

§ 1. Introducción.

¿Qué podemos conocer? (*Was können wir wissen?*) es la primera de las preguntas fundamentales que formuló Kant. Pero él se ocupó no sólo del qué, sino también del cómo del conocimiento y lo hizo de modo tan contundente, que su criticismo escindió la historia de la filosofía en los períodos prekantiano y postkantiano, o precrítico y postcrítico. Su criticismo pretendió fundar los *límites del conocimiento posible*, lo que contesta a la pregunta por el “qué” del conocimiento, y además los *modos en que dicho conocimiento posible se nos torna accesible*, lo que responde a la pregunta por el “cómo” del conocer. Para lograrlo hizo el “escrutinio de las bibliotecas” racionalistas y empiristas, adoptó los resultados que consideró bien fundados, pero criticó el dogmatismo metódico de ambas doctrinas que admitían una excesiva extensión de sus métodos principales del conocer, la “razón” y la “experiencia” sensible, sin dar una “*Letztbegründung*” o fundamentación última de ellos. Uno de sus objetivos fue el de determinar las condiciones de posibilidad y los límites del conocimiento racional y empírico. Para ello definió qué entendía por conocimiento filosófico y científico, en sus dos formas fundamentales, a saber:

1. Los *enunciados de identidad* o *analíticos*, en los que el concepto predicado B está contenido (frecuentemente en forma oculta) en el concepto sujeto A, por lo que son meras “explicaciones” o *Erläuterungsurteile*.

2. Los *enunciados sintéticos*, en los que el concepto predicado B no está contenido en el concepto sujeto A y por lo tanto le agrega contenido. Estos enunciados “ampliativos” (*Erweiterungsurteile*)², que aumentan el conocimiento, los subdividió en: empíricos o sintéticos *a posteriori* (*Erfahrungsurteile*) y sintéticos *a priori*.

Para Kant al menos el “núcleo duro” de las ciencias y de la filosofía debe constar de enunciados analíticos y sintéticos *a priori*. Dichos enunciados son necesarios o suficientemente fundados, pero, como ya lo advirtiera Kant, en tanto los analíticos - entre los cuales encontramos las definiciones y las explicaciones - no aumentan el conocimiento por ser tautológicos, los sintéticos *a priori* en cambio sí permiten aumentar demostrativamente nuestro conocimiento de la ‘realidad’ o ‘*Wirklichkeit*’. Por su parte, los sintéticos *a posteriori*, especialmente los universales³, aunque aumenten el conocimiento,

¹ CONICET, Universidad Nacional del Sur.

² KANT 11781-21787, A6-7/B10. Kant habla de “estar completamente afuera” en el caso de los juicios sintéticos: “*In allen Urteilen, worinnen das Verhältnis eines Subjekts zum Prädikat gedacht wird (...), ist dieses Verhältnis auf zweierlei Art möglich. Entweder das Prädikat B gehört zum Subjekt A als etwas, was in diesem Begriffe A (versteckter Weise) enthalten ist; oder B liegt ganz außer dem Begriff A, ob es zwar mit demselben in Verknüpfung steht. Im ersten Fall nenne ich das Urteil analytisch, in dem andern synthetisch.*” (Los énfasis son de Kant.) La caracterización 2 admite enunciados no sólo totalmente sintéticos, como los kantianos, sino además parcialmente analíticos y parcialmente sintéticos.

³ Es correcto hablar aquí de juicios *sintéticos a posteriori universales*, pues, si bien hoy tenemos medios técnicos como para simbolizar generalizaciones cuasiuniversales, lo que habitualmente se hacía y se hace en el método inductivo es dar un salto esencialmente inseguro de lo particular verdadero dado empíricamente a lo estrictamente universal pretendidamente verdadero no dado del

pueden ser ineptos para conseguir un fundamento suficiente y transformarse así en sintéticos *a priori*, y no poder llegar a ser, por lo tanto, conocimiento genuino, por lo que no integrarán el edificio de la ciencia en sentido estricto ni ningún fragmento de filosofía que quiera presentarse como tal.⁴

La ciencia y la filosofía posterior han sido bastante indulgentes con los “juicios” analíticos. Hoy son varias las especies de analiticidad admitidas en fragmentos de filosofía y ciencias. Por ejemplo el análisis dimensional en física, que define las magnitudes y constituye un primer capítulo de la llamada ‘protofísica’. En cambio los enunciados sintéticos *a priori* fueron, no sólo una de las grandes contribuciones de la filosofía kantiana, sino también una de las piedras de escándalo de toda la historia de la filosofía. En buena medida la historia de la teoría del conocimiento a partir de Kant se desarrolló como una polémica o un diálogo – según los casos – entre quienes admitían y quienes negaban la posibilidad de dichos juicios.

§ 2. Algunos principios, consecuencias e hipótesis.

La metafísica kantiana de la experiencia pretendía fundar la posibilidad de dichos enunciados y afirmaba que “*el entendimiento no extrae sus leyes (a priori) de la naturaleza, sino que se las prescribe.*”⁵ Desde su perspectiva esto permitía fundar suficientemente al menos dos tipos de conocimientos: los de la matemática y los de la dinámica de su tiempo. Como ya lo indicáramos para él por lo menos el “núcleo duro” de la ciencia física debía consistir de enunciados analíticos y sintéticos *a priori*. En el subsuelo de ese núcleo se encontraban la aritmética y la geometría euclidiana, junto a principios fundamentales correspondientes a los cuatro tipos de categorías y que se clasificaban inicialmente en dos tipos:

- (1) los llamados ‘matemáticos’, que poseían una certeza *a priori* por construcción del objeto en la experiencia pura y eran por lo tanto constitutivos, como acontecía con los axiomas de la intuición y las anticipaciones de la percepción, y
- (2) los denominados ‘dinámicos’, cuya certeza era ya discursiva entre conceptos y tenían una función regulativa, como ocurría con las analogías de la experiencia y los postulados del pensamiento empírico en general. Recordemos brevemente su esquema general:

Los axiomas de la intuición correspondían a las categorías de cantidad, por lo que su objeto es plenamente formal y limitado a las formas de la intuición temporal y espacial. Su principio rezaba: “*Todas las intuiciones son magnitudes extensivas*”.⁶

Las anticipaciones de la percepción corresponden a las categorías de cualidad, por lo que su objeto ya supone materia de la intuición, pero de ella consideran sin embargo sólo su aspecto

mismo modo. Con esto no nos referimos a los detalles de la tradición kantiana, sino a la versión epistemológica habitual de las generalizaciones inductivas, cuya debilidad reside precisamente en esa pretensión imperfectamente fundada de universalización estricta.

⁴ El papel de los enunciados sintéticos *a posteriori* individuales es un tema insuficientemente tratado por Kant.

⁵ KANT 1783, § 36, 113: “... *der Verstand schöpft seine Gesetze (a priori) nicht aus der Natur, sondern schreibt sie dieser vor.*”

⁶ KANT 1781-1787, B 202: “*Alle Anschauungen sind extensive Größen*”. V. también B 752 y B 760.

cuantitativo. Tenían por principio el siguiente: “*En todos los fenómenos lo real, que es un objeto de la percepción, tiene una magnitud intensiva, e. d. un grado*”.⁷

El principio de las analogías de la experiencia es “*La experiencia sólo es posible mediante la representación de una conexión necesaria de las percepciones*”.⁸

Por su parte los principios de los postulados del pensamiento empírico son: “1. *Lo que acuerda con las condiciones formales de la experiencia (respecto a la intuición y a los conceptos) es posible*. 2. *Lo que está relacionado con las condiciones materiales de la experiencia (con la sensación) es real*. 3. *Aquello cuya relación con lo real está determinado conforme a las condiciones generales de la experiencia, es (existe) necesariamente*.”⁹

Por mor de brevedad nos limitaremos aquí a las analogías que determinan la existencia de los fenómenos en el tiempo según las tres maneras de la experiencia, (1) la persistencia de la substancia en el tiempo, que recuerda el principio de Lavoisier: “*En todo cambio de los fenómenos persiste la substancia, y el quantum de la misma no aumenta ni disminuye en la naturaleza*.”¹⁰, (2) la sucesión temporal conforme a la ley de causalidad (“*Todo lo que acaece (comienza a ser) presupone algo a lo que sigue conforme a una regla*”¹¹) y (3) la simultaneidad conforme a la ley de acción recíproca o comunidad (*Wechselwirkung* o *Gemeinschaft*), que cobra relevancia a partir de la mecánica newtoniana, en la cual la relación gravitatoria es recíproca e implica simultaneidad (lo mismo acontecerá luego con las fuerzas eléctricas y magnéticas, y no resultará restringida hasta la aparición de la mecánica relativista). La acción recíproca se presenta en Kant en dos formas, la propiamente kantiana o “*commercium*”, dinámica y fundante, que es la causación recíproca de las substancias, y la otra, “*communio*” de la aparición simultánea de los fenómenos en nuestro ánimo. La expresión de esta tercera analogía en la edición B es la siguiente: “*...Todas las substancias, en tanto pueden ser percibidas en el espacio como simultáneas, están en interacción recíproca*”.¹²

Sin embargo su “deducción” de la ley de gravitación universal, que recordamos a continuación, no es una demostración: “*Si continuamos aún más, a saber hasta los fundamentos de la astronomía física, entonces se manifiesta una ley física de atracción recíproca que se extiende sobre toda la*

⁷ KANT 11781-21787, B 207: “In allen Erscheinungen hat das Reale, was ein Gegenstand der Empfindung ist, intensive Größe, d. i. Einen Grad”.

⁸ KANT 11781-21787, B 218: “Erfahrung ist nur durch die Vorstellung einer notwendigen Verknüpfung der Wahrnehmungen möglich”.

⁹ KANT 11781-21787, B 265: “1. Was mit den formalen Bedingungen der Erfahrung (der Anschauung und den Begriffen nach) übereinkommt, ist möglich. 2. Was mit den materialen Bedingungen der Erfahrung (der Empfindung) zusammenhängt, ist wirklich. 3. Dessen Zusammenhang mit dem Wirklichen nach allgemeinen Bedingungen der Erfahrung bestimmt ist, ist (existiert) notwendig.”

¹⁰ KANT 11781-21787, A 224: “Bei allem Wechsel der Erscheinungen beharret die Substanz, und das Quantum derselben wird in der Natur weder vermehrt noch vermindert.”

¹¹ KANT 11781-21787, A 189: “Alles, was geschieht (anhebt zu sein), setzt etwas voraus, worauf es nach einer Regel folgt.”

¹² KANT 11781-21787, B 256-7: “Alle Substanzen, so fern sie im Raume als zugleich wahrgenommen werden können, sind in durchgängiger Wechselwirkung.” (A 211: “Alle Substanzen, so fern sie zugleich sind, stehen in durchgängiger Gemeinschaft (d. i. Wechselwirkung unter einander).” Usamos las versiones del texto de la edición de la Academia Prusiana.

naturaleza material, cuya regla es que ellas decrecen en proporción inversa al cuadrado de las distancias desde cada punto de atracción, del mismo modo en que crecen las superficies de las esferas en las que esa fuerza se propaga, lo que **parece** reposar necesariamente de la naturaleza misma de las cosas, y por lo cual suele ser expresada también como cognoscible a priori. Aunque sean tan simples las fuentes de esta ley, la consecuencia de ella es tan excelente respecto de la multiplicidad de concordancia y regularidad de la misma, ... que **no se puede inventar ninguna otra ley de atracción adecuada para un sistema del mundo que la de la relación inversamente proporcional al cuadrado de las distancias**'.¹³ Como es fácil de advertir aquí no se trata de una demostración, sino de una *metáfora* o argumentación "dialéctica"¹⁴ insuficiente, pues, entre otras hipótesis, se basa en la indemostrada métrica euclidiana del espacio intuitivo puro. Alguien podría considerar verosímil que algún pasaje kantiano pudiera dar cabida a geometrías no euclidianas "empíricas". Así alguien podría manipular el sentido kantiano de 'trascendental' que concluye con el texto siguiente: '*Asimismo sería trascendental el uso del espacio en relación con objetos en general: si en cambio tal uso se restringe únicamente a objetos empíricos de los sentidos, se llama entonces empírico*'.¹⁵ Sin embargo con la precisión que la completa debilita esa licencia: '*La diferencia de lo trascendental y lo empírico pertenece pues sólo a la crítica de los conocimientos, y por lo tanto no atañe a la relación de los mismos con su objeto*'.¹⁶

La ley newtoniana de atracción gravitatoria universal se encuentra en su forma más explícita en el tercer libro de sus *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Ésta es una ley que depende de algunas generalizaciones inductivas y de la invención de hipótesis, por lo que no estará nunca suficientemente fundada. Su invención fue sugerida por el desarrollo de la cinemática galileana, por la tercera ley empírica de Kepler y por la ley empírica de aceleración centrífuga de Huygens. La tercera ley de Kepler relaciona los cubos de los semiejes mayores de las órbitas de los planetas (aproximadamente los radios r de una circunferencia) con los cuadrados de los tiempos T de sus períodos de revolución según la proporción:

$$(1) \quad T^2 \sim r^3.$$

Por su parte la aceleración centrífuga es una ley empírica de Huygens que vincula la velocidad tangencial v_t con el radio de giro r y es de la forma:

¹³ KANT 1783, § 38, 115-6: "... so zeigt sich ein über die ganze materielle Natur verbreitetes physisches Gesetz der wechselseitigen Attraktion, deren Regel ist, daß sie umgekehrt mit dem Quadrat der Entfernungen von jedem anziehenden Punkt eben so abnehmen, wie die Kugelflächen, in die sich diese Kraft verbreitet, zunehmen, welches als notwendig in der Natur der Dinge selbst zu liegen **scheint**, und daher auch als a priori erkennbar vorgetragen zu werden pflegt. So einfach nun auch die Quellen dieses Gesetzes sind, ... daß **kein ander Gesetz der Attraktion, als das des umgekehrten Quadratverhältnisses der Entfernungen zu einem Weltsystem als schicklich erdacht werden kann**." (Las negritas son nuestras.)

¹⁴ Era una "☐✕❖♦✕✕" o creencia fundada *platonico sensu*, que hoy puede considerarse refutada.

¹⁵ KANT 1781-21787, B 80-81: "*Imgleichen würde der Gebrauch des Raumes von Gegenständen überhaupt auch transzendental sein: aber ist er lediglich auf Gegenstände der Sinne eingeschränkt, so heißt er empirisch*."

¹⁶ KANT 1781-21787, B 81: "*Der Unterschied des Transzendenten und Empirischen gehört also nur zur Kritik der Erkenntnisse, und betrifft nicht die Beziehung derselben auf ihren Gegenstand*."

$$(2) \quad a = \frac{v_t^2}{r} .$$

Si tomamos el caso más simple, el de una órbita circular, tenemos que $v_t = \frac{2\pi r}{T}$, es decir la velocidad tangencial es la razón de la circunferencia sobre el tiempo empleado para recorrerla. Elevando v_t al cuadrado tenemos: $v_t^2 = 4\pi^2 \frac{r^2}{T^2}$, que reemplazando en (2) nos da:

$$(3) \quad a = 4\pi^2 \frac{r}{T^2} .$$

Recordando la tercera ley de Kepler (1) y reemplazando T^2 por r^3 en (3) obtenemos la proporción:

$$(4) \quad a \sim 4\pi^2 \frac{1}{r^2} .$$

La relación inversa del cuadrado de la distancia en (4) es el aspecto cinemático de la ley de gravitación universal. Recordando ahora la segunda ley de Newton en la introducción de sus *Principia* (que hoy llamamos ‘principio de inercia’) la fuerza será en su forma más simple $f = a.m$. En el caso de Newton, libro tercero, proposición VII, teorema VII (“*La gravedad ocurre en todos los cuerpos y es proporcional a la cantidad de materia existente en cada uno.*”), pero ¿cómo hay que interpretar este texto? La argumentación parece ser como sigue: supongamos que establecemos convencionalmente masas unitarias. Supongamos que tenemos las masas m_1 y m_2 que son unitarias y que la fuerza es $\propto 1$. Supongamos ahora que m_1 tiene una cierta cantidad de unidades de masa a y la otra m_2 es una masa unitaria, entonces parece razonable que la fuerza será $a \propto 1$. Si ahora m_2 tiene b unidades de masa, entonces es “razonable” esperar que la fuerza se haya multiplicado por b , es decir $f = ab \propto 1$. Esta argumentación dialéctica no nos prueba, pero nos da una razón para creer la fuerza de atracción gravitatoria sea proporcional al producto de las masas de ambos cuerpos. Adoptando el coeficiente apropiado, esto nos da la clásica ley de gravedad:

$$(5) \quad f = k \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} , \text{ donde } k \text{ es el coeficiente de proporcionalidad.}$$

Tal resultado no es deducible con métodos meramente trascendentales como los que intenta usar Kant, tampoco siquiera con los métodos de la profísica contemporánea.

Las determinaciones del espacio en el Kant crítico son muy pobres como para determinar una topología métrica, por lo que sería anacrónico pero abstractamente posible admitir un Kant no euclidiano. Ello no ocurrió históricamente, como lo muestran incluso las críticas de algunos kantianos decimonónicos a las geometrías no euclidianas, pero nos permite reconciliar al pensamiento kantiano con muchas estructuras métricas espaciales. Un pasaje de los *Prolegomena* que sigue al arriba citado y que podría dar lugar a geometrías no euclidianas comienza preguntándose si estas leyes de la naturaleza están contenidas en el espacio o más bien en el entendimiento. La respuesta es que “*El*

*espacio es algo tan uniforme y tan indeterminado respecto de todas las propiedades particulares, que ciertamente no se puede buscar en él ningún tesoro de leyes naturales.*¹⁷ Es el entendimiento el origen de las mismas. Sin embargo Kant creyó que la única legalidad que el entendimiento podría construir sin contradicción era la euclidiana, aunque hoy sepamos que ello no es así. Por ello podemos decir que en Kant la legalidad mundana es *de facto* euclidiana, aunque hubiese podido no haberlo sido *de jure*.

El problema del espacio es el inverso en el Kant precrítico, desde el trabajo juvenil de 1746, *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte (Pensamientos sobre la verdadera apreciación de las fuerzas vivas)*, en cuya § 9 presenta una concepción relacionalista leibniziana que abandonará más tarde, y en cuya § 10 considera posible que la tridimensionalidad del mundo se deduzca de la acción de las sustancias según la ley del cuadrado inverso. Sin embargo allí admite que estas leyes son arbitrarias y que *si otras fuesen las leyes elegidas por Dios, otra sería la geometría del mundo* (e incluso su número de dimensiones). Esa osada sección del escrito juvenil concluye con la posibilidad de una geometría general que contendría todos los espacios métricos que pudiese pensar un entendimiento finito. (Una discusión breve pero interesante de este tema se encuentra en TORRETTI 1978, 29-33.) Sin embargo lo que aquí nos interesa es señalar que *en su escrito juvenil la supuesta ley de fuerzas es la que determina la estructura dimensional y métrica del espacio, en tanto que en su etapa crítica es la supuesta estructura dimensional y métrica del espacio de la intuición pura la que determina la ley de fuerzas*.

Sin embargo hay en Kant otro error, además de la fe normal en esos tiempos en la euclidicidad del espacio. Supongamos que el espacio - ya “absoluto”, ya de la “intuición pura” - sea efectivamente euclidiano. Supongamos además dos masas m_1 y m_2 a la distancia d . Conforme a la métrica euclidiana la “acción” que surge desde esas “masas puntuales” se difunde por esferas cuya superficie crece con el cuadrado de la distancia a su punto de origen. Un fragmento de la misma superficie a distancias crecientes recibiría entonces una porción de la “acción” de m_1 que decrece con el cuadrado de la distancia, y lo mismo ocurriría con m_2 . Eso hace “razonable” (sugerible y argüible) afirmar que la fuerza que se ejerce entre los puntos de masa m_1 y m_2 es inversamente proporcional a d^2 (y proporcional al producto de las masas). Pero esta argumentación sugestiva, regulada por la legalidad geométrica, es *analógica no constitutiva*, ya que ha habido un cambio de género, de la pura matemática a la dinámica. Por muy constriñente que sea el crecimiento cuadrático de las superficies esféricas, la legalidad dinámica podría ser otra, aunque no sepamos por qué. En este aspecto Kant puede convencer, pero no demostrar (es decir fundar suficientemente).

§ 3. La ciencia según Kant: un balance de sus consecuencias.

¹⁷ KANT 1783, A 116: “*Der Raum ist etwas so Gleichförmiges und in Ansehung aller besondern Eigenschaften so Unbestimmtes, daß man in ihm gewiß keinen Schatz von Naturgesetzen suchen wird.*”

fundamentación insuficiente y revisable expuesta en la primera lógica aristotélica en forma consecuente, especialmente en los dominios de la moral y el derecho.

Retornando a las tesis kantianas relativas a la forma y al contenido de la ciencia digamos que hubo rechazos inmediatos de varias de ellas. Respecto del contenido Carl F. Gauß (1777-1855)²¹ se opuso a la presunta euclidicidad del espacio de la intuición pura kantiana, pues había establecido la no contradicción de ciertas geometrías no-euclidianas, aunque no lo publicó para no soportar “*los gritos de los beocios*” (*das Geschrei der Böoter*). Quienes sí publicaron geometrías no euclidianas fueron el ruso Nikolai I. Lobachevski (1826-9: geometría hiperbólica) y el rumano János Bolyai (1832: geometría absoluta e hiperbólica). En la segunda mitad del siglo XIX se fortalecieron los ataques al contenido de la ciencia kantiana gracias a las pruebas de consistencia relativa de las geometrías no-euclidianas respecto de la euclidiana. La primera de ellas fue dada por Eugenio Beltrami (1868) con un modelo euclidiano de la geometría hiperbólica (una “pseudoesfera” de curvatura negativa constante), trabajo que continuaron Georg Riemann y Felix Klein, entre otros. Sin embargo este ataque a Kant era sólo parcialmente justificado, pues, como ya lo señaláramos, si bien es cierto que Kant, adhiriendo al prejuicio generalizado de su época, defendía una métrica euclidiana para el espacio de la intuición pura y fundaba sobre ella *dialécticamente* la ley de gravitación de Newton, no menos cierto es que su tan somera descripción de la forma de la intuición espacial *no permitía determinar ningún espacio métrico*. Podemos agregar aquí que *de jure* la forma de la intuición kantiana corresponde más bien a la *geometría absoluta*, es decir aquel fragmento de teoría común tanto a la geometría euclidiana cuanto a las no euclidianas hiperbólica y elíptica.²²

A la demostración matemática de la pluralidad de métricas posibles se añadieron luego la descripción del espacio perceptivo de Nicod²³ y el espacio “real” con métrica variable de la física relativista. No obstante en el siglo XX renace una defensa de la geometría euclidiana del espacio de dimensión humana, compatible sin embargo con geometrías no euclidianas, pero esta defensa de la métrica euclidiana no se fundará ni en la percepción espacial, ni en las hipótesis de Einstein, sino en las condiciones necesarias para la medida intersubjetiva, para la construcción de los instrumentos de medida y del experimento. Este desarrollo se emparentará con la defensa constructiva de los enunciados sintéticos *a priori*, que consideraremos a continuación.

Respecto de la forma, el rechazo más generalizado fue contra los enunciados sintéticos *a priori*, núcleo de la concepción kantiana del conocimiento ampliativo e irrefutable. No puede llamarse ‘kantiano’ quien no admita alguna forma de conocimiento sintético *a priori*. Naturalmente diversos empirismos y positivimos decimonónicos se opusieron a esa invención kantiana. Y no sólo ellos.

²¹ Gauß fue básicamente un empirista.

²² Un correspondiente de Kant, el filósofo, matemático y físico Johann Heinrich Lambert (1728-1777) – a quien Kant pudo haber dedicado su primera crítica –, construyó una geometría no euclidiana bidimensional sobre la superficie de una esfera en un espacio tridimensional que no creemos que hubiese sido rechazada por Kant, ya que se construye bajo las normas de la propia geometría euclidiana. V. MITTELSTRAß (ed.) 1995, II, 530-2.

²³ Véase p. ej. NICOD 1930.

También los empiristas lógicos del siglo XX, que sólo reconocían el *a priori* analítico, rechazaron la síntesis *a priori*. Por su parte Karl Popper - quien a diferencia de la ortodoxia del círculo de Viena concedía sentido a enunciados metafísicos a los que consideraba incluso motivadores de la invención de conjeturas científicas falsables - rechazó también la posibilidad de tales enunciados y adoptó la dicotomía conservadora de analítico *a priori* versus sintético *a posteriori*. Una contribución formidable de “analíticos” como Neurath, Carnap y del mismo Popper, fue el cuidadoso escrutinio de los límites de la verificación y de la falsación de los enunciados individuales, los “protocolarios” de Neurath y Carnap, y los más elaborados enunciados “básicos” de Popper, un escrutinio que fue deficiente en la teoría de la ciencia previa. La teoría de la ciencia posterior a esos autores y la contemporánea es ya demasiado compleja como para resumirla en pocas palabras, pero es fácil advertir que el rechazo de la síntesis *a priori* sigue predominando en la teoría de la ciencia contemporánea.

Sin embargo hay excepciones. Una de las más importantes es la del constructivismo de Erlangen, que fue precedido por diversas formas de “intuicionismo” en el campo de la matemática, por Hugo Dingler en la matemática y la mecánica, y que fue desarrollada por Paul Lorenzen y Kuno Lorenz en todos esos campos y otros más (y cuyos principales epígonos son Christian Thiel, Peter Janich, Friedrich Kambartel y Jürgen Mittelstraß). El modo en que el constructivismo concibe y justifica los enunciados sintéticos *a priori* en la ciencia difiere tanto de la concepción original kantiana, cuanto de la del intuicionismo matemático de Brouwer. Es notorio que la legitimación kantiana del método de conocimiento trascendental está en su metafísica de la experiencia, para la cual sus formas se encuentran *a priori* en el sujeto trascendental y por lo tanto no son adquiridas mediante las sensaciones y son independientes de los efectos de las cosas en sí sobre dicho sujeto. Recordemos que dichas formas se dividen en:

(1) *formas de la sensibilidad*, las intuiciones puras del (1.1) *tiempo* y del (1.2) *espacio*, y (2) *formas del entendimiento*, que es la facultad de pensar los objetos de la intuición sensible y de producir autónomamente representaciones, con sus tres grados: (2.1) el *entendimiento sensu stricto*, que aporta las categorías como sus “conceptos puros”, (2.2) la *facultad de juicio*, que subsume lo particular bajo una regla general o un principio, y (2.3) la *razón teórica*, o facultad de producir la unidad sistemática de los conceptos del entendimiento. Esta razón teórica es la que postula ideas unificadoras como principios regulativos que no se pueden intuir empíricamente y que por ello son conceptos carentes de correlato intuitivo, a saber: (2.3.1) la *idea psicológica* del “alma”, o representación de la unidad del sujeto, (2.3.2) la *idea cosmológica* del “mundo”, o representación de la unidad de todos los fenómenos (*Erscheinungen*) y (2.3.3) la *idea teológica* de “Dios” como representación de la unidad incondicional de todos los objetos del pensar.

Los enunciados sintéticos *a priori* surgen de la colaboración entre las formas de la sensibilidad y las del entendimiento, el cual, en tanto facultad de producir representaciones por sí (por el esquematismo), media entre la facultad universal de juicio y los fenómenos dados en las formas de la intuición. El esquema trascendental es esencial para posibilitar el conocimiento universal apodíctico y su aplicabilidad al mundo fenoménico hasta los límites de las construcciones en la intuición pura.

*“Esta representación pues de un procedimiento general de la imaginación de producir para un concepto su imagen, la llamo el esquema para este concepto”, dice Kant, y agrega poco más adelante que “este esquematismo de nuestro entendimiento, respecto de los fenómenos y de su mera forma, es un arte oculto en las profundidades del alma humana.”*²⁴ El esquematismo de los conceptos es un tema delicado y complejo, y sin embargo es uno de los aspectos que el constructivismo rescata de un modo peculiar. Antes de considerarlo advertimos que poco de ello queda hoy incólume, luego de las fuertes críticas que soportara la epistemología trascendental kantiana.

Sin embargo la actitud trascendentalista se conserva con numerosas modificaciones y de diversos modos, lo que puede considerarse la supervivencia de Kant en la filosofía contemporánea. Aquí nos limitaremos, como señaláramos, al método constructivista pragmatista. El programa intuicionista inicial conservaba la forma del tiempo como fundamento de los enunciados sintéticos *a priori* de la aritmética, pero estaba contaminado con una psicología empírica imposible de fundamentar eidéticamente. Los constructivistas hicieron una importante modificación a ese programa: a partir de un “giro lingüístico” recuperaron los logros del intuicionismo y del formalismo matemático por una parte, de los trabajos de Dingler por la otra, e iniciaron una vía dialógica, cooperativa y pragmática cuyos momentos iniciales son:

1. las condiciones de posibilidad de un diálogo cooperativo que determinan los procedimientos de fundamentación de enunciados, lo que denominamos “razón”,
2. las normas cooperativas de construcción de objetos simbólicos que constituyen el fundamento de los objetos matemáticos y
3. las normas cooperativas de construcción de ciertas entidades materiales (como las reglas, los relojes, los generadores de azar, etc.) que fundan las legalidades geométricas, temporales y aleatorias que posibilitan la medida de magnitudes y las experiencias físicas, etc.

Dichas normas son reglas ideales de fabricación (que corresponden a las ideas platónicas) y sus realizaciones materiales son (sistemas de) objetos imperfectos y generalmente perfectibles. El esquematismo constructivista trasciende así el dominio de la facultad de imaginación individual del entendimiento kantiano y se expande en la praxis pública de la fabricación imperfecta, como un *demurgo plural y cooperativo* que copia las ideas en la materia. Las normas-esquemas cierran así la brecha y realizan el paso de lo universal a lo individual, como pretendía Kant, pero sin apelar a su (en varios aspectos) dudosa estructura del sujeto trascendental y trascendiendo la individualidad en un ser-con-otro dialógico y técnico originario. Los enunciados de buena parte de la matemática clásica (gran parte de la aritmética, de la geometría euclidiana, del álgebra, del análisis clásico, de la matemática finita, de la teoría de la probabilidad y la estadística, de la topología, etc.) por una parte, y por la otra, un fragmento inicial de la teoría de las dimensiones, de la medida y de la experiencia espacio-temporal y aleatoria se obtienen por construcción. Incluso parte de la estática, de la dinámica inercial de la física y rudimentos del electromagnetismo, se obtendrían por construcción. Por lo tanto

²⁴ KANT 1781-1787, B 179-80: *Diese Vorstellung nun von einem allgemeinen Verfahren der Einbildungskraft, einem Begriff sein Bild zu verschaffen, nenne ich das Schema zu diesem Begriffe. [...] Dieser Schematismus unseres Verstandes, in Ansehung der Erscheinungen und ihrer bloßen Form, ist eine verborgene Kunst in den Tiefen der menschlichen Seele.*

desde un punto de vista *genético* sus enunciados no se justifican analíticamente, sino constructiva o sintéticamente: son entonces enunciados sintéticos *a priori* con fundamento trascendental-pragmático. Y además, en la medida en que algunos fragmentos del mundo empírico son manipulables por los sujetos dialogantes conforme a esas reglas de construcción, esto garantiza que la aplicación de esos fragmentos de matemática y teoría física inicial no sea hipotética, sino categórica y suficientemente fundada *in re*. Esto también caracterizaba a la teoría de la ciencia kantiana y es algo de que carece en general toda teoría de la ciencia contemporánea no constructivista. Una de las dificultades mayores de muchas teorías de la ciencia contemporánea es la de dar razón suficiente de la aplicabilidad necesaria de parte de la ciencia, es decir ¿cómo acontece que teorías matemáticas creadas con plena independencia de la experiencia mundana se apliquen necesariamente a amplios campos fenoménicos? Esto era un problema resoluble para Kant y parcialmente lo es también para el constructivismo: la necesaria aplicabilidad de fragmentos construídos de ciencia a dominios reales, se da en la medida en que esos dominios reales sean *cooperativa y repetidamente manipulables de modo tal que se los pueda obligar a respetar las leyes que imponemos a los objetos simbólicos y materiales para la medición empírica*. El más simple de esos casos es el de la aritmética elemental, que es aplicable a aquellos dominios empíricos que admiten ser bien ordenados, con lo que valen apodícticamente para ellos las ecuaciones recursivas construidas sobre el contar. Otro caso simple es el de los relojes y la medida del tiempo.

§ 4. *La concepción de la razón y la ciencia en Kant y en la actualidad.*

Para Kant, como para Platón y sucesores, toda ciencia que mereciera el nombre de tal era $\aleph \rightarrow \square \times \diamond \blacklozenge \circ \approx$, es decir conocimiento suficientemente fundado. En cambio para gran parte de la teoría de la ciencia actual, al menos la ciencia empírica no es un saber tal, sino sólo uno insuficientemente fundado que busca alcanzar a lo sumo el mejor fundamento posible para sus enunciados, en suma una ' $\square \times \blacklozenge \diamond \times \blacklozenge$ '²⁵, *platonico sensu*, con el mayor grado alcanzable de creencia fundada. Por ello es oportuno definir algunos conceptos pragmáticos:

Aproximémonos primeramente a la noción de '*fundamento*'. Nosotros nos ocuparemos principalmente del '*fundamento dialógico*', pero lo que decimos, con leves modificaciones, se puede aplicar también a las otras formas de fundamentación, como la que se da en una exposición monológica. Lo que ocurre es que una fundamentación tal, para ser aceptada por su auditorio, requiere pasar la prueba del diálogo cooperativo, donde la fundamentación es nuevamente dialógica. Comenzamos pues con una definición provisoria de la noción de fundamento en el ámbito de los diálogos cooperativos:

²⁵ ' $\square \times \blacklozenge \diamond \times \blacklozenge$ ', como el verbo ' $\square \aleph \times \square \blacklozenge$ ' (persuadir, engañar, etc.) con el que está emparentado, es palabra ambigua y no sólo designa la fe y la convicción, sino entre otras cosas, la prueba o el argumento. Por esto no sorprende que Aristóteles considere a la $\square \times \blacklozenge \diamond \times \blacklozenge$ una especie de conclusión de un argumento (*Rhet.* I 1, 1355 a 5-6), pues convence más lo demostrado. Este aparente argumento "racionalista" de Aristóteles no está muy apoyado por la experiencia, como lo reconoce el propio Aristóteles en *Rhet.* I 2, 1356 a 1-20: *al lego persuaden más los recursos retóricos no argumentativos (emocionales y del carácter, apariencia o aspecto del orador)*, como ya señala Platón en *Gorgias* 458e-459c.

D1. Un *fundamento dialógico* f para una tesis A , en un lenguaje \mathcal{L} común a todos los participantes del diálogo, es un *par de conjuntos (vacíos o no vacíos) de enunciados y reglas* ($f = \{E, R\}$) en ese lenguaje ($\emptyset \subseteq f \subseteq \mathcal{L}$), tal que a un subconjunto no vacío, propio o impropio, de E le corresponde funcionalmente²⁶ una regla de R respecto de la tesis A . Si $E \neq \emptyset$, entonces cada uno de sus enunciados ha sido admitido (como verdadero, o verosímil, o defendible, o justo, etc.) por cada uno de los dialogantes, además $R \neq \emptyset$ y cada una de sus reglas es admitida por todos los dialogantes como “permitiendo pasar de algún modo” de un subconjunto no vacío, propio o impropio, de los enunciados de E a la tesis A ²⁷ (es decir, los dialogantes convienen en que $f = \{E, R\}$ es un “soporte” para la pretensión de la tesis A de ser aceptada por todos ellos).

Antes de alcanzar el rango de fundamento dialógico de A , f es sólo un *fundamento particular* para uno o más, pero no para todos los dialogantes y una *propuesta de fundamento dialógico* de A . Esto ocurre por ejemplo durante la exposición por un dialogante de su argumento a favor de la tesis A . Por lo tanto la tarea de quien argumenta a favor de A consistirá en lograr que todos los participantes del diálogo admitan el fundamento f , es decir sus enunciados y reglas. Si lo logra, habrá alcanzado la aceptación de la tesis A por parte de todos los dialogantes, que acuerdan en ella ($\square \odot \square \bullet \square \eta \circ \ast \diamond \infty$). En ciertos casos el fundamento $f = \{E, R\}$ puede ser vacío con $E = \emptyset$ y $R = \emptyset$. Esto lo consideraremos más adelante.

Tanto los enunciados de E , cuanto las reglas R , pueden estar a su vez mejor o peor fundados y en principio admitimos diversos modos de fundamento para ello. Del grado de fundamento de estos componentes de $f = \{E, R\}$ dependerá el grado de fundamento de la tesis A del caso. Esto nos lleva a las definiciones siguientes:

D2. Una tesis A es *simplemente fundada* ($f(A)$), si su fundamento $f = \{E, R\}$ *ha superado hasta el presente al menos una objeción a la que se lo haya sometido*, es decir es un enunciado cuyo fundamento $f = \{E, R\}$ es tal que $E \neq \emptyset$ y $R \neq \emptyset$. Podríamos denominar al dominio de tales enunciados como el de lo *simplemente fundado* o de la $\infty \odot \square \bullet \ast \diamond \eta \circ \infty \quad \square \ast \diamond \ast \diamond \ast \infty$.

²⁶ Esta función generalmente no es inyectiva.

²⁷ Los “modos” del pasaje pueden ser varios. En el capítulo III, “*The Layout of Arguments*” (El esquema de los argumentos), de TOULMIN 1958 ese autor denomina ‘*data*’ a los fundamentos-premisas, ‘*claim*’ a la conclusión, ‘*warrants*’ (entre otras cosas) a los fundamentos-reglas específicas que permiten el paso de las premisas a la conclusión y ‘*backing*’ a los (meta)fundamentos genéricos de esas reglas, que son enunciados y no reglas. Agrega además los “modos” del pasaje de premisas a conclusión con el nombre de ‘*qualifiers*’ o calificadores de la “fuerza” de la fundamentación, que son modalidades *de re* que esbozan de modo oscuro la distinción entre fundamentación suficiente e insuficiente, y ‘*rebuttals*’ a refutaciones de la aplicabilidad de un *warrant* o regla, o un *backing*, o un *qualifier*, o un *datum*, o un *claim*, en casos particulares. Véase para ello TOULMIN 1958, cap. III, p. 94-145 y especialmente 97-113. Algunos de estos temas, ya presentes en Perelman, serán más desarrollados por RESCHER 1977 y son uno de los antecedentes de los actuales desarrollos de “lógicas no monótonas”.

D3. Una tesis simplemente fundada ($f(A)$) es *suficientemente fundada* ($sf(A)$), si su fundamento $f = \{E, R\}$ (es decir, tanto los enunciados E cuanto las reglas R) *ha superado todas las objeciones a las que se lo pudiera someter*. En tal caso A pertenece a la $\mathbb{M}_{er}\square\ast\blacklozenge\blacklozenge\circ\blacklozenge$ o ciencia en sentido tradicional.

D4. Una tesis simplemente fundada ($f(A)$) es *insuficientemente fundada* ($if(A)$), si su fundamento $f = \{E, R\}$ *no ha superado todas las objeciones a las que se lo pudiera someter*.

D5. Una tesis insuficientemente fundada ($if(A)$) es *bien fundada* ($bf(A)$), si su fundamento $f = \{E, R\}$ *ha superado todas las objeciones que han surgido y a las que se la ha sometido hasta el presente*. Consideraremos a una tesis A tal como perteneciente al dominio de la *creencia bien fundada* en un sentido que consideramos que rescata en cierto modo la noción de $\mathbb{M}_{er}\mathbb{N}_o\mathbb{E}\square\blacklozenge\blacklozenge\blacklozenge\blacklozenge$ tradicional.

D6. Una tesis insuficientemente fundada ($if(A)$) que *ha superado hasta el presente sólo una objeción a las que se lo ha sometido* se puede denominar '*mínimamente fundada*' ($mf(A)$).

D7. Una tesis A es no fundada $\sim f(A)$ cuando $f(A) = \emptyset$, es decir $f = \{E, R\}$ tiene $E = \emptyset$ y $R = \emptyset$. Las tesis no fundadas definidas de esta manera parecen una adecuada definición contemporánea de las "meras opiniones" o $\mathbb{M}_{er}\ast\&\mathbb{E}\ast\blacklozenge\mathbb{E}\ast$ de la terminología platónica.

Las dos especies extremas de la fundamentación insuficiente son la buena fundamentación bf y la fundamentación mínima mf . Naturalmente son posibles especies intermedias. Puesto que 'ser bien fundado' y 'ser mínimamente fundado' son especies del género 'ser insuficientemente fundado', valen inmediatamente las implicaciones: $\vdash bf(A) \rightarrow if(A)$ y $\vdash mf(A) \rightarrow if(A)$.

Que una tesis sea insuficientemente fundada no significa que sea por ello aceptable por una comunidad teórica, porque:

- (1) puede ocurrir que haya otras tesis sobre la misma materia que se le presenten como mejor fundadas respecto de la colección de objeciones presentadas (es decir, que la clase de las respuestas exitosas para la colección de objeciones propuesta es mayor o más importante para una tesis A que para una tesis B , aunque la clase de respuestas exitosas para B no sea necesariamente una subclase de las respuestas exitosas para A : en este caso sería difícil comparar los "grados" de fundamento, que se podrían considerar incluso "inconmensurables"; sin embargo esto no obsta para que una comunidad teórica tome la decisión de considerar a una tesis A como mejor fundada que otra B aunque sus grados de fundamentación no sean estrictamente comparables),
- (2) o bien que, aunque se tenga una sola tesis sobre esa materia, la comunidad teórica considere deficiente la fundamentación ofrecida.

Esto nos obliga a considerar algunas precisiones, aunque nos limitaremos a los casos más simples de clases de respuestas en relación de inclusión, dejando los casos de solapamiento o exclusión para otros trabajos:

D8. El *grado de fundamento* de una tesis A es *mayor o igual* al de B ($gf(A) \geq gf(B)$) si A supera todas las objeciones que se le han hecho a B (e. d. la clase de las respuestas exitosas para B está incluida en la de las respuestas exitosas para A).

Obsérvese que D8 *no supone que B haya superado al menos una objeción*, es decir, no supone que B sea una tesis ni siquiera mínimamente fundada, sino que sólo afirma que la fundamentación de A , de existir, no es menor que la de B . Dos tesis A y B totalmente infundadas (meras opiniones o $\mu\lambda\chi\epsilon\rho\&\sigma\cdot\mu\lambda\chi\epsilon\rho\&\sigma$ en la terminología platónica) satisfacen la definición D8.

D9. Una tesis A está *mejor fundada* que B , si supera todas las objeciones que se le han hecho a B y B no supera todas las objeciones hechas a A (esta relación la simbolizamos del siguiente modo: $ff(A,B) \leftrightarrow (gf(A) > gf(B))$, que es una abreviatura de: $ff(A,B) \leftrightarrow (gf(A) \geq gf(B)) \wedge \neg(gf(B) \geq gf(A))$) (e. d. la clase de las respuestas exitosas para B está incluida en la de las respuestas exitosas para A , pero la clase de las respuestas exitosas para A no está incluida en la de las respuestas exitosas para B).

Esta definición de mejor fundado ya supone una fundamentación no vacía ($gf(A) \neq \emptyset$), es decir que al menos un enunciado y una regla previamente aceptados por los dialogantes sean considerados también por ellos como aceptables. Adviértase que para dar esta definición no se ha debido recurrir explícitamente a la noción de existencia de un enunciado y una regla fundantes. Lo que se intenta aquí es dar una versión dialógica de la lógica epistémica y doxástica sin recurrir a algunas de las definiciones de saber y creencia de importantes teóricos, entre otros las de Hintikka y Lenzen. La definición de ‘conocimiento’ debe ser modificada para admitir como conocimientos a ciertos enunciados verosíblemente fundados, no necesariamente verdaderos *sensu stricto*.

La verdad (por correspondencia, coherencia o consenso) de las tesis suficientemente fundadas, es decir con una “*Letztbegründung*”, una vez lograda, es ahistórica. Las restantes tesis fundadas son históricas y su grado supremo es el de “buen fundamento”, el que como vimos admite grados inferiores: el de los enunciados simplemente fundados en grados diversos. Aquí se nos plantea una cuestión importante: ¿Cuál será el grado inferior de fundación de una tesis que merezca ser considerada una *creencia racional*? Esta no es una cuestión que se pueda resolver de manera indiscutible, pero podemos *acordar* que, si existe al menos otra tesis fundada B respecto del mismo tema, compatible o incompatible con A , el grado mínimo admisible de fundamento históricamente alcanzado por A para merecer el nombre de ‘*creencia racional*’ no sea menor que el fundamento alcanzado por toda otra tesis B . En símbolos:

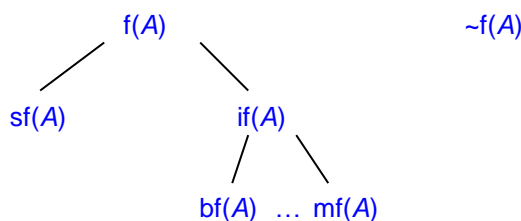
Df.10. $Cr(A) =_d \bigwedge B(AcB \vee A|B \rightarrow gf(A) \geq gf(B) \wedge (gf(A) \neq \emptyset))$,

donde 'Cr' abrevia 'creencia racional', 'c' la 'compatibilidad', 'I' la 'incompatibilidad' y 'gf' el 'grado de fundamento'. De esta definición surge que, en el caso de un conjunto A, B_1, \dots, B_n de tesis sobre un tema determinado, si A es una tesis incluso mínimamente fundada y B_i (con $1 \leq i \leq n$) son meras opiniones, entonces A es una creencia racional (e. d. si $mf(A)$ y $f(B_i) = \emptyset$ para $1 \leq i \leq n$, entonces $Cr(A)$). No consideraremos aquí el complejo problema de la medida del fundamento, del cual será función la medida de la creencia racional.

La diferencia entre $\text{sf}(A)$ y $\text{if}(A)$, incluso bien fundada, entre 'sf' y 'if', es cualitativa, como habría podido decir Platón, en tanto que la existente entre las 'if', 'bf', ..., 'mf' es cuantitativa. Si una tesis A es $bf(A)$, entonces es una $Cr(A)$, en tanto que si es sólo $if(A)$, puede no serlo, como surge de la definición de 'Cr'. Considerando sólo la extensión de un fundamento e ignorando el salto cualitativo entre la fundamentación suficiente $\text{sf}(A)$ y la insuficiente $\text{if}(A)$, se puede sostener que un enunciado suficientemente fundado está bien fundado, que si está bien fundado, lo estará simplemente y que si lo está simplemente, lo estará mínimamente:

$\vdash \text{sf}(A) \rightarrow \text{bf}(A) \rightarrow \dots \rightarrow \text{mf}(A)$.

Las implicaciones conversas son inválidas por definición. Por otra parte una clasificación género-especie nos proporciona el siguiente esquema:



El problema diacrónico de si un enunciado o teoría que es creencia racional puede devenir saber suficientemente fundado no tiene una respuesta *a priori*.

§ 5. Algunos ejemplos.

Consideremos primeramente el caso de ciencias cuyos objetos son "simbólicos". Un ejemplo matemático es el de las bien fundadas teorías de conjuntos, como la de Zermelo-Fraenkel (ZF), la de von Neumann-Bernays-Gödel (NBG), etc.²⁸ Éstas son suficientemente fuertes como para definir los conjuntos necesarios para deducir las principales teorías matemáticas, pero suficientemente débiles como para impedir la deducción de las antinomias conocidas. Sin embargo no podemos garantizar que en el futuro no aparezcan nuevas antinomias en alguno de esos sistemas, ni tampoco sabemos cómo construir pruebas de consistencia para las versiones completas de ninguno de ellos, pero como se trata de teorías suficientemente complejas no se excluye la imposibilidad de dichas pruebas. Sin

²⁸ Hay otras axiomatizaciones menos utilizadas, como el sistema M de Morse y los sistemas NF (1937) y ML (1940) de Quine.

embargo hasta hoy tanto ZF como NBG son teorías “bien corroboradas” que han superado todas las objeciones que se le hicieran. No obstante todas estas teorías de conjuntos son al menos “ligeramente artificiales”²⁹ y *parcialmente incompatibles entre sí*, lo que permite sospechar la artificiosidad de algunos de sus principios. Consideremos un par de teoremas. Por ejemplo en ZF son teoremas $\vdash \{x:x=x\} = \emptyset$ y $\vdash \cap \emptyset = \emptyset$. En cambio en NBG lo son $\vdash \{x:x=x\} = V$ y $\vdash \cap \emptyset = V$, donde ‘V’ es la clase (no conjunto) universal, entidad inadmisibles en ZF. Estos teoremas son entonces sólo inmanentemente verdaderos, respecto de la propia teoría, por lo que se trataría inicialmente de verdades por coherencia³⁰ (en el caso no demostrado de que se trate de teorías totalmente consistentes), pero no lo serían en sentido trascendente, pues son incompatibles con los de la otra teoría. No existe pues *la* teoría de conjuntos, sino varias teorías parcialmente incompatibles entre sí.

De este modo tendríamos en general que los futuros posibles de teorías complejas con objetos simbólicos son tres:

- (1) o continuar en un estado indefinido de creencia racional (inmanentemente) bien fundada,
- (2) o resultar suficientemente falsadas por la deducción de una falsedad demostrada en la teoría,
- (3) o convertirse en suficientemente demostradas mediante una prueba de consistencia absoluta.

La condición mínima para su aceptación es la de ser al menos creencias racionales inmanentemente bien fundadas, y su desarrollo histórico les reserva, o la permanencia en ese estado, o un salto cualitativo, ya a la condición de *verdad racional*, ya a la de falsedad plena, en cualquiera de sus especies.

El caso de las ciencias con objetos “empíricos”, es decir fenómenos en gran parte independientes de las construcciones simbólicas y materiales que los sujetos teóricos realizan para su estudio, como acontece en las ciencias naturales o humanas, es diferente. En ellas la fundamentación suficiente, en caso de existir, es escasa (p. ej. una breve profísica). En gran parte, si no en su totalidad, dichas ciencias consisten, en los mejores casos, de varios fragmentos teóricos que son sistemas al menos parcialmente deductivos con algunas tesis iniciales o “principios” hipotéticos y sus consecuencias, teoremas y corolarios, *a fortiori* hipotéticos. El ideal tradicional de la ciencia como *verdad racional* prácticamente ha desaparecido de ellas y de sus correspondientes epistemologías. La mejor situación a la que pueden aspirar es a ser una “buena conjetura”, para usar una terminología con sabor popperiano, es decir a ser una creencia racional bien fundada. Les estaría vedado empero el fundamento suficiente que según Kant caracterizaba a las ciencias. El ejemplo clásico de una ciencia

²⁹ MARTIN 1958 (1962, 145), señala, respecto de los sistemas conocidos, que “*quizá ninguno sea todavía plenamente satisfactorio*”. SUPPES 1960, 41, opina: “[it] *emphasises the slightly artificial character of any form of axiomatic set theory.*” BECKER 1966, 186, afirma que “*el soberbio edificio de la teoría de conjuntos de Cantor ... parece manifestarse como una fantasmagoría, como un cierto espejismo que se desvanece al acercarse a él*”. Para Lorenzen una teoría de conjuntos no constructiva y por ello demasiado permisiva sería un “*fragmento de literatura fantástica*”, como manifestó en varias oportunidades en sus cursos de la universidad de Erlangen.

³⁰ Serían además verdades por correspondencia si para cada una de esas teorías fuese posible dar reglas de construcción para cada uno de sus objetos, como ocurre en el fragmento constructivista de teoría de conjuntos, pero esa posibilidad no parece realizable para toda una teoría.

como creencia racional bien fundada fue el de la dinámica clásica y sus ampliaciones hasta la segunda mitad del siglo XIX, pues no se trataba de una \mathbb{R}^3 , como se pensó incluso después de Kant, por el insanable carácter hipotético, en esos tiempos aún bien fundado, de su ley de gravitación (y de sus extensiones). Pero dicho “buen fundamento” se desmoronó cuando uno de sus principios básicos, el teorema galileano de adición vectorial de velocidades ($\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$) resultó incompatible con la muy bien contrastada invariancia empírica de la velocidad de la luz en el vacío c . Los pasos siguientes son conocidos: primero Poincaré (cuyos trabajos permanecieron inéditos), luego Einstein y, según todos los indicios, en gran parte su primera esposa desarrollaron una teoría de los movimientos relativos de sistemas inerciales que trasciende la mecánica, incluye la electrodinámica, excluye la gravitación, y con cuyas nuevas leyes de aditividad para c constante se alcanzan resultados muy poderosos, como la equivalencia entre masa inercial y energía ($E = mc^2$). Esta teoría, denominada relatividad especial, fue publicada por Einstein como el tercero de sus trabajos de 1905.³¹ La teoría general de la relatividad, cuya texto publicó Einstein en 1916³², generalizó esos resultados para una mecánica de sistemas no inerciales, con una deducción de la equivalencia entre la masa inercial y la gravitatoria. Esta teoría reemplazó la mecánica galileo-newtoniana y luego de reiterados experimentos relativos (1) al corrimiento secular del perihelio de mercurio, (2) al desplazamiento de las imágenes de las estrellas próximas al disco solar durante un eclipse total de sol, (3) al desplazamiento hacia el rojo de las líneas espectrales en el campo gravitatorio del sol y (4) a la modificación de la duración de la trayectoria de un rayo de luz terrestre que pasa junto al sol y se refleja en un planeta interior (respecto al caso de un paso lejano), transcurrió un buen tiempo durante el cual dicha teoría general fue considerada una teoría bien fundada, aunque ningún epistemólogo cuidadoso la hubiera considerado ya suficientemente fundada. Esa calificación está hoy casi totalmente desterrada del dominio de las ciencias físicas.

Si bien hubo importantes críticas a la teoría de la relatividad desde sus comienzos (como las de Hans Driesch 1928 y Hugo Dingler 1938) dicha teoría se transformó en “ciencia normal”. Pero no pasó mucho tiempo sin que se desencadenasen nuevas críticas, no obstante su gran eficacia predictiva y, sobre todo, su gran utilidad técnica, que revolucionó el mundo de las armas y del poder, por una parte, y cambió completamente, desde la vida cotidiana hasta las teorías cosmológicas, por la otra. En efecto, se presentaron divergencias entre las predicciones relativistas y los resultados experimentales, y algunos fenómenos que la relatividad no podía predecir pudieron ser mejor predichos por una teoría gravitacional newtoniana generalizada (más el efecto de la rotación del

³¹ EINSTEIN, Albert: “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”, *Annalen der Physik* 17 (1905), 891-921. Traducción española en HAWKING, Stephen (ed.): *A hombros de gigantes (Las grandes obras de la física y la astronomía)*, Barcelona: Crítica, ¹2003, ³2004, “Sobre la electrodinámica de cuerpos en movimiento”, p. 1027-1052.

³² EINSTEIN, Albert: “Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie”, *Annalen der Physik* 49 (1916), 769-822. Traducción española en HAWKING, Stephen (ed.): *A hombros de gigantes (Las grandes obras de la física y la astronomía)*, Barcelona: Crítica, ¹2003, ³2004, “El fundamento de la teoría de la relatividad general”, p. 1062-1106.

sistema solar respecto del fondo estelar – Anding 1905)³³. En primer lugar las medidas del corrimiento secular del perihelio de Mercurio, cuyo valor relativista es de 42,89” y en la teoría clásica generalizada es de 43,04”, caen ambas dentro del error de observación, por lo que fracasa el *experimentum crucis*. Por otra parte la teoría general de la relatividad implica dos formas diferentes del teorema de energía, según se considere el movimiento de la luz o el de un planeta en el campo gravitatorio, en tanto la teoría gravitacional newtoniana generalizada describe ambas trayectorias mediante la única ecuación en coordenadas polares.

De este modo una teoría clásica generalizada resultaría más “económica” que la relativista generalizada, la que exige además una velocidad finita c para las ondas/corpúsculos de gravedad (gravitones), para lo que no hay aún ninguna buena corroboración y es una predicción no necesaria en la teoría clásica generalizada.³⁴ De modo que, aunque prefiramos la teoría de la relatividad generalizada a cualquier versión generalizada de la teoría clásica, estamos obligados a afirmar de ella que es una teoría insuficientemente fundada, y hoy ni siquiera bien fundada, a pesar de su éxito desde un punto de vista explicativo y predictivo, además de su gigantesca utilidad técnica.

La mecánica cuántica, que surge con Max Planck en 1900 con el objeto de dar cuenta de la ley de radiación del cuerpo negro, se ve forzada a abandonar la tradicional concepción física continua de los cambios energéticos (*natura non facit saltus*) y admitir su estructura discontinua de “cuantos de acción” para la microfísica. La mecánica cuántica, junto con la física clásica y la teoría de la relatividad, son las tres teorías científicas más exitosas (en el sentido de útiles) de la historia. Sin embargo, desde sus comienzos, la mecánica cuántica jamás estuvo libre de objeciones, tuvo principios poco claros e interpretaciones divergentes e incompatibles, etc., lo que permite decir que, si bien es un sistema de modelos teóricos de extrema utilidad y con una importantísima masa de experiencia corroboradora de su formalismo, ninguno de sus modelos e interpretaciones se puede considerar bien fundado en el sentido previamente definido.

Ésta es la situación de la física contemporánea, la ciencia empírica por excelencia por su capacidad de explicación, predicción y utilidad técnica. Brevemente, por *sus altos niveles de fundamentación insuficiente*. Las restantes ciencias naturales anhelarían sus niveles de fundamentación empírica. Sin embargo, aunque hoy todos le conceden un altísimo nivel de cientificidad, su fundamento no es suficiente, como ocurre en cambio con fragmentos de la lógica y la matemática y con algunos fragmentos protocientíficos, y como debería ocurrir usualmente en la ciencia, según la tradición tan bien representada por Kant.

Además, y esto es un dato decisivo, la física clásica desde hace siglos, y también la teoría atómica y la mecánica cuántica, están llenas de términos que refieren a entidades *transempíricas*, como las entidades ideales de todos sus dominios (desde el péndulo ideal, la masa puntual, el gas ideal, los

³³ HOYER 1997-1998.

³⁴ Para estas “dificultades” de la relatividad generalizada véase HOYER 1997-1998.

campos, el cuerpo negro, etc.), es decir “términos teóricos” no empíricos cuyos correlatos objetivos, o bien son entidades ideales que pueden no existir, o bien, si se presume su existencia, ella casi siempre sólo es accesible mediante complejas mediaciones teóricas y muchas veces incluso no es posible una mediación completa, y permanecen como entidades exigidas sólo por el formalismo. El saber físico es entonces, en gran medida, sólo creencia racional, en el mejor de los casos elaborada con instrumentos matemáticos complejos y empíricamente muy bien corroborada, pero además *con importantes “aspectos no empíricos”*, como lo testimonian los inevitables términos teóricos. Las entidades hipotéticas correspondientes a muchos términos teóricos cumplen un papel análogo al de las tradicionales “*cosas en sí*” (*Dinge an sich*) kantianas, sobre las cuales tampoco debería versar la ciencia. Einstein comprendía muy bien esta situación cuando requería, concorde con Kant, un saber físico sin términos teóricos.

Hoy nos encontramos pues muy lejos de la idea kantiana de la física como ciencia perfectamente fundada. La construcción sintética *a priori* en las formas de la intuición sensible era directa en el caso de la matemática. La física era un caso más complejo por el carácter dinámico y regulativo de sus categorías y principios. Sin embargo Kant consideraba que el sistema de las categorías aplicadas a la forma pura de la sensibilidad nos daba principios sintéticos *a priori* constitutivos de la experiencia, que eran los que aparecían en la analítica de los principios, de modo que la síntesis *a priori* y con ella la fundamentación suficiente y ampliativa ingresaba con pleno derecho en la física. Este resultado es el que se ha debilitado esencialmente y que, si subsiste, sólo se conserva residualmente en una breve profísica.

Conspicuo es también el caso de la cosmología y sus numerosos y parcialmente incompatibles modelos acerca del origen, desarrollo y fin del universo. Recordemos que la idea kantiana de mundo como unidad de todos los fenómenos es una idea regulativa que no se puede dar en la experiencia y que en esto Kant tiene plena razón. Pero eso es lo que se proponen estudiar todas las cosmologías “científicas” contemporáneas. Por ello una cosmología como $\mathbb{M}_{er} \square \times \blacklozenge \blacklozenge \blacklozenge \circ \blacklozenge$ es no sólo kantianamente inadmisibile, sino inadmisibile para cualquier epistemología seria. Por eso los autores metódicamente kantianos, como los mencionados constructivistas, niegan cientificidad a teorías cosmológicas de moda, como las numerosas versiones del “estallido inicial” del abate G. Lemaître y G. Gamow. La cosmología sólo podría ser “ciencia” en un sentido muy débil, más débil que el de las teorías físicas habituales, por su pretensión de conocimiento de una totalidad inexorablemente transempírica. De este modo la situación actual de la física, ciencia kantiana por excelencia, y de sus extensiones, revela características que para Kant constituían los defectos de la metafísica tradicional, por los que le negaba el carácter de ciencia.

Nos encontramos pues entre los cuernos de un dilema: o defendemos la concepción kantiana de la ciencia como $\mathbb{M}_{er} \square \times \blacklozenge \blacklozenge \blacklozenge \circ \blacklozenge$ y por tanto rechazamos que la física y las restantes ciencias empíricas sean ciencia *stricto sensu*, o concedemos carácter científico pleno a la física (y a otras ciencias empíricas) y por ende admitimos que la ciencia sea algo diferente de lo que pensaban los

clásicos, desde Platón hasta Kant, a saber, que sea $\square \times \diamond \blacklozenge \times \times$, creencia fundada del mejor modo posible, aunque incluso pocas veces “bien fundada”. El consenso actual acerca de lo que es ciencia escoge el segundo de los cuernos: *admite el carácter científico de al menos las teorías empíricas mejor construídas y corroboradas y en consecuencia acepta llamar ciencia, no sólo al fragmento de saber suficientemente fundado, sino también a muchas creencias adecuadamente fundadas, incluso en el caso de no estar bien fundadas.*

§ 6. Ciencia y filosofía.

Pero entonces ¿cuál es la diferencia gnoseológica de nuestra ciencia empírica y la metafísica y la filosofía tradicional? ¿Qué diferencia efectiva existe entre el pensamiento científico y el filosófico en la actualidad? Lo primero que debemos admitir es que la situación contemporánea de las ciencias empíricas es muy similar a la de la filosofía que Kant criticaba por a científica. Pero entonces, habiéndonos decidido por el segundo cuerno del dilema y considerando científicas a esas creencias racionales deductivamente articuladas e insuficientemente fundadas, ¿porqué no habríamos de considerar también científicas a numerosas teorías filosóficas deductivamente articuladas e insuficientemente fundadas, tanto tradicionales cuanto contemporáneas? No hacerlo sería una decisión inconsistente y prejuiciosa, pues los dos tipos de saber pueden compartir el mismo tipo de (1) *fundamento insuficiente* y (2) *aspectos no empíricos (nouménicos o de términos teóricos)*.

El prejuicio que concedía un estatuto gnoseológico cualitativamente superior y un pleno carácter fenoménico a la ciencia y se lo negaba a la filosofía fue fortalecido por la filosofía kantiana. Dicho prejuicio es hoy insostenible. Además hay fragmentos de filosofía, muchos de la tradición, junto a otros de la lógica, de la fenomenología de Husserl, de la ontología fundamental de Heidegger, de la metafísica formal, de la mereología de Leśniewski, fragmentos obtenidos por reflexión trascendental, como en la pragmática, etc., que son saberes suficientemente fundados al menos bajo algún aspecto, es decir, son $\aleph \epsilon \tau \square \times \diamond \blacklozenge \times \diamond \circ \omega$ y no mera creencia racional. Adviértase que no hablamos de la totalidad de dichos campos filosóficos, sino sólo de fragmentos. De modo que habría saberes filosóficos que son cualitativamente superiores a casi todo aquello que hoy se llama ciencia empírica, saberes que compartirían la solidez gnoseológica de los mejores fragmentos de la matemática y la lógica.

Un caso interesante es el de la metafísica formal. Uno de sus expositores más relevantes del siglo XX fue Heinrich Scholz (1884-1956). Pero éste autor no sólo no es el único en la filosofía de ese siglo, sino que además numerosos pasajes de muchos autores de toda la historia de la filosofía y de la lógica han expresado, a sabiendas o no, tesis que pertenecen a la metafísica formal. La lógica de primer orden, y especialmente la de segundo orden, contribuyen con numerosas de esas tesis. Comparemos por un lado la tan periodística, popular y acrítica tesis “*Todo está relacionado con todo*” y por otro lado la tesis implicacional construída a partir de ella: “*Si todo está relacionado con todo, entonces todo está relacionado consigo mismo*”. El segundo es un principio de metafísica formal.

Nadie tiene porqué suponer que sea sólo una la relación que relaciona a todo con todo, pero aún en este caso valdría el principio. Expresémos los dos casos más obvios de un modo más preciso:

$$\forall R^2 \wedge x \wedge y. R^2 x, y \rightarrow \forall R^2 \wedge x. R^2 x, x,$$

$$\wedge x \wedge y \forall R^2. R^2 x, y \rightarrow \wedge x \forall R^2. R^2 x, x.$$

Otros muchos ejemplos son los de tipo disyuntivo, que son los que intentan cubrir todas las posibilidades metafísicas, es decir que argumentan “por casos”, como algunos ejemplos del mismo Kant tomados de la historia de la filosofía, como los de las antinomias de la dialéctica trascendental. Otro ejemplo menos citado de este tipo es el siguiente:

*“El mundo existe o bien por ciego azar, o bien mediante una necesidad interna, o bien por una causa exterior.”*³⁵

Otro caso es el de la teología racional. Mencionemos la versión de Leibniz-Wolff del argumento ontológico de la existencia de Dios por ser un típico argumento metafísico rechazado por Kant. No creemos sin embargo que Kant no admitiera que tal filosofema sea una *creencia racional*. Hoy ocurre que la versión actual de Gödel de dicho argumento elimina todas las objeciones propuestas contra el mismo y demuestra la existencia de Dios como teorema en un sistema modal S5 ampliado con una semántica adecuada para sus definiciones de Dios, de perfección, de existencia necesaria, y para los axiomas y reglas del sistema. Además una semántica adecuada para el argumento no se puede distinguir de la de S5, por ser la única que admite una necesidad absoluta como la que requiere la definición de Dios, y dicha semántica verifica su existencia. Es decir, la versión de Gödel del argumento propuesto por San Anselmo de Aosta pertenecería a la $\mathbb{M}_{\text{et}} \square \times \diamond \heartsuit \spadesuit \circ \clubsuit$.

Sin embargo es necesario interpretar la noción de existencia del argumento ontológico como de *existencia necesaria débil*. La *existencia fuerte* se predica de un objeto que se puede “mostrar”, construir o para el cual se puede dar una regla de construcción. La *existencia débil* en cambio se asevera cuando la negación de la existencia implica un enunciado demostradamente falso, es decir cuando se demuestra por reducción al absurdo. En el argumento ontológico se procede de ese modo.³⁶ Demostrar débilmente la existencia necesaria de Dios mediante el argumento ontológico significaría entonces que no es posible negar su existencia o que *Dios es una condición necesaria de la razón*. Como dice Fitting en un libro reciente: “*Ontological arguments seek to establish the existence of God based on pure logic: the principles of reasoning require that God be part of ones ontology*”.³⁷ No consideramos aquí el problema de su “empiría”: *stricto sensu* no hay ninguna; *lato sensu* el tema es demasiado extenso como para ser resumido aquí. Otro tema que sólo

³⁵ KANT 1781, 1787, B 99: “... z. B. Die Welt ist entweder durch einen blinden Zufall da, oder durch innre Notwendigkeit, oder durch eine äußere Ursache.”

³⁶ Ver ROETTI 2004.

³⁷ FITTING 2002, XI.

mencionaremos aquí, pero que es igualmente interesante, es el de la imposibilidad de la “epojé” de la existencia en la definición de Dios, cualidad que lo distingue de los objetos sobre los que la fenomenología realiza tal reducción.

§ 7. Conclusión.

¿Qué nos resta del programa trascendental kantiano? Poco de su *materia* original (sin negar que aspectos de su analítica, dialéctica, teoría del método, de su filosofía práctica y de otras partes del enorme *corpus* kantiano, sean conservables no sólo como saber insuficiente o filosóficamente incitante, sino incluso como saber suficientemente fundado), pero *podemos conservar su núcleo metódico, aunque en materia diversa*. Y el *núcleo metódico del trascendentalismo kantiano reside en la búsqueda de las condiciones de posibilidad del conocimiento*. Condiciones de posibilidad se pueden encontrar en diversos modos materialmente distintos de acceso a los objetos. Por ello admitimos que la vía trascendental esté abierta a numerosas orientaciones filosóficas, entre las que se encuentran las mencionadas más arriba y sin duda otras más. Pero *todas ellas comparten su carácter de praxis dialógica, lo que presupone el estudio de las condiciones de posibilidad de un diálogo no polémico, sino cooperativo que determine las formas de fundamentación en sus dos especies cualitativamente diferentes: suficiente e insuficiente*. El estudio de esta praxis dialógica determinante de las condiciones de posibilidad del conocimiento sobre cualquier materia objetiva constituye el acceso privilegiado, por su máxima formalidad, a los enunciados suficientemente fundados, aunque sean posibles otros dominios menos formales de $\mathbb{M}_{er}\square\ast\blacklozenge\ast\blacklozenge\circ\ast$. El ámbito de la razón insuficiente, o $\square\ast\blacklozenge\ast\blacklozenge\ast$, es mucho más amplio, tanto en filosofía como en ciencia empírica, y es el producto de una teoría del conocimiento más escéptica, fruto de las decepciones que han sufrido a lo largo de la historia los deseos originales más ingenuos de un saber perfecto, como el del siguiente pasaje aristotélico: *“Porque corresponde a una misma facultad reconocer lo verdadero y lo verosímil y, por lo demás, los hombres tienden por naturaleza de un modo suficiente a la verdad y la mayor parte de las veces la alcanzan”*.³⁸

En dominios de menor racionalidad encontramos teorías débilmente fundadas e incompatibles con otras igualmente débiles sobre los mismos temas. Esto también acontece en las ciencias naturales (desde modelos incompatibles en física y cosmología), pero mucho más frecuentemente y con fundamentos más débiles en muchos fragmentos de las ciencias humanas. La generosidad epistemológica contemporánea les concede muchas veces el carácter de saber científico, aunque algunos textos de ciertas especialidades rocen las regiones de la retórica sugestiva. Para la filosofía y las diversas ciencias que han surgido de ella es consolador el siguiente comentario de Gödel: *“Ei ocuparse de filosofía, aun si no surgen resultados positivos (y permanezco perplejo), es de todos modos beneficioso. Logra que la realidad se manifieste más netamente perfilada que de*

³⁸ ARISTÓTELES, *Rhet.* I 1, 1355 a 15-17: .

costumbre.³⁹ Reflexionar sobre los aspectos irresolubles, transempíricos de la filosofía y las ciencias, incluso de las más débilmente fundadas, tiene el efecto de que la realidad, como tal, se presenta más clara.

Literatura.

- BECKER 1966: BECKER, Oskar: *Magnitudes y límites del pensamiento matemático*, Madrid: Rialp, 1966.
- FITTING 2002: FITTING, Melvin: *Types, tableaux and Gödel's God*, Amsterdam: Kluwer Academic Publ., 2002.
- GÖDEL 1970: Gödel, Kurt, "Ontological proof", en GÖDEL 1995, especialmente pp. 403-4.
- GÖDEL 1995: Gödel, Kurt, *Collected Works*, vol. III, *Unpublished essays and lectures*, New York/Oxford: Oxford University Press, 1995, 388-437.
- HOYER 1997-1998: HOYER, Ulrich: "Filosofía clásica de la naturaleza y física moderna", *Cuadernos del Sur – Filosofía* (1997-1998) 27-28, 35-61 y 31-50, Bahía Blanca, Ediuns.
- KANT 1755: KANT 1755, Immanuel: *Principiorum primorum metaphysicae nova dilucidatio*, en WEISCHEDEL, Wilhelm: *Kant Werke*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1975, vol. 1, 401-509.
- KANT ¹1781-²1787: KANT, Immanuel: *Kritik der reinen Vernunft*, en WEISCHEDEL, Wilhelm: *Kant Werke*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1975, vol. 3-4.
- KANT 1783: KANT, Immanuel: *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können*, en WEISCHEDEL, Wilhelm: *Kant Werke*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1975, vol. 5.
- MARTIN 1958: MARTIN, Richard M.: *Truth and Denotation*, University of Chicago Press, 1958 (tr. esp.: *Verdad y denotación*, Madrid, Tecnos, 1962).
- MITTELSTRAß 1995: MITTELSTRAß, Jürgen (ed): *Enzyklopedie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Stuttgart/Weimar: Metzler, 1995.
- NICOD 1930: NICOD, Jean: *Foundations of Geometry and Induction*, London: Routledge & Kegan Paul, ¹1930, ²1950.
- RESCHER 1977: RESCHER, Nicholas: *Dialectics. A controversy-Oriented Approach to the Theory of Knowledge*, Albany, State University of New York Press, 1977.
- ROETTI 2004: ROETTI, Jorge Alfredo, "El argumento ontológico: La variante de Gödel de la versión de Leibniz", *Diálogos* (2004) 84, 71-99, Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico.
- SUPPES 1960: SUPPES, Patrick: *Axiomatic Set Theory*, New York: Van Nostrand, 1960.
- TORRETTI 1978: TORRETTI, Roberto: *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht: Reidel, 1978.
- TOULMIN 1958: TOULMIN, Stephen Edelston: *The Uses of Arguments*, Cambridge: Cambridge University Press, ⁵1991.

³⁹ GÖDEL 1995, III, 432. *Beschäftigung mit Philosophie, selbst wenn keine positiven Ergebnisse herauskommen (sondern ich ratlos bleibe), ist auf jedem Fall wohltätig. Es hat die Wirkung ... daß die Realität deutlicher als solche erscheint.*