

ALTERNATIVAS PARA EL CONTROL DE MALEZAS ANUALES: *RYEGRASS* COMO CASO DE ESTUDIO

María Belén D'Amico*, Guillermo Calandrini**,
Guillermo Chantre***, Aníbal Blanco****

* *Instituto de Investigaciones en Ing. Eléctrica (UNS-CONICET)*
Dto. de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras
Universidad Nacional del Sur
Avda Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina
mbdamico@uns.edu.ar

** *Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur*

*** *Dto. de Agronomía/CERZOS,*
Universidad Nacional del Sur/CONICET

**** *Planta Piloto de Ing. Química,*
Universidad Nacional del Sur/CONICET

Resumen: La aparición de resistencia a los herbicidas complica en gran medida el control de malezas en los cultivos. Para poder ensayar nuevas técnicas de manejo ambientalmente y económicamente sustentables, se pone de manifiesto la necesidad de conocer y simular sus dinámicas poblacionales. En este trabajo se estudia analíticamente la evolución del *ryegrass* ante distintas prácticas agronómicas. Se proponen acciones de control no lineales para provocar la erradicación de la misma o, alternativamente, mantener su densidad en niveles aceptables.

Palabras Claves: mapas, dinámica, control no lineal, malezas, manejo integrado

1. INTRODUCCION

El *ryegrass* anual (*Lolium rigidum*) es una gramínea que se cultiva como forrajera aunque también crece en forma silvestre en zonas rurales de Argentina y del resto del mundo ejerciendo grandes pérdidas de rendimiento sobre los cultivos (Izquierdo y colegas, 2003). La utilización repetida de herbicidas, incluyendo el glifosato, ha generado episodios de resistencia y por ello, es considerada una de las principales malezas de invierno (Loureiro y colegas, 2010; Owen y Powles, 2010).

La combinación de distintas prácticas agronómicas tales como el uso de cultivos competitivos, la rotación de los mismos, la remoción de semillas durante la cosecha, etc., podrían contribuir a un uso más racional de los herbicidas propendiendo a un manejo agroecológico de las malezas. Sin embargo, el estudio experimental de los efectos a largo plazo de estas acciones presenta muchas

dificultades. Conocer cómo evoluciona la población de una maleza resultaría útil no sólo para prevenir su difusión sino también para ensayar distintas estrategias de manejo integrado (Gonzalez-Andujar y Fernandez-Quintanilla, 1991, 2004; Holst y colegas, 2007).

Los modelos poblacionales describen la dinámica que presenta la densidad o la cantidad de individuos de una población (Holst y colegas, 2007). La evolución puede desarrollarse en tiempo continuo o discreto. Los modelos son continuos cuando los individuos nacen y mueren continuamente. En cambio, los modelos discretos pueden surgir de sistemas continuos muestreados en períodos regulares de tiempo o de poblaciones donde el ciclo de vida es periódico, estacional o anual, como es el caso del *ryegrass* y otras gramíneas.

Generalmente, el modelo discreto permite estimar la densidad poblacional de la próxima generación

en base a datos de la densidad de la generación actual. Un parámetro característico de esta ecuación es la tasa neta de crecimiento (definida como el cociente entre ambas cantidades). Si dicha tasa es mayor que 1, la población crece. Lo opuesto ocurre si es menor que 1. Cuando la tasa es igual a 1, la densidad poblacional se mantiene, alcanzando así un equilibrio o valor estacionario.

Los modelos más sencillos son densoindependientes pues la tasa de crecimiento no cambia con la densidad poblacional (Holst y colegas, 2007; Sakai, 2001). En particular, la dinámica corresponde a la de un sistema lineal, de evolución exponencial o geométrica. Al ser poco realistas, estos modelos son válidos en ciertos casos donde los recursos del ambiente son ilimitados (*i.e.*, agua, luz, nutrientes) o bien para realizar estimaciones a corto plazo. Modelos más precisos pero no lineales se obtienen al considerar efectos densodependientes. Al aumentar la densidad poblacional, crecen las interacciones entre los individuos y también la competencia por los recursos, que son usualmente limitados. Esto afecta tanto la reproducción como la mortalidad y, por ello, la tasa neta de crecimiento ya no es constante. De hecho, la misma puede ser igual a 1 para uno o varios valores de densidad.

En (Gonzalez-Andujar y Fernandez-Quintanilla, 2004) se formaliza el modelo poblacional que representa al ciclo de vida de malezas como el *ryegrass* anual teniendo en cuenta desodependencia en su reproducción. El análisis de los efectos a largo plazo que pueden tener distintas dosis de herbicidas sobre los valores estacionarios es llevado a cabo mediante simulaciones numéricas. Ensayos similares se realizaron combinando distintas prácticas agronómicas. En todos los casos, las tácticas de control son constantes.

En este trabajo se calculan analíticamente los equilibrios del modelo poblacional y se estudia la estabilidad lineal de los mismos. Como el sistema no es controlable en el origen, no puede aplicarse la teoría de control lineal clásica para estabilizar dicho punto y así erradicar la maleza. Se proponen entonces distintos enfoques de control no lineal para si lograr la erradicación o, sino, mantener el nivel de plantas lo más bajo posible. Se consideran acciones individuales o combinadas del herbicida, la competencia del cultivo sembrado y la remoción de las semillas durante la cosecha.

2. MODELO DINÁMICO DEL RYEGRASS

El modelo de población propuesto en (Gonzalez-Andujar y Fernandez-Quintanilla, 2004) posee una estructura progresiva que describe las distintas etapas dentro del ciclo de vida del *ryegrass*.

Emergencia de la maleza. El número de plántulas que emergen por m^2 en el año t está definido por

$$Z_t = eSB_t, \quad (1)$$

donde e ($0 \leq e \leq 1$) indica la proporción emergente y SB_t representa al banco de semillas que existe por m^2 en ese mismo año.

Supervivencia de las plántulas. El número de plantas adultas por m^2 sigue también una ley proporcional respecto de la cantidad de plántulas que emergieron. Esto es,

$$M_t = sZ_t, \quad (2)$$

donde s representa la tasa de supervivencia.

Producción de semillas. La cantidad de semillas F que genera cada planta adulta es densodependiente y puede ser modelada como

$$F = \frac{f(1-c_1)(1-c_2)}{1+aM_t} \quad (3)$$

donde f es el número de semillas que genera una planta aislada y a es el área requerida por esa planta para dar las f semillas. Los factores c_1 y c_2 (con $0 \leq c_1, c_2 \leq 1$) representan la disminución que produce la aplicación de herbicida y la competencia con otro cultivo, respectivamente. La producción total de semillas S por m^2 es

$$S_t = FM_t. \quad (4)$$

Pérdida de semillas. Parte de las semillas S_t pueden perderse debido a distintos factores externos. Las semillas que quedan se representan como

$$R_t = (1-l_1)(1-l_2)S_t, \quad (5)$$

donde l_1 es la proporción de semillas perdidas debido a factores biológicos (como, por ejemplo, predadores) y l_2 es la proporción de semillas que se eliminan durante la cosecha.

Banco de semillas. El banco de semillas se ve incrementado por la cantidad R_t pero, a su vez, se reduce por la mortalidad y la germinación. Por ello, el banco de semillas que se tiene al año siguiente se calcula como

$$SB_{t+1} = (1-e)(1-m)SB_t + R_t, \quad (6)$$

donde m es la tasa de mortalidad.

Operando algebraicamente con las expresiones (1)-(6), resulta posible encontrar un mapa discreto que predice cómo estará compuesto el banco de semillas en el año siguiente en función de su estado actual y del valor de los parámetros. Dicho mapa puede expresarse como

$$SB_{t+1} = \gamma SB_t + \alpha(1-l_2)(1-c_1)(1-c_2) \frac{SB_t}{1 + \beta SB_t}, \quad (7)$$

donde las constantes $\alpha = fse(1-l_1)$, $\beta = ase$ y $\gamma = (1-e)(1-m)$ resumen todos los parámetros característicos de la planta y los factores biológicos ajenos al control antrópico.

El mapa (7) posee dos puntos de equilibrio. Uno de ellos es $\overline{SB}_1 = 0$, que representaría que la maleza fue erradicada. El otro punto es

$$\overline{SB}_2 = \frac{\gamma + \alpha(1 - l_2)(1 - c_1)(1 - c_2) - 1}{(1 - \gamma)\beta},$$

que representa el estado opuesto pues corresponde a la densidad por m^2 que puede alcanzar el banco de semillas. Los autovalores asociados a los equilibrios están dados por

$$\lambda_1 = \gamma + \alpha(1 - l_2)(1 - c_1)(1 - c_2),$$

$$\lambda_2 = \frac{1 + \gamma[\alpha(1 - l_2)(1 - c_1)(1 - c_2) + \gamma - 2]}{\alpha(1 - l_2)(1 - c_1)(1 - c_2)},$$

respectivamente. En ausencia de las posibles prácticas de control ($c_1 = c_2 = l_2 = 0$), ocurre que λ_1 es mucho mayor que 1 (pues $\alpha \gg 1$), explicando que \overline{SB}_1 es naturalmente inestable, mientras que λ_2 es mucho menor que 1 y por ello, \overline{SB}_2 es estable, alcanzando el nivel máximo de $\overline{SB}_{2max} = (\gamma + \alpha - 1)/[(1 - \gamma)\beta]$.

Se busca a continuación analizar qué controles podrían producirse a través del herbicida, la competencia del cultivo sembrado y/o la remoción de semillas durante la cosecha para erradicar la maleza (cambiando la estabilidad de \overline{SB}_1) o, alternativamente, mantener \overline{SB}_2 en niveles lo más bajos posibles.

3. CONTROL NO LINEAL

El modelo (7) se redefine aquí considerando la acción de los tres factores c_1 , c_2 y l_2 como una única variable de control C_t del sistema. Esto es,

$$SB_{t+1} = \gamma SB_t + \alpha \frac{SB_t}{1 + \beta SB_t} C_t, \quad (8)$$

Una vez determinada la ley C_t que logre el objetivo deseado, la misma podrá implementarse mediante prácticas individuales o combinadas.

Dado que C_t interviene en el modelo multiplicando al estado SB_t , la linearización de (8) en el entorno del origen resulta en un sistema no controlable (Vaccaro, 1995). Esto implica que no puede aplicarse la teoría de control lineal clásica. Se proponen entonces otras alternativas de control sencillas que posean una potencial aplicación práctica. Independientemente de la naturaleza lineal o no lineal que posean los términos, el controlador diseñado siempre accionará en el sistema de manera no lineal.

3.1 Control Paramétrico

Este enfoque se basa en el ajuste de la evolución del modelo a través del valor que se le asigne a alguno/s de los parámetros. La acción de control es fija y por ello, se dice usualmente que el sistema

se encuentra a lazo abierto. El control paramétrico influye sobre el nivel alcanzado por \overline{SB}_2 o también sobre la estabilidad de ambos equilibrios. Los resultados obtenidos son una generalización de las propuestas presentadas en (Gonzalez-Andujar y Fernandez-Quintanilla, 2004).

Táctica individual. Se considera que $C_t = 1 - c$ con $0 \leq c \leq 1$, que equivale a ajustar únicamente c_1 , c_2 o l_2 . Cualquiera de las tres acciones tendrá el mismo efecto sobre la maleza. En particular, existe una relación lineal entre c y \overline{SB}_2 (pues $\overline{SB}_2 = [\gamma + \alpha(1 - c)]/[(1 - \gamma)\beta]$). Cuanto más grande sea c , menor será el banco de semillas a largo plazo. Por otro lado, el equilibrio \overline{SB}_1 podría estabilizarse (inestabilizando a \overline{SB}_2) si $1 - c \leq (1 - \gamma)/\alpha$, logrando la erradicación.

Dos tácticas combinadas. Supóngase que $C_t = (1 - \hat{c})(1 - \tilde{c})$ con $0 \leq \hat{c}, \tilde{c} \leq 1$. En este caso, existen distintas combinaciones de \hat{c} y \tilde{c} para las cuales se logra el mismo nivel de malezas. De hecho, ambos parámetros están relacionados de manera hiperbólica por

$$(1 - \hat{c}) = \frac{(1 - \gamma)(1 + \beta \overline{SB}_2)}{\alpha(1 - \tilde{c})}.$$

Por otro lado, la condición crítica para el cambio de estabilidad es

$$1 - \hat{c} \leq \frac{1 - \gamma}{\alpha(1 - \tilde{c})}.$$

Así, por ejemplo, si el límite implementable del parámetro \tilde{c} fuera 0,9, resultaría en un intervalo de valores de $1 - \hat{c}$ para los cuales es posible estabilizar a $\overline{SB}_1 = 0$ que es 10 veces más grande que el que resulta al implementar una táctica individual.

Como puede inferirse, los resultados mejoran si se aplican las tres tácticas combinadas. En general, pueden lograrse niveles de malezas similares que en los casos anteriores pero con acciones de control menos agresivas. Además, el rango de posible erradicación de la maleza ($\overline{SB}_1 = 0$ estable) aumenta. Considerando dos acciones cuyos límites fueran 0,9, el rango aumenta 100 veces respecto al que se obtiene con una táctica individual.

3.2 Control basado en regulación

En este caso, el objetivo de control consiste en que el banco de semillas evolucione de manera deseada y se mantenga en un valor establecido. Dicha cantidad se representa con un parámetro ajustable SP y debe ser un equilibrio estable y alcanzable del sistema a lazo cerrado.

Como se mencionó en la Sección 3, no pueden utilizarse técnicas de control lineal para erradicar la maleza pues el sistema pierde la controlabilidad en el punto \overline{SB}_1 . Sin embargo, si es posible controlar el comportamiento transitorio y estacionario del sistema en el entorno del equilibrio \overline{SB}_2 . Por

ello, podrá regularse la forma en que el banco de semillas alcanza el valor $\overline{SB}_2 = SP \neq 0$. Esto se logra a través del autovalor λ_2 que, además de indicar la estabilidad del equilibrio, representa la velocidad de convergencia hacia el valor estacionario. Cuanto menor sea $|\lambda_2|$, más rápida es la evolución.

Mediante una realimentación proporcional al error es posible regular tanto el equilibrio como la velocidad de convergencia. Esto es,

$$C_t = \overline{C}_t - \tau(SB_t - SP), \quad (9)$$

donde $\overline{C}_t = (1 - \gamma)(1 + \beta SP)/\alpha$ es el nivel de control que mantiene el equilibrio deseado (y que coincide con el valor que correspondería al control paramétrico) y τ es la ganancia del controlador que ajusta el autovalor.

El autovalor de lazo cerrado surge de calcular la derivada de (8) en el punto $SB_t = SP$ al reemplazar C_t por (9). Operando algebraicamente, resulta

$$\tau = \frac{1 - \lambda_2(1 + \beta SP) + \beta \gamma SP}{\alpha SP}.$$

Para que el comportamiento transitorio dure t_s años hasta que el sistema converja al valor SP con un error del 1%, debe ser $\lambda_2 = e^{-4,62/t_s}$. Esto surge de utilizar el criterio de ubicación del autovalor en la raíz del polinomio de Bessel característico de sistemas continuos de primer orden, discretizando para un período anual (Vaccaro, 1995).

Elegidos los valores de SP y t_s , se calculan los parámetros del controlador \overline{C}_t y τ . Anualmente, se mide o estima el banco de semillas SB_t y se determina la acción de control C_t . Si el nivel obtenido se encuentra fuera del rango practicable, se deberán relajar las especificaciones, proponiendo objetivos graduales o más lentos.

3.3 Control por Cancelación

Bajo este enfoque, se espera poder anular la dinámica indeseada del sistema y a su vez, imponer el comportamiento deseado a lazo cerrado. Teniendo en cuenta (8), la expresión de la ley de control que cancela el equilibrio \overline{SB}_2 y que además permite estabilizar a \overline{SB}_1 está dada por

$$C_t = \tau \frac{1 + \beta' SB_t}{\alpha'}, \quad (10)$$

donde τ es la ganancia del controlador. Nótese que, reemplazando (10) en (8) y asumiendo que $\alpha' = \alpha$ y $\beta' = \beta$, el mapa lineal que resulta es $SB_{t+1} = (\gamma + \tau)SB_t$, cuyo único equilibrio es el origen y será estable siempre que $\tau < 1 - \gamma$.

El rango de valores de τ también está restringido por la condición $0 \leq C_t \leq 1$. Como α , β y SB_t son mayores que cero, debe cumplirse que $\tau > 0$. Por otro lado, si se considera que el banco de semillas SB_t no puede superar la máxima

densidad \overline{SB}_{2max} entonces se verifica que $C_t \leq 1$ para $\tau < 1 - \gamma$, que coincide con la cota obtenida para lograr la estabilidad del equilibrio.

Al ser un control por cancelación, el desempeño del sistema completo podría depender de la precisión que se tenga al estimar α y β . Puede demostrarse que el objetivo planteado no se ve alterado si el valor de α' es mayor que el real. Lo opuesto ocurre con β' . Sin embargo, el límite superior de la ganancia τ cambia si el apartamiento de α' (β') respecto de α (β) es por defecto (exceso). En ese caso, debe verificarse que $\tau < \delta_\alpha(1 - \gamma)$ con $\delta_\alpha = \alpha'/\alpha < 1$ o $\tau < (1 - \gamma)/\delta_\beta$ con $\delta_\beta = \beta'/\beta > 1$ para que el origen siga siendo el único equilibrio estable.

La implementación de (9) o (10) puede realizarse mediante tácticas individuales o combinadas. Si es una única práctica, se tiene directamente que $C_t = 1 - c_t$ donde $c_t = 1 - \overline{C}_t + \tau(SB_t - SP)$ o $c_t = 1 - \tau(1 + \beta' SB_t)/\alpha'$, respectivamente. En el caso de más de una práctica, la expresión de C_t podría obtenerse mediante infinitas combinaciones de dos o tres funciones de control. En el escenario más simple, $C_t = (1 - \hat{c}_t)(1 - \tilde{c}_t)$ y si, por ejemplo, se implementa el enfoque de cancelación y ambas prácticas toman los mismos valores en el tiempo, resulta $\hat{c}_t = \tilde{c}_t = 1 - \sqrt{\tau(1 + \beta' SB_t)/\alpha'}$.

4. SIMULACIONES

Se presentan a continuación los resultados obtenidos con los distintos enfoques de control propuestos. Los valores de los parámetros empleados en las simulaciones son: $e = 0,64$, $s = 0,76$, $f = 935$, $m = 0,84$ y $l_1 = 0,19$ (Fernandez-Quintanilla y colegas, 2000; Gonzalez-Andujar y Fernandez-Quintanilla, 2004). Además, se consideran dos inicios posibles: uno bajo de 10 semillas por m^2 y otro correspondiente a la máxima densidad posible $\overline{SB}_{2max} = 2357$.

Los valores y la estabilidad que adoptan los equilibrios \overline{SB}_1 y \overline{SB}_2 cuando la práctica de control es constante e individual se resumen en la Fig. 1. Idealmente, podría erradicarse el *ryegrass* para $c > 0,9974$ pues se invierten las estabilidades de los equilibrios (\overline{SB}_1 se estabiliza). Dicha condición es muy cercana a 1, haciendo que el uso de tácticas como la competencia ejercida por los cultivos o la remoción de semillas durante las cosechas deba ser extremadamente efectiva o implicando una dependencia excesiva en el uso de herbicida, lo que conlleva un alto impacto económico y medioambiental. En la Fig. 2 se ilustran las evoluciones a largo plazo que presenta la maleza para distintos valores de c . Como puede observarse, se logran niveles de infestación más bajos siempre que se elija c por encima de 0.9.

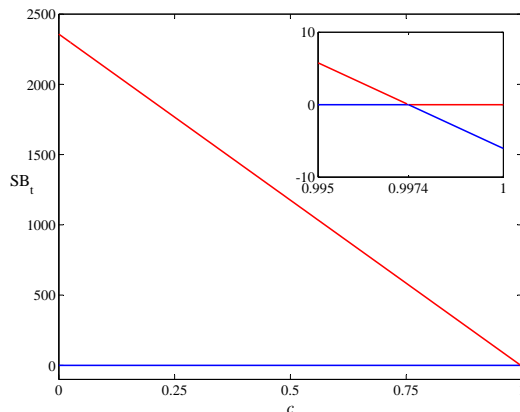


Figura 1. Densidades bajo control individual y constante. Azul: inestable; rojo: estable.

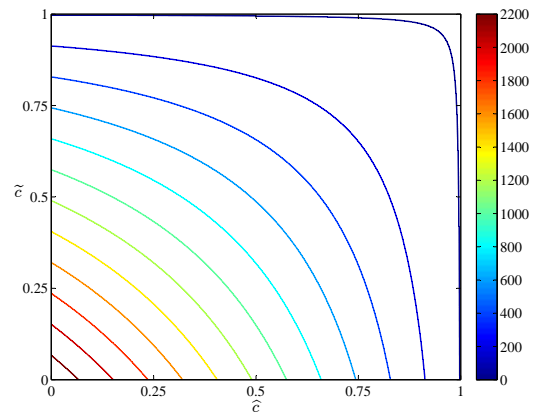


Figura 3. Equilibrio \overline{SB}_2 cuando se combinan dos estrategias de control constantes.

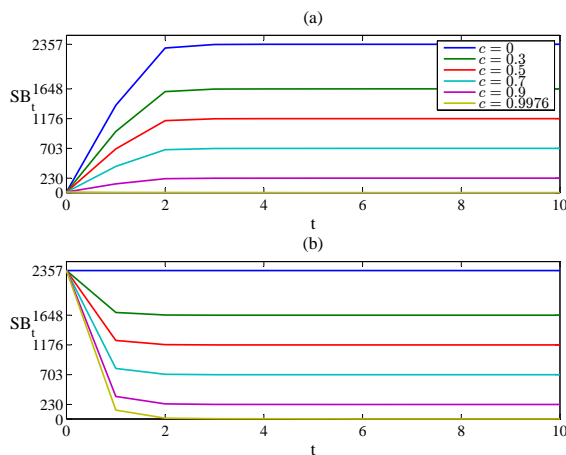


Figura 2. Evolución del ryegrass para distintos valores de c . (a) $SB_0 = 10$; (b) $SB_0 = 2357$.

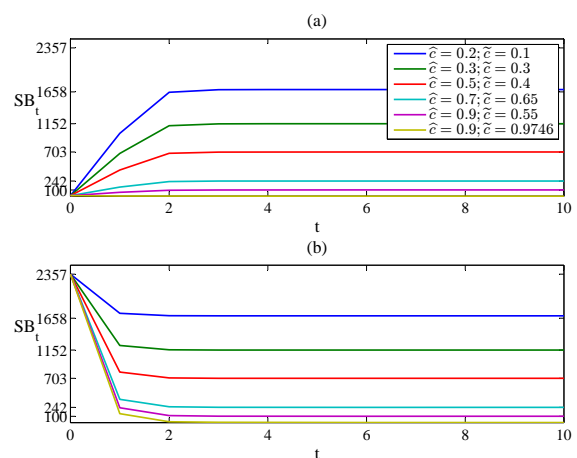


Figura 4. Evolución del ryegrass para distintos pares (\tilde{c}, \hat{c}) . (a) $SB_0 = 10$; (b) $SB_0 = 2357$.

Los distintos niveles que puede adquirir \overline{SB}_2 cuando se combinan dos estrategias de control constantes se detallan en la Fig. 3. En este caso, la región que se encuentra delimitada por la hipérbola azul y las rectas $\tilde{c} = \hat{c} = 1$ define el conjunto de posibles valores de \tilde{c} y \hat{c} para los cuales \overline{SB}_2 se inestabiliza y por ende, se estabiliza el punto de equilibrio deseado \overline{SB}_1 . Las evoluciones a largo plazo del ryegrass para varias combinaciones se muestran en la Fig. 4. Nótese que pueden obtenerse densidades finales comparables con las presentadas en la Fig. 2 pero con acciones de control menos agresivas.

La Fig. 5 muestra el desempeño del control basado en regulación. Se fijó como objetivo un estado estacionario de 500 semillas por m^2 a alcanzarse en 2, 5 ó 10 años. Como podría suponerse, los niveles de la acción de control (individual) en los transitorios son mayores a medida que la velocidad de respuesta deseada es más lenta [Figs. 5(b)]. El valor final de c_t es el mismo en todos los casos pues este corresponde al valor constante que debe aplicarse para tener esa densidad de la maleza. Con este enfoque sólo se modifica la forma en que evoluciona el banco de semillas del ryegrass.

La dinámica que presentaría SB_t cuando se aplica la ley de control por cancelación mediante alguna de las tácticas individuales (herbicida, competencia de cultivos, etc.) se ilustra en la Fig. 6. A medida que la ganancia del controlador aumenta, la velocidad con que SB_t alcanza su valor estacionario disminuye (como así también la exigencia sobre c_t). Las incertezas en el conocimiento de los parámetros α y β ocasionan el mismo efecto. Aún en el peor caso de la figura, donde las variaciones en los parámetros son del 20% y la ganancia tiene el mayor valor, se logra estabilizar el sistema en el origen. Además, las densidades logradas luego de los 8 años se encuentran por debajo de las 500 semillas por m^2 .

Por último, la Fig. 7 ilustra cómo pueden lograrse los mismos resultados que en la Fig. 6 pero utilizando dos prácticas de control iguales y combinadas. Si una de ellas fuera, por ejemplo, el uso de herbicida, se ralentizaría el desarrollo de resistencia pues se aplican dosis más bajas (menor presión de selección). De hecho, el valor en el estado estacionario sigue siendo cercano a 1 pero menor que aquel que se aplicaría para erradicar la maleza únicamente con el herbicida.

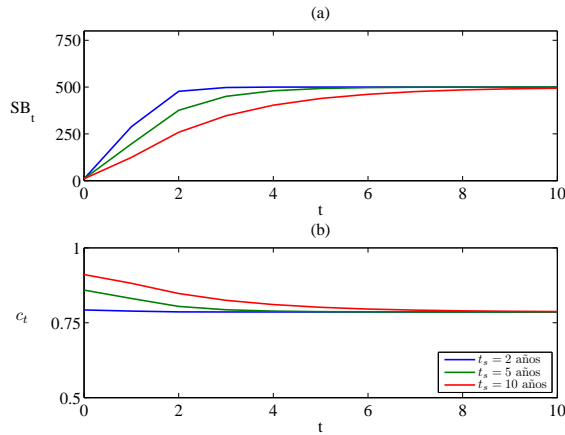


Figura 5. Evolución del *ryegrass* aplicando el control basado en regulación ($SB_0 = 10$). (a) Banco de semillas; (b) Acción de control.

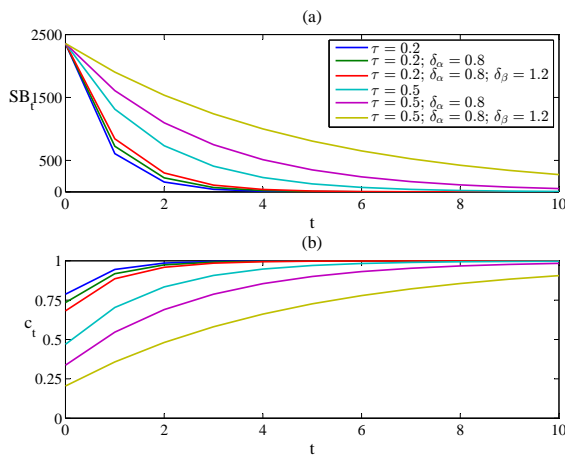


Figura 6. Desempeño del control por cancelación (táctica individual). (a) Banco de semillas; (b) Acción de control c_t .

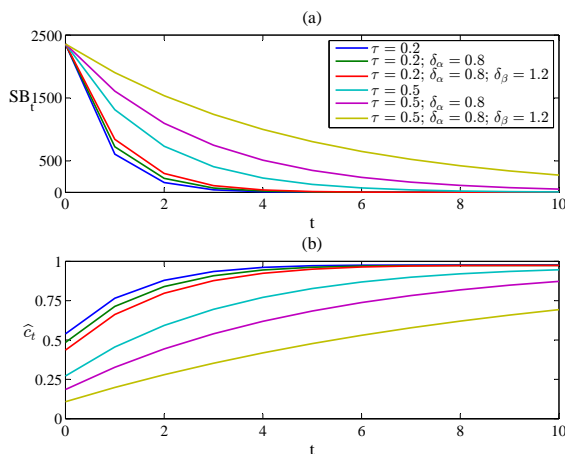


Figura 7. Desempeño del control por cancelación (dos tácticas combinadas). (a) Banco de semillas; (b) Control $\tilde{c}_t = \hat{c}_t$.

5. CONCLUSIONES

Se estudió en este trabajo la dinámica del *ryegrass* ante distintas prácticas de control. Se mostró que no es posible erradicar esta maleza con la teoría de control lineal, pero sí usando la técnica no lineal de cancelación o una acción de control fija. En

ambos casos, los niveles de control deben ser muy próximos a 1 si se implementan sólo herbicidas u otras técnicas individuales. Por ello, es necesario desarrollar tácticas de manejo integrado.

El otro objetivo planteado fue reducir la densidad del *ryegrass* a niveles compatibles con un rendimiento aceptable del cultivo. Esto puede lograrse con acciones de control fijas (control a lazo abierto) y también con acciones realimentadas, que además de regular el banco de semillas permiten ajustar la dinámica de convergencia.

AGRADECIMIENTOS

M.B. D'Amico y G.L. Calandrini agradecen el financiamiento de la SGCyT de la UNS (PGI 24/K064), CONICET (PIP 112-200801-01112) y ANPCyT (PICT 2014-2161).

REFERENCIAS

- Fernandez-Quintanilla C., J. Barroso, J. Recasens, X. Sans, C. Torner y M. J. Sánchez del Arco (2000). Demography of *Lolium rigidum* in winter barley crops: analysis of recruitment, survival and reproduction. *Weed Research* **40**, 281–291.
- González-Andujar J. L. y C. Fernández-Quintanilla (1991). Modelling the population dynamics of *avena sterilis* under dry-land cereal cropping systems. *J. Appl. Ecology* **28**, 16–27.
- González-Andujar J. L. y C. Fernández-Quintanilla (2004). Modelling the population dynamics of annual *ryegrass* (*Lolium rigidum*) under various weed management systems. *Crop Protection* **23**, 723–729.
- Holst N., I. A. Rasmussen y L. Bastiaans (2007). Field weed population dynamics: a review of model approaches and applications. *Weed Research* **47**, 1–14.
- Izquierdo J., J. Recasens, C. Fernández-Quintanilla y G. Gille (2003). Effects of crop and weed densities on the interactions between barley and *Lolium rigidum* in several Mediterranean locations. *Agronomie* **23**, 529–536.
- Loureiro I., E. Rodríguez-García, C. Escorial, J. M. García-Baudín, J. L. González-Andujar y M. C. Chueca (2010). Distribution and frequency of resistance to four herbicide modes of action in *Lolium rigidum* Gaud. accessions randomly collected in winter cereal fields in Spain. *Crop Protection* **28**, 1248–1256.
- Owen M. J. y Powles S. B. (2010). Glyphosate-resistant rigid *ryegrass* (*lolium rigidum*) populations in the Western Australian Grain Belt. *Weed Technology* **24**, 44–49.
- Sakai K. (2001). *Nonlinear Dynamics and Chaos in Agricultural Systems*, Elsevier, Amsterdam.
- Vaccaro R. J. (1995). *Digital Control: A State-Space Approach*, McGraw-Hill, Nueva York.