

# Utilización de los diagramas de Minkowski para la enseñanza de la Teoría Especial de la Relatividad en la escuela secundaria

REVISTA  
DE  
ENSEÑANZA  
DE LA  
FÍSICA

Esther E. Cayul<sup>1</sup>, Irene Arriasecq<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Paraje Arroyo Seco, CP 7000, Buenos Aires, Argentina. ECienTec.

<sup>2</sup> CONICET

E-mail: ecayul@exa.unicen.edu.ar

## Resumen

En este trabajo se presentan los resultados de la implementación de una etapa de una Secuencia de Enseñanza y Aprendizaje diseñada para abordar la Teoría Especial de la Relatividad en la escuela secundaria superior, en Argentina.

Se adopta el modelo de Enseñanza para la Comprensión dentro de un marco teórico más amplio que promueve un aprendizaje significativo de la Teoría Especial de la Relatividad.

El objetivo de esta investigación es analizar si la utilización de los diagramas de Minkowski, para establecer la simultaneidad de eventos en la Teoría Especial de la Relatividad, es una herramienta apropiada para la escuela secundaria.

La metodología empleada en la investigación es cualitativa de tipo descriptiva.

La implementación se realizó en dos cursos de secundaria superior de una escuela pública dependiente de la Universidad Nacional del Centro, conformados por 65 alumnos. Los resultados obtenidos evidencian rasgos de aprendizaje significativo de la Teoría Especial de la Relatividad, por parte de los alumnos.

**Palabras clave:** Diagramas de Minkowski, Simultaneidad en la Teoría Especial de la Relatividad, Enseñanza para la Comprensión, Escuela secundaria.

## Abstract

In this paper the results of the implementation of a step in a Teaching - Learning sequence designed to approach the Special Relativity Theory in high school in Argentina are presented.

The purpose of this research is to analyze whether the use of Minkowski diagrams to establish the simultaneity of events in the Special Relativity Theory is an appropriate tool for high school.

The methodology used in this research is qualitative and descriptive.

The implementation was done in two courses of a public high school that is dependent of the Universidad Nacional del Centro (Argentina), with 65 students. The results show that students achieved meaningful learning in some topics of Special Relativity Theory.

**Keywords:** Minkowski diagrams, Simultaneity in Special Relativity Theory, Teaching for understanding, High School

## I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se analiza en qué medida la incorporación de los diagramas de Minkowski, para establecer la simultaneidad de eventos en la Teoría Especial de la Relatividad (TER), es una herramienta apropiada para ser usada por alumnos de la escuela secundaria.

Se trabajó con una etapa de una Secuencia de Enseñanza y Aprendizaje (SEA), diseñada para abordar la TER en la escuela secundaria superior (Arriasecq, 2008; Arriasecq y Greca, 2012).

La línea de investigación en enseñanza de las ciencias denominada *Secuencias de Enseñanza y Aprendizaje* (*Teaching-Learning Sequences* o *TLS* o *SEA* en español) puede caracterizarse como una actividad de carácter dual que consiste tanto en una actividad de investigación en el aula como el producto de la misma, con actividades suficientemente investigadas de enseñanza y aprendizaje de determinados tópicos con ciertos grupos de alumnos (Méheut y Psillos, 2000; Psillos y Méheut, 2001).

Esta perspectiva, dentro de la investigación en educación en ciencias, se focaliza en la investigación de la enseñanza y del aprendizaje en el “nivel micro” (estudio de una clase en un tema específico) o en el “nivel medio” (estudio de la secuencia de un único tópico), pero no en el “nivel macro”, que contempla el estudio de todo un curriculum durante uno o varios años (Kariotoglou y Tselfes, 2000).

La SEA mencionada posee el formato de un libro de texto donde se encuentran selección de artículos originales que permiten un análisis y una discusión crítica de los contenidos abordados, diversos tipos de actividades como: resolución de problemas, ejercicios, etc.; incluso algunas no convencionales como la elaboración de cuentos e historietas. Este material posee un enfoque que le otorga un rol tan importante a la Historia de la Ciencia y la Epistemología como el que tiene la adopción de un marco psicológico y uno didáctico (Arriassecq, 2008).

La secuencia de enseñanza y aprendizaje, consta de cinco etapas que incluyen un recorrido que va desde la revisión de la mecánica clásica pasando por el análisis de conceptos del electromagnetismo que entran en conflicto con la mecánica clásica y finalizando en los tópicos para la enseñanza de la TER,

En este trabajo se mostrarán los resultados obtenidos al desarrollar la cuarta etapa de la secuencia denominada Tópicos de Teoría Especial de la Relatividad: Los diagramas de Minkowski y sus aplicaciones.

### A. Marco Teórico

En este trabajo se adopta como marco teórico la Enseñanza para la Comprensión (EpC), conformada por cuatro constructos teóricos: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua (Wiske, 1999)

Se asume a la comprensión como la capacidad que poseen las personas, que les permite pensar y actuar con flexibilidad, ante diversas situaciones en el mundo, utilizando lo que saben de manera creativa e innovadora.

Al utilizar una pedagogía basada en la comprensión, según Perrone (2005), las actividades que componen una secuencia didáctica deben ser flexibles, atractivas y útiles para todos los alumnos. Debe contemplar las diversas características que presentan cada uno de los alumnos como capacidad, desempeño y posibilidades intelectuales.

*Si un estudiante no puede ir más allá de la memorización y el pensamiento y la acción rutinarios, esto indica falta de comprensión* (Perkins, 2005).

Al asumir esta concepción de enseñanza, el docente, debe seleccionar actividades que permitan a los alumnos desarrollar sus posibilidades intelectuales y poner en juego todas sus habilidades para resolver las actividades escolares propuestas.

Para Wiske (2005), una pedagogía basada en la comprensión debe contar con un marco conceptual guía que dé respuestas a cuestiones claves como: ¿Qué tópicos vale la pena comprender? ¿Qué aspectos de esos tópicos deben ser comprendidos? ¿Cómo se puede promover la comprensión? y ¿Cómo se puede averiguar lo que comprenden los alumnos?

En este trabajo, para dar respuestas a estas cuestiones planteadas, se desarrolla como tópico generativo Simultaneidad en la Teoría Especial de la Relatividad. Es un contenido central en dicha teoría, accesible e interesantes para la formación científica de los alumnos.

Respecto a los aspectos centrales, de este tópico, que deben ser comprendidos son: sistema de referencia, dilatación del tiempo, contracción de longitudes, simultaneidad y diagramas de Minkowski.

Para promover la comprensión es necesario e indispensable establecer metas y desempeños de comprensión. Las metas de comprensión, establecen de manera explícita lo que se espera que aprendan y comprendan los alumnos. Estas metas permiten definir y anticipar las ideas, procesos, relaciones y preguntas que mediante la indagación comprenderán mejor los alumnos.

En esta etapa de la SEA, se seleccionaron metas necesarias para que los alumnos puedan comprender el concepto de simultaneidad en la TER, se encuentran en la tabla I.

Los desempeños de comprensión, según Perkins (*op.cit.*), no están referidos a actividades memorísticas o rutinarias, sino que siempre obligan al alumno a ir un poco más allá a reflexionar, analizar, debatir, exponer sus ideas, confrontar opiniones con sus compañeros y el docente .

En esta etapa de la SEA, los desempeños de comprensión que se espera que adquieran los alumnos se presentan en la tabla II.

**TABLA I:** Metas de comprensión

1.- Identificar sistemas de referencia propios e impropios con sus observadores.
2.- Determinar tiempo y longitud en sistemas propios.
3.- Realizar cálculos sobre dilatación del tiempo y contracción de longitudes en sistemas impropios.

4.- Utilizar diagramas de Minkowski para representar sucesos en el espacio- tiempo.
5.- Emplear cono de luz pasado, presente y futuro para representar eventos que se mueven a velocidades cercanas a la luz a través del espacio-tiempo
6.- Usar simulaciones computacionales para determinar la simultaneidad o no simultaneidad de eventos.

**TABLA II:** Desempeños de comprensión

1.- Lectura comprensiva, análisis y reflexión del material desarrollado en esta etapa
2.- Emplear correctamente ecuaciones horarias para el movimiento rectilíneo uniforme, para resolver problemas.
3.- Resolver diferentes situaciones problemáticas usando ecuaciones para determinar la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes.
4.- Plantear y resolver problemas, de manera algebraica y gráfica usando diagramas de Minkowski, para establecer la simultaneidad de sucesos en diferentes sistemas de referencias inerciales
5.- Construir cono de luz para representar sucesos como extinción del Sol y la historia de un quásar analizando qué ocurre en el pasado, presente, futuro y resto.
6.- Usar simulaciones computacionales para determinar la simultaneidad o no simultaneidad de eventos.

## II. METODOLOGÍA

Dentro del marco metodológico utilizado se adopta la Investigación Acción Cooperativa, con la modalidad de un profesor quien tiene como propósito planificar, observar, reflexionar y realizar una evaluación diagnóstica continua de los desempeños obtenidos por los alumnos (Cohen y Manion, 1985; Carr y Kemmis, 1986; Elliot, 1994). Al mismo tiempo, se contó con el acompañamiento de un docente investigador que se desempeñó como observador participante pasivo, con el objetivo de colaborar en los registros de datos de cada clase. (Spradley, 1980; Valles, 1989; Adler y Adler, 1994).

La investigación se llevó a cabo durante un año lectivo completo, en dos cursos de quinto año superior, formado por sesenta y cinco alumnos, de una escuela secundaria pública de la ciudad de Tandil dependiente de la UNICEN. Las clases eran semanales con una duración de dos horas continuadas.

Esta etapa se desarrolló en aproximadamente un mes y medio de clases, lo que significa que se realizó en seis clases de dos horas, finalizando el ciclo lectivo.

En el transcurso de las clases se realizaron registros a través de grabaciones de audio, se tomaron nota de las intervenciones de los alumnos y del docente y se hicieron copias de las actividades que realizaban los alumnos durante las clases, en sus hogares y en el trabajo práctico que representó el integrador de los contenidos trabajados. Estas actividades consistieron en resolver problemas teóricos-prácticos con lápiz y papel, resolver actividades utilizando animaciones y simulaciones computacionales.

El texto utilizado por los alumnos fue el material en formato de libro de texto elaborado en la propuesta didáctica para la SEA. A este material se le anexaron actividades extras, realizada por la profesora del curso, en la etapa de la secuencia denominada *aplicaciones de los diagramas de Minkowski* al estudio de la simultaneidad de eventos en la TER.

### A. Actividades desarrolladas en clase

En esta etapa de la SEA se realizaron debates, entre alumnos-alumnos y alumnos-docente, referidos a la simultaneidad en la mecánica clásica y la simultaneidad en la TER, se construyeron diagramas de Minkowski en lápiz y papel para establecer la simultaneidad de eventos, se realizaron cálculos para determinar el tiempo y la longitud en sistemas propios e impropios, se construyeron y analizaron “conos de luz” para representar sucesos en diferentes tiempos (presente, pasado, futuro y no permitidos).

Se emplearon animaciones y simulaciones, usando el software *modellus*, para representar fenómenos que involucraban la simultaneidad en la TER, difíciles de realizar en la realidad (Arriasecq, Cayul y Seoane, 2013).

Se incorporó a las TICs en esta secuencia de enseñanza y aprendizaje como una herramienta complementaria del resto de las actividades elaboradas en el marco de la secuencia con el propósito de lograr un aprendizaje comprensivo, significativo y conceptual en los alumnos de acuerdo con el marco teórico adoptado (Wiske, 2005).

### B. Actividades realizadas por los alumnos

Las siguientes actividades se presentan, a modo de ejemplos, de actividades realizadas en clases y en el trabajo integrador por los alumnos.

**Actividad 4:** Un pasajero de un tren, con velocidad constante respecto de un SRI, situado en el punto medio del vagón, enciende una lámpara y el haz de luz viaja hacia las paredes donde se encuentran ubicadas dos puertas P1 y P2. El tren tiene un mecanismo que consigue que cuando la luz alcanza una pared, se abre una puerta. La velocidad con la que se desplaza el tren es de  $0.5c$ .

- Resuelve de manera algebraica tratando de establecer la posible simultaneidad de las aperturas de las puertas para observadores situados en el interior del vagón ( $O'$ ) y otro ( $O$ ) sobre el andén del tren. Para el caso en que la velocidad del tren es de  $0.5c$ .
- Resuelve usando diagramas de espacio-tiempo para establecer la simultaneidad de los eventos.

**Resolución**

④ a. Observador  $O'$

$$\frac{l'}{c} = \frac{3m}{c} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ seg}$$

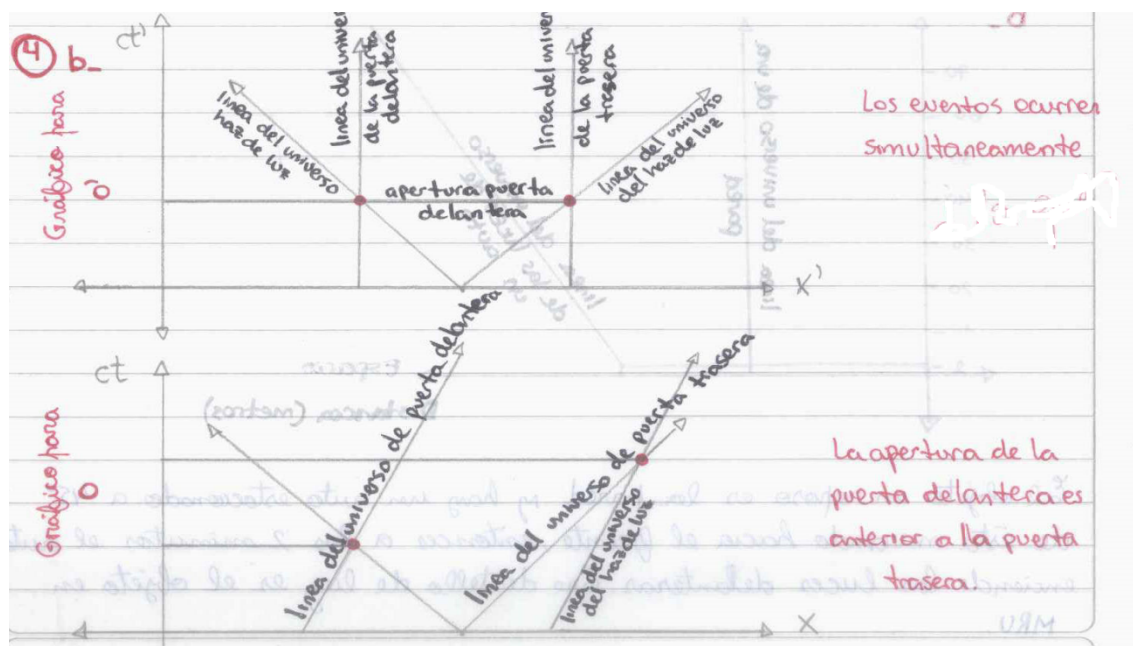
La simultaneidad de apertura se da para el observador  $O'$  a los  $1 \cdot 10^{-8}$  seg

$$O = t_1 = \frac{l'}{c + v} = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{1 - 0.5^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.25}} = \frac{1}{\sqrt{0.75}} = 1,154$$

$t_2 = \frac{l}{c - v}$       $l = \frac{l'}{1,154} = \frac{3}{1,154} = 2,599 \text{ m}$

$$t_2 = \frac{2,599 \text{ m}}{c + 0,5c} = \frac{2,599 \text{ m}}{1,5c} = \frac{2,599 \text{ m}}{1,5 \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 57,7 \times 10^{-08} \text{ s}$$

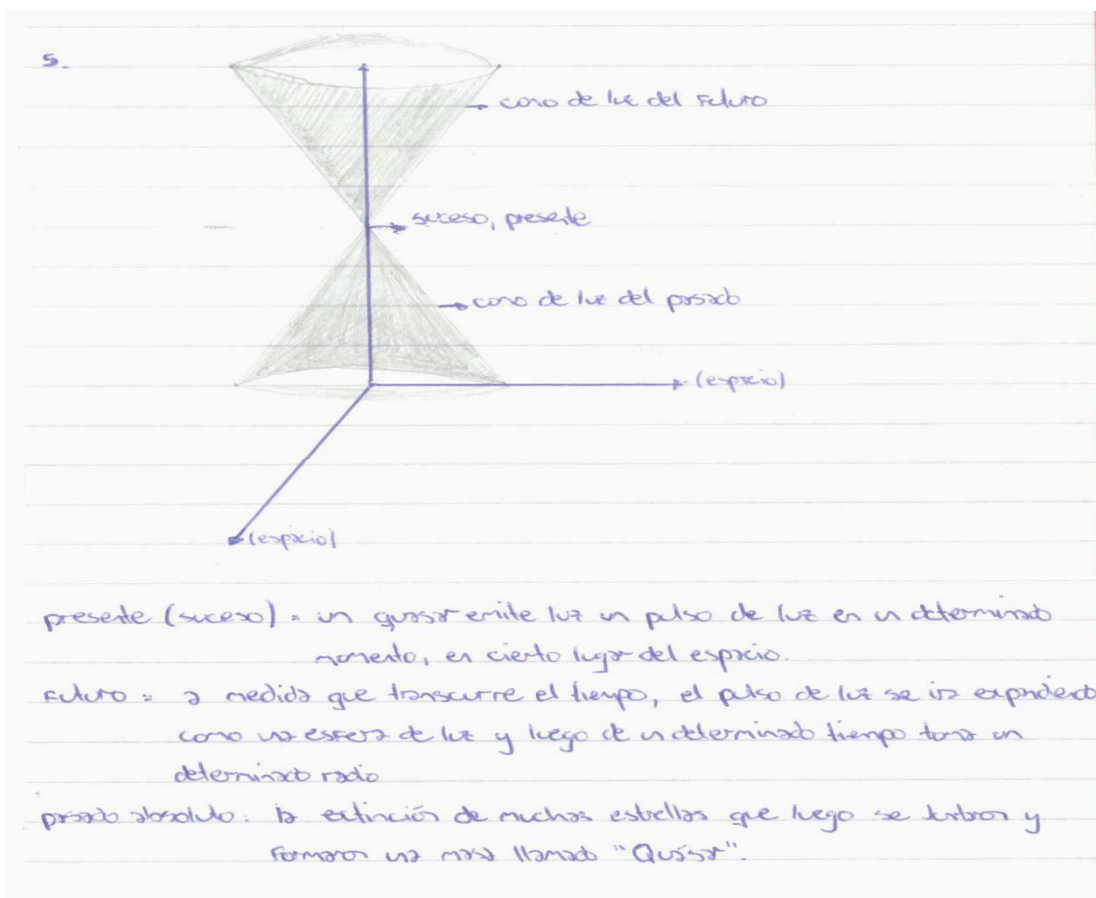
No son simultáneos, llega primero  $t_1$

$$t_1 = \frac{2,599 \text{ m}}{c - 0,5c} = \frac{2,599 \text{ m}}{0,5c} = \frac{2,599 \text{ m}}{0,5 \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1,732 \times 10^{-08} \text{ s}$$


el. En el tren de Einstein (punto de vista observador  $O'$  dentro del  $SE'$ ) se ven los eventos por la velocidad en que circula el tren, siempre son simultáneos y ocurren al mismo tiempo.

Tomando en cuenta el  $SE$  fuera del tren (observador  $O$ ) se concluye que a mayor velocidad que circula el tren, el evento 1 y 2 se encuentran más alejados. El primero ocurre más rápido y el segundo demora más. Si el tren iguala  $c$  la velocidad de la luz, el evento 2 nunca ocurre. Mientras mayor sea la velocidad del tren, los líneas del universo  $P_1$  y  $P_2$  se acercan más al eje  $x$ .

**Actividad 5:** Representa la historia de un quásar usando un diagrama de espacio – tiempo para eventos que ocurren en dos dimensiones espaciales más la dimensión temporal. Escribe el *pasado absoluto*, el *presente* y el *futuro* del suceso.



### C. Categorías e indicadores

El tipo de abordaje que se adopta en este trabajo para el análisis de los datos obtenidos es cualitativo. Esto significa que se recurre a analizar aspectos tales como la presencia o ausencia de determinados indicadores, pero no al análisis estadístico. Cabe aclarar, sin embargo, que en el análisis cualitativo no se rechaza por completo la cuantización, ya que es posible analizar la aparición de características similares en documentos, textos o trabajos similares.

En este trabajo, el proceso de categorización se realizó a posteriori. Es decir, luego de haber implementado la secuencia y contar con la totalidad de la información recogida.

Las categorías se construyeron considerando las metas de comprensión planteadas al inicio de la cuarta etapa de la SEA.

Se construyeron las siguientes categorías con sus indicadores:

- 1) **Sistema de referencia:** el alumno debe reconocer que para abordar sucesos relativistas debe identificar dos sistemas de referencias en los cuales se realizan mediciones de tiempo y espacio.
  - Sistema propio: Identifica el sistema propio (ISP), ubicando al observador O.
  - Sistema impropio: Identifica el sistema impropio (ISI), ubicando al observador O'.
- 2) **Tiempo:** para determinar el tiempo en el que ocurre un evento es necesario calcular el tiempo propio e impropio.
  - Tiempo propio: Calcula correctamente empleando ecuaciones horarias de movimiento rectilíneo uniforme (TPC).
  - Tiempo impropio: Calcula correctamente utilizando ecuación de dilatación del tiempo (TIC).
- 3) **Longitud:** para determinar la longitud de un objeto es necesario calcular longitud propia e impropia considerando el sistema propio y el impropio.
  - Longitud propia: calcula usando ecuaciones horarias de movimiento rectilíneo uniforme (LP).
  - Longitud impropia: calcula utilizando ecuación de contracción de longitudes (LI).
- 4) **Líneas de universo (LU):** es necesario reconocer y graficar líneas de universo para representar diferentes sucesos.
  - Línea de universo de las puertas: grafica de manera correcta formando un ángulo que tiene el valor del arco tangente de la velocidad de apertura de las puertas (LUP).
  - Línea de universo de los haces de luz: grafica formando un ángulo de  $45^\circ$  correspondiente al valor del arco tangente de la velocidad de la luz (LUL).
  - Línea de universo del objeto: grafica formando un ángulo que tiene el valor del arco tangente de la velocidad del objeto en movimiento (LUO).
- 5) **Simultaneidad:** la simultaneidad no es un concepto absoluto en la TER, depende del estado de movimiento del observador.
  - Eventos simultáneos: identifica la ocurrencia de estos eventos analizando los resultados obtenidos en los cálculos de tiempos y longitudes propias (IES).
  - Eventos no simultáneos: identifica analizando los resultados obtenidos en los cálculos de tiempos y longitudes impropias (IEN).
- 6) **Diagramas de Minkowski:** La elaboración de un diagrama espacio-tiempo para un suceso determinado, involucra la comprensión significativa del concepto de simultaneidad en la TER.
  - Diagramas espacio-tiempo: construye de manera correcta, con lápiz y papel, representando líneas de universo para los haces de luz, el movimiento de objetos y la ocurrencia de eventos simultáneos/ no simultáneos (CDM).
  - Interpretación de diagramas espacio-tiempo (ADM): analiza, interpreta y explica diagramas espacio-tiempo determinando la simultaneidad/no simultaneidad de eventos.
  - Simulaciones de diagrama espacio tiempo: utiliza simulaciones para analizar y explicar la simultaneidad/no simultaneidad de eventos (SDM).
- 7) **Cono de luz:** este tipo de diagramas nos permite representar eventos que se mueven a velocidades cercanas a la luz o en las que interviene la luz a través del espacio-tiempo.
  - Diagramas de cono de luz pasado, presente y futuro de un suceso: construye correctamente este diagrama ubicando los posibles caminos luminosos que puede tomar un suceso (CL).
  - El **resto:** identifica la región del espacio-tiempo que se encuentra fuera de los conos de luz pasado y futuro del suceso **P**, como el conjunto de eventos que no son influidos por **P** (CLR).

### III. Análisis de los Resultados

En la siguiente tabla I, se presentan los resultados obtenidos en la cuarta etapa de implementación de la Secuencia de Enseñanza y Aprendizaje.

En la tabla se han colocado las categorías, sus indicadores, la cantidad de alumnos y los resultados logrado por los alumnos.

Los resultados han sido clasificados como:

- Muy bien (MB), cuando se obtuvo entre el 90% y 100% esperado en cada indicador.
- Bien más (B<sup>+</sup>) si se obtuvo entre el 80% y 89% esperado en cada indicador.
- Bien (B) si adquirió entre el 70% y 79%.
- Regular (R) si se alcanzó entre el 50% y 69% esperado en cada indicador.
- Mal (M), si el porcentaje obtenido era inferior al 50%.

TABLA III: Resultados obtenidos en la cuarta etapa de la SEA.

Cantidad de alumnos	Categorías															
	Sistemas		Tiempo		Longitud		Líneas del Universo			Simultaneidad		Diagramas de Minkowski			Cono de Luz	
	ISP	ISI	TP C	TIC	LP	LI	LUP	LUL	LUO	IES	IEN	CDM	ADM	SDM	CL	CLR
56-65	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	B	B
41- 55	MB	MB	MB	MB	MB	B <sup>+</sup>	MB	MB	MB	MB	B <sup>+</sup>	B <sup>+</sup>	B <sup>+</sup>	B <sup>+</sup>	B	R
26-40	MB	MB	MB	B	MB	B	B	MB	B	B	B	B <sup>+</sup>	B	B <sup>+</sup>	R	R
11-25	B <sup>+</sup>	B	B	R	B <sup>+</sup>	R	R	B	R	R	R	R	R	R	M	M
1-10	B	B	R	R	R	R	M	R	M	R	R	M	M	M	M	M

De los resultados obtenidos en la implementación de la cuarta etapa, se puede inferir, que un número elevado de alumnos muestran indicios de un aprendizaje significativo de varios de los conceptos considerados como metas y desempeños de aprendizaje. En estos conceptos, considerados categorías, obtuvieron como resultados la calificación considerada muy bien (MB), bien más (B<sup>+</sup>) o bien (B).

Estos conceptos son:

- Sistemas de Referencia: la totalidad de los alumnos reconocieron los sistemas propios e impropios y ubicaron en cada uno de ellos a su observador correspondiente.
- Tiempo propio (TPC): el 85% de alumnos realizó cálculos algebraicos correctos, usando ecuaciones para un movimiento rectilíneo uniforme, para calcular el tiempo propio.
- Tiempo impropio (TIC): el 38,5% de los alumnos pudo calcular bien el tiempo impropio usando ecuaciones de dilatación del tiempo.
- Longitud propia: el 85% de alumnos calculó correctamente la longitud de un objeto que se encuentra en un sistema propio, utilizando ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme.
- Longitud impropia: el 38% realizó cálculos de longitud para objetos que se encuentran en sistemas impropios empleando ecuaciones de contracción de longitudes.
- Representación gráfica de líneas del universo para diferentes sucesos, previo cálculo del arco tangente de la velocidad del objeto para determinar el ángulo de inclinación de la línea, como:
  - o apertura de puertas de un vagón (LUP): el 38% representó de manera correcta las líneas de universo que representan la apertura de puertas de un vagón de tren.
  - o haces de luz (LUL): el 84% de alumnos graficó líneas de universo para la luz.
  - o movimiento de un objeto (LUO): el 60% representó correctamente líneas de universo para el
- Simultaneidad
  - o eventos simultáneos (IES): el 60% interpreta los resultados obtenidos en los cálculos de tiempos y longitudes propias para determinar la simultaneidad.
  - o eventos no simultáneos (IEN): el 60% al analizar los resultados obtenidos, al calcular tiempos y longitudes impropias, pudieron establecer la no simultaneidad de eventos.
- Diagramas de Minkowski
  - o Diagrama espacio-tiempo (CDM): el 60% pudo construir y analizar diagramas espacio- tiempo dibujando las diferentes líneas de universo que representan diferentes sucesos.
  - o Interpretación de diagramas espacio-tiempo (ADM): el 60% realizó análisis e interpretación de los diagramas para establecer la simultaneidad o no simultaneidad de eventos al identificar las intersecciones de las líneas de universo.
  - o Simulaciones de diagrama espacio tiempo (SDM): el 60% empleo simulaciones, variando la velocidad de objetos en movimientos, en diagramas espacio tiempo para analizar y explicar la simultaneidad o no simultaneidad de ocurrencia de eventos.
- Cono de Luz
  - o Diagramas de cono de luz (CL): el 30% de alumnos construyó correctamente pasado, presente y futuro de un suceso, ubicando los posibles caminos luminosos que puede tomar un suceso.
  - o El resto (CLR): el 15% identificó la región del espacio-tiempo que se encuentra fuera de los conos de luz pasado y futuro de un suceso, como el conjunto de eventos que no son influidos por el suceso.

Los conceptos que más dificultad representaron a los alumnos fueron:

- o Tiempo y longitud propia, no fue dificultad su interpretación conceptual sino el manejo algebraico de fórmulas para calcular cada uno de ellos.
- o Representación gráfica de líneas de universo correspondientes a la apertura de puertas, esta dificultad está asociada al cálculo del ángulo que debe tener cada una de estas líneas relacionadas con la velocidad del objeto.

- Cono de luz: la construcción e interpretación del concepto cono de luz pasado, presente y futuro Presentó dificultad de comprensión e interpretación.
- El resto: fue el concepto que presentó mayor dificultad de comprensión, al no poder interpretar el conjunto de eventos que no son influidos por un suceso.

#### IV. COMENTARIOS FINALES

El objetivo de esta investigación era analizar si la utilización de los diagramas de Minkowski, para establecer la simultaneidad de eventos en la Teoría Especial de la Relatividad, era una herramienta apropiada para ser empleada por alumnos de la escuela secundaria superior. Los resultados obtenidos muestran que es una herramienta útil que puede ser empleada sin mayor dificultad en cursos de nivel superior de la escuela secundaria. Un alto porcentaje de alumnos comprendió el significado de los elementos que son necesarios para elaborar un diagrama, líneas de universo, intersección de las líneas y pudo elaborar conclusiones sobre la simultaneidad o no simultaneidad de eventos al construir con lápiz y papel diagramas de Minkowski y al trabajar con simulaciones referidas al tema.

Para la elaboración y análisis de los diagramas de Minkowski o de espacio-tiempo es necesario relacionar diversos conceptos de la TER como: sistema de referencias, determinación del tiempo y longitud en sistemas propios, reconocimiento de la dilatación del tiempo y contracción de longitudes en sistemas impropios, realización de cálculos algebraicos para establecer la simultaneidad o no simultaneidad de eventos. Los resultados obtenidos en esta etapa de la SEA, respecto a estos conceptos nos permiten inferir que la mayoría de ellos fueron comprendidos conceptualmente de manera significativa por los alumnos. La mayor dificultad en la resolución de actividades que involucraban estos conceptos consistió en realizar cálculos numéricos y emplear de manera correctas las ecuaciones algebraicas para poder determinar la simultaneidad de eventos.

Las simulaciones denominadas “Tren de Einstein” facilitaron entender, a los alumnos, que sucede con un objeto en movimiento, cuando es observado desde otro sistema de referencia, y se disminuye o aumenta su velocidad. Pudieron concluir que los eventos que son simultáneos para un observador ubicado en el sistema propio no lo son para otro observador en el sistema impropio.

El concepto que mayor dificultad presentó a los alumnos es el de cono de luz pasado, presente, futuro y el resto. Es uno de los conceptos más complejo de los que conforman la cuarta etapa de la SEA, y quizás, el tiempo que se dedicó a desarrollar este concepto fue breve debido a que finalizaba el ciclo lectivo. Otro de los motivos, que podrían justificar estos resultados, es la escasa actividades que presenta la SEA referida a este tema.

#### REFERENCIAS

Adler, P. A. y Adler, P. (1994) *Observational techniques*, en N.K. Denzin & Lincoln: Handbook of qualitative, Thousand Oaks, CA. Sage, pp. 377-392.

Arriassecq, I. (2008). La Enseñanza y el Aprendizaje de la Teoría Especial de la Relatividad en el nivel medio/polimodal. Tesis de doctorado. Universidad de Burgos, España.

Arriassecq, I., y Greca, I. (2012). A Teaching-Learning Sequence for the Special Relativity Theory at High School Level Historically and Epistemologically Contextualized. *Science & Education*, 21(6), pp. 827-851, 25 pp.

Cohen, L. y Manion, L. (1985). *Research Methods in Education* (2ª edn). London: Croom Helm.

Carr, W. y Kemmis, S. (1986). *Becoming Critical*. London: The Falmer Press.

Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.

Méheut, M. y Psillos, D. Orgs. (2000). Designing and validating teaching-learning sequences in a research perspective. An international symposium, París.

Psillos, D. y Méheut, M. Co-Ords. (2001). Teaching-learning sequences as a means for linking research to development. In D. Psillos, P. Kariotoglou, V. Tselfes, G. Bisdikian, G. Fassouloupoulos, E. Hatzikraniotis



and M. Kallery (Eds.) Proceeding of Third International Conference on Science Education Research in the Knowledge Based Society (Thessaloniki: Art of Text Publication), pp. 226- 241.

Perkins, D. (2005). ¿Qué es la comprensión? En M, Wiske. compiladora: *La Enseñanza para la Comprensión?* pp. 69-78. Bs. As: Paidós.

Perrone, V. (2005). ¿Por qué necesitamos una pedagogía de la comprensión? en Wiske, M.compiladora: *La Enseñanza para la Comprensión?*. Bs. As: Paidós.

Sanchez Alonso, M. y Selva Soler, V. (2006). *Animaciones y Simulaciones: Construyendo la Relatividad*. España.

Valles, S. (1999). Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional. Madrid: Síntesis, S.A.

Wiske, M. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión*. San Francisco. Paidós Ibérica, S.A.

Wiske, M. (2005). *Enseñar para la Comprensión con nuevas tecnologías*. Bs. As: Paidós.