidad, y ésta, a una nueva regularidad, diferente de la primera. Así como, también, la experiencia real nos sumerge en un problema, y éste nos fuerza a producir su solución: una nueva configuración de la experiencia, una nueva cotidianidad. La filosofía de Deleuze es una cosa viva: su descripción de lo que significa pensar es acorde a la actividad que su lectura exige en el espíritu del lector. La lectura es problemática y problematizante, despierta la necesidad de producción de sentido frente a la impotencia de la voluntad de sistematización. Esa misma impotencia caracterizó los intentos de dotar a *dx* de un sentido unívoco en el lenguaje científico preexistente, y potenció toda la creación de conceptos del análisis matemático. La Idea es esa diferencial, esa actividad de la diferencia a la vez disgregante y genética, que manifiesta la impotencia en el pensamiento, "y donde el «no-poder» se transforma en potencia",[20] donde el encuentro con el sinsentido fuerza a producir el sentido, donde lo indeterminado se impulsa a la determinación. Se constituye así un estructuralismo genético, o un empirismo trascendental.

En efecto, en la medida en que este esquema busca explicar la génesis de lo pensable y de lo existente, la Idea deleuziana posee una impronta trascendental. Kant hablaba del mundo como de la serie de lo condicionado: todo fenómeno se presenta en el contexto de una cadena causal, a la vez causado y causante, enlazado en el sistema de la experiencia. Pero es incompleto decir que el mundo se compone de series fenoménicas: esto nos sumiría en una dispersión fragmentaria de términos que remiten a otros términos, hasta el infinito. Kant mostró la necesidad de recurrir a una Idea, como exigencia racional de un principio organizador y abarcador de la serie de lo condicionado, cuya función es realizar una totalización: "la razón busca, en esa síntesis de las condiciones que se desarrolla a la manera de una serie, [...] sólo lo incondicionado […]. Esto *incondicionado* está siempre contenido *en la totalidad absoluta de la serie*, cuando uno se la

19 Sobre esta descripción de la Idea, *cf. ibid.* 261-8.
20 *Ibid*., p. 301.

representa en la imaginación. Pero esta síntesis absolutamente completa es, a su vez, sólo una idea".[21] Esta idea, la idea de mundo, permitiría encauzar al entendimiento a un máximo de unidad sistemática en sus aplicaciones a los fenómenos. Las Ideas kantianas cuentan con la ventaja filosófica de no plantearse ya como objetos de conocimiento, sino como horizontes regulativos de la serie de objetos de la experiencia, no por ello menos "objetivos". Deleuze rescata de estas Ideas su función problematizante y heurística,[22] pero exige de ellas además una potencia genética interna e inmanente, liberada de toda forma de sumisión a una identidad previa; exigencias que la filosofía kantiana no alcanza a satisfacer.[23]

El mundo se compone de divergencias, de series heterogéneas, de estructuras conformadas por las relaciones entre los términos heterogéneos de esas series, de singularidades que superan una serie para saltar hacia otra. Singularidades y series se sostienen en la Idea, la diferencial del pensamiento, principio genético y comunicante que relaciona lo diferente con lo diferente mediante la diferencia. ¿Qué significa que la Idea *sea dx*? Las nociones matemáticas vertebran una ontología inmanente de la diferencia como principio productivo de la experiencia; la ontología se modula a partir de estas nociones. La relación diferencial y su correlativa distribución de singularidades se traducen en nociones ontológicas que contribuyen a la descripción del cosmos como complejo inmanente de las series divergentes: *caosmos*. Esto no implica que, según Deleuze, el mundo esté estructurado matemáticamente, en el sentido en que sería reductible a la matemática. Las series divergentes del cosmos no se reducen a *dx;* en todo caso, *dx* representa *una* divergencia *entre* las series del cosmos: "el cálculo diferencial pertenece por entero a las matemáticas, en el mismo momento en que encuentra su sentido en la revelación de una dialéctica que rebasa la matemática".[24] El mundo no está escrito en caracteres matemáticos, sino que la matemática cifra, a su manera y través de sus conceptos específicos, el movimiento dialéctico que da cuenta de lo real, movimiento cifrado de diversos modos y en diversos grados en sus distintas manifestaciones. La ciencia matemática es un efecto, una configuración parcial de un movimiento ontológico fundamental; configuración a la cual, en todo caso, puede atribuirse una virtud propedéutica: la de aproximarnos al funcionamiento de esa ontología que la excede y la funda, y que impulsa todos sus productos siempre más allá de sí mismos. Otros dominios, otras configuraciones encuentran su diferenciante, sus regularidades y singularidades, en otras instancias, siendo toda configuración algo parcial y variable. La Idea se repite en distintas estructuras bajo distintas formas, marcando el pulso diferencial de todas las series divergentes. Las series divergen en función de ese fundamento

21 Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura,* trad. M. Caimi, Buenos Aires, Colihue, 2009, p. 496 (A416 – B443-4).

22 Deleuze, Gilles, *Diferencia y repetición, op. cit.*, p. 259.

23 Deleuze se acopla en este punto a la crítica poskantiana a Kant sobre el carácter extrínseco de los componentes de su sistema. Las Ideas kantianas encarnan en Ideas distintas (alma, mundo y Dios) los tres momentos intrínsecos de a *la* Idea deleuziana: indeterminado, determinable, determinación. Por contrapartida, denuncia en el poskantismo una afirmación "dogmática" de la unidad que desnaturaliza la diferencia (*Cf. ibid.*, p. 260).

24 *Ibid.*, p. 273.

siempre desplazado, y se comunican engendrando nuevas series. Corresponde a cada repetición en la tarea del pensamiento, en cada caso, en cada dominio, lanzarse hacia el diferenciante que asegura tanto la organización de las series de un mundo como el salto a una nueva serialización.