Revista de Filosofía y Teoría Política, Nro. 45, 2014. ISSN 2314-2553
http://www.rfytp.fahce.unlp.edu.ar

ARTICULOS / ARTICLES

El *laberinto del continuo* del joven Leibniz y la paradoja de Aquiles y la tortuga

Federico Raffo Quintana

Universidad Nacional de Quilmes (UNQ)
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)
federq@gmail.com

Cita sugerida: Raffo Quintana, F. (2014). El laberinto del continuo del joven Leibniz y la paradoja de Aquiles y la tortuga. *Revista de Filosofía y Teoría Política,* (45). Recuperado de: http://www.rfytp.fahce.unlp.edu.ar/article/view/RFyTPn45a04

Resumen
En este trabajo se considerarán los desarrollos de Leibniz en torno al *laberinto del continuo* en sus años de juventud (1671-1676). Nuestra intención es tratar de determinar el modo como puede comprenderse la solución leibniziana de la paradoja de Zenón conocida como *Aquiles y la tortuga*. Para esto, luego de presentar las paradojas, señalaremos la estructura general de la solución y tres grandes momentos de su aplicación que se estructuran en torno a los siguientes escritos: *Theoria motus abstracti* (1671), *De minimo et maximo* (1673) y el diálogo *Pacidius Philalethi* (1676).

Palabras clave: Leibniz; Continuo; Paradojas de Zenón

Young Leibniz's *labyrinth of the continuum* and the paradox of Achilles and the tortoise

Abstract
In this paper we will consider young Leibniz's (1671-1676) developments regarding the *labyrinth of the continuum*. We intend to determinate the way in which Leibniz's solution of Zeno's paradox known as *Achilles and the tortoise* can be understood. In order to do this, after presenting the paradoxes, we will point out the general structure of the solution and three great moments of its application, which are structured in the texts: *Theoria motus abstracti* (1671), *De minimo et maximo* (1673) and the dialogue *Pacidius Philalethi* (1676).

Key words: Leibniz; Continuum; Zeno's Paradoxes.

Introducción

El problema de la composición del continuo ha sido muy trabajado por Leibniz en su juventud. Si quisiéramos explicar el *laberinto del continuo* en pocas palabras, deberíamos al menos señalar dos cuestiones fundamentales, a saber: la cuestión acerca de cómo están compuestas las magnitudes (si finita o infinitamente, si están divididas en acto o si la división es potencial, etc.) y la cuestión acerca de cómo deben ser entendidas las partes componentes mismas. Las magnitudes que nuestro autor considera son de muy distinto tipo: el espacio, el tiempo, el movimiento, los cuerpos, las entidades geométricas, etc.[1] Consecuentemente, se trata de un problema complejo que recae sobre varias disciplinas: en términos generales, es un problema metafísico, aunque hay problemas particulares del dominio de la matemática, de la física y de la ciencia del movimiento[2]. Nuestra intención es centrarnos fundamentalmente en este último terreno y pensar los desarrollos de Leibniz a partir de las paradojas del movimiento de Zenón (fundamentalmente la conocida como *Aquiles y la tortuga*), las cuales pueden, incluso, considerarse como el punto de partida histórico del problema del continuo.

Atendiendo a esto, nuestro trabajo se estructurará de este modo: primero, presentaremos las paradojas de Zenón y la solución propuesta por Aristóteles para, luego, considerar, hipotéticamente, cómo se posicionaría Leibniz frente al pensamiento del de Elea. Segundo, presentaremos la estructura general de la solución leibniziana y articularemos su evolución en tres momentos: en 1671, con su propuesta de los indivisibles en *Theoria motus abstracti*; en 1673, con la negación de los indivisibles y la afirmación de partes infinitamente pequeñas en el continuo en *De minimo et maximo*; tercero, con la modificación en la concepción de la división del continuo y la consecuente negación de componentes últimos en la colección de textos agrupados bajo el título de *De summa rerum*, en particular en el diálogo *Pacidius Philalethi*, el cual está dedicado a la “filosofía primera sobre el movimiento”, haciéndose presente allí otro concepto de capital importancia para nuestro estudio como es el de la (no) uniformidad del movimiento.

1. Las paradojas del movimiento de Zenón

Como es bien sabido, Zenón elabora las *paradojas sobre el movimiento* a los fines de argumentar a favor del Ser parmenídeo, uno, indivisible e inmutable. Las paradojas mismas atacan lo contrario de estas tres cosas: atacan la pluralidad (al menos, en lo que nos interesa, de partes de los continuos), atacan la divisibilidad de las magnitudes continuas, fundamentalmente del espacio y del tiempo, y evidentemente atacan también la presunta realidad del movimiento.

Ante la ausencia de registros textuales provenientes del mismísimo Zenón, apelaremos a la presentación que se encuentra en el libro VI de la *Física* de Aristóteles. En concreto, quisiéramos centrarnos en las dos primeras paradojas allí señaladas, las conocidas históricamente como "argumento de la dicotomía" y como "Aquiles y la tortuga". El estagirita presenta estos argumentos de este modo:

1. Argumento de la dicotomía:

   > Zenón formuló cuatro supuestos sobre el movimiento que han producido gran perplejidad en cuantos han intentado resolverlos. Según el primero el movimiento es imposible, porque lo que se moviese tendría que llegar a la mitad antes de llegar al término final.[3]

2. Argumento de Aquiles y la tortuga:

   > El segundo argumento, conocido como 'Aquiles', es éste: el corredor más lento nunca podrá ser alcanzado por el más veloz, pues el perseguidor tendría que llegar primero al punto desde donde partió el perseguido, de tal manera que el corredor más lento mantendrá la delantera.[4]

Consideraremos las paradojas, y en particular la primera de ellas, atendiendo exclusivamente a su interpretación tradicional derivada de Aristóteles y de sus comentadores, esto es, a la interpretación *regresiva*[5]. La interpretación tradicional y estándar del primer argumento sostiene que, sobre su base, se encuentra una tesis acerca de la divisibilidad del trayecto del móvil. Y en concreto, la divisibilidad es considerada como infinita. Si el trayecto es divisible de este modo, infinitamente, entonces, antes de arribar al punto final, el móvil deberá haber alcanzado la mitad; y para haber alcanzado la mitad antes debió alcanzar un cuarto del trayecto; y antes un octavo, y un dieciseisavo, y así *ad infinitum*. De este modo, ni siquiera se podría pensar un comienzo del movimiento, pues tal comienzo debería ser también infinitamente divisible, sin llegar nunca, por lo tanto, a un comienzo efectivo. Para que la paradoja ponga realmente en tela de juicio la realidad del movimiento, el trayecto debe asumirse no sólo como infinitamente divisible sino también como actualmente dividido. Justamente por esto es que el movimiento no tiene inicio. Y entonces, si el movimiento no tiene ni siquiera un comienzo, ¿puede seguir afirmándose que existe?

La interpretación tradicional y estándar del segundo argumento dice que, por más ventaja que Aquiles le deje a la tortuga en una carrera entre ellos, nunca podrá sobrepasarla porque, al alcanzar el punto de donde partió la tortuga, ésta, a su vez, debió avanzar un espacio por pequeño que sea; y cuando Aquiles vuelva a alcanzar este punto, la tortuga ya se encontrará en, al menos, un punto más adelante, y así sucesivamente. Como Aristóteles mismo advierte, este argumento posee la misma base que el anterior: en ambos se afirma la imposibilidad de llegar a un límite en la división infinita actual de una magnitud [6].

La crítica que hará Aristóteles apuntará, sin dudas, a cuestionar esta base común. De este modo, su análisis parte de considerar el concepto de infinito. Él distinguirá entre dos tipos: el infinito por sus extremos o por adición y el infinito por división. Podría pensarse la diferencia entre uno y otro tipo de infinito apelando a la distinción capital de la metafísica aristotélica entre acto y potencia. Una magnitud pensada como infinita por sus extremos es aquella en la que, en virtud de poseer una infinitud de partes, nunca se alcanza su término, o bien que sus extremos siempre se extienden como añadiéndoseles (o pudiendo añadírseles) una unidad. Una magnitud pensada como infinita por división es aquella que puede dividirse en infinitas partes; este sentido, por lo tanto, hace referencia a la potencialidad infinita de la división. Aquí vemos, por ende, la diferencia acto-potencial entre los tipos de infinito: en el primero se afirman en *acto* partes infinitas; en el segundo se afirma que una magnitud es *potencialmente* divisible al infinito.

A decir de Aristóteles, el error de Zenón ha sido confundir ambos sentidos o, mejor dicho, sostener que el continuo es infinito tanto en uno como en otro sentido. Una magnitud, como puede ser el trayecto de un móvil, es interpretada por Zenón como infinita por sus extremos, esto es, como poseyendo infinitas partes, y también como infinitamente divisible; para Aristóteles; en cambio, una magnitud sólo es infinita por división, es decir, potencialmente: "Ahora bien, el ser se dice o de lo que es en potencia o de lo que es en acto, mientras que el infinito es o por adición o por división. Y se ha dicho que la magnitud no es actualmente infinita, aunque es infinitamente divisible (…)"7.

Esta es la piedra angular de la concepción del continuo de Aristóteles: no posee infinitas partes en acto, como sí posee para Zenón, sino en potencia: "y en lo que es continuo hay un infinito número de mitades, no en actualidad sino potencialmente"8. Es más, la potencialidad de la división debe entenderse aquí en un sentido particular: es una potencialidad que no es susceptible de ser actualizada, pues "no hay un infinito tal que después sea en acto"9. Si fuera luego en acto, entonces se caería en las paradojas de Zenón. Que la divisibilidad infinita del continuo no sea actualizable es lo que lo distingue de Zenón, y justamente en esto consiste, para Aristóteles, la confusión del eleata.

2. Leibniz, frente a Zenón y Aristóteles

La solución leibniziana es muy distinta de la aristotélica, aunque no por eso hay que negar la influencia más o menos directa que recibió del estagirita10. También es distinta de la del eleata, sin que por ello no haya algo en común con su pensamiento. Podría decirse que en Leibniz hay algo de Zenón y algo de Aristóteles: al igual que Zenón (y a diferencia de Aristóteles) el continuo se compone de infinitas partes en acto11; al igual que Aristóteles (y a diferencia de Zenón), la realidad del movimiento queda salvaguardada.

Debe notarse que no existe una obra de Leibniz en la que su pensamiento acerca del continuo sea presentado completamente, aunque tal vez haya proyectado una tal obra 12. Sí hay, sin embargo, escritos en los cuales hay un tratamiento importante, pero por lo general se circunscriben a algún que otro problema en concreto de todos los que están involucrados en el *laberinto*. Esto dificulta, sin duda, la tarea de encontrar en sus escritos una estructura estable y permanente del continuo. Hay, sin embargo, una obra temprana de su pensamiento (aunque no por ello poco importante), *Theoria motus abstracti* de 1671 (de ahora en más *TMA*), en la cual, por primera vez, se encuentra un desarrollo más o menos sistemático. Las características del análisis leibniziano del continuo que ahora desarrollaremos se encuentran formuladas explícitamente allí y en algunas ocasiones también en obras posteriores, pero a veces no. Creemos, sin embargo, que el análisis de estos textos revela que su no explicitación no significa que no sean aceptadas sino que, por lo general, están supuestas; esto es, se encuentran tácitamente.

Que el continuo se componga actualmente de un número infinito de partes ya queda manifiesto al comienzo de los *Fundamentos predemostrables* de *TMA*. Los dos primeros fundamentos indican que: "(1.) Se dan en acto partes en el continuo (…), (2.) y éstas son infinitas en acto; en efecto, lo indefinido de Descartes no está en la cosa, sino en el pensante"13.

Algunas personalidades más o menos contemporáneas a Leibniz, como Descartes 14 o Galileo15, han sostenido que el continuo no se compone de un número finito de partes, pero tampoco de un número infinito. Ellos sostendrán, a decir de Leibniz, que se compone de un número indefinido. Para nuestro autor esto es insostenible, al menos en *TMA*: no es concebible la indeterminación, entendida en este sentido, de la realidad. No es lo mismo la indefinición que la infinitud 16, porque infinitas partes en acto son algo determinado. El continuo no es algo indefinido ni la división es indefinida. Para Leibniz no es contradictorio pensar una magnitud cualquiera compuesta de partes infinitas por lo mismo por lo cual no es absurdo pensar series infinitas unas mayores que otras 17.

Esta característica, como decíamos, es constante en el pensamiento de Leibniz. Lo que irá variando a lo largo de los años es el modo como entiende las partes del continuo, pero no el hecho de que ellas sean infinitas. Esto es importante porque se entrelaza con otra característica estructural de la respuesta leibniziana al problema del continuo, a saber, la afirmación de la realidad del movimiento (sin ello entrar en contradicción, claro está, con la infinitud de partes).

La realidad del movimiento se hace patente cuando Leibniz lleva a cabo lo que Richard Arthur ha llamado la "inversión de las paradojas de Zenón"18. La primera paradoja de Zenón sostiene que para alcanzar el punto final de un movimiento debe recorrerse primero la mitad, y antes de ella la cuarta parte, y antes un octavo, etc., de modo que no se puede llegar ni siquiera a afirmar el comienzo del movimiento ni, por tanto, su realidad en cuanto tal. Atendiendo a esto, entonces, la inversión leibniziana consiste en la suposición de que hay efectivamente movimiento (y no que es su existencia lo que debe probarse, como en el caso de Zenón) y que, por lo tanto, éste tiene indefectiblemente un comienzo. Leibniz intentará, entonces, identificar qué y cómo es este comienzo del movimiento. Este es justamente el modo de proceder de Leibniz en esta cuestión: considerar cómo son los comienzos de los movimientos, los cuales justifican, en última instancia, al movimiento en general. Así, en *TMA* afirma: "Se dan los indivisibles o inextensos; de otro modo no puede entenderse ni el inicio ni el fin del movimiento o cuerpo"[19]. Es importante destacar que, en el intento de fundamentar que existen los indivisibles, el autor manifiesta la aceptación tácita de la realidad del movimiento: "La demostración [de que hay indivisibles] es esta: se da el inicio y el fin del espacio, del cuerpo, del movimiento, de cierto tiempo"[20].

Pensemos ahora, en términos leibnizianos, las paradojas. La primera de ellas no supondría un problema para Leibniz, en la medida en que un movimiento se compone de infinitas partes. Sería posible recorrer, en un tiempo determinado, aunque infinitamente compuesto, un espacio que se encuentra a su vez infinitamente dividido[21]. El problema central se encuentra al pensar una hipotética respuesta a la segunda paradoja. Las dos características estructurales de la solución leibniziana del continuo que hemos mencionado no bastan para explicar cómo y por qué Aquiles supera a la tortuga.

3. La solución leibniziana a la segunda paradoja

Hay, sin embargo, otra gran característica del continuo leibniziano, a saber, que *existen partes del continuo más grandes que otras*. Lo que irá cambiando a lo largo de los años será la manera de entender dichas partes, pero no el hecho de que unas sean efectivamente mayores. Como veremos, Leibniz las entendió, en 1671, como indivisibles y luego en 1673 como partes infinitamente pequeñas del continuo. El modo como se aplica esta característica quedará más claro en los puntos siguientes.

Sin embargo, con el paso de los años la cuestión cobrará una nueva dimensión. En los dos casos recién mencionados, por ejemplo, Leibniz atiende con especial atención a las partes del continuo: considera si ellas son partes mínimas, si pueden ser consideradas como indivisibles, si son infinitamente pequeñas, etc. La cuestión se centra, por lo tanto, en la *composición* del continuo. Pero a medida que nos aproximamos a 1676 notamos que va apareciendo una nueva perspectiva de análisis: Leibniz comienza a dejar de centrarse en los componentes para centrarse con mayor detenimiento en la *división* del continuo, la cual eventualmente dará *como resultado* partes mayores que otras.

4. Los "conatos mayores que otros" de *TMA*

Leibniz, como se ha dicho, afirma en *TMA* que, si se dan los continuos, como son los cuerpos o los movimientos, entonces ellos deben tener un comienzo indivisible. Él toma el término de "indivisible" del matemático Cavalieri. Este autor entendía, respecto de una figura plana, que la totalidad de las líneas resultantes de la intersección de una línea (que denominó *regula*) con dicha figura son los *indivisibles* de tal figura. Algo análogo dijo respecto de las líneas mismas (la totalidad de puntos son sus indivisibles) y de las figuras sólidas (la totalidad de planos)[22]. Lo que en *TMA* Leibniz ofrece, como él mismo indica en el quinto fundamento predemostrable, es una *fundamentación* para el método de Cavalieri (fundamentación que, se aprecia, consiste, al menos, en una precisión desde el punto de vista conceptual del término).

En esta obra, se destaca que Leibniz denomina diversamente a los indivisibles, según sea el continuo que se considere. Así, cuando se refiere al movimiento, el indivisible será el conato; cuando se refiere a los cuerpos o el espacio, el indivisible será el punto; y cuando se refiere al tiempo, el indivisible será el instante[23].

Los indivisibles leibnizianos se caracterizan, en primer lugar, por ser *inextensos*. Si fueran extensos, entonces ellos podrían ser divididos y, si esto pudiera darse, no serían los conatos, por ejemplo, los verdaderos comienzos del movimiento sino alguna parte suya. Para que sean realmente inicios no deben admitir una nueva división, lo cual significa que son, justamente, inextensos e indivisibles.

Ahora bien: que lo indivisible no se pueda dividir en sus partes, no significa que no las tenga. Pero preguntarse si tiene o no partes no es algo menor, pues es aquello que le permite a Leibniz distinguir sus puntos de los euclidianos:

> *Punto* [esto es, indivisible] *no es lo que* no tiene parte ni [aquello] cuya parte no es considerada, sino aquello que *no tiene extensión*, o sea cuyas partes son indistantes, cuya magnitud es inconsiderable, inasignable, menor que la que [es asignable] con la razón, a no ser que pueda exponerse una [magnitud] infinita en relación con otra sensible, menor que la que puede darse.[24]

Así, lo indivisible tiene partes, aunque éstas permanecen indistantes entre sí. Poseen magnitud (no así extensión), aunque ésta sea impensable. Esto revela que los conceptos de magnitud y extensión no son sinónimos[25]. Leibniz explícitamente niega que se den los mínimos o puntos euclidianos en el continuo, entendiendo por ellos aquello que carece por completo de magnitud o partes[26]. Da dos grandes razones para negar su existencia. Primero, porque lo que no tiene partes no tiene una posición (*situs*), pues lo que está posicionado puede ser tocado por distintos lados, y esto no puede ocurrir en lo que no tiene partes. Así, no existiría el punto de contacto, por ejemplo. Segundo porque, de darse, debería decirse que tanto una magnitud como una parte de ella se componen de una serie igualmente infinita de componentes mínimos[27], lo cual es contradictorio en la medida en que atenta contra el principio lógico que sostiene que el todo es mayor que las partes, no igual a ellas.

La magnitud de los indivisibles, si bien es inasignable, es pensable relacionalmente.

Leibniz presenta dos relaciones que figuran la magnitud de lo indivisible, una de las cuales es particularmente importante. Esencialmente, se refiere al movimiento y a su indivisible, el conato. La primera relación considera un indivisible respecto del continuo: “El conato es al movimiento como el punto al espacio, o sea, como el uno al infinito”[28]. No es su relación, por lo tanto, como la del reposo al movimiento, los cuales se relacionan como la nada al uno. El conato es el inicio del movimiento, mientras que el reposo no posee inicio. La segunda de ellas presenta la relación de un indivisible respecto de otro: existen conatos mayores que otros. Leibniz pretende explicar, con esto, la diferencia entre los movimientos de dos cuerpos. Si un cuerpo se mueve más rápido que otro es porque el conato de uno es mayor que el del otro: “Que el conato es mayor que el conato, o bien que el cuerpo, que se mueve más rápido que otro, ya desde el inicio recorre más espacio, es evidente: pues si el inicio recorre lo mismo, siempre recorrerá lo mismo, puesto que el movimiento, como comienza, así sigue (…)”[29], supuesto, aclara, que no haya nada que lo perturbe.

Aquí es donde formalmente se entiende que Leibniz no cae en las paradojas de Zenón aun afirmando, al igual que el eleata, infinitas partes en acto: el continuo no se compone de una pluralidad de partes *iguales*, como serían los puntos euclidianos. De este modo, hay movimientos diferentes debido a que hay conatos mayores que otros.

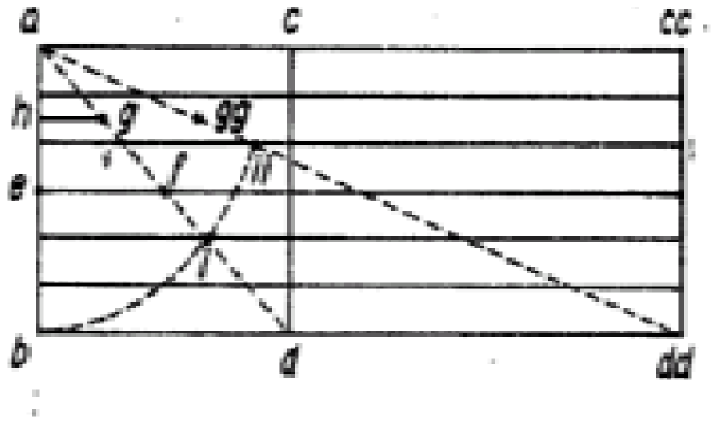
5. Los “comienzos infinitamente más pequeños que otros” de *De minimo et maximo*

Al poco tiempo de *TMA*, Leibniz comienza a dudar de la realidad de los indivisibles, aunque no del hecho de que haya partes mayores que otras. Veremos aquí cómo y por qué ha ido progresivamente abandonando la idea de los indivisibles y cómo, simultáneamente, adopta la idea de lo infinitamente pequeño.

La desaparición del concepto de indivisible de la escena leibniziana ha sido más o menos progresiva. En 1672, un año después de escribir *TMA*, Leibniz comienza a cuestionarlo. En *Demonstratio Substantiarum Incorporearum* se ve que Leibniz analiza varias de las mismas cuestiones que consideró un año antes, en *TMA*, aunque con algunas diferencias. Entre éstas, se destaca que a los puntos, instantes o conatos no los denomina “indivisibles”. Un conato será aquí visto como una parte del movimiento que se caracteriza por ser menor que cualquiera que podamos determinar o asignar sensiblemente[30], pero no como algo necesariamente inextenso e indivisible.

Sin embargo, Leibniz se replantea formalmente el asunto en *De minimo et maximo* (de ahora en más: *DMM*). En este texto, que se encuentra estructurado en una serie de proposiciones en pos de las cuales Leibniz pretende argumentar, niega la existencia de indivisibles. La primera de las proposiciones dice: “No se da lo Mínimo o indivisible en el espacio o cuerpo”[31]. Parecería que Leibniz identifica los mínimos que había negado en *TMA* con los indivisibles. Nuestra propuesta es que Leibniz cuestiona aquí una característica común, a saber: la indivisión. Así, el segundo argumento de *TMA* utilizado para negar los mínimos, aquí se extiende también para negar los indivisibles. Pero para que el argumento alcance esta nueva extensión, Leibniz primero debe mostrar que, supuestos los indivisibles, el continuo debería componerse íntegramente de ellos. La argumentación tiene dos momentos: el primero conduce a que el continuo se compone de indivisibles y el segundo conduce a que, de darse lo anterior, se generarían contradicciones32.

Primero: de darse un indivisible en una línea deben darse muchos. Supóngase una línea AB, como la presentada en el gráfico33:



Supónganse, además de esta línea, muchas otras perpendiculares a ella que sean, consecuentemente, paralelas entre sí. Supóngase, a su vez, que en las líneas puede encontrarse lo indivisible, aunque ellas no se compongan de ellos. Leibniz pone como caso que se piense lo indivisible, para cada línea, como un extremo. No hay ningún inconveniente en pensar que el único indivisible de una línea está en uno de sus extremos dado que eran pensados como "inicios". Pero si esto es así, dado que hay muchas líneas perpendiculares a AB, y dado que puede pensarse que uno de los extremos de cada una de estas líneas está *sobre AB*, entonces AB se compondrá no de uno sino de muchos puntos: todos aquellos que son, a su vez, extremos de las líneas perpendiculares.

Segundo: esto acarrea contradicciones. Para mostrar esto, postula una línea paralela a AB, CD, y traza una diagonal desde A hacia D. Ahora bien: lo mismo que se dijo de AB respecto de la multitud de puntos puede decirse de la diagonal AD. Ella también se compone de muchos puntos. Es más: dado que es la misma la cantidad de líneas perpendiculares a AB que la cantidad que pasa por AD, AB y AD se componen de la misma cantidad de puntos. Supóngase, ahora, una línea AI. Ella es supuesta como igual en extensión a la línea AB y como parte de la diagonal AD. Dado que AI es igual a AB, tendrá tantos puntos como aquella. Pero entonces AI poseerá tantos puntos como AB y AD, de la cual AI es una parte. El todo y la parte serían, así, iguales. Y para Leibniz esto es evidentemente contradictorio, dado que el todo es siempre mayor que la parte. Por lo tanto, no sólo no hay un indivisible (pues entonces habría muchos) sino que tampoco hay muchos (pues entonces se generaría una contradicción).

En *TMA*, Leibniz creyó que, con los indivisibles, se podían eludir los inconvenientes que se generan al afirmar que el continuo se compone de mínimos. Pero aquí nota que, de hecho, no logra eludirlos. Así, la negación de los mínimos y de los indivisibles está seguida de una afirmación. Leibniz sostendrá en *DMM* la existencia de lo infinitamente pequeño en el continuo: “Hay en el continuo algunas cosas infinitamente pequeñas, esto es, infinitamente menores que lo dado sensiblemente”[34]. El argumento que utilizará aquí para declarar la existencia de los infinitesimales es curiosamente similar al que utilizó en *TMA* para afirmar los indivisibles, esto es, aquel que se sigue de la “inversión de Zenón”. El inicio del continuo no es indivisible (pues ya los ha negado) sino una parte infinitamente pequeña: “se sigue que el inicio de la línea, esto es, aquella [línea] que es atravesada en el inicio del movimiento, es infinitamente pequeña”[35]. Leibniz interpreta los puntos, en el caso del movimiento, como líneas infinitamente pequeñas. La notable diferencia con el argumento propuesto en *TMA* está en que, en *DMM*, todo lo que se quite de la línea no pertenecerá a su inicio infinitamente pequeño: “En efecto, aunque ni mi mano pueda ni mi ánimo quiera proseguir la división al infinito, sin embargo, siempre puede entenderse en general que todo esto, lo que puede arrancarse conservado el inicio, no pertenece al inicio”[36].

En este texto también se mantiene la característica “hay partes mayores que otras”. Leibniz amplia, sin embargo, su alcance, en la medida en que sostiene: “Un punto puede ser infinitamente menor que otro”[37].

6. La división del continuo y la negación de la uniformidad del movimiento

La afirmación de la realidad de lo infinitamente pequeño es, sin embargo, puesta en tela de juicio luego de 1673, particularmente en la colección de textos denominada, en la edición crítica, *De summa rerum*[38]. En este apartado analizaremos qué resulta luego de la negación de la realidad actual de lo infinitamente pequeño, fundamentalmente centrándonos en el concepto de uniformidad del movimiento.

En un texto de abril de 1676, *Numeri infiniti*, Leibniz señala, a propósito de los infinitesimales: "Pero un Ente tal es una ficción, puesto que las líneas de este tipo son ficticias"[39]. Al dejar de atribuirles realidad, no podrá explicar el continuo con ellos. Consecuentemente, no son partes en absoluto[40]. En el contexto de este año, el continuo no se compone ni de mínimos, ni de indivisibles ni de infinitesimales. Leibniz entenderá el continuo como compuesto de "meras partes" o "intervalos". En este sentido, el concepto de "punto" quedará fuera del análisis de la composición del continuo. Es decir: el continuo no se compondrá de puntos, independientemente de cómo se los interprete. Con esta finalidad, Leibniz se ve obligado a reformular su definición: "Asumimos, en efecto, que un punto es aquello que no tiene partes, a saber, un extremo"[41]. Por su parte, lo infinitamente pequeño, si bien es negado como entidad real, no carece de valor, aunque el suyo no será un valor ni para la física ni para la mecánica ni para la metafísica. Sí lo será, sin embargo, para la matemática. Leibniz argumenta esto de este modo:

> Aunque estos Entes sean ficticios, sin embargo la Geometría exhibe verdades reales que podría exhibir de otro modo y sin ellos; pero estos entes ficticios son claramente abreviaciones de los enunciados, es decir, por esto, perfectamente útiles[42].

Si la geometría extrae conclusiones verdaderas haciendo uso de los infinitesimales, entonces ellos (entendidos como aquí Leibniz manifiesta), si bien son ficciones, serán útiles[43].

En la ciencia del movimiento, los infinitesimales correrán la misma suerte que en la física. De este modo, los conatos no serán entendidos como comienzos infinitamente pequeños de los movimientos dado que lo infinitesimal no es algo real. Por eso, dirá Leibniz: "Por lo tanto también los conatos, [como] en efecto demostré en otro lado, recientemente, son verdaderos movimientos, no infinitamente pequeños"[44].

En este contexto, consecuentemente, Leibniz alcanza una perspectiva más amplia de análisis del continuo. Intentando dilucidar cómo son los componentes, cobrará importancia el análisis de la *división* del continuo, división de la que *resultan* las partes o intervalos componentes. Un análisis de este tipo se encuentra en una obra que supo ser considerada como "una de las obras maestras descuidadas de la temprana filosofía moderna"[45], a saber: el diálogo *Pacidius Philalethi*.

Esta obra, escrita entre finales de octubre y comienzos de noviembre de 1676, es uno de los textos más extensos y detallados de su juventud acerca del problema del continuo físico. Leibniz mismo indica, en su comienzo, de qué tratará: “Se considera aquí la naturaleza de la mutación y del continuo en cuanto son en el movimiento”46. En efecto, como mostrará, el movimiento se define justamente a partir de aquellas notas. La definición de movimiento que Leibniz alcanza en este texto (y decimos “alcanza” porque el diálogo de Leibniz es fiel al estilo socrático, de modo que ‘alcanzar una definición’ es una tarea progresiva) es: el movimiento es una *mutación*, *continua* y *no-uniforme*. A continuación, consideraremos cada elemento de la definición.

6.1. El concepto de mutación

Leibniz entiende el movimiento como una *mutación de lugar47*. Él entenderá, a su vez, que la mutación es un *agregado* de dos existencias (en el caso del movimiento, la que se abandona al moverse y la que se alcanza con él) en dos momentos consecutivos. Que sea un agregado de dos existencias es algo que explica a partir de un ejemplo muy particular: el de la muerte, entendida como el acto mismo de morir48. La muerte, subraya, es un estado pasado respecto del estar muerto y es un estado futuro respecto del estar vivo. Lo que querrá mostrar con este ejemplo es que no existe un estado intermedio (al cual llama “estado de mutación”) entre el estar vivo y el estar muerto. Si hubiera un tal estado, entonces en el “acto mismo de morir”, en el momento mismo de la muerte, no se estaría ni muerto (pues *se está muriendo* en ese preciso instante) ni vivo (por el mismo motivo). Sin embargo (y aquí comienza a vislumbrarse el problema), no existe *un tercer estado* diferente del estar vivo y del estar muerto: alguien o está vivo o está muerto; “No hay un tercero”49, reconoce, apelando al principio usualmente conocido como “principio de tercero excluido”. Una mutación es, por tanto, un agregado de estados opuestos50.

Los dos estados opuestos son contiguos entre sí. Apelando a las definiciones aristotélicas, Leibniz afirmará que llamamos continuas a las cosas cuyos extremos son uno y contiguas a aquellas cuyos extremos son simultáneos51. Esto significa que los extremos del estar vivo y del estar muerto, siguiendo el ejemplo, si bien son distintos, al ser simultáneos son indistantes52.

En cuanto al tiempo implicado en la mutación, la conclusión es la misma. Esto es: si bien se dice que la mutación sucede en “un instante”, formalmente no puede existir este instante porque en él se estaría, siguiendo el ejemplo, vivo y muerto. Por lo tanto, el instante del que aquí se habla es, a decir del mismo Leibniz, un instante compuesto de dos, uno correspondiente al estado que se abandona y otro al estado que se alcanza[53].

A partir del concepto de mutación Leibniz ensaya la siguiente definición de movimiento:

> *Pacidio*: Por lo tanto, debes confesar que el movimiento de un cuerpo (…) se compone del último momento de la existencia en el lugar (…) del que se hace el movimiento y del primer momento de la existencia en el lugar próximo al que se hace el movimiento.[54]

6.2. El concepto de continuidad

La segunda nota definitoria del movimiento es la continuidad. ¿Qué entiende Leibniz por ella en este período? En este diálogo se refiere a ella en estos términos: "Quiero [llamar] aquello que no se interrumpe nunca por reposos, o que puede durar de modo tal que un cuerpo GH no exista más que un momento en el lugar (igual a sí) AB, CD, EF o en los [lugares] intermedios"[55]. La continuidad del movimiento se opone, primero, al reposo absoluto. Como señalamos, ya en *TMA*, es decir cinco años antes, afirmó: "La razón del reposo al movimiento no es la del punto al espacio [es decir, como el uno al infinito] sino que es la de nada respecto del uno"[56]. Tampoco son admitidos, segundo, los saltos, respecto de los cuales Leibniz dice: "Admito, pues, que estos saltos me molestan sumamente"[57].

6.3. El concepto de uniformidad

Es en este punto donde la cuestión puede llevar a aporías. Si, dirá Leibniz, se asume sin más que el movimiento es una mutación continua de lugar, entonces surgirán todos aquellos problemas que, a su decir, han sido conocidos con el nombre de "laberinto"[58]. De entre los problemas que se incluyen en él, a Leibniz le interesa aquí uno en particular: el problema de la composición del continuo en partes mínimas. No es que aquí Leibniz las acepte, sino todo lo contrario. De acuerdo a la definición de movimiento dada, deberían inevitablemente admitirse los mínimos. Leibniz dice al respecto: "Si un movimiento es continuo por algún tiempo, sin un reposo que interceda por cierto espacio o tiempo, se sigue que este espacio no se compone sino de puntos y el tiempo no sino de momentos"[59].

Si el movimiento es una mutación continua de lugar, entonces a un agregado le sigue inmediatamente otro, de modo que a la existencia A en el lugar (punto) A' en el tiempo (instante) A'' le sigue la existencia B en el lugar B' y en el tiempo B', y luego en el C, C' y C'', y así continuamente. De este modo: "Si el movimiento presente es un agregado de dos existencias, será continuado de muchas. Pues asumimos [que es] continuo y uniforme"60. La consecuencia que se sigue es, por lo tanto, que en el continuo no hay sino mínimos. Aquí, evidentemente, "punto" e "instante" no están siendo entendidos como extremos sino como unidades últimas. Sin embargo, para Leibniz es imposible que se den más que dos puntos inmediatos entre sí, de modo que el continuo no se compone íntegramente de mínimos. El interrogante, aquí, es: ¿qué es lo que le ha permitido a Leibniz arribar a esta conclusión y eludir el laberinto? Leibniz recuerda, en este sentido, que al movimiento se lo ha asumido continuo y uniforme. Pero, ¿es válida esta asunción? Y más aún: ¿qué significa la *uniformidad*?

No vemos que Leibniz haya dado una definición de la uniformidad. Es posible, sin embargo, reconstruir el uso que hace de esta noción. Según Samuel Levey, en la física del siglo XVII el concepto de uniformidad se aplica, en la mecánica, para indicar el carácter constante de la velocidad de un movimiento61. Esto es: cuando un movimiento posee una velocidad constante se dice de él que es uniforme. De acuerdo con esto, este concepto ya se encuentra, en el pensamiento leibniziano, desde *TMA*. En efecto, cuando allí Leibniz afirma que hay conatos mayores que otros y puntos mayores que otros, niega a su vez que haya instantes mayores que otros, "de donde el tiempo se expone por un movimiento uniforme en la misma línea"62. Cuando el movimiento es uniforme, constante, los puntos de la línea que se recorren son iguales, es decir, no unos mayores que otros. Es allí donde se puede contemplar la igualdad de los instantes, correspondientes cada uno a un punto. Si se coloca un movimiento no uniforme, los puntos no serán iguales (habrá puntos más grandes que otros, a saber, aquellos en los que haya conatos más grandes que otros), por más que los instantes deban ser iguales, ya que son aquellos los que efectivamente nos permiten precisar que hay conatos mayores que otros.

Se puede reconocer este mismo tipo de argumentación en el *Pacidius Philalethi*. Si el movimiento se asume uniforme, asunción acrítica hasta el momento, se avanza hacia una concepción de la composición del espacio, del tiempo, del movimiento, en fin, del continuo, en mínimos (puntos o momentos, respecto del espacio y el tiempo). El detallado análisis de la uniformidad asumida del movimiento que se realiza en este texto es un análisis análogo al que en *TMA* implica la afirmación de instantes iguales y puntos y conatos mayores que otros.

Donde, sin embargo, se hace evidente que Leibniz tiene en mente este concepto de uniformidad es en dos textos de 1672-73 que ya hemos mencionado, a saber, en *Demonstratio Substantiarum Incorporearum* y en *DMM*. Ya que el argumento es similar en uno y otro, seguiremos el desarrollo presentado en el primero de ellos. En aquel texto, en efecto, cuando Leibniz intenta demostrar que "El espacio continuo se compone de partes menores que cualquiera determinable por nosotros"[63], presenta un argumento en el que se menciona lo siguiente:

> Sea el espacio *ab*; en él supongamos que se entiende un cuerpo C con movimiento uniforme, y llega de *a* hacia *b* en el espacio de una hora. Es necesario que en el espacio de media hora llegue hasta *d*, y en el espacio de un cuarto hasta *e*, y en un octavo [*semiquadrantis*] hasta *f*, y así subdividiendo perpetuamente en la misma razón el lugar y el tiempo.[64]

En este caso es muy claro que el movimiento uniforme es uno constante en su velocidad. La uniformidad (o su negación) es un concepto que articula la estructura del espacio, del tiempo y del movimiento entre sí. El supuesto de un movimiento uniforme requiere una estructura del espacio y del tiempo determinada que sea compatible con él. Hay una suerte de correlación entre la estructura de uno y otro continuo que es la que los enlaza[65]. El movimiento uniforme es un gran elemento para revelar el entrelazamiento. A un movimiento constante le corresponde una división "constante" del espacio y del tiempo.

En el *Pacidius Philalethi*, sin embargo, indicará que ningún movimiento se mantiene uniforme. De allí resulta que el continuo no se compone de puntos o partes iguales unas con otras. De este modo, se ha asumido erróneamente la uniformidad. El movimiento es una mutación de lugar continua pero *no* uniforme: "Por consiguiente, [aunque] se busque todo tipo de escapatorias, debe concederse que es imposible un movimiento continuo en el cual un móvil atraviesa algún lugar en algún trecho de tiempo sucesivamente sin reposos que intercedan uniformemente"[66]. Por lo tanto, no se dividirá en puntos mínimos, sino que estos, en cuanto extremos, sólo pueden resultar de la división del continuo en sus partes: "Pero no hay puntos, líneas, superficies en cualquier parte y en general los extremos no son otra cosa que [las] que surgen al dividir: y las partes no existen en el Continuo también antes de que se produzcan por la división"[67].

De este modo, el movimiento está actualmente dividido en una infinitud de otros movimientos (del mismo modo que los cuerpos están divididos en una infinitud de otros cuerpos), cada uno de los cuales es diverso de los otros, siendo que, por lo tanto, el movimiento no se mantiene uniforme en ninguno de ellos[68]. La división del continuo es infinita no en el sentido de que se llegue a unidades mínimas o infinitamente pequeñas, sino en el sentido de que cada parte está actualmente dividida en una infinitud de partes no uniformes, desiguales entre sí, no mínimas. A propósito de la distinción entre la división en mínimos y la división sin fin, Leibniz mismo señala, en un texto del 15 de abril del mismo 1676, lo siguiente:

> Son cosas distintas estar dividido sin fin y estar dividido en mínimos. A saber, [en la división sin fin] no habrá parte última. Del mismo modo, en una línea sin término no habrá un último punto. Si suponemos que un cuerpo está dividido en tantas partes como pies [hay] en una línea sin término, no por ello se dividirá en mínimos, pues se dividirá en más si estuviera dividido en tantas partes como pulgadas en la misma línea sin término.[69]

Conclusiones

Aprovecharemos aquí para recapitular la argumentación y las conclusiones parciales del trabajo. Ante todo, en el análisis leibniziano del continuo se encuentran, inicialmente, dos características estructurales: por un lado, la afirmación de infinitas partes en acto, piedra angular de la filosofía natural de Leibniz desde muy temprano en su pensamiento. Por otro lado, en el caso que aquí particularmente nos compete, la afirmación del movimiento, en el sentido de que nuestro autor no pretende justificar su existencia sino explicar cómo está constituido, esto es: cómo son sus partes y sus inicios. La gran preocupación de Leibniz, consecuentemente, se centra en conciliar ambas características evitando las contradicciones y dando respuesta a las dificultades que abundan en el laberinto del continuo. La preocupación, entonces, podría formularse así: ¿cómo deben ser las partes de dos trayectos distintos, ambos infinitamente compuestos en acto, para que puedan ser recorridos, en un mismo tiempo, por dos móviles? O bien: ¿cómo se explica que, en un mismo tiempo, dos móviles recorren trayectos de diferente largo? Lo que se revela es que Leibniz reconoce una tercera característica estructural, a saber: que hay partes mayores que otras. Así, ha intentado explicar las partes, en distintos momentos de su pensamiento, como indivisibles (*TMA*), infinitesimales (*DMM*), o bien como 'meras partes' o intervalos cuyos extremos son puntos, de modo tal que no sean admitidas ni cantidades indivisibles ni infinitamente pequeñas en la naturaleza (*Pacidius Philalethi*). En el contexto de 1676, Leibniz presta particular atención al concepto de uniformidad del movimiento, de cuya dilucidación se seguirá la respuesta a la preocupación antes indicada. Lo que se revela es que ningún movimiento es constante en su velocidad, de modo tal que, en un instante de su movimiento, un móvil recorre un intervalo distinto que el recorrido anterior o posteriormente, intervalo que es proporcional a su velocidad. Por consiguiente, si intentáramos reconstruir, hipotéticamente, el argumento que Leibniz podría ofrecer a la paradoja de Aquiles y la tortuga de Zenón, deberíamos decir que Aquiles superaría a la tortuga porque las partes de su trayecto son mayores que las del trayecto de la tortuga debido a que, sencillamente, él se mueve a una mayor velocidad.

Notas

1 Sobre el concepto de magnitud, puede verse el escrito de Leibniz *De magnitudine*, A VI 3, 482. Allí se indica, por ejemplo: "Debe considerarse que la magnitud se halla en el Lugar, Tiempo, Cuerpo, Movimiento, Ángulo, Cualidad, Virtud, Número, Razón", indicando justamente la pluralidad de cosas que son, para nuestro autor, magnitudes. "Considerandum est magnitudinem reperiri in Loco, Tempore, Corpore, Motu, Angulo, Qualitate, Virtute, Numero, Ratione". Todas las traducciones de los textos de Leibniz de este trabajo son nuestras. Dado que se utilizarán una pluralidad de textos de Leibniz, señalamos aquí que todos ellos son tomados de Leibniz (1923 y ss.), indicándose en cada caso el escrito y la referencia dentro de dicha edición.

2 Una introducción más detallada acerca de este laberinto puede encontrarse, por ejemplo, en Lawrenz (2010), punto 1: "The Labyrinth of the Continuum". También puede verse Arthur, R., (1998).

3 Aristóteles (1995) 239b10

4 Aristóteles (1995) 239b15.

5 Pueden encontrarse otras interpretaciones posibles en Vlastos, Gregory (1966).

6 Cf. Aristóteles (1995) 239b20.

7 Aristóteles (1995) 206a14-17.

8 Aristóteles (1995) 263a28.

9 Aristóteles (1995) 206a20.

10 Ver el punto 6.1.

11 No estamos diciendo, sin embargo, que Leibniz haya tenido explícitamente en mente el pensamiento de Zenón sino que, en este sentido, seguimos la interpretación de R. Arthur (2000), p. 1, para quien una comparación directa entre Zenón y Leibniz es, al menos, informativa: "Creo que en su tratamiento de los problemas del movimiento continuo y la pluralidad Leibniz emplea un estilo característico de argumentar –un argumento-esquema- que puede ser útilmente considerado como una inversión de la

típica manera de razonar de Zenón". Sobre el infinito actual en el pensamiento de Leibniz, puede verse Arthur, 1986.

12 Como sugiere al menos en su juventud en una suerte de esquema de una enciclopedia que pretendía desarrollar, *Guilielmi Pacidii de rerum arcanis*: "6) Primer laberinto, o sobre el Destino, la Fortuna, la Libertad. 7) Segundo laberinto, o sobre la Composición del continuo, el tiempo, el lugar, el movimiento, los átomos, lo indivisible y lo infinito".A VI 3, p. 527. "6) Labyrinthus prior, seu de Fato, Fortuna, Libertate. 7) Labyrinthus posterior, seu de Compositione Continui, tempore, loco, motu, atomis, indivisibili et infinito".

13 *TMA*, A VI 2, p. 264. "(1.) Dantur actu partes in continuo (…), (2.) eaeque infinitae actu, indefinitum enim Cartesii non in re est, sed [in] cogitante".

14 Descartes (en Descartes y Leibniz 1989, p. 96). Allí afirma: "Sin embargo, hay que confesar que en este movimiento hay algo que nuestra mente percibe que es verdadero, pero que no comprende cómo ocurre, a saber, una división hasta el infinito, o indefinida, de algunas partículas de materia, en tantas partes que no podamos pensar en ninguna que sea tan diminuta, que entendamos que no está dividida realmente en otras todavía más pequeñas".

15 Leibniz mismo, en una lectura juvenil del *Discorsi e dimostrazioni matematiche in torno a due nouve science* de 1638 (que se encuentra en A VI 3, pp. 167-168), afirma respecto de Galileo: "A la cuestión sobre si las partes del continuo son finitas o infinitas, Galileo responde que es neutro, esto es, tales que respondan a cualquier número dado (+esto es, indefinidas+)"."Ad quaestioneman partes continui sint finitae, an infinitae respondet Galilaeus neutrum esse, sed tales ut respondeant cuilibet numero dato (+seuindefinitas+)".

16 Descartes señala (Descartes y Leibniz, p. 97): "Y aunque no podamos comprender o abarcar con el pensamiento el modo en que ocurre esta división indefinida, no debemos dudar que ocurra, porque percibimos con claridad que tal división se sigue necesariamente de la naturaleza de la materia tal como evidentísimamente la conocemos, así como que se trata de una de las cosas que nuestra mente, por ser finita, no puede captar". Consecuentemente, la indefinición como tal está relacionada con la limitación humana de conocer, y de allí que Leibniz señale, como indicamos antes, que lo indefinido no está en la cosa sino en la mente.

17 Libert Froidmont, en su obra de 1631, p. 37, señala que "ciertamente, nada prohíbe que un infinito sea mayor que otro; del mismo modo que en el número infinito de hombres posibles son infinitas no solamente las unidades sino [también] las centenas, aunque las unidades sean más que las centenas". Leibniz conocía bien la obra de este autor, lo que se revela por sus reiteradas referencias (por ejemplo, A II 1, 111). Es posible, consecuentemente, que esta idea tenga sus raíces en el pensador belga.

18 En Arthur (2000).

19 *TMA*, A VI 2, p. 264. "Dantur indivisibilia seu inextensa, alioquim nec initium nec finis motus corporisve intelligi potest".

20 *TMA*, A VI 2, p. 264. "Demonstratio haec est: datur initium finisque spatii, corporis, motus, temporis alicujus".

21 Sin embargo, como señala en *TMA*, no debe interpretarse esto como si en un instante se recorriera un espacio infinito, sino que hay cierta proporcionalidad entre espacio y tiempo tal que, en un instante, sólo se recorre un espacio puntual: "…pero un conato cualquiera no puede recorrer en un solo instante más que un punto, es decir, una parte de espacio menor que la que se pueda mostrar a la vista; de otro modo recorrería en el tiempo una línea infinita" (A VI 2, 267). "…sed quilibet conatus non potest percurrere

uno instanti plus quam punctum, seu partem spatii minorem, quam quae exponipotest; alioquin in tempore percurrer et lineam infinitam".

22 Para este tema véanse los artículos de Kirsti Andersen (1986) y (1985).

23 Cf. *TMA*, A VI 2, p. 264.

24 *TMA*, A VI 2, p. 265."Punctum non est, cujus pars nulla est, nec cujus pars non consideratur; sed cujus extensio nulla est, seu cujus partes sunt indistantes, cujus magnitudo est inconsiderabilis, inassignabilis, minor quam quae ratione, nisi infinita ad aliam sensibilem exponi possit, minor quam quae dari potest".

25 En una carta a J. Thomasius del 20/30 de abril de 1669, nuestro autor señala que por magnitud entiende el número de las partes (cf. A II 1, 22). En este sentido, el tiempo, por ejemplo, también es una magnitud: "El tiempo no es otra cosa que la magnitud del movimiento" (ibídem). "Tempus nihil aliud est quam magnitudo motus". Así, él encuentra, en el laberinto del continuo, un problema que no se circunscribe al estudio de la estructura de los cuerpos sino que es mucho más amplio.

26 Cf. *TMA*, A VI 2, p. 264.

27 Cf. *TMA*, A VI 2, p. 264. Libert Froidmont, en *Labyrinthus,* menciona un gran número de argumentos que muestran la imposibilidad de que una magnitud se componga de puntos en acto (capítulos VII-XV).

28 *TMA*, A VI 2, p. 265. "Conatus est ad motum, ut punctum ad spatium, seuutunum ad infinitum…".

29 *TMA,* A VI 2, p. 266. "Conatum conatu majorem esse, seu corpus, quod celeries alio movetur, jam ab initio plus spatii absolvere, patet: nam si initio tantundem absolvit, semper tantundem absolvet, quia motus ut incipit, ita pergit…".

30 Cf. *Demonstratio Substantiarum Incorporearum*, A VI 3, p. 81.

31 *DMM*, A VI 3, p. 97. "Nullum datur Minimum, sive indivisibile in spatio et corpore".

32 El argumento que presentaremos puede encontrarse en *DMM*, A VI 3, pp. 97-98.

33 El gráfico se encuentra en la edición crítica, A VI 3, 97.

34 *DMM*, A VI 3, p. 98. "Sunt aliqua in continuo infinite parva, seu infinities minora, quovis sensibili dato".

35 *DMM*, A VI 3, p. 99. "…sequitur initium lineae, seu quod initio motus percurritur esse infinite parvum".

36 DMM, A VI 3, 99."Etsi enim nec manus mea, possit, nec animus velit prosequi divisionem in infinitum; potest tamen semel in universum intelligi, id omne ad initium non pertinere, quod salvo initio abscindi potest".

37 *DMM*, A VI 3, p. 99."Punctum unum alio potest esse infinities minus".

38 Cf. A VI 3, *F. DE SUMMA RERUM*, pp. 461-588.

39 *Numeri infiniti*, A VI 3, p. 499. "At tale Ens fictitium est, quoniam lineae eiusmodi fictitiae".

40 Véase, sobre la afirmación de partes infinitesimales actualmente existentes, el trabajo de Arthur (2009).

41 *Numeri infiniti*, A VI 3, p. 498. "Posuimus enim punctum cuius pars nulla est, extremum scilicet".

42 *Numeri infiniti*, A VI 3, p. 499. "Etsi Entia ista sint fictitia, Geometria tamen reales exhibet veritates, quae aliter, et sine ipsis enuntiari possunt, sed Entia illa fictitia praeclara sunt enuntiationum compendia ; vel ideo admodum utilia".

43 Para esto también véase *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 541.

44 *De motu et materia*, A VI 3, p. 492. Lo que no queda claro es cuál es ese "otro lado" al que Leibniz remite aquí. Cf. Arthur (2009) punto: "Phase 3: infinitely small lines proportional to endeavours".

45 "One of the neglected masterpieces of early modern philosophy". Levey, Samuel (1998), p. 50.

46 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 529."Consideratur hic natura mutationis et continui, quatenus motui insunt".

47 Cf. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 534.

48 Cf. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 535.

49 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 535. "Tertium nullum est".

50 Cf. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 541.

51 Cf. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 537.

52 Cf. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 557. Esta expresión es recurrentemente utilizada (y está muy bien explicada) por Levey (2003) p. 374 y ss.

53 Cf. *Pacidius Philalethi*, A, VI, 3, p. 541.

54 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 541. "*Pa.*: Ergo fateri debes motum corporis(…) esse compositum ex novissimo momento existentiae in loco (…) a quo fit motus, et primo momento existentiae in loco proximo adquem fit motus corporis".

55 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 542. "Hoc volo, aliquando nulla quiete interrumpi, sive ita durare posse, ut corpus GH nullo in loco (aequali sibi) AB, CD, EF vel intermediis existat ultra momentum".

56 *TMA*, A VI 2, p. 265. "Quietis ad motum non est ratio quae puncti ad spatium, sed quae nullius ad unum".

57 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 560. "Fateornam me valde mordent istisaltus".

58 Cf. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 548.

59 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 546. "*Pa.*: Si jam continuus est aliquamdiu motus, sine intercedente quiete, per aliquod spatium tempusque, tunc sequitur id spatium componi non nisi ex punctis, et tempus non nisi ex momentis".

60 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 546. “Si motus praesens est aggregatum duarum existentiarum, erit continuatus plurium. Nam continuum sumsimus atque uniformem”.

61 Cf. Levey (2003), p. 385.

62 *TMA*, A VI 2,p. 266.“…unde tempus exponitu rmotu uniformi in linea eadem”.

63 *Demonstratio Substantiarum Incorporearum*, A VI 3, p. 81.“Spatium Continuum componitur ex partibus qualibet a nobisdeterminabili minoribus”.

64 *Demonstratio Substantiarum Incorporearum*, A VI 3, p. 81.“Esto spatio *ab*, in eo ferri intelligatur corpus *C* motu uniformi et horae spatio pervenire ex *a* in *b*, necesse est semihorae spatio pervenire in *d* et spatio quadrantis in *e* et semiquadrantis in *f* et sic perpetuo subdividendo in eadem ratione locum et tempus”.

65 En la edición crítica se indica que en *DMM* Leibniz había incluido un pasaje, que luego quitó, en el que se indicaba: “Si no se dan mínimos en el tiempo y el espacio, no se darán en el movimiento y el cuerpo; y por consecuencia, [no se dará] ninguno en el universo” (A VI 3, 97), marcando justamente la correlación. “Si nulla dantur minima in tempore et spatio, nec dabuntur in motu et corpore; ac per consequens nulla in universum”. El motivo por el cual Leibniz finalmente descartó este pasaje puede haber sido para tratar separadamente la negación de los mínimos respecto de los cuerpos y el espacio, por un lado, y del movimiento y el tiempo, por otro, como se manifiesta en la versión final. Nuevamente, puede considerarse aquí una influencia de Froidmont, quien en su obra señala que es sabido que “una infinitud de partes del tiempo resulta de una infinitud de partes del espacio, y no puede defenderse una sin la otra con ninguna razón” (Froidmont (1631), p. 22).

66 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 556. “Concedendum est ergo quicquid tergiversemur, motum continuum quo mobile aliquo temporis tractu aliquem locum successive sine quiete intercedente uniformiter transmittat impossibilem esse”.

67 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, p. 553. “Sed alibi non esse et puncta, lineas, superficies, et in universum extrema non alia esse, quam quae fiunt dividendo: et partes quoque non esse in Continuo antequam divisione producatur”.

68 Cf. *PacidiusPhilalethi*, A VI 3, p. 565.

69 *De veritatibus, de mente, de Deo, de Universo*, A VI 3, p. 513. Seguimos, para el final de la expresión, la traducción de R. Arthur presentada en Leibniz, G. W. (2001).p. 4. “Itaque aliud est sine fine divisum et in minima divisum esse. Scilicet pars ultima erit nulla. Quemadmodum in linea interminata punctum ultimum est nullum. Ut si corpus ponamus in tot esse partes divisum quot sunt pedes in linea interminata, non ideo erit in minimas divisum, nam in plures divideretur, si in tot quot sunt digiti in eadem”.

Bibliografía

Andersen, Kirsti (1986). The Method of the Indivisibles: Changing Understandings. *Studia Leibnitiana*, Sonderheft 14, 14-25.

Andersen, Kirsti(1985).Cavalieri's Method of Indivisibles. *Archive for History of Exact Sciences*, 31, 291-367.

Aristóteles (1995). *Física*. Madrid: Gredos. Introducción, traducción y notas de Guillermo R. de Echandía.

Arthur, Richard T. W. (2000), "Leibniz's Inversion of Zeno: Continuity of Motion, Substantial Action and Plurality", enhttp://www.humanities.mcmaster.ca/~rarthur/papers/LIZ.pdf. [Última consulta: 15 de mayo de 2012]

Arthur, Richard T. W.(2009)."Actual Infinitesimals in Leibniz's Early Thought". The Philosophy of the Young Leibniz, *Studia Leibnitiana Sonderhefte* 35, ed. Mark Kulstad, Mogens Laerke and David Snyder, 11-28. Puede encontrarse digitalmente en http://www.humanities.mcmaster.ca/~rarthur/articles/actual-infinitesimals.pdf [Última consulta: 29 de julio de 2013].

Arthur, Richard T. W.(1986). Leibniz on Continuity. PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association, Vol. 1, pp. 107-115.

Arthur, Richard T. W.(1998). Cohesion, Division and Harmony: Physical Aspects of Leibniz's Continuum Problem (1671-1686). *Perspectives of Science*, Vol. 6 nos. 1 & 2, pp. 110-135.

Descartes, René, y Leibniz, G.W. (1989). *Sobre los principios de la filosofía*. Madrid: Gredos. Traducción y notas por E. López y M. Graña.

Froidmont, Libert (1631). *Labyrinthus sive de compositione continui*.Anvers.

Lawrenz, Jürgen (2010).*Leibniz: The Nature of Reality and The Reality of Nature. A Study of Leibniz's Double-Aspect Ontology and the Labyrinth of the Continuum*. Cambridge: Cambridge Scholars Publishing.

Leibniz, G. W. (1923 y ss.).*Sämtliche Schriften und Briefe*. Darmstadt y Berlin: Akademie-Verlag. (Citado como A)

Leibniz, G. W.(2001). *The Labyrinth of the Continuum. Writings on the Continuum Problem, 1672-1686*. New Haven y Londres: Yale Univerisity Press. Textos seleccionados, traducidos y editados, e introducción elaborada, por Richard T. W. Arthur.

Levey, Samuel (2003). The Interval of Motion in Leibniz's *Pacidius Philalethi*. *NOÛS*, Vol. 47, No. 3, pp. 371-416.

Vlastos, Gregory (1966). Zeno's Race Course. *Journal of the History of Philosophy*, 1966, Vol. IV, No. 3, pp. 95-108.

Recibido: 4 de junio de 2013
Publicado: 1 de diciembre de 2014