

# Valoración de empresas de base tecnológica: análisis de riesgo y modelo binomial desplazado

*(High tech firms valuation: risk analysis and displaced binomial model)*

**Gastón Silverio Milanesi**

Profesor Titular de las Cátedras de Decisiones y Estrategias Financieras y de Administración Financiera I.  
Departamento Ciencias de la Administración. Universidad Nacional del Sur (Argentina)

**Gabriela Pesce**

Profesora Adjunta de las Cátedras de Decisiones y Estrategias Financieras y de Administración Financiera I.  
Departamento Ciencias de la Administración. Universidad Nacional del Sur (Argentina)

**Emilio El Alabi**

Ayudante 'A' de la Cátedra Decisiones y Estrategias Financieras.  
Departamento de Ciencias de la Administración. Universidad Nacional del Sur (Argentina).

## Sumario

1. Introducción
2. Análisis de riesgo y opciones reales
  - 2.1 Escenarios
  - 2.2 Modelo Binomial Desplazado
  - 2.3. Análisis de Sensibilidad
3. Valoración de una EBT. Caso de aplicación
  - 3.1 Desarrollo de Escenarios
  - 3.2. Aplicación del Modelo Binomial Desplazado
  - 3.3. Valores a partir del Análisis de Sensibilidad
4. Conclusiones
5. Referencias bibliográficas

## Resumen

El trabajo presenta un modelo de valoración integrando la técnica de escenarios, teoría de opciones reales y análisis de sensibilidad para inversiones en start-ups, en particular, para empresas de base tecnológica (EBT). El modelo propuesto resulta una herramienta apropiada para este tipo de proyectos ya que: (a) incorpora la técnica de escenarios para estimar la volatilidad desplazada ante la falta de activo financiero replicante; (b) admite proyectar valores negativos del proyecto debido a que el modelo abandona el proceso estocástico lognormal; (c) permite sensibilizar el valor estratégico en función al parámetro de desplazamiento y la volatilidad.

*Palabras clave:* valoración, empresas de base tecnológica, escenarios, opciones reales, modelo binomial desplazado

Código JEL: G13; M21; G31

## Abstract

The paper shows a valuation model integrating scenarios technique, real option theory and sensibility analysis for a start-

up investment, mainly in high tech firms (HTF). The proposed model is a suitable alternative for these kinds of projects since: (a) It uses the scenarios technique for estimating the displaced volatility because of the inexistence of mimic financial assets; (b) it allows forecasting negative values for the project because the model gives up the lognormal process, a key aspect in the abandon decision; (c) it permits sensitivity analysis using the displaced parameter and volatility.

*Key words:* valuation, high tech firms, scenarios, real options, displaced binomial model.

JEL Code: G13; M21; G31.

## 1. Introducción

El valor de la flexibilidad estratégica de un proyecto de inversión se refleja en el conjunto de opciones reales, simples y compuestas del activo. La Teoría de Opciones Reales provee los modelos para capturar el valor estratégico de la inversión (Dixit y Pindyck, 1994; Smith y Nau, 1995; Trigeorgis, 1997; Brennan y Trigeorgis, 2000; Boer, 2002; Bernardo y Chowdry, 2002; Chance y Peterson, 2002; Broyles, 2003; Mun, 2004; Smit y Trigeorgis, 2004; Kodukula y Chandra, 2006; Bank y Wibmer, 2011).

La valoración mediante opciones reales de inversiones en negocios de start-up, especialmente de base tecnológica (EBT), investigación y desarrollo (I&D) o nuevas estrategias empresariales merecen de algunas consideraciones, y consecuentemente, de un tratamiento específico. Las inversiones en nuevas innovaciones tecnológicas y nuevas estrategias empresariales se caracterizan por su alto grado de inversión e incertidumbre. A menudo la dificultad para su valoración reside en la inexistencia de activos financieros correlacionados con los flujos de fondos proyectados, al no cumplir el mercado de capitales la característica de completitud, siendo una de las principales debilidades de los

modelos de opciones (Wang y Halal, 2010). En estos casos se proponen algunos métodos para subsanar la carencia de activos financieros replicantes, siendo una de las más difundidas el modelo MAD (*Marketed Asset Disclaimer*) (Copeland y Antikarov, 2001; Smith, 2005; Brandao *et al.*, 2005). No obstante, una de las consecuencias que evidencia la falta de activos financieros réplicas de la variabilidad propia de los flujos de fondos esperados del proyecto, está dada por el hecho de que se pone en tela de juicio la validez del supuesto de comportamiento lognormal correspondiente al subyacente (valor actual de los flujos de fondos libres del proyecto o estrategia). Esta situación demanda introducir sesgos o desplazamiento en el modelo utilizado para proyectar el proceso estocástico del activo (Milanesi, 2012).

El objetivo del presente trabajo consiste en desarrollar un modelo de valoración aplicable en proyectos de base tecnológica o nuevas estrategias, sin historia, ni comparables, ni activos financieros replicantes. La propuesta combina: (a) escenarios; (b) estimación puntual con opciones reales combinadas (expansión-continuación-abandono); (c) incorporación del desplazamiento del proceso estocástico binomial; (d) sensibilidad del valor del proyecto con rango de valor estratégico (Gráfico 1).

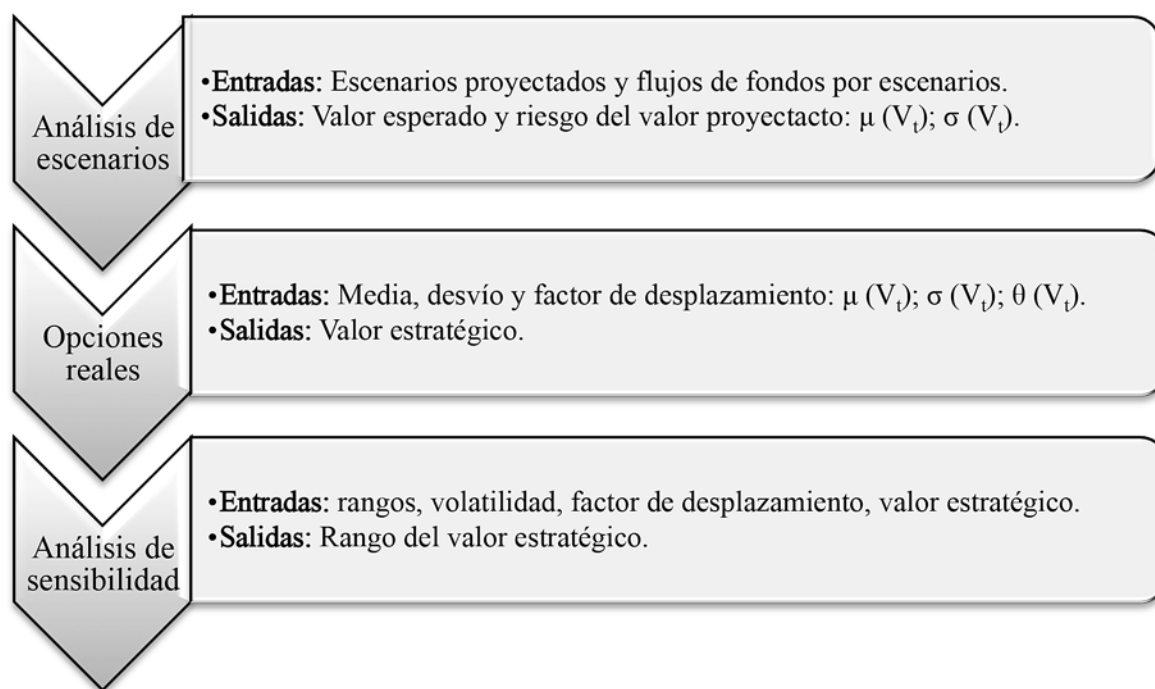
La ilustración sintetiza la propuesta que pretende servir de modelo para reducir y sintetizar la compleja incertidumbre sobre el valor intrínseco de proyectos tecnológicos, innovaciones y nuevas estrategias.

## 2. Análisis de riesgo y opciones reales

### 2.1 Escenarios

La estimación de los flujos de fondos de un proyecto se realiza con un modelo en el que se representa la situación económica y técnica: inversión, cantidades, precios, mercados y ambiente fiscal. Las variables indicadas resultan en el flujo de fondos estimados, cada una de ellas surge de estimaciones explícitas e implícitas de variables primarias

Gráfico 1: Escenarios-BD-Sensibilidad en la evaluación de EBT e I&D.



Fuente: elaboración propia.

e interrelaciones existentes<sup>1</sup>. Las variables y sus relaciones se consideran a partir de modelos económicos, organizativos, técnicos e ingenieriles y el grado de detalle depende de los objetivos y disponibilidad de información para los analistas. Estos modelos consideran las diferentes incertidumbres con el objeto de brindar tratamiento probabilístico a la estimación del valor intrínseco. Los métodos utilizados genéricamente son la simulación aleatoria y escenarios. La primera tiene una importante aplicación en el campo de la valoración con opciones reales, en particular a partir del enfoque MAD (Copeland y Antikarov, 2001) con el objeto de estimar la volatilidad en proyectos sin activos financieros réplicas. El segundo enfoque se complementa al enfoque de opciones reales como herramienta de análisis integral para abordar y explicar las incertidumbres del proyecto (Miller y Waller, 2003; Wright *et al.*, 2009), siendo el seleccionado en el presente trabajo.

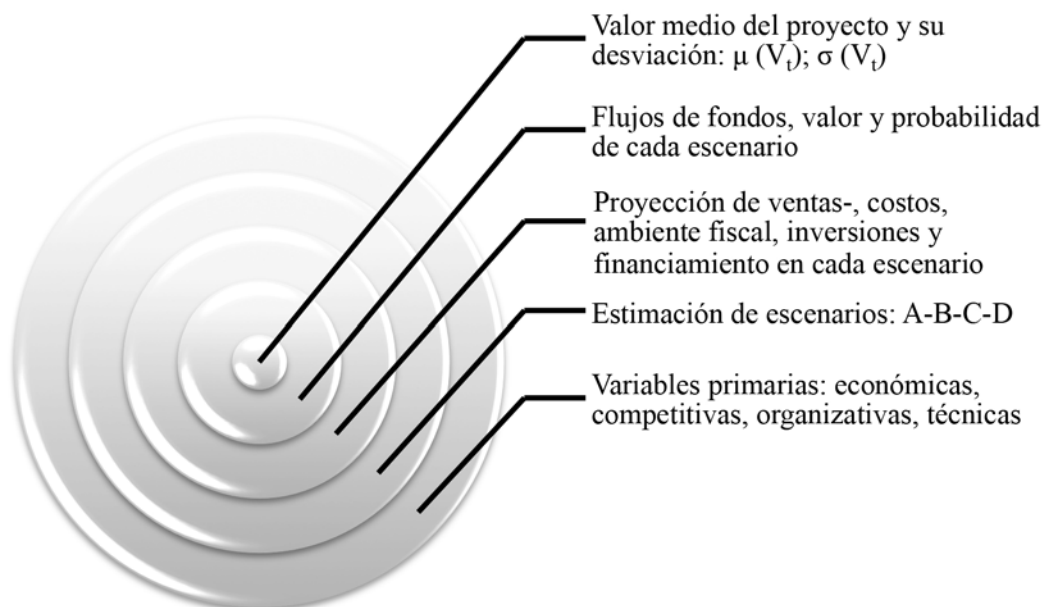
La técnica de escenarios reconoce sus orígenes en los estudios sobre planeamiento empresarial en fir-

mas como General Electric y Royal Dutch Shell a principios de 1960. Las diferentes configuraciones del futuro probable a que se encuentra vinculado el proyecto se denominan genéricamente estados. Cuando estos son reducidos a una cantidad relativamente pequeña se denominan escenarios. En cada perspectiva del futuro se estiman las variables del modelo que afectan el valor del proyecto. Las estimaciones en cada escenario pueden ser puntuales o rangos, mediante distribuciones de probabilidad de las variables (medidas, a su vez, con simulación estocástica). La estimación en escenarios refleja perspectivas discretas o separables acerca del futuro, por ello se consideran dos grupos de distribuciones de probabilidad: aquellas correspondientes a las variables en cada escenario, y las del escenario en sí mismo (Gráfico 2).

El vínculo entre los modelos de opciones y escenarios está dado por la estimación del desvío ( $\sigma$ ). Para la proyección de los escenarios se respeta el proceso descrito en el Gráfico 2: primero se definen los modelos para proyectar las variables

<sup>1</sup> Por ejemplo la estimación de las ventas y costos esperados puede hacerse a partir de variables primarias como la tasa de crecimiento de la economía, del comportamiento del sector, de la tecnología involucrada en los procesos productivos, expectativas de precios del sector interno y externo, etc.

Gráfico 2: Modelo para medir las características del proyecto: escenarios, niveles y variables para la proyección del valor y su desviación.



Fuente: elaboración propia.

primarias, las que sirven de alimentación en la definición de los flujos de fondos correspondientes a cada escenario. Definida la probabilidad subjetiva asociada a los escenarios se obtiene el valor medio y su desvío ( $\mu(V_T)$  ;  $\sigma(V_T)$ ) para el horizonte T de planificación.

## 2.2 Modelo Binomial Desplazado

Por lo general los modelos seminales para valorar opciones suponen que el activo subyacente sigue un proceso estocástico del tipo geométrico browniano (gB) (multiplicativo) como aritmético browniano (aB) (aditivo), adecuándose el primero perfectamente a describir el comportamiento de activos financieros. En el caso de algunos *commodities* como el petróleo y sus derivados o en *start-ups* EBT se combina un comportamiento del tipo gB con saltos en puntos del tiempo, siguiendo procesos del tipo Poisson. Una de las grandes desventajas reside en la dificultad práctica para la definición de la magnitud y frecuencia del salto. En el supuesto de *commodities* puede inferirse de la serie histórica de precios, en el caso de inversiones

en *start-ups* EBT e I&D no existen series de precios sobre activos financieros correlacionados con los flujos de fondos del proyecto. El desafío en este tipo de inversiones y su valoración con modelos de opciones reales, consiste en apartarse de los esquemas tradicionales y avanzar sobre modelos que incorporen sesgos, sensibilizando posibles valores.

Una solución intermedia en la valoración con opciones reales de proyectos del tipo *start-ups* EBT, con sesgos en la distribución de los valores posibles, corresponde al modelo binomial desplazado<sup>2</sup> (Haahtela, 2011), en adelante BD. A diferencia de la propuesta de Rubinstein (1983) el parámetro de desplazamiento ( $\theta$ ) se incorpora fuera del proceso estocástico. Su aporte en el campo de los modelos de valuación de opciones reales reside en que permite trabajar con valores negativos del proyecto (subyacente). Asimismo la forma funcional de la distribución de posibles valores del mismo es un intermedio entre la normal y lognormal, siendo asimétrica<sup>3</sup>. La forma de la distribución se descompone en dos partes: (a) probabilística; donde

<sup>2</sup> Este es una adaptación del proceso difusión desplazado empleado en la valoración de derivados financieros, (Rubinstein, 1983).

<sup>3</sup> Es una manera intuitiva y flexible de incorporar potenciales sesgo en los valores proyectados de manera determinística o sensibilizando. Se lo puede incorporar en el conjunto de propuestas donde el modelo binomial es transformado para capturar momentos estocásticos de orden superior (Baliero Filho y Rosenfeld, 2004); (León et.al.; 2007); (Milanesi, 2012).

el valor del activo subyacente ( $V_\theta$ ) sigue un proceso geométrico browniano; (b) parámetro de desplazamiento ( $\theta$ ) determinístico (Camara y Chung, 2006). La ecuación que describe el proceso estocástico del subyacente hasta el horizonte  $T$  es (1).

$$V_{\theta,T} = V_{\theta,0} e^{(\mu - 1/2\sigma_\theta^2)T + \sigma_\theta \sqrt{T}Z} + \theta_0 e^{\mu t} \quad Z \sim N(0,1) \quad (1)$$

$V_\theta$  es el valor con desplazamiento, la volatilidad desplazada es  $\sigma_\theta$  y  $\theta$  constituye el parámetro de desplazamiento ( $V_\theta$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\theta$ ). El valor esperado y desvío del subyacente en el horizonte  $T$  está dado por las siguientes expresiones (2) y (3).

$$V_{\theta,t} = (V_{\theta,0} + \theta_0) e^{\mu t} \quad (2)$$

$$\sigma_\theta = |V_{\theta,0}| e^{\mu t} \sqrt{e^{\sigma_\theta^2 t} - 1} \quad (3)$$

$V_\theta$  se expresa en términos absolutos debido a que puede tomar valores negativos y el principal insumo para la construcción de la rejilla binomial proviene de la volatilidad ( $\sigma_\theta$ ). Se parte de los parámetros  $V_\theta$  y  $\theta$  en la ecuación (3), utilizados para obtener  $\sigma_\theta$  por iteración, en donde se fija como restricción el valor  $\sigma(V_\theta)$ . Este es calculado como la dispersión de los valores ( $V_\theta$ ) correspondientes a los escenarios proyectados.

Existen diferentes variantes respecto del modelo binomial<sup>4</sup>, en este caso se trabaja con el modelo binomial de media y desvío normal (Wilmott *et al.*, 1995). Este define movimientos de ascenso ( $u_\theta$ ) y descenso ( $d_\theta$ ) de las siguientes expresiones (4) y (5).

$$u_\theta = e^{r\Delta t} \left( 1 + \sqrt{e^{\sigma_\theta^2 \Delta t} - 1} \right) \quad (4)$$

$$d_\theta = e^{r\Delta t} \left( 1 - \sqrt{e^{\sigma_\theta^2 \Delta t} - 1} \right) \quad (5)$$

Las probabilidades neutrales al riesgo son de  $p_u = p_d = 1/2$ , en el límite representan el valor de convergencia para los modelos binomiales (Chance, 2007). El valor del proyecto para  $t$  periodos se estima de la siguiente manera (6).

$$V_{\theta,u,d,t+1} = (u_\theta \times V_{\theta,t} - \theta_0 \times e^{rt}); \quad (d_\theta \times V_{\theta,t} - \theta_0 \times e^{rt}) \quad (6)$$

$V_{\theta,t}$  es el valor desplazado de los activos riesgosos del proyecto,  $\theta_0$  el valor correspondiente al parámetro de desplazamiento,  $r$  el tipo de interés sin riesgo. El modelo supone que los activos de la empresa siguen un proceso binomial desplazado ( $V_{\theta,t}$ ). El valor terminal de la opción en el periodo  $T$  es  $C_{\theta,T} = \max[(V_{\theta,T} - I_0); 0]$ . Si las opciones son ejercidas en periodos intermedios ( $t_{n-1} = T - t_n$ ) el valor es  $C_{\theta,T} = \max[A, C, E]$ ; para el ejemplo a estudiar el máximo valor de abandonar, continuar y expandir. Su expresión analítica la siguiente (7).

$$C_{\theta,T} = \max[A; (C_{\theta,u,t} \times p_u + C_{\theta,d,t} \times p_d) \times e^{-rt}; \Delta \times (C_{\theta,u,t} \times p_u + C_{\theta,d,t} \times p_d) \times e^{-rt} - I] \quad (7)$$

El valor teórico de la opción se obtiene recursivamente (8).

$$C_{\theta,t-1} = [C_{\theta,u,t} \times p_u + C_{\theta,d,t} \times p_d] \times e^{-rt} \quad (8)$$

El valor estratégico (VE) del proyecto surge de la ecuación precedente siendo la suma del valor actual neto tradicional (VAN) y el valor actual de las opciones reales (VOR) (Trigeorgis, 1997).

### 2.3. Análisis de Sensibilidad

Este método consiste en determinar las variables críticas y examinar cómo se altera el resultado del valor de un proyecto ante variaciones en las mismas. Se busca determinar cuán sensible es el proyecto antes cambios en algunos de los supuestos realizados en el proceso de valuación.

El análisis de sensibilidad puede ser multidimensional o unidimensional. El análisis multidimensional o análisis de sensibilización de Hertz implica analizar qué sucede con el valor del proyecto cuando se modifica el valor de una o más variables que se consideran susceptibles de cambiar durante el

4 La mayoría de los problemas se presentan cuando, sobre todo para propósitos académicos, se combinan valores extremos con pocos intervalos temporales. No obstante los modelos recuperan  $\sigma$  y evitan arbitraje para intervalos finitos  $N$ , sin perjuicio de que se cumplen las condiciones de probabilidad neutral al riesgo;  $0 < p < 1$ ;  $u > 1$ ,  $d < 1$ ;  $u \cdot d > 0$ ; con buena convergencia al modelo continuo de Black & Scholes (Chance, 2007).

período de evaluación. El procedimiento propone que se confeccionen tantos flujos de fondos como posibles combinaciones se identifiquen entre las variables que componen el flujo. Por su parte, el análisis unidimensional determina la variación máxima que puede resistir el valor de una variable relevante para que el proyecto siga siendo atractivo para el inversionista.

Para los casos de valuación de *start-ups* EBT y proyectos de I&D, una de las variables consideradas relevante en la determinación del valor es sin lugar a dudas, el riesgo o la volatilidad ( $\sigma$ ) por la falta de historia del proyecto naciente y por la ausencia de activos financieros replicantes en el mercado. Además, por lo explicado precedentemente sobre el modelo BD, toma significación también analizar qué sucede con el valor del proyecto ante cambios en el parámetro de desplazamiento ( $\theta$ ). Por ello, se propone realizar un análisis multidimensional sobre el valor de la EBT, combinando diferentes comportamientos que pueden asumir la volatilidad y el parámetro de desplazamiento.

### 3. Valoración de una EBT. Caso de aplicación

Con el objeto de ilustrar el funcionamiento del modelo propuesto se presenta un caso hipotético correspondiente a un proyecto EBT.

La empresa se dedica a la comercialización de software informático. Actualmente está analizando la posibilidad de comenzar con un nuevo proyecto. Su intención es desarrollar un nuevo sistema operativo para las empresas telefónicas que compita tanto con Android como con iOS. Las cifras se expresan miles de dólares estadounidenses. El ciclo de vida del producto se divide en dos fases: la primera tiene una duración de cuatro periodos proyectándose un mercado en crecimiento ( $t=4$ ),

la segunda asume que el mercado ingresa en su ciclo de madurez ( $T=t+1$ ) donde se estabilizan los flujos de fondos del proyecto y consecuentemente su valor intrínseco. Adicionalmente se prevén las siguientes alternativas estratégicas a ser ejercidas en el tercer periodo ( $t=3$ ): (a) continuar el proyecto bajo su formulación original; (b) realizar una inversión de \$90 mil en nuevas estrategias de impulsión y comunicación las cuales incrementarán, cualquiera sea el escenario, la participación relativa actual en el mercado en un 40%; (c) la venta del fondo de comercio por \$180 mil.

El valor actual de los flujos de fondos descontados ( $V_0$ ) asciende a \$200 mil pero no se consideran las alternativas estratégicas indicadas. Esto se debe a que el método de descuento de flujo de fondos supone irreversibilidad de la inversión, sin alternativa estratégica que cambie el curso de acción proyectado (*management* pasivo). Por ello es menester aplicar un enfoque de opciones reales. A continuación se desarrollan las etapas en donde son integrados los escenarios, el modelo BD y el análisis de sensibilidad.

#### 3.1 Desarrollo de Escenarios

Producto del resultado del análisis prospectivo en tres niveles<sup>5</sup> se suponen cinco niveles de escenarios probables que condicionan el valor del proyecto. En cada uno de ellos se proyecta el valor intrínseco ( $V_t$ ) al periodo  $t=4$ , y se asignan probabilidades subjetivas de ocurrencia. Estas son asignadas en base a las consideraciones del agente, siendo más pesadas en extremos (1-5) y morigerando su incidencia en los valores medios (2-3-4) conforme se expone en la siguiente tabla: (Tabla 1).

El valor esperado<sup>6</sup>  $E(V_t)$  del proyecto asciende a \$300,67 mil y su desvío  $\sigma(V_t)$  es de \$216,01 mil. Este último es el valor que actúa como restricción en el proceso iterativo para calcular  $\sigma_0$  (ecuación 3).

5 Los niveles son: (a) entorno macroeconómico, (b) análisis estratégico amplificado del sector (estructura de mercado, competidores potenciales, sustitutos, potenciales rivales por integración, barreras de entrada-salida), (c) definición internas de capacidades, recursos y estrategias; (Smit y Trigeorgis, 2004)

6 En los escenarios el valor proyectado no contempla las alternativas estratégicas del tercer periodo, para ello se debe incorporar un enfoque de opciones reales donde los posibles escenarios son expandidos en la rejilla binomial que resulta de la proyección correspondiente al proceso estocástico del subyacente.



Tabla 1: Escenarios, media y desvío del proyecto EBT.

Escenarios	Vt	P(x)	%
Excelente	\$ 850,00	30,000%	183%
Muy Bueno	\$ 400,00	13,333%	33%
Bueno	\$ 200,00	13,333%	-33%
Regular	\$ 80,00	13,333%	-73%
Malo	\$ -150,00	30,000%	-150%
$E(Vt)=\sum V_i p_i$	\$ 300,67	$\Delta t=(Vt/V_0)-1$	50,333%
$\sigma(Vt)$	\$ 216,01	Dsv( $\sigma t$ )	74,749%

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2: Rejilla Binomial y BD valor subyacente.

0	1	2	3	4
\$ 200,00	\$ 322,31	\$ 519,41	\$ 837,05	\$ 1.348,93
<b>\$ 200,00</b>	<b>\$ 302,84</b>	<b>\$ 422,84</b>	<b>\$ 562,42</b>	<b>\$ 724,29</b>
	\$ 98,20	\$ 158,25	\$ 255,03	\$ 411,00
	<b>\$ 117,67</b>	<b>\$ 213,89</b>	<b>\$ 326,63</b>	<b>\$ 458,22</b>
		\$ 48,22	\$ 77,70	\$ 125,22
		<b>\$ 33,51</b>	<b>\$ 123,08</b>	<b>\$ 228,53</b>
			\$ 23,68	\$ 38,15
			<b>\$ -52,63</b>	<b>\$ 30,26</b>
				\$ 11,62
				<b>\$ -140,90</b>

Fuente: elaboración propia.

### 3.2 Aplicación del Modelo Binomial Desplazado

Para valuar las alternativas estratégicas del tercer periodo se empleará el modelo binomial desplazado, conforme fue señalado las variables claves son: desplazamiento ( $\theta$ ), valor actual flujos de fondos libres sin ( $V_0$ ) y con desplazamiento ( $V_{\theta,0}$ ) y la volatilidad desplazada ( $\sigma\theta$ ): ( $\theta$ ) es de \$1 millón que surge de la diferencia entre valores proyectados de los escenarios extremos ( $V_{t1} - V_{t3}$ ); ( $V_0$ ) asciende a \$200 mil; ( $V_{\theta}$ ) es de \$1,2 millones (ecuación 2) y  $\sigma\theta$  obtenido por iteración<sup>7</sup> arroja un valor de 7,33% (ecuación 3). Los coeficientes ( $u\theta$ ), ( $d\theta$ ), ( $p\theta$ ), ( $1-p\theta$ ) y la tasa libre de riesgo ( $r$ ) son: 1,128 - 0,97 (ecuaciones 4 y 5); 0,5 (Wilmott

et al., 1995) y 5% por periodo. Los resultados obtenidos son comparados con los devengados por el modelo binomial sin desplazamiento de Wilmott et al. (1995). Los valores de las variables son las siguientes: ( $\sigma$ )=0,5;  $u=1,612$ ,  $d=0,491$ ; ( $p$ )=( $1-p$ )=0,5; ( $r$ )=5% respectivamente. En los nodos de la rejilla binomial se expresa el valor proyectado correspondiente al binomial clásico (parte superior) y BD (ecuación 6) (negritas itálicas). (Tabla 2).

La tabla 3 presenta el valor intrínseco con opciones. Como en la tabla anterior la cifra superior del cuadrante responde a la formulación clásica del modelo binomial y las cifras en itálicas y negritas a BD. En el ejemplo el modelo clásico arroja un

7 Se utiliza la función buscar objetivo del aplicativo Microsoft Excel®, donde se define la ecuación 3, con el valor del desvío estándar de los escenarios y como salida la volatilidad.

Tabla 3: Valor de las opciones reales modelo Binomial y BD.

0	1	2	3	4
\$ 363,58	\$ 532,67	\$ 812,78	\$ 1.261,87	\$ 1.348,93
<b>\$ 375,07</b>	<b>\$ 505,41</b>	<b>\$ 677,59</b>	<b>\$ 877,38</b>	<b>\$ 724,29</b>
	\$ 231,78	\$ 307,17	\$ 447,05	\$ 411,00
	<b>\$ 283,20</b>	<b>\$ 385,06</b>	<b>\$ 547,28</b>	<b>\$ 458,22</b>
		\$ 180,16	\$ 198,79	\$ 125,22
		<b>\$ 210,37</b>	<b>\$ 262,32</b>	<b>\$ 228,53</b>
			\$ 180,00	\$ 38,15
			<b>\$ 180,00</b>	<b>\$ 30,26</b>
				\$ 11,62
				<b>\$ -140,90</b>

Fuente: elaboración propia.

valor expandido de \$363,58 mil; valor actual estático de \$200,00 mil; un valor de las opciones reales de \$163,58 mil. El BD presenta un valor total de \$375,07 mil; valor actual estático de \$200 mil; y valor de las opciones reales por \$175,07. (Tabla 3).

Las opciones de abandono (A), continuar (C) y expansión (E) se ejercen en el tercer periodo y son estimadas mediante la ecuación 7. Desde el periodo  $t=3$  hasta  $t=0$  se resuelve recursivamente aplicando la ecuación 8.

Tabla 4: Ejercicio de opciones (E: expandir, C: continuar; A: abandonar) modelo Binomial (B) y BD ( $B_0$ ).

B, $t=3$		$B_0, t=3$	
<b>\$ 1.261,87</b>	E	<b>\$ 877,38</b>	E
\$ 837,05	C	\$ 562,42	C
\$ 180,00	A	\$ 180,00	A
<b>\$ 447,05</b>	E	<b>\$ 547,28</b>	E
\$ 255,03	C	\$ 326,63	C
\$ 180,00	A	\$ 180,00	A
<b>\$ 198,79</b>	E	<b>\$ 262,32</b>	E
\$ 77,70	C	\$ 123,08	C
\$ 180,00	A	\$ 180,00	A
\$ 123,15	E	\$ 16,32	E
\$ 23,68	C	\$ -52,63	C
<b>\$ 180,00</b>	A	<b>\$ 180,00</b>	A

Fuente: elaboración propia.

Algunas consideraciones a tener en cuenta del estudio de los valores arrojados por las tablas 3 y 4:

a) En el BD el nivel de incertidumbre evoluciona de manera proporcional al valor del subyacente, permitiendo incorporar un sesgo en la valuación de la flexibilidad estratégica del proyecto. Por ejemplo, en la tabla 2 en  $t=2$  y luego de dos periodos alcistas, el valor del subyacente según el modelo binomial es de \$519,41 mil y en BD de \$422,84 mil. A partir de dicho nodo, el valor crece a \$837,05 mil o decrece a \$255,03 mil en el modelo binomial, mientras que en BD los movimientos son \$562,42 mil o 326,63 mil respectivamente. En ambos las probabilidades neutrales al riesgo (0,5) son las mismas; pero el BD presenta una menor desviación para valores significativos. Si se consideran los movimientos bajistas luego de dos periodos, el modelo binomial presenta un rango de valores entre el movimiento de ascenso y descenso de ( $\$54,03 = \$77,70 - \$23,68$ ). El modelo BD tiene un rango de ( $\$175,71 = \$123,08 - (\$52,63)$ ).

b) Una ventaja del BD es que permite incorporar valores negativos. Esto lo convierte en una herramienta superadora respecto del proceso lognormal para la toma de decisiones, ya que describe con mayor realismo la máxima pérdida probable. El proceso lognormal del modelo binomial presenta un valor de \$11,62 mil en el peor escenario ( $t=4$ ), el modelo BD un valor de  $-\$140,90$  mil. Esta diferencia es importante para el tomador de decisiones, ya que el proceso lognormal puede esconder el potencial riesgo de pérdida del proyecto sin opciones (tablas 3 y 4).

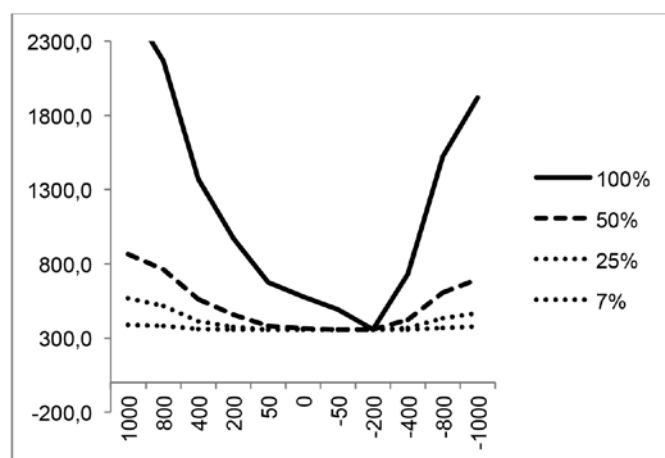


Tabla 5: Valor BD y su sensibilidad ante el desplazamiento y la volatilidad.

375,07	1000	800	400	200	50	0	-50	-200	-400	-800	-1000
100%	2561,6	2164,7	1370,9	974,0	676,4	577,1	492,7	357,5	729,0	1522,8	1919,7
75%	1341,1	1147,7	760,7	567,2	426,9	392,7	358,6	357,5	525,6	912,6	1106,1
50%	864,1	762,8	560,2	458,8	382,8	363,6	357,5	357,5	423,2	605,4	696,5
25%	569,3	517,1	412,7	373,1	357,7	357,5	357,5	357,5	366,2	434,2	468,2
10%	389,2	379,7	360,7	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	367,0	378,6
7%	389,2	379,7	360,7	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	367,0	378,6
0%	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5	357,5

Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3: Valores opciones reales BD con análisis de sensibilidad.



Fuente: elaboración propia.

### 3.3. Valores a partir del Análisis de Sensibilidad

Finalmente los posibles resultados que arroja el modelo BD son obtenidos sensibilizando valores del parámetro de desplazamiento y la volatilidad, conforme surge de la siguiente tabla. (Tabla 5).

Los resultados muestran el bajo impacto de  $\theta$  cuando los niveles de  $\sigma\theta$  no son significativos, y cómo se revierte esta tendencia con el crecimiento de la volatilidad. En la siguiente ilustración se relaciona el valor del proyecto (ordenadas) con el parámetro de desplazamiento (abscisas). (Gráfico 3).

## 4. Conclusiones

El trabajo presenta un enfoque integrado para inversiones del tipo EBT e I&D. Estos emprendimientos se caracterizan por no tener activos financieros réplicas para trabajar los insumos tradicionales de

los modelos de valoración de opciones. Además son negocios que presentan un alto grado de incertidumbre propio de la escasa o nula información disponible. Estas características requieren del diseño de modelos que brinden herramientas para: inferir y proyectar del entorno los parámetros descriptivos del valor (escenarios); calcular el valor estratégico de la inversión (opciones) y definir los posibles resultados ante variaciones de las principales variables estocásticas (sensibilidad).

El uso de los escenarios permite indagar sobre las relaciones lógicas que se presentan en las variables del entorno macro y el sector de la inversión; la proyección de los valores y la reducción de la incertidumbre en los siguientes parámetros: valor esperado y desvío o volatilidad. El modelo BD toma como insumo principal el parámetro de desplazamiento y la volatilidad proyectada, ambos derivados de la técnica de escenarios. El modelo presenta cualidades interesantes como proyectar

valores negativos, de mayor realismo para la toma de decisiones. De hecho, para el caso de aplicación, en  $t=3$  y luego de periodos bajistas, las alternativas expandir y continuar arrojan valores de \$16,32 y -\$52,63 respectivamente, sustentando mejor la decisión de abandonar. Esto es así debido a que el proceso estocástico en el modelo BD es un intermedio entre el lognormal y el normal. Finalmente el análisis de sensibilidad permite obtener un abanico de valores en función al grado de desplazamiento y la volatilidad. Cabe destacar la importancia que mantiene la segunda, siendo complementada por el desplazamiento en el modelo propuesto.

## 5. Referencias Bibliográficas

- Baliero Filho, R. and Rosenfeld, R., 2004. Testing Option Pricing with Edgeworth Expansion. *Physica A: Statistical Mechanis an its Application*, (344), pp. 484-490.
- Bank, M. and Wibmer, K., 2011. *Start Up Firm Valuation: A Real Option Approach*. WP, Austria: University of Innsbruck.
- Bernardo, A. and Chowdry, B., 2002. Resources, Real Options and Corporate Strategy. *Journal of Financial Economics*, 63, pp. 211-234.
- Boer, P., 2002. *The Real Options Solutions: Finding Total Value in a High-Risk World*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Brandao, L., Dyer, J. and Hahn, W., 2005. Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems. *Journal of Decision Analysis*, 2, pp. 69-88.
- Brennan, M. and Trigeorgis, L., 2000. *Project Flexibility, Agency and Competition: New Development in the Theory and Application of Real Options*. 1 ed. New York: Oxford University Press.
- Broyles, J., 2003. *Financial Management and Real Options*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Camara, A. and Chung, S., 2006. Option Pricing for the Transformed-Binomial Class. *Journal of Futures Markets*, 26, (8), pp. 759-787.
- Chance, D. and Peterson, P., 2002. *Real Options and Investment Valuation*. s.l.:The Research Foundation of AIMR.
- Chance, D., 2007. A Synthesis of Binomial Option Pricing Models for Lognormally Distributed Assets. *SSRN <http://ssrn.com/abstract=1523548>*, pp. 1-25. [Acceso 16 de enero del 2013]
- Copeland, T. and Antikarov, V., 2001. *Real Options*. 1 ed. New York: Texere LLC.
- Dixit, A. and Pindyck, R., 1994. *Investment under Uncertainty*. 1 ed. New Jersey: Pricenton University Press.
- Hahtela, T., 2011. Displaced Diffusion Binomial Tree for Real Option Valuation. *SSRN <http://ssrn.com/abstract=1932408>*, pp. 1-30. [Acceso 10 de abril 2012]
- Kodukula, P. and Chandra, P., 2006. *Project Valuation using Real Options: A practitioner's guide*. s.l.:J Ross Publishing.
- León, A., Mencia, J. and Sentaria, E., 2007. Parametric Properties of Semi-Nonparametric Distributions, with application to Options Valuation. *Documento de Trabajo 0707 Banco de España*, pp. 9-30.
- Milanesi, G., 2012. Opciones Reales: el Método Binomial, Asimetría y Curtosis en la Valoración de Empresas de Base Tecnológica. *Revista Española de Capital de Riesgo*, 2, pp. 41-55.
- Miller, K. and Waller, G., 2003. Scenarios, Real Options and Integrated Risk Management.. *Journal of Long Range Planning*, (36), pp. 93-107.
- Mun, J., 2004. *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions*. 1 ed. New York: Wiley.
- Rubinstein, M., 1983. Displaced Diffusion Option Pricing. *Journal of Finance*, 38(1), pp. 213-217.
- Smit, H. and Trigeorgis, L., 2004. *Strategic Investment: Real Options and Games*. 1 ed. New Jersey: Princeton University Press.
- Smith, J. and Nau, R., 1995. Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Anaysis. *Management Science*, 5, pp. 795-816.
- Smith, J., 2005. Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*, 2, pp. 89-102.
- Trigeorgis, L., 1997. *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocations*. 2 ed. Cambridge: MIT Press.
- Wang, A. and Halal, W., 2010. Comparision of Real Asset Valuation Models: A Literature Review. *International Journal of Business and Management*, 5, pp. 14-24.
- Wilmott, P., Howison, S and Dewynne, J., 1995. *The Mathematics of Financial Deivatives*. s.l.:Cambridge University Press.
- Wright, G., Cairns, G. and Goodwin, P., 2009. Teaching Scenarios Planning: Lessons from practice in academics and business. *European Journal of Operational Research*, (194), pp. 323-335.