

Actitudes de la Pedagogía de la Investigación en el marco de la TAD: un análisis en tres escuelas secundarias

Attitudes of Pedagogy Research in the framework of the TAD: analysis at three high schools

Donvito, Angel^{1,2}; Otero, María Rita^{1,2}; Sureda, Patricia^{1,2}

adonvito@exa.unicen.edu.ar; rotero@exa.unicen.edu.ar; psureda@exa.unicen.edu.ar

¹Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECYT), Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil, Argentina.

²Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

Resumen

En el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se analizan las actitudes propias de la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo: de problematización, herbartiana, procognitiva y exotérica, a partir de los protocolos de (N=95) estudiantes de matemática, que participaron en un Recorrido de Estudio e Investigación (REI). Usando técnicas de análisis multivariado se describe la relación entre la institución y el tipo de pedagogía utilizada en la manifestación de las actitudes. Se construyen categorías, y se realiza una clasificación y una tipología. Los resultados, evidencian la necesidad de un cambio en la pedagogía tradicional pues un grupo importante de estudiantes no manifestaron las actitudes.

Palabras clave: Actitud del Estudiante; Investigación Pedagógica; Escuela Secundaria; Enseñanza de las Matemáticas; Ciencias de la educación.

Abstract

In the theoretical framework of the Anthropological Theory of the Didactic based on (N = 95) protocols of math students, who participated in a Research and Study Path (RSP), the attitudes of pedagogy of research and questioning of world (problematization, herbartian, procognitive and exoteric) were analyzed. Multivariate analysis techniques were used to describe the relationship between the attitudes, the institution and the kind of pedagogy pointed out. A set of categories were

developed, and a classification and a typology were opted. The results show the necessity of a change in traditional pedagogy because a big amount of students have not expressed attitudes related to the pedagogy of research and questioning the world.

Keywords: Student attitudes; Educational Research; High School; Mathematic Education; Educational Sciences.

I. Introducción

Chevallard define las actitudes *de problematización*, *de ser herbartiano*, *procognitivo*, *exotérico* y *enciclopedista ordinario* como las deseables para una buena ciudadanía, pues permitirían formar ciudadanos democráticos y críticos (Chevallard 2012a; Otero, Fanaro, Córca, Llanos, Sureda, Parra, 2013). La Pedagogía de la investigación promueve dichas actitudes, pero ella está ausente en la institución escolar, donde el modelo pedagógico predominante es tradicional. Los estudios acerca de *La Pedagogía de Investigación y el cuestionamiento del mundo* (PICM) y de las actitudes sobre las que reposa son aún incipientes. No se encuentran en la literatura trabajos que estudien y comparen el desarrollo de las actitudes en alumnos que han sido enseñados en el marco de la PICM, con aquellos que no. Tampoco se ha analizado si las actitudes se desarrollan conjuntamente, o si algunas se logran más fácilmente que otras. Con el fin de abordar estas cuestiones, en esta investigación se diseñó e implementó un Recorrido de Estudio e Investigación en cuatro cursos de matemática en tres escuelas diferentes, con el objetivo de analizar y comparar la manifestación de las actitudes de los estudiantes.

Se construye una categorización e indicadores de las actitudes, que se utilizan para describir las actitudes de los alumnos y luego, se realiza un análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (FAC) y una clasificación, que muestra las conjunciones y oposiciones entre las modalidades de todas las variables.

II. Marco Teórico

Se adopta la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999, 2007, 2012a, 2013a), en particular, los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) (Chevallard, 2009) y la pedagogía del cuestionamiento que los sustenta, con las actitudes de *problematización*, *de ser herbartiano*, *procognitivo*, *exotérico* y *enciclopedista ordinario*.

2.1 Recorrido de Estudio e Investigación

Un REI es un dispositivo didáctico que organiza el saber en una sucesión de pares de preguntas y respuestas. Las preguntas proveen las razones de ser del estudio y recuperan el sentido que las Organizaciones Matemáticas (OM) perdieron, por mostrarse segmentadas y aisladas de las cuestiones que lo generaron.

En un REI, el profesor propone una pregunta Q, cuyo estudio conducirá al encuentro de varias OM. Cada una, emerge a partir de las subpreguntas del REI, que son generadas por alumnos, en una investigación que dirige profesor. El topos de los estudiantes en este dispositivo, no está limitado únicamente a la generación de preguntas, sino también a la creación de un medio didáctico que permita construir una posible respuesta. El medio se integra con las obras matemáticas y extra-matemáticas que el grupo de estudio decida estudiar, y con las respuestas propias y las ya existentes encontradas en la cultura, que se considere pertinente analizar, evaluar, redefinir y difundir.

2.2 Actitud de ser herbartiano

Es la actitud receptiva hacia las preguntas que aún no han sido respondidas, especialmente las matemáticas.

Chevallard (2013a, pp.4-5) resume “*Actitud Herbartiana consiste en no evitar las preguntas, sino entregarse a su estudio*”. Contrariamente la actitud pre-herbartiana (Chevallard, 2012a, p. 6) es aquella que “*desconsidera las preguntas que involucran aspectos matemáticos*”.

2.3 Procognitivo

Antes de caracterizar la actitud procognitiva, Chevallard (2012a, p. 6) define la retrocognitiva como aquella que conduce a “*remitirse preferentemente y casi exclusivamente al conocimiento ya conocido*”. Afirma además, que esta actitud es la que genera la enseñanza tradicional al no permitir ninguna pregunta para la cual no se disponga, de antemano, una respuesta. Contra esta actitud, define la *procognitiva* como la de conocer siempre hacia adelante (en lugar de hacerlo hacia atrás – retrocognitiva-).

2.4 Exotérico

Exotérica es la actitud de quien acepta que el conocimiento siempre es a conquistar o a controlar. Es decir, un exotérico no solo estudia para saber, sino también “*para verificar lo que cree saber*” (Chevallard 2013a: 5). Esta noción es asumida en el sentido atribuido por Pitágoras, en cuya escuela existían dos tipos de estudiantes: esotéricos, los que ya saben; y exotéricos, los que tienen que aprender.

2.5 Actitud de problematización

Para cuestionar el mundo se necesita plantear preguntas que generen problemas de investigación. Pero Chevallard (2013b: 8) afirma que *El hecho de "problematizar el mundo, de leer allí cuestiones problematizantes, es un hecho raro y precioso para la especie humana"*. Y agrega también, que este hecho ha sido dejado en “estado salvaje”.

La *Actitud de Problematización* se caracteriza por formular preguntas, tal que algunas se conviertan en problemas para al menos un grupo de personas. En términos de Chevallard (2013b: 9), esta actitud está presente cuando *una cuestión levantada por algún x, x', x'' , se convierte en un problema para un grupo $X \supset \{X, x', x''\}$.*

Chevallard (1999) ha clasificado las preguntas en *cuestiones en sentido débil* y *fuerte*. Toda demanda de información es una *cuestión en sentido débil*, por ejemplo “¿Es verdad que $n^3 + 11n$ es divisible por 6 para cualquier $n \in N$?”. Pero, se convertirá en una *cuestión en sentido fuerte* si la persona interrogada no conoce su respuesta, en ese caso la tarea que se debe realizar para responder a la cuestión propuesta ya no es “inmediata”.

2.6 Enciclopedista ordinario

“*Consiste en mirarse como no ajeno al conjunto de campos praxeológicos posibles*” (Chevallard, 2013a, p. 5).

Se trata de un ciudadano que posee una formación relativamente universal, alguien que sabe “poco” de muchos asuntos, pero que está en condiciones de aprender y de buscar, lo contrario sería, saber “mucho de poco”, con lo cual sería un especialista. Es una actitud curiosa, en un mundo que preconiza la especialización creciente, sin embargo, un especialista en diabetes infantil, puede ser un enciclopedista ordinario en música, matemática, física o ecología. Se trata entonces de estar abierto a

nuevos conocimientos, sin por ello requerir saberlo todo, o saber mucho para aventurarse en lo nuevo. Esto combina bien con lo procognitivo y lo exotérico (Otero, Fanaro, Llanos, 2013).

III. Metodología

Durante la implementación de un REI, se analizan las actitudes de (N=95) estudiantes, se construyen categorías de análisis e indicadores para cada una de ellas y se construye un conjunto de variables con diferentes modalidades, con el objeto de describir al conjunto de individuos a través del FAC e intentar agruparlos.

El REI parte de la pregunta generatriz “¿Cuál es el mejor plan de ahorros para generar la mayor cantidad de ingreso, con bajo riesgo?” y sus implementaciones duraron alrededor de tres meses. Las respuestas de los 95 alumnos a las distintas situaciones que surgían en el REI, generaron más de mil protocolos. Por cada clase, se registraba el audio y se recogían los protocolos de los estudiantes, que eran devueltos, una vez escaneados. Los protocolos se analizaron para identificar qué gestos podrían convertirse en propiedades registrables para construir categorías de análisis e indicadores de las actitudes propias de las PICM.

Se debe tener en cuenta que:

- Se excluyeron del análisis a los alumnos con 70% o más de inasistencia.
- La categorización es inductiva. Es a partir del análisis de todos protocolos de cada estudiante, que se infiere qué grado de cada actitud posee.
- Las categorías de cada actitud son excluyentes, solo pueden pertenecer a una. Si en un protocolo un estudiante calificaba para determinado nivel, pero luego en otro protocolo calificaba para uno distinto, se consideraba el mayor nivel alcanzado.
- Para preservar la identidad de los estudiantes, se asignó a cada uno un número de cuatro dígitos. El primer dígito indica a qué institución pertenece (I1, I2 e I3), el segundo al curso y los dos últimos al número de alumno.
- Este trabajo se tomará la licencia del utilizar los términos “mayor y menor desarrollo” para referirse a diferencias entre los gradados de cada actitud. Pero debe tenerse en cuenta, que estas afirmaciones son en base a esta categorización, al análisis de estos datos y a una cuestión de esta disciplina.

3.1 Contexto

La institución a la que pertenece cada estudiante será considerada como una variable atributiva, analizando si existe alguna relación entre las características de cada institución (I1, I2, I3) y las actitudes identificadas.

La Institución I1, es una escuela secundaria estatal de gestión privada que atiende a sectores urbanos medios, que permite el acceso a computadoras en el aula, pero no proporciona acceso a internet. Aquí se trabajó en dos cursos de quinto año. Los 58 alumnos de esta institución tenían entre 16 y 17 años de edad, estaban acostumbrados al trabajo grupal (de cinco a seis estudiantes) y habían participado de dos cursos completos de matemática, donde se intentó enseñar de acuerdo con la PICM. En estos cursos el investigador no era el titular de la cátedra, aún así se le permitió dirigir libremente las clases.

La Institución I2, es una escuela secundaria privada que atiende a sectores urbanos medios y medios- altos. Aquí se trabajó en un curso de quinto año (16–17 años), con 22 estudiantes sin experiencia en la PICM. Esta escuela es socialmente reconocida por sus disposiciones institucionales, promueve la utilización de netbooks y acceso a internet durante las clases, exige evaluaciones integradoras trimestrales, y alienta a los estudiantes a participar de competencias inter-escolares en ciencias. En este curso, la clase estaba a cargo de uno de los investigadores y se pudo realizar la implementación libremente.

La Institución I3, es una escuela pública que atiende a sectores urbanos medios-bajos y bajos. Los estudiantes, que cursaban el último año de secundaria de la modalidad “Educación permanente de jóvenes y adultos” (tercer año), son personas que retomaron sus estudios secundarios abandonados años atrás. Era un grupo heterogéneo de 15 alumnos, con edades entre los 16 y los 60 años, que trabajaban en cuatro grupos, aunque estaban acostumbrados a hacerlo individualmente. Los estudiantes solo contaban con una única clase semanal con la reducida carga horaria de 105 minutos (en comparación con I1 e I2, que tenían 180 minutos). Aquí, los alumnos eran suboficiales del ejército, amas de casa, operarios, desempleados, etc. y todos ellos realizaban un considerable esfuerzo por concluir sus estudios. En esta escuela, el REI estaba condicionado a la aceptación de cada situación por parte del profesor titular de la asignatura.

3.2 Construcción de categorías de análisis y variables

Se realiza una categorización inductiva, es decir que las categorías surgen del análisis de los protocolos, que son interpretados y descriptos en función del marco teórico. Así se construyen las categorías, atendiendo a los criterios de relevancia, exclusividad, complementariedad, especificidad y exhaustividad (Romero Chaves, 2005). Es importante resaltar, que cada vez que se encuentra un protocolo que no corresponde a ninguna categoría, se crea una nueva o se modifica una ya existente, reiniciando el análisis. En la tabla I se muestran las categorías y sus respectivas modalidades, que serán luego las variables activas del Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (AFCM) (Benzécri, 1980; Lebart, 1985), y posteriormente, de la clasificación sobre los ejes factoriales.

Tabla I. Variables y modalidades

Variabes Activas	Modalidades	Referencia
Herbartiana	1-Pre-herbartiana	Her0
	2-Parcialmente herbartiana	Her1
Procognitiva	1-Retrocognitivo	Prc0
	2-No retrocognitivo	Prc1
Exotérica	1-Esotérico	Exo0
	2-Parcialmente Exotérico	Exo1
De Problematización	1-No problematizador	Prb0
	2-Parcialmente problematizador	Prb1
	3-Problematizador	Prb2
Variabes Ilustrativas	Modalidades	Referencia
Institución	1-Institución 1	Ins1
	2-Institución 2	Ins2
	3-Institución 3	Ins3
Tipo de Institución	1-Pública	Publ
	2-Subencionada	Sube
	3-Privada	Priv
Pedagogía	1-PICM	Picm
	2-Tradicional	Trad
Sexo	1-Masculino	Masc
	2-Femenino	Fem

A continuación se describen las modalidades de cada variable activa.

3.3 Herbartiano

Se han construido las siguientes modalidades:

Her0: No herbartiano (o Pre-Herbartiano). Se identifica en este nivel a quienes no formulan ninguna pregunta que requiera matemática para responderse. El estudiante no cuestiona las expresiones algebraicas halladas en un medio, solamente las utiliza. Tampoco se pregunta por la matemática de los fenómenos, simplemente se deja al azar y a la confianza en la buena fe de los demás. Esta es la actitud de alguien que no se pregunta cómo se calcula un plazo fijo, pues sólo le interesa cuánto dinero obtendrá al finalizar la operación.

Ejemplo: La figura 1 muestra un extracto del protocolo del estudiante 3105 que cuando se le solicitan nuevas preguntas que ayuden a responder “¿cómo generar un millón de pesos sólo con intereses de un plazo fijo?” no se pregunta por ningún aspecto matemático. Aunque está en una clase de matemáticas, ni siquiera se pregunta cómo se calcula un plazo fijo.

Dada la pregunta:

P₀: ¿Cómo generar un millón de pesos sólo con intereses de un plazo fijo?

Formular los interrogantes que consideren necesario responder para poder abordar la pregunta P₀. Y luego responder

¿Que es un interés?
¿De cuanto es el interés? Es según el banco
¿Cuenta para depositar?
¿Es fijo o variable?

Figura 1: ejemplo de un protocolo categorizado como Her0

Her1: Se identifica en este nivel a aquellos que cuestionan débilmente los aspectos matemáticos de un fenómeno. El estudiante sólo formula preguntas que no requieren procedimientos algebraicos, o que sólo basta remplazar valores en una fórmula para responderlas. Las preguntas son del tipo “¿Existe una fórmula para calcular un plazo fijo?” “¿Cuánto dinero obtengo si deposito en un plazo fijo tanto dinero por tal periodo a tal tasa de interés?”.

Ejemplo: La figura 2 muestra un extracto del protocolo del estudiante 1119. Él propone abordar la pregunta “¿Existe una fórmula matemática que calcule el procedimiento dado? ¿Cuál?” antes de responder “¿Cuál es el mejor plan de ahorro para que la agrupación genera la mayor cantidad de ingresos con bajo riesgo?”

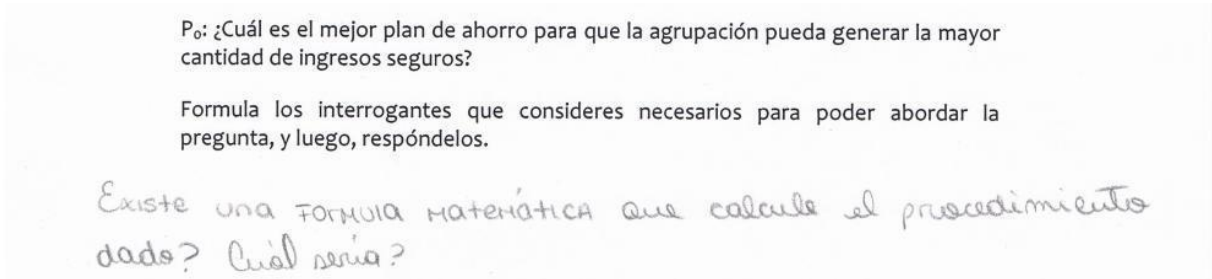


Figura 2: ejemplo de un protocolo categorizado como Her1

Her2: Se identifica en este nivel a aquellos que Preguntan, explícita o implícitamente, cómo modelizar matemáticamente un fenómeno y/o en caso de encontrar una expresión algebraica, cuestiona la relevancia de los parámetros involucrados. Se pregunta “¿Por qué tal expresión depende de tales parámetros? ¿De qué manera afectan dichos parámetros en la solución?”, o “¿Cómo simplifico las cuentas de un plazo fijo que tiene una incorporación periódica de capital?”

$$\begin{aligned}
 M_p(t) &= 3871,28 \cdot (1 + 0,009860) \\
 &= 3915,88 \\
 &\quad \downarrow + 660 = 4575,88 \\
 M_f(t) &= 4575,88 (1 + 0,009860) \\
 &= 4621, + 660 \\
 &= 5281 \\
 M_f(t) &= 5281 \cdot (1 + 0,009860) \\
 &= 5385,65 + 660 \\
 &= 6045,65 \\
 M_f(t) &= 6045,65 (1,00986) \\
 &= 6105,26 + 660 \\
 &= 6765,25 \\
 M_f(t) &= 6765,25 + 660 \\
 &= 7425,25
 \end{aligned}$$

Ejemplo: los siguientes dos extractos, son de un protocolo del estudiante 1206, quien propone por plan de ahorros un plazo fijo recursivo (figura 3). Luego, se pregunta implícitamente cómo modelizar el cálculo y propone modificar la expresión de capitalización compuesta

Figura 3: Calculo recursivo

$M_f = (M_i) \cdot (1 + i)^t$ transformándola en $M_f = (M_i + 660 \cdot t) \cdot (1 + i)^t$ como muestra la Figura 4.

$MF(t) = M_i \cdot (1+i)^t$
 - Nuestro $M_i = 3877,28$
 $-(3877,28 + 660 \cdot t) \cdot (1+i)^t$
 $= (3877,28 + 660 \cdot 12) \cdot (1 + 0,009860)^{12}$
 $11913,99$

33 alumnos con
 \$20 / mes
 ↓
 \$660
 ↓
 $M_i + 660 \cdot t$

Figura 4: intento de modelizar el cálculo recursivo

3.4 Actitud de problematización

Para generar las modalidades de esta variable, se tuvo en cuenta el tipo de preguntas propuestas por los estudiantes, con énfasis en determinar si éstas reclaman la apropiación de nuevos saberes antes de responderla. Es decir, el carácter problemático de una pregunta es relativo, pues ella puede ser un problema para ciertas personas, y no para otras. El carácter problemático de una pregunta depende, por un lado de si es abierta o cerrada, y por otro de los conocimientos previos del alumno y de la necesidad de estudiar un nuevo campo praxeológico antes de responderla. Así se definen distintos niveles de esta actitud:

Prb0: No problematizador. Se identifica en este nivel a estudiantes que no formulan ninguna pregunta, o bien, únicamente hacen preguntas que conocen su respuesta o preguntas cerradas que puede responder con un mínimo esfuerzo. Es una actitud común, observable en la escuela secundaria y promovida por la enseñanza tradicional. El profesor explica y luego los estudiantes repiten lo enseñado o lo ejercitan. En este tipo de pedagogía solo se hacen preguntas si se sabe de antemano la respuesta o si se puede responder utilizando lo recientemente enseñado. Aquí, a lo sumo pueden existir preguntas cerradas que puedan responderse rápida y casi intuitivamente, pues no puede haber incertidumbre durante la enseñanza.

Ejemplo: la figura 5 muestra un extracto del protocolo del estudiante 1211 que propone solamente preguntas cerradas o preguntas que puede responder con sentido común.

Po: ¿Cuál es el mejor plan de ahorro para que la agrupación pueda generar la mayor cantidad de ingresos seguros?

Formula los interrogantes que consideres necesarios para poder abordar la pregunta, y luego, respóndelos.

- * ¿Dónde se encontraría los ingresos obtenidos?
- * ¿Habría alguien que controle el buen funcionamiento de plan de ahorro?
- * ¿Se podría sacar la plata en cualquier momento?
- * Sacando de lado la inflación ¿Se corre riesgo con el plazo fijo?
- * ¿Cuál sería el porcentaje de interés? ¿Es siempre el mismo?

Figura 5: ejemplo de un protocolo categorizado como Prb0

Prb1: Parcialmente Problematizador. Se identifica en este nivel a estudiantes que, además de las cuestiones de prb0, preguntan por definiciones o hacen preguntas abiertas que no demandan estudiar nuevas praxeologías. Estas son cuestiones no requieren mucha investigación, generalmente acerca de definiciones, y que el estudiante sabe dónde buscar una respuesta: diccionario, enciclopedia, alguna página web. Por ejemplo: para responder “¿Qué es un interés?” o “¿Qué es un plazo fijo?” basta con realizar una rápida búsqueda en internet.

Ejemplo: la figura 6 muestra un extracto del protocolo del estudiante 1214 que, dadas las preguntas que propone, es calificado como parcialmente problematizador. Exceptuando la última pregunta, que es dicotómica, el estudiante plantea preguntas que requieren buscar nueva información, pero que no necesitan de una nueva praxeología para responderlas; puede hallar las respuestas en internet.

Pr0: ¿Cuál es el mejor plan de ahorro para que la agrupación pueda generar la mayor cantidad de ingresos seguros?

Formula los interrogantes que consideres necesarios para poder abordar la pregunta, y luego, respóndelos.

- ¿Qué es un plazo fijo? ¿Para qué sirve?
- ¿Cuántos plan de ahorro hay?
- ¿Qué es un plan de ahorro?
- ¿Qué cosas negativas tiene un plazo fijo?
- ¿Cuál es el mínimo permitido para depositar el dinero?
¿Y el máximo?
- ¿De qué depende la ganancia del plazo fijo?
- ¿Cualquier persona puede poner un plazo fijo?

Figura 6: preguntas propuestas por un alumno categorizado como Prb1.

Prb2: Problemizador. Se identifica en este nivel a estudiantes que, además de las preguntas planteadas en Prb0 y Prb1, formula preguntas que requieren estudiar nuevos campos praxeológicos antes de responderlas. Es lo que hace alguien que genuinamente posee la *Actitud de problematización*, formular *cuestiones en sentido fuerte*. “A cuestión en sentido fuerte, respuesta en sentido fuerte: la respuesta no es ahora una simple información, es toda una organización praxeológica que está por construir” (Chevallard 1999, p. 13). Para responder estas preguntas, es necesario adquirir nuevos equipamientos praxeológicos, recabar información y quizás, explorar nuevos campos de conocimiento. Por ejemplo, la pregunta ¿Cómo se calcula un plazo fijo que tiene una incorporación de capital periódica y constante? Condujo a los alumnos a estudiar sucesiones y series geométricas.

Ejemplo: la figura 7 muestra un extracto del protocolo del estudiante 1104 que propone preguntas de los tres niveles. Se lo clasifica en el nivel 3.

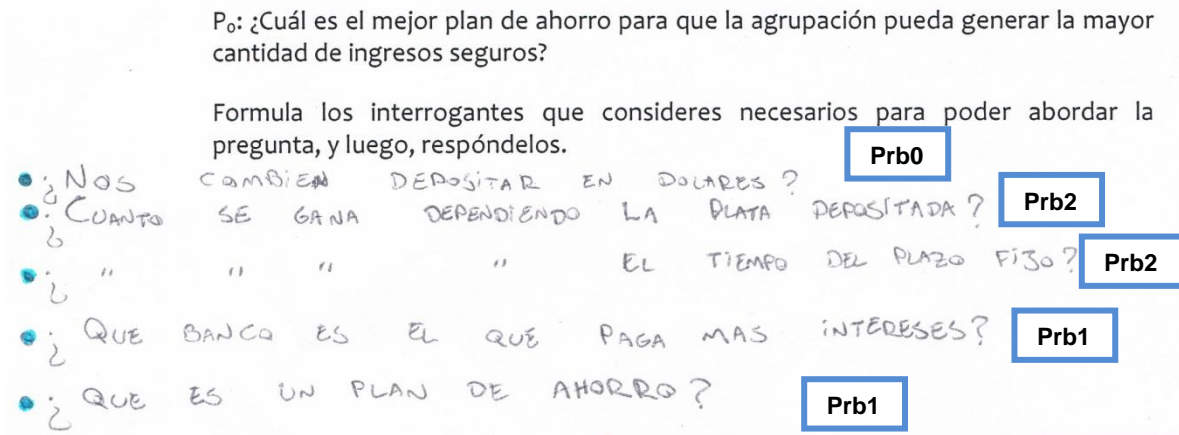


Figura 7: preguntas propuestas por un alumno categorizado como Prb2

Procognitivo

Para generar las modalidades de esta variable se prestó atención a las praxeologías propuestas por los estudiantes, al enfrentarse a problemas nuevos. Particularmente, interesa la predisposición a estudiar nuevas obras.

Prc0: Se identifica en este nivel a estudiantes que intentan enfrentar problemas nuevos únicamente con las herramientas que dispone. No se observa predisposición a explorar nuevos equipamientos praxeológicos. Es la actitud que tiene alguien retrocognitivo. Una persona retrocognitiva despreciará por ejemplo la expresión de Capitalización compuesta, si “nunca nadie le enseñó” variación exponencial.

Ejemplo1: la figura 8 muestra un extracto del protocolo del estudiante 2114 que intenta vincular una expresión nueva (exponencial) a una función que conoce, la cuadrática. Para ello compara la función $y = 2x^2$ y con la expresión de valor final de la capitalización compuesta (IC). Para simplificar la expresión de IC, los alumnos utilizaron una tasa de interés $i = 1$ y un capital $p = 1$ obtuvieron $y = 2^x$. Luego de comparar ambas expresiones concluyen que ambas son parábolas porque nunca toman valores negativos.

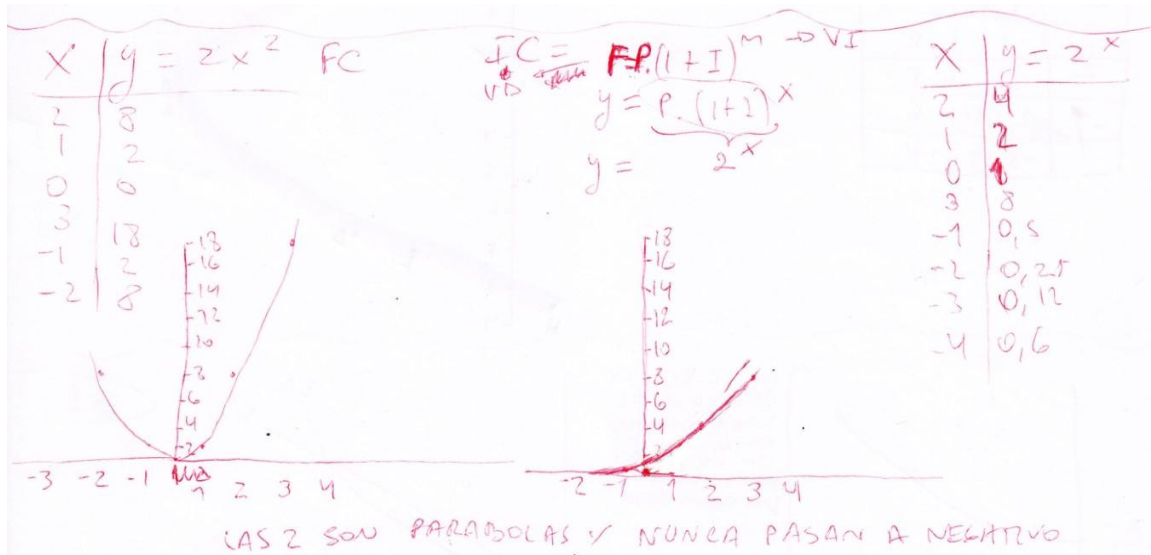


Figura 8: ejemplo de un protocolo categorizado como Prc0

Ejemplo 2: la figura 9 muestra un extracto de un protocolo del estudiante 3102 que para graficar la función $M(t) = 200000(1,22)^t$ y representarla como un tipo de función conocida (lineal), modifica la escala graduada, a fin de obtener puntos alineados. El alumno afirma que la escala graduada es del 22%.

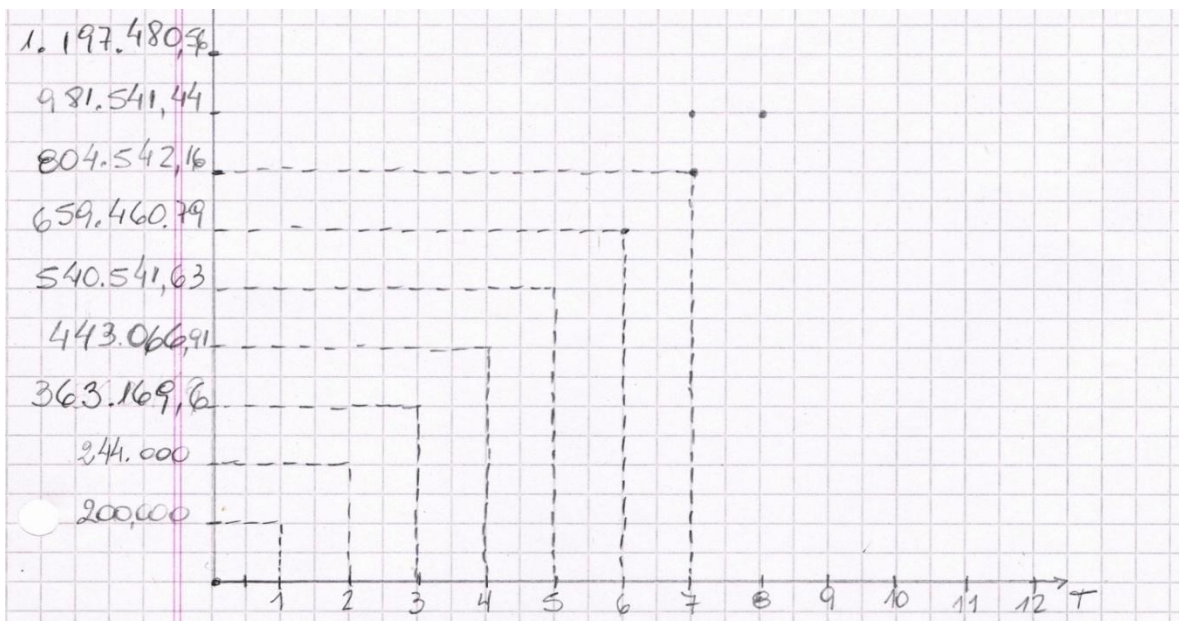


Figura 9: ejemplo de un protocolo categorizado como Prc0

Prc1: Parcialmente procognitivo. Se identifica con este grado a los estudiantes en los que se observa predisposición a explorar nuevos equipamientos praxeológicos. El estudiante puede en primera instancia remitirse a sus saberes conocidos, pero buscará nuevas praxeologías si son necesarias para responder a alguna pregunta. Un ejemplo de esta actitud se observa cuando un grupo de alumnos decide estudiar nuevos campos de conocimiento, como el funcionamiento de un banco, capitalización, tasas, etc. para responder a las subcuestiones del REI preguntas.

3.5 Exotérico

Para generar las modalidades de esta variable se analizaron las actitudes de los estudiantes, cuando se enfrentaban a situaciones vinculadas a saberes conocidos, y donde posiblemente, ya poseían una respuesta. En particular, interesa observar si el alumno está predispuesto a seguir indagando en la cuestión, o si solo se apoyará en una respuesta preexistente.

Exo0: Esotérico. Se identifica con este grado a estudiantes en los que se observa desinterés por estudiar una cuestión que conoce. No investiga, ni cuestiona nada que considere saber y se limita a aportar su respuesta personal como una respuesta final. Esto lo hace por considerar que sabe lo suficiente de un tema y que no necesita aprender más. Es la actitud de alguien que vive en la “ilusión esotérica de Know-it-all” (Chevallard 2013a, p 5). El estudiante cree tener una comprensión amplia en cierta área de conocimiento y en consecuencia, no investiga en ella por pensar que no va a encontrar allí nada que no sepa.

Ejemplo: En el curso de adultos, ninguno preguntó acerca de la matemática de un plazo fijo. Todos estuvieron de acuerdo que los intereses se calculan “capital x razón x tiempo”. Esto, es lo que se muestra en el extracto de un protocolo del estudiante 3105 (figura 10). Esta actitud, de creer que conocen toda la matemática de un plazo fijo, puso en peligro el REI, ya que no tenían preguntas matemáticas para estudiar.

Para calcular el INTERES tenemos la sig. formula

$$\frac{|\text{Capital} \times \text{Razon} \times \text{Tiempo}|}{100}$$

$$10000 \times 15\% \times 6 =$$

$$9000 \rightarrow \text{INTERES}$$

Figura 10: ejemplo de un protocolo categorizado como Exo0

Exo1: parcialmente exotérico. Se identifica en este grado a estudiantes que muestran predisposición para profundizar en un área que conoce, pero una vez que obtuvo algo nuevo, finalizan sin más, su investigación. Es la actitud de alguien que acepta que es necesario saber un poco más sobre el tema, pero que no está dispuesto a estudiar en profundidad.

Ejemplo: La figura 11 muestra un extracto del protocolo del estudiante 2120 que dada las preguntas “¿Qué es un plazo fijo? ¿Cómo se calcula?”, realiza una búsqueda en internet. Pero esta búsqueda finaliza con la primera respuesta encontrada. No explora otras opciones, ni realiza una comparación. Una vez hallada una respuesta se vuelve nuevamente esotérico, asumiendo que ya sabe lo suficiente del tema.

UN PLAZO FIJO ES UNA INVERSIÓN CONSTRUIDA CON DEPOSITOS RENOVABLES Y SE CALCULA EN EL MOMENTO DE COLOCACIÓN DE LOS FONDOS. PONER DINERO A INTERÉS SIGNIFICA QUE EL DINERO DEPOSITADO ENTREGA UNA PEQUEÑA GANANCIA, EL INTERES SE CALCULA: $I = \frac{C \cdot R \cdot T}{100 \times 360}$

Figura 11: ejemplo de un protocolo categorizado como Exo1

Exo2: Exotérico. Se identifica en este grado a alumnos que muestran predisposición para estudiar profundamente un tema que conocen. Es la actitud de quien acepta que el conocimiento siempre es a conquistar o a controlar. El exotérico, sin importar cuánto sepa de cierta área de conocimiento, está dispuesto a estudiar, ya sea para aprender algo nuevo o para verificar lo que cree saber. Un exotérico puede tener una buena respuesta para determinada cuestión, pero aun así, está dispuesto a continuar

profundizando en búsqueda de una mejor. Es una persona que entiende que lo mejor es enemigo de lo bueno.

Ejemplo: La figura 12 muestra un extracto del protocolo del estudiante 1216. Su agrupación tenía por plan de ahorros, una renta mensual, donde incorporaban cada mes \$660. A pesar de tener un buen plan, el alumno 1216 re-estudia la cuestión y consigue desarrollar un nuevo plan que supera el anterior por \$200. El plan consiste en elegir mes a mes la mejor combinación de plazos fijos. Así, como muestra la tabla, para el mes cero, invierte todo el capital en un plazo fijo anual; para el mes uno, inicia uno nuevo con capitalización trimestral durante tres periodos y luego capitaliza ese dinero en un plazo fijo bimestral; para el mes dos, inicia uno trimestral por tres periodos y luego capitaliza ese dinero en uno mensual; y así sucesivamente.

Mes	plazos fijos-tipo de capitalización	montos finales
0	plazo fijo a un año con el capital inicial \$3877,65	\$4.449,60
1	\$660 puestos 9 meses a capitalización trimestral y luego 1 vez bimestral	\$741,90
2	\$660 puestos 9 meses a capitalización trimestral y luego 1 vez mensual	\$734,03
3	\$660 puestos 9 meses a capitalización trimestral	\$726,46
4	\$660 puestos 6 meses a capitalización trimestral y luego 1 vez bimestral	\$718,55
5	\$660 puestos 6 meses a capitalización trimestral y luego 1 vez mensual	\$710,93
6	\$660 puestos 6 meses a capitalización trimestral	\$703,60
7	\$660 puestos 1 vez a capitalización trimestral y luego 1 vez bimestral	\$695,93
8	\$660 puestos 1 vez a capitalización trimestral y luego 1 vez mensual	\$688,55
9	\$660 puestos 1 vez a capitalización trimestral	\$681,45
10	\$660 puestos 1 vez a capitalización bimestral	\$674,03
11	\$660 puestos 1 vez a capitalización mensual	\$666,88
12	la ultima cuota aportada por el grupo	\$660,00
TOTAL		\$12.851,90

Figura 12: ejemplo de un protocolo categorizado como Exo2

3.6 Enciclopedista ordinario

En cuanto a esta variable, no se pudo apreciar en ninguno de los protocolos, propiedades registrables que indiquen si alguien “sabe poco de muchos asuntos” por lo tanto, no pudo desarrollarse inductivamente una categorización.

IV. Análisis de datos

El estudio se basa en técnicas provenientes del Análisis Multivariado de Datos, utilizando el paquete estadístico SPAD. Se redujeron dos pares de modalidades para mejorar la representación. Estas modalidades son cuestionar matemáticamente en sentido fuerte (Her2 con Her1) y estudiar profundamente un tema conocido (Exo2 con Exo1).

La técnica de reducción factorial proporciona una simplificación y síntesis de la información que permite analizar las principales conjunciones-oposiciones entre las variables. La representación gráfica de las diferentes modalidades de las variables en planos factoriales, proporciona una visión directa y global, de los principales aspectos de la información a tener en cuenta (Otero, Moreira, Greca, 2002, p. 14)

Los dos primeros factores acumulan en este caso, el 74,96% de la varianza explicada (88,79% en tres factores). Las variables que más contribuyen a la conformación del primer factor son: Problematización y Herbartiano. De esto se interpreta que las mayores diferencias con respecto a la manifestación de actitudes están vinculadas a las capacidad que tienen los estudiantes de cuestionar en sentido fuerte y matemáticamente.

Para la interpretación de los planos factoriales, se debe tener en cuenta que dos modalidades están correlacionadas positivamente si se encuentran próximas o si forman, con el centro de coordenadas, un ángulo cercano a cero grados. Esto representa, que casi los mismos alumnos comparten esas actitudes. Por otra parte, se debe considerar que los puntos centrales tienen poco peso estadístico y su efecto es poco significativo. Las coordenadas indican la representación de cada modalidad sobre el sistema de referencia. Cuanto mayor es la coordenada de una modalidad, significa que dicha modalidad permite explicar mejor las diferencias entre las variables que definen dicho factor.

El factor 1, ubicado sobre el eje de las abscisas, cuenta con un 40% de la varianza explicada y agrupa en el extremo izquierdo a las modalidades *Problematizador* y *Parcialmente Herbartiano*. Opuestas, en el extremo derecho, se encuentran las modalidades *No herbartiano* y *Esotérico, que*

guardan, con casi 180°, una correlación negativa con las anteriores. La oposición entre Problematizador y Esotérico, conduce a suponer, que quizás, la principal razón de que los estudiantes no formulen cuestiones en sentido fuerte, se deba a que consideran que saben lo suficiente del tema

El factor 2, ubicado sobre el eje de las ordenadas, se caracteriza por las modalidades Parcialmente problematizador y No retrocognitivo (en el extremo inferior), y Retrocognitivo y No problematizador (en el extremo superior). Este factor cuenta con el 34 % de la varianza explicada. El hecho de que este porcentaje sea menor al anterior, refleja que las modalidades implicadas sobre este factor son significativas para evaluar el desarrollo de las actitudes, pero en menor medida que las mencionadas en el factor 1.

Por otro lado, el análisis conjunto de los ejes permite identificar en el semiplano superior derecho, a las modalidades de menor desarrollo de cada actitud, y en el semiplano superior izquierdo a las modalidades con mayor desarrollo de las actitudes.

4.1 Clasificación

Luego del AFCM se realiza una clasificación para encontrar una tipología de los alumnos estudiados. La clasificación es inductiva y se basa en la búsqueda de semejanzas entre los estudiantes. Se procede por agrupamientos sucesivos de alumnos, que se hallan próximos en el plano factorial, tratando de descubrir tras los detalles, las grandes líneas que describen al conjunto.

El proceso de la construcción de una tipología no es mecánico, es un trabajo recursivo que requiere la consideración de las posibles alternativas, hasta encontrar una, que sea representativa y que cuente con coherencia lógica. En este trabajo se consideró como representación más significativa, la partición en tres grupos según muestra la figura 13. Aquí, los rombos son las variables activas, los cuadros las variables ilustrativas, los círculos amarillos las clases y los círculos azules los

estudiantes.

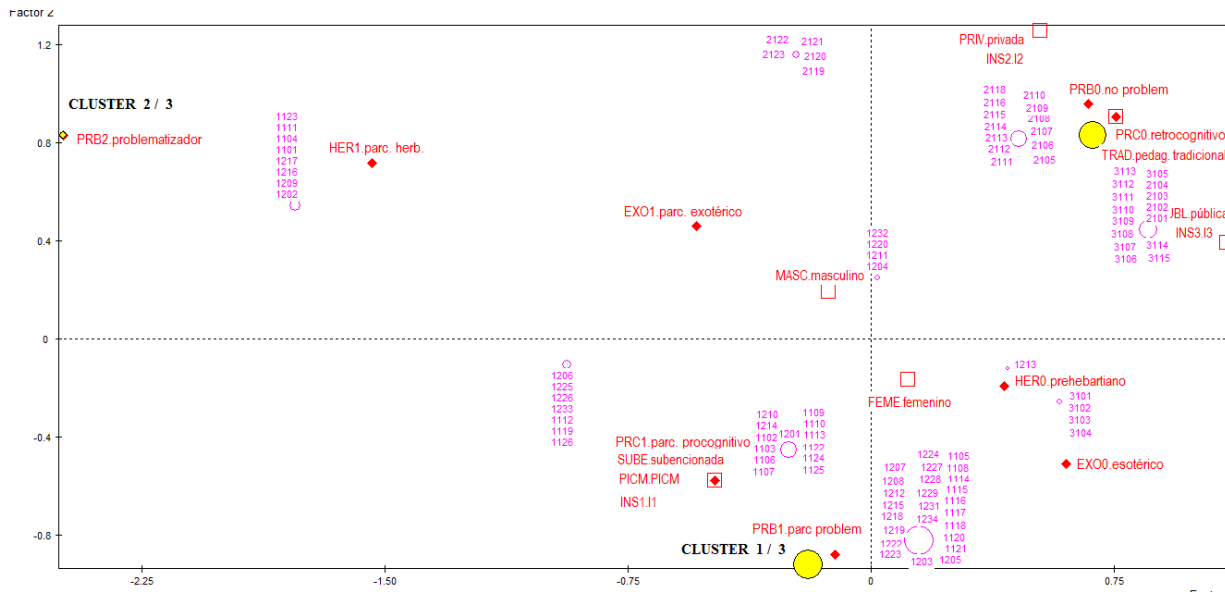


Figura 13: representación de los individuos, las modalidades y los grupos en el plano factorial

Se reconocen tres tipologías

El Grupo 3/3 **“Poca o nula manifestación de las actitudes”** agrupa a 42 estudiantes. En esta clase se agrupan los estudiantes con menor desarrollo de las actitudes. Se encuentran aquí, los que no han manifestado actitudes, los que manifestaron sólo una o a lo sumo dos, pero principalmente se caracterizan por ser **No problematizadores** y **Retrocognitivos**. Casi el 90% de los individuos que integran este grupo son los alumnos que estudiaron según la enseñanza tradicional. En esta clase se encuentra la totalidad de los estudiantes de I3 e I2.

El Grupo 1/3 **“Presencia parcial de las actitudes”** agrupa a 45 estudiantes. Esta clase está compuesta por estudiantes **Parcialmente problematizadores** y **Parcialmente procognitivos**. Con estas dos actitudes como base, algunos han logrado desarrollar parcialmente dos o tres de las actitudes estudiadas. Por otro lado, la totalidad de estos estudiantes son de la institución II, quienes han tenido experiencia con la PICM.

El grupo 2/3 **“Buena manifestación de las actitudes”** agrupa a 8 estudiantes. Estos son los únicos que han manifestado las actitudes de problematización, herbartiana, exotérica y procognitiva, que para este trabajo, y en esta categorización, son más afines a la PICM. Al igual que los del Grupo 1/3 son todos alumnos de la institución II.

4.2 Test de Montecarlo

Para descartar la posibilidad de una distribución aleatoria de los datos, se realizó un test de Montecarlo. Se generaron de forma aleatoria 100 matrices de datos de 95 filas por 8 columnas, correspondientes a los individuos y las variables con sus respectivas modalidades. Se realizó un Análisis Factorial por cada una de las muestras, generando los tres primeros autovalores, los porcentajes de la varianza explicada en cada uno de ellos y el porcentaje de la varianza acumulada en los tres primeros factores. Y se calculó la media y la desviación típica del porcentaje total de la varianza explicada en cada una de las cien muestras, así como los valores extremos del porcentaje de la varianza explicada, obteniéndose los siguientes resultados:

$$x_{\min} = 62,23; \quad x_{\max} = 73,13; \quad \text{La media } \bar{x} = 67,21;$$

Y la desviación típica del porcentaje total de la variancia explicada $\sigma = 1,87$

Con los valores del porcentaje total de la varianza explicada en las cien muestras aleatorias, se construyó el histograma que fue ajustado por una curva Normal (figura 14). Se puede observar en el gráfico, que la distribución del porcentaje total de la varianza explicada es aproximadamente normal.

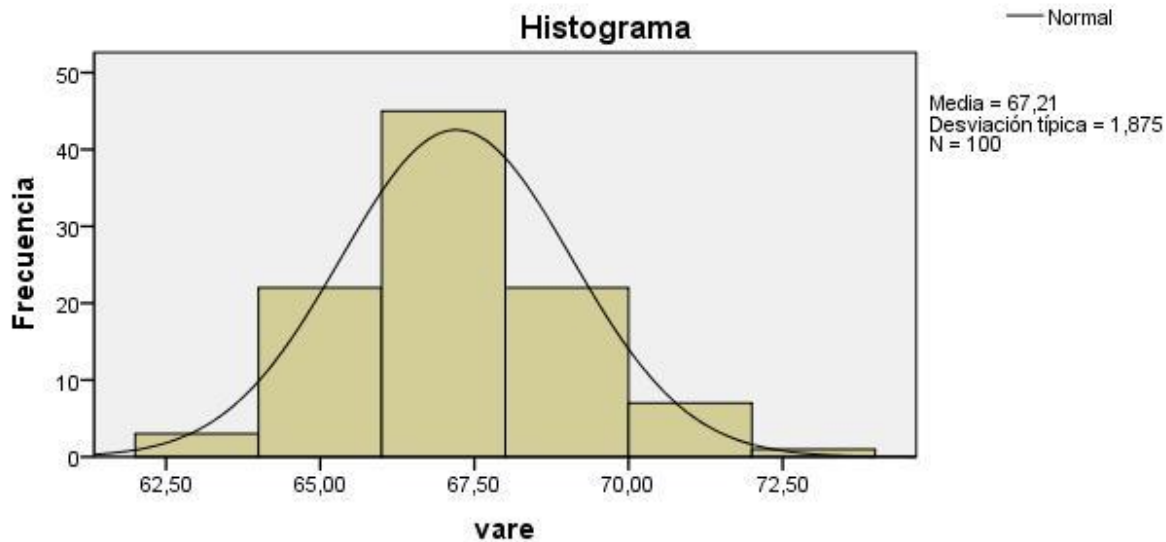


Figura 14: histograma de frecuencias del porcentaje total de la varianza explicada por los tres primeros factores en 100 muestras aleatorias

Con los datos obtenidos de las 100 muestras aleatorias, el porcentaje total de la varianza explicada por los tres primeros factores tiene probabilidad casi nula para valores superiores a 74%. Como los datos reales de nuestro estudio tiene el 88,79% de la varianza explicada en los tres primeros factores, resulta casi nula la probabilidad de que los datos sean aleatorios ($p < 0,001$).

4.3 PICM y Enseñanza Tradicional

Con el objetivo de mostrar algunas relaciones entre las variables, se presentan algunos gráficos realizados a partir de la Tabla de contingencia de Burt de perfiles horizontales (Crivisqui, Villamonte, 1997). Esta tabla permite analizar cómo se desfragmentan las modalidades de una variable con respecto a las modalidades de las restantes variables. Los gráficos que se muestran a continuación representan la manifestación de cada actitud que tuvieron los alumnos según la pedagogía.

La figura 15 muestra que el 13,51% de los estudiantes de la pedagogía tradicional, manifestaron la categoría parcialmente herbartiano, y de los enseñados en la PICM, el 25,86% lo alcanzó. Aunque un mayor porcentaje de alumnos de la PICM manifiesta una actitud parcialmente herbartiana, no es una gran diferencia. Esto indicaría que es una actitud difícil de desarrollar y que dos años de PICM no fueron suficientes para promover su desarrollo.

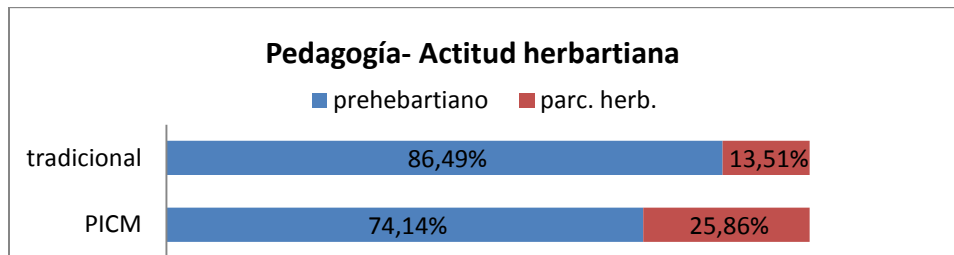


Figura 15: Porcentaje de manifestación de la actitud herbartiana según la pedagogía

La figura 16 muestra la correlación existente entre la actitud de limitarse solo a los saberes conocidos y la pedagogía tradicional, y entre la actitud de conocer hacia adelante y la PICM. Esto, evidencia la importancia de enseñar con la nueva pedagogía. Pues, el periodo de escolarización es una pequeña parte de la vida de las personas, que deberán continuar estudiando toda la vida.

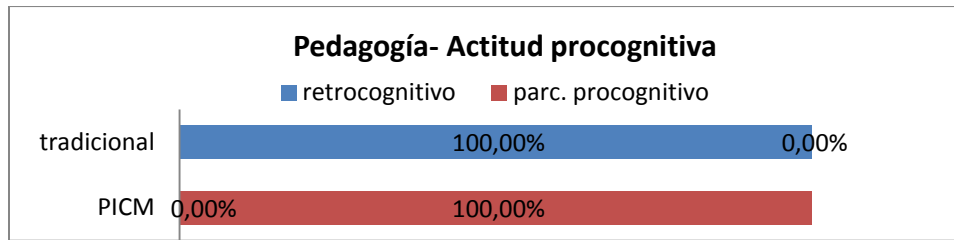


Figura 16: Porcentaje de manifestación de la actitud procognitiva según la pedagogía

La figura 17 muestra que 18 de los 37 estudiantes formados en la pedagogía tradicional serían parcialmente exotéricos. En la PICM, no hubo resultados muy diferentes, aunque una proporción mayor lo logro (32 de 58). Esto muestra que dos años de formación en la PICM no han habrían incidido demasiado su desarrollo.

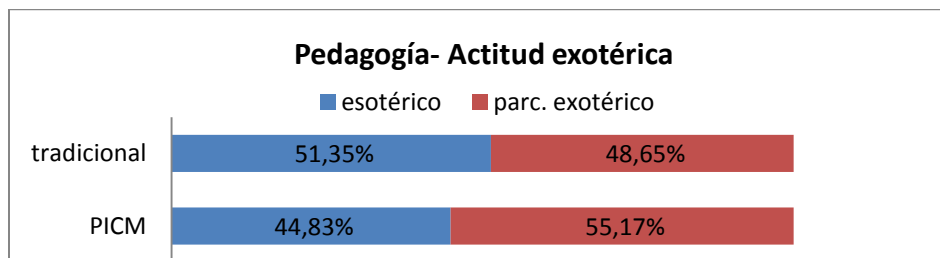


Figura 17: Porcentaje de manifestación de la actitud exotérica según la pedagogía

La figura 18 muestra que solo 4 de los 37 estudiantes enseñados con la pedagogía tradicional, resultan parcialmente problematizadores, mientras el resto resulta no problematizador. Contrariamente, en la PICM solo 5 de 45 no manifiestan actitudes, los restantes demás, 45 lo hicieron parcialmente y sólo 8 resultan problematizador. Esto indicaría que una de las grandes diferencias en entre una y otra pedagogía, consistiría en la actitud de problematización. La pedagogía tradicional sólo promueve la formulación de interrogantes débiles, que de hecho no son problemáticos y por lo tanto, no se manifiesta esta actitud. Sin embargo, en la mayoría de los estudiantes de la PICM, esta actitud se manifiesta parcialmente, al menos durante los dos años que allí se implementó.

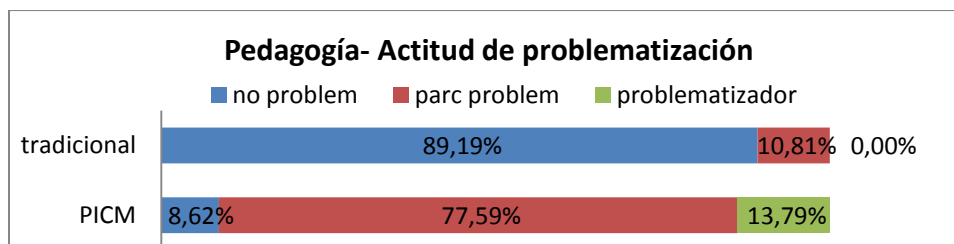


Figura 18: Porcentaje de manifestación de la actitud de problematización según la pedagogía

V. Discusión

Con el fin de analizar las actitudes de los alumnos en la PICM se realizó un REI en cuatro cursos y se realizó una categorización de los protocolos recogidos en cada implementación. Posteriormente, se realizó el análisis de datos utilizando técnicas cuantitativas, donde se incluyeron las variables atributivas sexo, escuela y tipo de escuela.

El análisis de correspondencias múltiples y la clasificación 1, en coincidencia con la TAD, muestra que existiría una correlación estadísticamente significativa entre la enseñanza tradicional y la no manifestación de las actitudes herbartiana, de problematización, exotérica y procognitiva. Pues aún los alumnos que durante un cuatrimestre, participaron de un REI (I2 e I3), fueron clasificados en la clase “poca o nula manifestación de las actitudes”.

Entre alumnos que estudiaron matemática por dos años en el contexto de la PICM, solo el 8,6% pertenece a la clase 1. De los demás, el 13,8% manifiesta plenamente las actitudes el 77,6% solo lo hace parcialmente. En consecuencia, las actitudes no se desarrollarían simultáneamente, a la vez que dos años de inmersión en la PICM en una única disciplina no serían suficientes. La mayoría de estos estudiantes se encuadran en las categorías *parcialmente procognitivo* y *parcialmente problematizador*, pero solo 8 de los 58, pudieron alcanzar las categorías *parcialmente herbartiano* y *problematizador*. Podría decirse que las actitudes más difíciles de desarrollar de refieren a formular preguntas genuinas vinculadas a la matemática.

El análisis de la tabla de Burt permitió identificar que la mayor diferencia entre ambas pedagogías, reside en las actitudes Procognitiva y de problematización, que se manifiestan en mayor grado en la PICM. En cambio, fue escasa la diferencia con la PICM en las actitudes Herbartiano y Exotérico. Esto implicaría, por un lado, que la cultura escolar tradicional que separa a la matemática de los fenómenos del mundo de la vida, es muy difícil de modificar, y en consecuencia no existe el hábito

de recurrir a la matemática para argumentar o cuestionar. Y por otro, que es difícil romper con el hábito de agotar los temas.

Se debe tener en cuenta que, los protocolos no permitieron establecer grados de la actitud procognitiva, sino solamente una dicotomía. Así, en este análisis, todos los estudiantes de II alcanzaron la categoría parcialmente procognitivo, mientras que los restantes se categorizaron como Retrocognitivos. Esto indicaría que la PICM produce convicciones que conducen a no aceptar la limitación del conocimiento actual y a la disposición de estudiar nuevos saberes. Los estudiantes formados en la enseñanza tradicional, se resisten a explorar praxeologías desconocidas e intentan dirigir el estudio a las OM que conocen. Esto se explica considerando que tradicionalmente los estudiantes están habituados a que solo se les hagan preguntas que necesariamente deben responderse con lo recientemente estudiado.

La actitud enciclopedista ordinario no pudo ser analizada aquí, pues no se encontraron indicadores. Posiblemente, esta actitud solo se manifiesta cuando se vive plenamente en el paradigma de interrogar al mundo, donde se toma conciencia de las bondades de conocer “de todo un poco” para saber luego dónde buscar información.

La variable sexo, tiene a sus modalidades representadas muy próximas al centro del plano factorial, lo cual indica una baja correlación con las actitudes. Tampoco, se encontraron diferencias significativas (en cuanto a las actitudes) entre los alumnos del colegio privado y de la escuela pública de adultos. En ambos casos, a pesar de sus grandes diferencias, la totalidad de los estudiantes tuvieron poca o nula manifestación de las actitudes.

VI. Conclusiones

Este trabajo evidencia la importancia de un cambio pedagógico en el sentido de la PICM. Los estudiantes inmersos en la pedagogía tradicional, tienen dificultades para responsabilizarse por su aprendizaje, hacer preguntas en sentido fuerte, decidir qué obras estudiar o re-estudiar, remitiéndose solamente a los saberes conocidos. Si la pedagogía dominante en la institución es la tradicional, el colegio privado dirigido a clase media alta o la secundaria de adultos, registran en igual medida, actitudes escasamente correlacionadas con la formación de ciudadanos democráticos y críticos. Los intentos de introducir la PICM en aulas habituales, habrían promovido actitudes favorables hacia el conocimiento, pero la manifestación de las mismas no es contundente, sobre todo las actitudes de

problematización y la herbartiana, que serían más difíciles de alcanzar. Sin embargo, aunque los estudios, como el realizado aquí, son aun incipientes, es innegable la importancia de direccionar los esfuerzos educativos hacia la formación de ciudadanos críticos, que no se limitan solo a lo que saben y que están dispuestos a estudiar en cualquier momento, puesto que el conocimiento y el factor humano serían las claves del desarrollo de las naciones en el mundo actual.

Bibliografía

Benzécri, J. P. (1980). *Pratique de l'Analyse des Données T 1 y 2*. Paris, Dunod.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Recuperado el 03 de junio de 2013, de: <http://yves.chevallard.free.fr/>.

Chevallard, Y. (2009). La notion de PER: problèmes et avancées. Recuperado el 03 de junio de 2013, de: <http://yves.chevallard.free.fr/>.

Chevallard, Y. (2012a). Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm. 12th International Congress on Mathematical Education. 8 – 15 July, 2012, Seoul, Korea. *Enseñando matemática en la sociedad del mañana: el caso de la llegada de un contra paradigma*. Traducido al español por María Rita Otero. Original inglés disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/>.

Chevallard, Y. (2013a). Un Programme de Recherche : Bits And Pieces. Journal Du Séminaire TAD/IDD. Section 1. 18-01-2013. Recuperado el 03 de junio de 2013, de: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-1.pdf>

Chevallard, Y. (2013b). Des Questions? Journal Du Séminaire TAD/IDD. Section 4. 12-04-2013. Recuperado el 03 de junio de 2013, de: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-4.pdf>

Crivisqui, E.; Villamonte, G. (1997). *Presentación de los métodos de análisis factorial de correspondencias múltiples*. PRESTA Programme de recherche et d'enseignement en statistique appliqué, Bruxelles, Belgique.

- Lebart, L.; Morineau A.; Fenelon, J. P. (1985) *Tratamiento Estadístico de Datos* Marcombo, Barcelona.
- Otero, M. R.; Moreira, M. A.; Greca, M. I. (2002). El uso de imágenes en textos de física para la enseñanza secundaria y universitaria. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7 (2), 127-154.
- Otero, M. R.; Fanaro, M. A.; Córica, A. R.; Llanos, V. C.; Sureda, P.; Parra, V. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el aula de Matemática*. Buenos Aires: Editorial Dunken.
- Otero, M. R.; Fanaro, M. A.; Llanos, V. C. (2013). La Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo y el Inquiry: un análisis desde la enseñanza de la Matemática y la Física. *Revista Electrónica de Investigación en educación en Ciencias* 8 (1), 77-89.
- Romero Chaves, O. C. (2005). La categorización en la investigación cualitativa. *Revista De Investigaciones Del CESMAG* 11 (11), 113-118.