ARTÍCULOS

En defensa del argumento finitista

DIEGO TAJER
Universidad de Buenos Aires
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

Resumen: En este artículo, analizo las principales respuestas que se han dado al argumento finitista de Etchemendy (1990), y muestro que ninguna de ellas es exitosa. Primero, describo y critico las propuestas que intentan resolverlo apelando a consideraciones modales. Estas soluciones fallan porque presuponen un finitismo demasiado débil, donde se acepta la existencia de infinitos conjuntos o de mundos posibles con infinitos objetos. Pero hay versiones más fuertes del finitismo que reintroducen el problema. Luego considero las soluciones que apelan a categorías semánticas. Una de ellas categoriza incorrectamente este problema como un desacuerdo sobre el significado de los cuantificadores. La otra solución falla porque, si fuera tomada en serio, tendría efectos muy nocivos para la lógica en general. Finalmente argumento que la mejor solución es morder la bala y aceptar que la lógica no debería ser fuertemente independiente de algunos asuntos que tradicionalmente fueron considerados como 'extralógicos'.

Palabras clave: consecuencia lógica, Tarski, Etchemendy, argumento finitista.

In Defence of the Finitist Argument

Abstract: In this paper, I analyze the main replies that have been given to Etchemendy's (1990) finitist argument, and I show that none of them is successful. First, I describe and criticize the proposals that try to solve the problem by appealing to modal considerations. These solutions fail because they presuppose a very weak finitism, where the existence of infinitely many sets, or possible words with infinitely many objects, is accepted. But there are stronger versions of finitism that reintroduce the problem. Then I consider the solutions which appeal to semantical categories. One of them incorrectly categorizes the problem as a disagreement in the meaning of the quantifiers. The other fails because, if taken seriously, it would have harmful effects on logic in general. Finally I argue that the best solution is to bite the bullet and accept that logic shouldn't be strongly independent from some issues which were traditionally considered as 'extra-logical'.

Key-words: logical consequence, Tarski, Etchemendy, finitist argument.

1. El argumento finitista

La noción de consecuencia lógica que propone Tarski (1936), y que se ha transformado en la paradigmática, pretende reflejar la idea de validez como preservación de verdad. También busca conservar el requisito de formalidad, es decir, que la validez de un argumento dependa solamente de la forma lógica de las oraciones en cuestión, para evitar que la validez dependa "de nuestro conocimiento del mundo externo, y en particular de nuestro conocimiento de los objetos de los cuales se habla en las oraciones de la clase R [premisas] o en la oración X [conclusión]" (Tarski 1936: 183). En ese sentido, suele decirse que la noción tarskiana pide que la relación de consecuencia sea necesaria: los argumentos serán válidos o inválidos sin importar cómo sea el mundo particular en el que estamos.

Como sabemos, la propuesta de Tarski se basa en la noción de modelo. La caracterización tarskiana de los modelos es distinta a la actual[1] pero el asunto es irrelevante para este artículo; como es costumbre (y sin entrar en detalles), llamaremos modelo de la clase S a una manera conjuntista de interpretar las constantes

[1] Por ejemplo, un modelo tarskiano no interpreta constantes sino solamente variables. Véase Hodges 1986.

no lógicas de las oraciones de S que las hace verdaderas a todas ellas. Salvando ese anacronismo, la definición de consecuencia que nos da Tarski es la siguiente:

> Decimos que una oración se sigue lógicamente de las oraciones de la clase Z sii todo modelo de la clase Z es al mismo tiempo un modelo de la oración X. (Tarski 1936: 186)

Según Tarski, esta definición es adecuada fundamentalmente porque podemos probar a partir de ella que: (a) una oración que se sigue de oraciones verdaderas debe ser verdadera; y (b) la relación de consecuencia es independiente del sentido de las constantes no lógicas en las oraciones relacionadas (Tarski 1936: 186-187).

Tarski reconoce un gran problema abierto a su definición: la división entre constantes lógicas y no lógicas. Admite que no encuentra "razones objetivas" para adoptar una división y no otra. Luego, y esto nos importará, considera que este debate puede ser importante para determinar cuáles son las "tautologías", o según Wittgenstein y parte del Círculo de Viena, las oraciones que no dicen nada sobre el mundo real (Tarski 1936: 188). Finalmente, advierte que no estaría sorprendido si la división en cuestión fuera arbitraria y relativa, dado que el concepto de validez en el lenguaje ordinario es también bastante inestable.

En su célebre texto, Etchemendy (1990) sostuvo que la propuesta tarskiana no logra dar con una buena definición de consecuencia lógica. En particular, esta noción de consecuencia termina dependiendo de factores extralógicos independientes del significado de los conectivos[2]. Esto sucede, según Etchemendy, porque hay algunas oraciones cuya validez queda establecida solo por características del mundo. Pensemos en este conjunto infinito de oraciones:

1. $\neg\exists x_1 \exists x_2 \, (x_1 \neq x_2)$ [Hay a lo sumo un objeto]
2. $\neg\exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 \, (x_1 \neq x_2 \,\&\, x_2 \neq x_3 \,\&\, x_1 \neq x_3)$ [Hay a lo sumo dos objetos]

...

n. $\neg\exists x_1 \exists x_2 \ldots \exists_{n+1} \, (x_1 \neq x_2 \,\&\, x_2 \neq x_3 \,\&\, x_1 \neq x_3 \ldots x_n \neq x_{n+1})$ [Hay a lo sumo n objetos]

...

Etchemendy pide que consideremos qué pasaría si el mundo fuera finito.

[2] Este no es el único argumento a favor de la interferencia de supuestos extralógicos en la propuesta tarskiana. El otro apela a la lógica de segundo orden, donde es válida una fórmula que equivale al axioma de elección, o a su negación (en ambos casos, sería una afirmación extralógica). Para una respuesta a ese argumento, véase Gómez-Torrente 1999.

Si hubiera solamente finitos objetos, supongamos que sean n, las oraciones que afirmen que hay a lo sumo *n* (o *n*+1, *n*+2...) objetos serán lógicamente verdaderas, ya que no puede haber un modelo con más de n objetos que pueda falsearlas. De este modo, un hecho contingente (y, en cualquier caso, extralógico), como que hay finitos objetos, convierte a determinadas oraciones en verdades lógicas.

Lo mismo puede plantearse para ciertas oraciones que no contienen el símbolo de identidad. La siguiente oración es verdadera en todo modelo finito, y por ende, si solo hubiera modelos finitos, sería lógicamente verdadera:

(T) $(\forall x \forall y \forall z\, ((Rxy \mathbin{\&} Ryz) \rightarrow Rxz) \mathbin{\&} \forall x Rxx) \rightarrow \exists x \forall y \neg Ryx$

(Esta oración nos dice que si R es transitiva e irreflexiva, entonces tiene un elemento mínimo.)

Así, un hecho extralógico como la cardinalidad del mundo tiene consecuencias en lo que consideramos lógicamente válido. La finitud del mundo arroja como verdades lógicas a algunas oraciones que no deberían serlo. Esto afecta a la posición tarskiana. Porque revela que solo funciona porque tiene la suerte de trabajar en una metateoría donde se asume el Axioma de Infinito, y eso permite declarar como inválidas a estas oraciones problemáticas. Pero si estuviéramos en un mundo finito, algunas oraciones intuitivamente extralógicas, y plausiblemente contingentes, serían declaradas válidas. Por lo tanto, la verdad en todo modelo no puede ser un buen análisis de la noción de validez, ya que depende de supuestos metafísicamente sustantivos de los cuales la lógica debería ser independiente.

En este artículo consideraré dos distintas respuestas paradigmáticas que se han dado al argumento de Etchemendy. Mostraré que todas ellas erran el punto, y que la opción más razonable es morder la bala y aceptar que la lógica no está libre de compromisos y afirmaciones sustanciales tradicionalmente considerados extralógicos.

2. La solución formal/modal y el finitista reformado

La primera solución a este desafío disponible en el debate (vislumbrada incluso por el mismo Etchemendy) propone que el argumento tiene un punto. Si solo consideramos las interpretaciones a partir de los elementos existentes, entonces el finitista (aquel que cree que el mundo es finito) debe adoptar (T) como una verdad lógica. Sin embargo, hay que modificar en un sentido la concepción interpretacional y agregar una dimensión modal, para que el finitista considere la posibilidad de que existan infinitos objetos. Esta propuesta tiene varias formas.

Sher (1996) propone que consideremos no solo los modelos existentes, sino también los modelos "formalmente posibles". Esto pretende no limitar los modelos, para incluir, además del dominio de cosas existentes, a los "universos contables e incontables de objetos abstractos, físicos y ficticios" (Sher 1996: 666). Según Sher, eso es lo que hace la lógica matemática tradicional, a diferencia del enfoque tarskiano original (que parece operar con un universo fijo). Las verdades generales sobre el mundo ahora son verdades necesarias y formales de la teoría de conjuntos. De esta manera, el finitista deberá admitir que, si bien solo hay finitos objetos, podría haber modelos con infinitos objetos (como la teoría de conjuntos indica), y por ende podría, desde un punto de vista formal, haber modelos con dominio infinito que hagan falsa a (T). La dimensión modal se recupera en el sentido de los modelos formalmente posibles que exceden a los modelos con objetos existentes.

La propuesta de Sher, sin embargo, no afecta al argumento finitista. Pues no está clara la diferencia entre la noción tarskiana original y la de la "lógica matemática". Un lógico bien podría considerar que la teoría de conjuntos caracteriza a todas las entidades conjuntistas existentes, y no a todas las que simplemente "pueden existir". Como indica Shalkowski (2004), en estas ramas de la matemática, lo posible coincide con lo actual. En ese sentido, aquel que sostiene la existencia de un conjunto infinito no puede decir razonablemente que hay solo finitos objetos "en el mundo", y viceversa. Sher se escuda diciendo que su concepción depende solo "del tamaño de estructuras formalmente posibles, no materialmente existentes" (Sher 1996: 666). Pero el finitista no está hablando necesariamente de un mundo "material", opuesto a uno "formal" (esa distinción es, de hecho, sumamente confusa), sino simplemente de un mundo, que tiene finitos objetos. Como ella misma admite (Sher 1996: 682), el finitista seguramente no aceptaría una teoría de conjuntos que postule el axioma de infinito (podría aceptar, por ejemplo, ZF-Inf, donde ese axioma es falso pero todos los otros axiomas de ZF valen). Por eso, la idea de Sher de complementar el mundo real con mundos formalmente posibles no alcanza para solucionar el planteo finitista.

Sher sabe de este problema, y por ello admite que "la controversia sobre las estructuras infinitas es a la lógica de predicados lo que la controversia sobre bivalencia es a la lógica proposicional" (Sher 1996: 682). Una lectura posible de esta cita (seguramente poco fiel al planteo de Sher) es que un finitista convencido puede asegurar la verdad lógica de (T) del mismo modo en que el clásico asegura la verdad del tercero excluido. Esta idea la usaré luego.

Hanson (1997) sostiene, por su parte, que debemos directamente cambiar la noción tradicional de consecuencia lógica. Según este autor, los ejemplos de Etchemendy muestran que la noción tarskiana no alcanza a representar el carácter modal de la consecuencia lógica. Esto consiste en que la lógica no nos habla solo de cómo las cosas son, sino también de cómo podrían ser (Hanson 1997: 374). La lógica, entonces, necesita un carácter semántico, satisfecho por la teoría tarskiana, pero también requiere un carácter modal (en términos de Hanson, un "elemento modal"). La noción de validez propuesta por el autor es la siguiente:

> La conclusión de un argumento es una consecuencia lógica de las premisas solo si es *imposible* que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa bajo cualquier interpretación de las constantes no lógicas que aparecen en el argumento. (Hanson 1997: 379)

Se introduce, entonces, un elemento modal. Pues no importa ya solo si en el mundo actual cualquier interpretación de las constantes no lógicas garantiza verdad de la conclusión o falsedad de alguna premisa, sino que importa también si en todos los mundos posibles podría o no haber un contraejemplo. Hanson sostiene que esto le permite responder el argumento finitista: pues el finitista debe admitir que, incluso si en el mundo actual hay finitos objetos, en un mundo posible podría haber infinitos.

Pero este argumento es dudoso. Bien podría haber finitistas modales que consideren que el mundo es necesariamente finito. Así como nosotros consideramos, al sostener el Axioma de Infinito, que hay infinitos objetos, y como pasa con cualquier verdad matemática es imposible que ello sea falso, el finitista puede sostener que hay finitos objetos y que es imposible que haya infinitos.

Es cierto que esa no es la posición explícita del así llamado "finitismo estricto", que ha sido defendido o descrito por algunos filósofos como Dummett (1975). En general los finitistas estrictos no utilizan conceptos modales, o al menos no de la manera que estamos usando aquí. En cualquier caso, un finitista estricto que se negara a tomar en cuenta la dimensión modal al mismo tiempo bloquearía la posibilidad de una reformulación de la noción de consecuencia como la que hace Hanson.

Hanson anticipa la reformulación modal del finitismo y dice que un finitista de este tipo tendría fuertes dificultades para fundamentar la lógica y la matemática. Sin embargo, no parece que esta dificultad aumentaría de manera visible si admite la mera posibilidad de la existencia de infinitos objetos; el problema lo tiene desde un principio, cuando dice que solo hay finitos objetos actuales (por ejemplo, finitos números naturales)[3]. La dificultad del finitista para darle sentido a las prácticas matemáticas no es menor y es un asunto a considerar, pero el agregado *ad hoc* de una dimensión modal no lo salva en ningún sentido.

[3] El mismo Tarski supo verlo, y de hecho para él el axioma de infinito era parte de lo que la lógica debía asumir (Tarski 1933: 185).

La última posición de carácter formal/modal que consideraré es la de Shapiro (1998). Para introducir su posición hace falta recordar que el autor es un defensor de la lógica de segundo orden que, como sabemos, tiene algunas interferencias conjuntistas (en particular, algunos enunciados de la lógica de segundo orden son equivalentes a enunciados problemáticos conjuntistas). Como bien indica Etchemendy (1990: 23-24), el argumento finitista está particularmente dirigido a la lógica de primer orden, que se supone libre de toda interferencia matemática; en lógica de segundo orden ni siquiera hace falta dar un ejemplo como ese, ya que los casos de interferencia son mucho más conocidos y admitidos.

Shapiro considera que una solución al argumento finitista debe también considerar los distintos modelos posibles que se *pueden* construir. En las lógicas tradicionales de primer o segundo orden se da la propiedad de isomorfismo: si dos modelos *M* y *M'* son isomórficos con respecto a los ítems no lógicos en una fórmula *A*, entonces *M* satisface *A* si y solo si *M'* satisface *A*. Dada esta propiedad, solo hará falta considerar modelos de distintas cardinalidades para capturar todas las posibilidades. En palabras de Shapiro:

> Si se da la propiedad de isomorfismo, entonces para evaluar oraciones y argumentos, la única "posibilidad" que tenemos que variar es el tamaño del universo. Si hay una suficiente cantidad de tamaños representados en el universo de modelos, entonces la naturaleza modal de la consecuencia lógica será caracterizada. (Shapiro 1998: 152)

Desde ya, en lógica de primer orden bastará con tener el axioma de infinito para evitar intromisiones "extralógicas". Pero en lógica de segundo orden, hay oraciones sin terminología no lógica satisfacibles solo en dominios de distintas cardinalidades (Mahlo, medibles, etc.); por eso, debemos tener modelos de esas cardinalidades si no queremos que esas oraciones sustantivas sean incorrectamente clasificadas como lógicamente falsas.

Sin embargo, como observa Blanchette (2000: 64), la plausibilidad de esta estrategia depende solamente de la existencia de conjuntos de esas cardinalidades en nuestro universo conjuntista. Dado que no sabemos si hay (p.ej.) cardinales inaccesibles, sería apresurado postular modelos de esa cardinalidad solo para salvar la satisfacibilidad intuitiva de algunas oraciones. En particular, esta estrategia no puede ser aceptada por el finitista. Pues la aplicación de esta estrategia involucra pedirle al finitista que acepte conjuntos infinitos, lo cual difícilmente aceptará. El problema del finitista no es que concede la existencia de conjuntos infinitos pero no de modelos infinitos, sino que considera que ni siquiera existen o pueden existir conjuntos infinitos.

3. La solución categorial

Hay otra solución posible para el planteo de Etchemendy, que desarrollaron principalmente MacFarlane (2000) y García-Carpintero (1993).

La posición que García-Carpintero sostiene se basa en el concepto de "valores lógicos", que refiere a las propiedades semánticas de los términos no lógicos de los cuales dependerá la contribución veritativo-funcional de las expresiones lógicas (García-Carpintero 1993: 115). En lógica proposicional los valores lógicos a tener en cuenta son simplemente los valores de verdad de las fórmulas proposicionales. En lógica de predicados, el valor lógico de una oración atómica es su valor de verdad. El dominio de cuantificación también es un valor lógico, aunque no se corresponde con ninguna expresión en particular. El valor lógico de una fórmula abierta es el subconjunto de elementos del dominio que satisface esa fórmula. De esta noción de valor lógico surge la de "modelo preformal". Un modelo preformal de una oración S es un conjunto de valores lógicos que podrían tener otras expresiones de las mismas categorías que las expresiones no lógicas de S. Por ejemplo, si la oración es "llueve" (formalizable como *p*), hay un modelo preformal donde la oración es falsa y otra donde es verdadera, porque expresiones de la misma categoría que "llueve" (i.e. enunciados proposicionales simples) pueden ser tanto verdaderas como falsas. Esto no depende de cómo es el mundo sino de la categoría semántica de los términos en cuestión.

Verdad lógica ahora equivale a verdad en todo modelo preformal. La idea es que cuando decimos que "Juan es alto o es conservador" (formalizable como $p \vee q$) no es una verdad lógica, no lo hacemos porque "Juan es alto" y "Juan es conservador" pueden ser falsas en un mundo, o porque "Juan" podría significar "María" (que es baja y progresista). La oración no es una verdad lógica porque, esquemáticamente, dos oraciones atómicas pueden ser ambas falsas, y una disyunción de dos oraciones falsas arroja también falsedad (García-Carpintero 1993: 116).

Más allá de los complejos detalles de su propuesta, la principal motivación de García-Carpintero es recuperar la idea de verdad lógica como verdad en virtud del significado. Según el autor, la verdad en todos los modelos preformales equivale intensionalmente a la verdad en virtud del significado de los conceptos lógicos (conectivos y cuantificadores). En términos epistémicos, si hay algún modelo preformal que hace falsa una oración, entonces saber el significado de sus expresiones lógicas no basta para determinar que es verdadera.

El autor señala correctamente que el argumento finitista de Etchemendy solo tiene sentido si el finitista y el infinitista acuerdan en la semántica de los conectivos pero no en algunos hechos sustanciales sobre el mundo. Sin embargo, observa García-Carpintero, si el finitista niega que hay modelos preformales infinitos, admitirá nuevas verdades lógicas, que por principio dependen del significado de las expresiones lógicas. Por lo tanto, estará cambiando el significado de las expresiones lógicas, en particular de los cuantificadores (García-Carpintero 1993: 121). El desacuerdo pasa a ser meramente semántico y no sobre asuntos metafísicos sustantivos.

El razonamiento de García-Carpintero es erróneo tal como está planteado. En primer lugar, es fácil ver que el finitista (o incluso el finitista modal) no tiene necesariamente ninguna posición sobre la "preformalidad". Según el autor, la consecuencia tarskiana nos compromete con el concepto de modelo preformal, porque el enfoque modelo-teorético

> no descansa en qué dominios de cuantificación de entidades actuales existen, sino en qué dominios de cuantificación están disponibles, en qué dominios tiene sentido cuantificar, porque quiere explicar la verdad lógica como verdad en virtud del significado de las constantes lógicas. (García-Carpintero 1993: 122)

Sin embargo, esa afirmación es, cuanto menos, discutible. Puede pensarse que el enfoque modelo-teórico se caracteriza por necesitar una instancia "actual" que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión, para declarar a un razonamiento inválido. En esto consiste su ventaja respecto a otros enfoques: no apela a consideraciones apriorísticas sobre el significado de los conectivos, sino que considera interpretaciones de las constantes no lógicas bajo distintos dominios y analiza, dentro de esas interpretaciones, si hay algún contraejemplo. Tarski (1936) no dice que las verdades lógicas dependen del significado de los conectivos, sino solamente que no dependen del significado de los términos no lógicos.

En segundo lugar, el desacuerdo entre el finitista y el infinitista es lógico, pero no necesariamente en el sentido de que atribuyen distintos significados a los cuantificadores. De hecho, el infinitista bien puede advertir que si nos restringimos a modelos finitos, (T) es una verdad lógica. Asimismo, el finitista podría considerar que si hubiera infinitos objetos, (T) dejaría de ser lógicamente verdadera, del mismo modo en que el clásico considera que si hubiera vacíos de verdad, el tercero excluido dejaría de ser una verdad lógica. Pero no parece que esto implique un desacuerdo respecto al significado mismo de los cuantificadores u otros conectivos lógicos.

Por supuesto, no todos aceptarían esta caracterización. Dummett (1978), por ejemplo, considera que la polémica sobre el tercero excluido es un asunto semántico, en última instancia. Algo similar sostuvo Quine (1970), para quien el desacuerdo lógico involucraba necesariamente un desacuerdo verbal. Sin embargo, la postura de Dummett y Quine no es la única y tampoco parece ser la predominante. Una gran cantidad de filósofos argumentan a favor de ciertas lógicas a partir de razonamientos metafísicos. Pensemos, por ejemplo, en los argumentos empíricos de Putnam a favor de la lógica cuántica (Putnam 1975), los argumentos basados en la vaguedad para defender la paraconsistencia (Weber 2010) o la lógica difusa (Smith 2013), los argumentos de indeterminación del futuro para defender los vacíos de verdad (Lukasiewicz 1970), o los argumentos paraconsistentes de Priest (2006) respecto al cambio o el movimiento. Por otro lado, numerosos filósofos han desafiado explícitamente la idea de que un desacuerdo lógico involucra un desacuerdo semántico. Uno de ellos fue Priest (2006), que compara la situación con la creencia en Dios: un creyente y un ateo no necesariamente usan un distinto significado del concepto "Dios". Autores como Putnam (1975), Paoli (2003) y Hjortland (2013) desarrollaron posiciones más elaboradas, donde sugieren que un acuerdo en ciertos aspectos básicos del significado de los conectivos puede dar lugar a un desacuerdo lógico no verbal.

El segundo filósofo que sostiene una posición categorial es MacFarlane (2000). La idea de MacFarlane es que hay un fenómeno semántico más allá del significado de cada expresión en cada mundo posible; este es el marco sobre el cual una expresión adquiere una extensión. Puede llamarse a esto la categoría semántica de la expresión. MacFarlane sostiene que los términos singulares, en virtud de la categoría semántica a la que pertenecen, no descartan en sí mismos la posibilidad de ser reemplazados por infinitas instancias; por lo tanto, incluso si hubiera finitos objetos, habría en algún sentido infinitas "interpretaciones" posibles para un término singular (que obviamente no pueden modelarse, ya que tenemos finitos objetos). En la noción de consecuencia lógica debemos tomar en cuenta este sentido de posibilidad, es decir, aquello que está permitido por la categoría semántica en cuestión; y por eso (T) es lógicamente falsa incluso en un mundo finito. En sentido estricto, una oración será válida cuando sea verdadera en toda interpretación semántica posible.

Creo que la propuesta de MacFarlane supera a las modales/formales, porque admite que no hay manera de salvarse invocando a nuevas posibilidades metafísicas o "formales", ya que el finitista puede bien sostener que no existen o que no hay estructuras posibles con infinitos objetos.

Sin embargo, MacFarlane depende explícitamente de una noción problemática: la de categoría semántica. En Tarski (1933), esa noción se introduce como parte del proyecto de una teoría formalmente correcta de la verdad. Según el fundador de la semántica, cada vez que introducimos una expresión debemos saber a qué categoría semántica pertenece; esto nos permitirá luego caracterizar conceptos como satisfacción de una manera formalmente precisa. Dos expresiones pertenecen a la misma categoría semántica cuando si tengo una fórmula abierta que contiene a una, y la reemplazo por la otra, obtengo una fórmula. 'P' y ‘x’ son casos paradigmáticos de expresiones que pertenecen a distintas categorías semánticas.

También podemos, aunque incorrectamente desde una perspectiva lógica (Tarski 1933: 210), separar a los objetos mismos según las categorías semánticas de las expresiones que los denotan. Por ejemplo, los individuos y las relaciones pertenecerán a distintas categorías. Sin embargo, el concepto de categoría semántica no parece importar más que en este sentido indirecto, y no se pretende que tenga un rol central para caracterizar la validez; una fórmula es lógicamente verdadera cuando es satisfecha por toda secuencia, y simplemente se presupone que la satisfacción en cuestión no juega ilegítimamente con las categorías semánticas de las expresiones a interpretar.

La importancia indirecta de este concepto es comprensible: aunque parece sencillo de ver, no resulta para nada claro qué es lo que una categoría semántica descarta y qué es lo que permite. Sin demasiada dificultad podemos decir que la categoría semántica Predicado n-ario descarta a las n+1-tuplas. ¿Pero qué tipo de n-tuplas permite?

Yendo al punto, la categoría que nos importa para el argumento finitista es la de término individual, porque lo que está en cuestión es si pueden caer bajo ella infinitas instancias. Y si hemos de considerar, como sugiere MacFarlane, no aquello que puede ser de hecho el valor de un término de esa categoría, sino aquello que en principio podría serlo sin estar descartado por la categoría, tendríamos que incluir a algunos objetos sobre los cuales parece ser difícil cuantificar. La solución, aparentemente inocente, nos termina trayendo muchos más problemas de los que soluciona. Por ejemplo, no puede quedar descartado por la categoría de término individual un elemento que carezca de una propiedad y también de su negación (supongamos, un hombre de determinada edad tal que no podemos decir que es joven o que no lo es): de este modo, una verdad lógica como $\forall x(Px \vee \neg Px)$ no será válida en este sentido categorial. Como ella, muchas otras oraciones que consideramos válidas terminarán siendo estrictamente inválidas por ser falseadas en interpretaciones que, si bien rechazamos por motivos formales, filosóficos o metafísicos, no están “descartadas” por las categorías semánticas. El error de MacFarlane es suponer que la única variante entre las “interpretaciones posibles” y las actuales es la cardinalidad, cuando ello no es así: tomada en su sentido más riguroso, la idea de interpretación posibilitada por la categoría parece exceder a las de interpretación actual en muchos más sentidos.

La posición tarskiana es mucho más elegante en este aspecto: lo “permitido” en una categoría (que es una noción metalingüística) es aquello que, dentro de nuestra ontología, cumple con tales y cuales condiciones. En el texto de 1933, donde introduce esta noción para hablar de conjuntos, supone que los nombres de individuos, clases y relaciones n-arias pertenecen respectivamente a las mismas categorías semánticas (de este modo, la ontología misma limita lo que cada categoría "permite"). De manera que no es la categoría lo que presupone la ontología, sino al contrario. El finitista puede ponerse sin dificultades de este lado: la categoría de término individual, entonces, solo tendrá un número finito de posibles interpretaciones, justamente porque solo hay un número finito de objetos.

La cita de la que se vale MacFarlane para hacer esta distinción entre interpretaciones posibles y actuales es un signo de las dificultades que enfrenta para la defensa de esta distinción. El autor recuerda a la lógica trivalente de Lukasiewicz (1970), que está filosóficamente inspirada en la idea de que algunas verdades sobre el futuro son indeterminadas (ni verdaderas ni falsas); en esta lógica, se introduce un tercer valor de verdad, *i*, para caracterizar a estas oraciones. Y por supuesto, una oración será válida cuando preserve verdad en todas las interpretaciones, incluso las que asignen *i* a algunas oraciones.

MacFarlane observa que, incluso si el mundo fuera completamente determinado, la categoría *i* seguiría siendo comprensible. Sin embargo, creo que aquí comete el mismo error que antes. Si bien la determinación del mundo no haría incomprensible el sentido de *i*, así como la consistencia del mundo no hace incomprensible el valor *b* de los dialeteístas, es esperable que un defensor de la determinación no pida que en nuestro concepto de validez se tomen en cuenta interpretaciones que asignan *i* a algunas oraciones. De ahí que Lukasiewicz (1970) haya ofrecido argumentos a favor de la indeterminación del futuro basados, por ejemplo, en ideas metafísicas sobre la causalidad. Lo mismo pasa con el finitista: si el mundo fuera finito, el finitista no tiene por qué considerar interpretaciones con infinitos objetos, aun cuando en cierto sentido comprende de qué se trata eso.

Claro que no es fácil determinar con precisión en qué sentido el finitista "comprendería" la idea de una interpretación con infinitos objetos. Sin embargo, este problema aparece por la complejidad misma del concepto de "comprender", y no por un aspecto problemático de este ejemplo en particular. El finitista que comprende el infinitismo no es distinto de un lógico clásico que comprende la idea de los vacíos de verdad, o un dialeteísta que comprende la ley de no contradicción. No me parece que estos casos sean extraños. Y en todos esos casos, los agentes comprenden la posición contraria, aunque no la toman en cuenta en el aparato semántico.

Algunos filósofos podrían objetar que no es posible comprender una posición sin considerarla posible; y una vez que se considera posible, sería hipócrita no tenerla en cuenta en el aparato semántico. Pero creo que eso parte de una confusión entre comprender y concebir. Es posible que cierto tipo de concebibilidad sea una guía para la posibilidad (véase Chalmers 2002), pero es dudoso que la mera comprensión de una proposición nos indique la posibilidad de que sea verdadera. Intuitivamente, todos comprendemos la proposición "2+2=3", aunque todos consideramos imposible que sea cierta.

La falacia que comete MacFarlane es pensar que primero tenemos una estructura semántica dada sobre la cual se construye una teoría lógica, y luego nos preguntamos cómo es el mundo. Pero esto no es así. Si nos interesa un concepto de validez, no nos basamos en una estructura semántica vacía, sino que imprimimos sobre ella, para que no sea sumamente débil, una serie de afirmaciones metafísicas sustanciales.

4. Conclusión

Después de haber recorrido las últimas secciones, es fácil notar que mi posición simpatiza con el argumento de Etchemendy. El argumento finitista logró mostrar que nuestra noción paradigmática de validez depende de algunas afirmaciones sustanciales tradicionalmente consideradas extralógicas (por ejemplo, matemáticas). Sin embargo, no comparto que eso deba ser una fuente de rechazo de la noción tradicional de consecuencia.

Las estrategias del tipo de Etchemendy proponen una concepción de la lógica como vacía: una disciplina que solo estudia la transmisión de verdad en virtud del significado de algunos conectivos lógicos, sin ningún compromiso en particular con afirmaciones sustanciales metafísicas o matemáticas. Pero puede pensarse también que es esa misma idea la que está equivocada. Al elaborar un sistema lógico, no nos importa solo el significado estrecho de nuestras expresiones lógicas en el lenguaje natural; también nos importa la relación entre ellas y el mundo. El mismo Tarski sostuvo que la idea de que la lógica no dice nada sobre el mundo era "bastante vaga" (Tarski 1936: 189). Que no haya contradicciones verdaderas, o vacíos de verdad, o que no haya infinitos objetos, son asuntos que nos conciernen en la elaboración de un sistema lógico. Una determinada tesis sobre la vaguedad puede hacernos adoptar vacíos de verdad; un debate sobre matemática nos puede llevar a adoptar lógicas intuicionistas. Las polémicas al respecto no implican, en un sentido intuitivo, un cambio solo respecto al significado de los conectivos, sino particularmente un cambio respecto a cómo concebimos el mundo y sus posibilidades.

El finitista bien podría comprometerse con la verdad de las oraciones como (T) o similares. No hay una diferencia sustantiva entre comprometerse con aquello y comprometerse, por ejemplo, con el principio del tercero excluido. La cardinalidad del mundo es también un elemento suficientemente general e independiente de las distintas verdades particulares. Ningún rasgo de la formalidad de la consecuencia lógica se pierde si admitimos que ese factor debe tenerse en cuenta.

Lo mejor de una posición que acepte (o simplemente admita) los compromisos sustanciales que una lógica suele adoptar, es que clarifica los posibles motivos de revisión. La lógica no será revisada cuando sorprendentemente nos demos cuenta de que el significado esquemático de una expresión no era el que pensábamos. Por el contrario, la revisión puede perfectamente provenir de debates sobre cómo es el mundo y cómo podría ser.

BIBLIOGRAFÍA

Blanchette, P. (2000), "Models and Modality", *Synthese*, 124: 45-72.

Chalmers, D. (2002), "Does Conceivability Entail Possibility?", en Gendler y Hawthorne (2002: 145-200).

Dummett, M. (1975), "Wang's Paradox", *Synthese*, 30: 301-324.

Dummett, M. (1978), "Is Logic Empirical?", en Dummett (1978: 269-289).

Dummett, M. (1978), *Truth and Other Enigmas* (Londres: Duckworth).

Etchemendy, J. (1990), *The Concept of Logical Consequence* (Stanford: CSLI Publications).

Garcia-Carpintero, M. (1993), "Grounds for the Model-Theoretic Account of the Logical Properties", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 31: 107-131.

Gendler, T. y Hawthorne, J. (2002) (comps.), *Conceivability and Possibility* (Oxford: Oxford University Press).

Gomez Torrente, M. (1999), "Logical Truth and Tarskian Logical Truth", *Synthese,* 117: 375-408.

Hanson, W. (1997), "The Concept of Logical Consequence", *The Philosophical Review*, 106: 365-409.

Hjortland, O. (2013), "Logical Pluralism, Meaning Variance and Verbal Disputes", *Australasian Journal of Philosophy*, 91: 355-373.

Hodges, W. (1986), "Truth in a Structure", *Proceedings of the Aristotelian Society*, New Series, 86: 135-151.

Lukasiewicz, J. (1970), "On Determinism", en Lukasiewicz (1970: 110-128).

Lukasiewicz, J. (1970), *Selected Works* (Amsterdam: North Holland Publishing Company).

MacFarlane, J. (2000), "What is Modeled by Truth in All Models?", Conferencia dictada en la Pacific APA, Albuquerque, NM, 8 de abril, 2000; disponible en la página web del autor (http://johnmacfarlane.net/).

McGee, V. (1992), "Two Problems with Tarski's Theory of Consequence", *Proceedings of the Aristotelian Society*, 93: 273-292.

Paoli, F. (2003), "Quine and Slater on Paraconsistency and Deviance", *Journal of Philosophical Logic*, 32: 531-548.

Priest, G. (1995), "Etchemendy and Logical Consequence", *Canadian Journal of Philosophy*, 25: 283-292.

Priest, G. (2006), *Doubt Truth to Be a Liar* (Oxford: Oxford University Press).

Putnam, H. (1975), "The Logic of Quantum Mechanics", en Putnam (1975: 174-197).

Putnam, H. (1975), *Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers I,* (Cambridge, Cambridge University Press).

Quine, W. V. O. (1970), *Philosophy of Logic* (New Jersey: Prentice Hall).

Ray, G. (1996), "Logical Consequence: A Defense of Tarski", *Journal of Philosophical Logic*, 25: 617-677.

Schirn, M. (1998) (ed.), *Philosophy of Mathematics Today* (Oxford: Oxford University Press).

Shalkowski, M. (2004), "Logic and Absolute Necessity", *The Journal of Philosophy*, 101: 55-82.

Shapiro, S. (1998), "Logical Consequence: Models and Modality", en Schirn, M. (1998: 131-156).

Sher, G. (1996), "Did Tarski Commit 'Tarski's Fallacy'?", *The Journal of Symbolic Logic*, 61: 653-686.

Smith, N. (2013), *Vagueness and Degrees of Truth* (Oxford: Oxford University Press).

Tarski, A. (1933), "The Concept of Truth in Formalized Languages", en Tarski (1983: 152-278).

Tarski, A. (1936), "On the Concept of Following Logically", texto original de 1936, traducción del polaco al inglés por M. Stroinska y D. Hitchcock (2002), *History and Philosophy of Logic*, 23: 155-196.

Tarski, A. (1983), *Logic, Semantics and Metamatematics* (Indianapolis: Hacket).

Weber, Z. (2010), "A Paraconsistent Model of Vagueness", *Mind,* 119: 1025-1045.

Recibido: 10-2013; aceptado: 11-2014