

REVISTA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA



VOL. 28

CARACAS - VENEZUELA, 2013
ISSN 0798 - 4065
DEPÓSITO LEGAL: pp. 196802DF63

Nº 4

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

AUTORIDADES UNIVERSITARIAS

Prof. Cecilia García Arocha
Prof. Nicolás Bianco
Prof. Bernardo Méndez
Prof. Amalio Belmonte

Rectora
Vicerrector Académico
Vicerrector Administrativo
Secretario

AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

Prof. María Esculpi
Prof. José Balbino León
Prof. Marta Serpa
Prof. Rebeca Sánchez
Prof. María Virginia Najul
Prof. María Rincones
Prof. Miryam Rodríguez
Prof. Celia Herrera
Prof. Pedro Pinto
Prof. Luis Chacón
Prof. María Rodríguez
Prof. Sonia Camero

Prof. Miguel Castillejo
Prof. José Sorrentino
Prof. Ronald Torres
Prof. Henry Flores
Prof. Froilan Lozada
Prof. Isabel Díaz
Prof. Manuel Martínez
Prof. Elías Cuartín

Decana
Director de la Coordinación Administrativa
Directora de la Coordinación Académica
Directora de la Coordinación de Investigación
Directora de la Coordinación de Extensión
Directora de la Coordinación de Pasantías
Directora del Ciclo Básico
Directora de la Escuela de Ingeniería Civil
Director de la Escuela de Ingeniería Eléctrica
Director de la Escuela de Geología, Minas y Geofísica
Directora de la Escuela de Ingeniería Mecánica
Directora de la Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales
Director de la Escuela de Ingeniería de Petróleo
Director de la Escuela de Ingeniería Química
Director del Instituto de Materiales y Modelos Estructurales
Director del Instituto de Mecánica de Fluidos
Director del Centro de Procesamiento de Datos
Directora del Ciclo Básico Experimental Núcleo de Cagua
Presidente de la Comisión de Estudios de Postgrado
Director de Servicios Básicos

La Revista de la Facultad de Ingeniería es una publicación trimestral, multidisciplinaria, para la difusión de trabajos originales en cualquier área de la Ingeniería y Ciencias Básicas. Adicionalmente podrá dedicar ediciones especiales a fortalecer la proyección y divulgación técnico-científica de la Facultad de Ingeniería de la UCV al publicar, previo arbitraje, los mejores trabajos presentados en eventos organizados por la Facultad de Ingeniería y otros eventos científicos de relevancia nacional e internacional.

COMITÉ EDITOR

Prof. Rebeca Sánchez
Prof. Carmen Albano (UCV-IVIC)
Prof. Liliana López (FC-UCV)
Prof. Angelo Marinilli (FI-UCV)
Prof. Claudio Rocco (FI-UCV)
Prof. Sonia Camero (FI-UCV)
Prof. Griselda Ferrara de Giner (FI-UCV)
Prof. Frank Audemard (FUNVISIS)
Prof. Gema González (IVIC)
Prof. Sabrina Di Scipio (USB)
Prof. Miguel Sánchez Gómez (LUZ)
Prof. Simón Figueroa (ULA)
Prof. Edilberto Guevara (UC)
Prof. José María Cabrera (Univ. Politécnica de Cataluña, España)
Prof. Carlos Wörner (Univ. Católica de Valparaíso, Chile)
Prof. Reinaldo García (Applied Research Center-Florida International University)

Editor Jefe
Editor Asociado
Editor Asociado
Editor Asociado
Editor Asociado
Editor Asociado
Editor Asociado
Editor Asociado
Editor Regional
Editor Regional
Editor Regional
Editor Regional
Editor Regional
Editor Regional
Editor Internacional
Editor Internacional
Editor Internacional

EDITOR INVITADO

Prof. Miguel Cerrolaza	(UCV)
Prof. Yomar González	(UCV)
Prof. Vannessa Duarte	(UCV)
Prof. Jennire Vivas	(UCV)

Depósito Legal: pp.196802DF63

ISSN: 0798-4065

© 2010 por Edit

Revista de la Facultad de Ingeniería (Editorial Innovación Tecnológica) Coordinación de Investigación Facultad de Ingeniería, UCV. Edificio de Física, 1er. piso, Caracas, Apartado Postal 47885. Zona Postal 1053. Teléfono (58) 0212-605.16.45. Telefax: (58) 0212-662.89.27. <http://150.185.88.116>. Esta Revista está incluida en la colección SciELO Venezuela: www.scielo.org.ve y en el Proyecto P@piro: www.revele.com.ve/fiucv. Correo electrónico de la Revista: revista.ingenieria@gmail.com. El material contenido en esta publicación puede ser reproducido haciendo mención de los autores y la fuente.

Esta **revista, arbitrada de circulación internacional**, se publica bajo los auspicios del Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela y del Fondo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (FONACIT). La revista publica artículos en diferentes idiomas: alemán, español, francés, inglés, italiano y portugués. Todos los artículos que la integran son revisados críticamente por especialistas en la materia. **Aparece indizada** en las siguientes publicaciones: Bibliography and Index of Geology, Bibliography of Economic Geology, Engineering Index, Fluid Abstracts, Geological Abstracts, Geomechanics Abstracts, Hydrotitles, Geoscience Documentation, EarthScienceWISE. Bases de Datos y



REVISTA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

VOL. 28

CARACAS - VENEZUELA, 2013
ISSN 0798 - 4065
DEPÓSITO LEGAL: pp. 196802DF63

Nº 4

Revista de la Facultad de Ingeniería
® Facultad de Ingeniería
Universidad Central de Venezuela
ISSN 0798 4065
Edición: Editorial Innovación Tecnológica
Editora: Isabela Track
Indexación: Eladia Paolini
Traducción: Prof. Claudio Rocco
Diagramación: Julián Lovera
Impresión: Gráficas Tao
Portada: Arq. Marianella Genatios
Impreso en Venezuela / Printed in Venezuela

Bioingeniería: Tecnología Al Servicio De La Salud/ Bioengineering: Advances In Healthcare Technologies

Este número especial está dedicado a resaltar las contribuciones actuales que en el campo de la bioingeniería han hecho un selecto grupo de investigadores nacionales, con la colaboración de grupos internacionales. La compilación nació con el ánimo de mantener un espacio de referencia para la disertación en este ámbito, en un momento tan particular para la comunidad científica nacional.

Estos y otros investigadores, académicos, profesionales y estudiantes, son quienes se han dado a la tarea de continuar divulgando y desarrollando nuevas ideas. Sin lugar a dudas, constituyen uno de los activos más preciados que dispone nuestro país para seguir promoviendo alternativas a situaciones de salud con un sólido basamento científico y que, ciertamente, serán aprovechadas para brindar soluciones concretas a mediano y largo plazo a nuestros pacientes.

Tal es el caso de los 14 trabajos de investigación y desarrollo tecnológico compilados en esta edición especial, los cuales engloban múltiples aplicaciones en biomecánica computacional y bioingeniería, en áreas como biomecánica, biofluidos, ingeniería biomédica, gestión hospitalaria, física médica, entre otras no menos interesantes.

En la simulación y el análisis de dispositivos biomédicos, procesos biomecánicos y procesos biológicos con modelos computacionales sofisticados, reside el principal enfoque de los trabajos divulgados. Esta publicación especial incluye el estudio del comportamiento óseo bajo la acción mecánica de implantes, la predicción del efecto viscoelástico sobre el desgaste de polímeros utilizados en prótesis de rodilla, complementando los resultados de modelos hidrodinámicos elásticos previos.

Este ejemplar también nos muestra cómo las propiedades eléctricas del hueso, originadas por las solicitudes mecánicas, contribuyen con los procesos biológicos más importantes en la estructura ósea. El modelo apuesta al potencial eléctrico como una de las variables características que estimula el modelado óseo. Otra investigación basada en la evaluación experimental construye la implementación de un protocolo para el estudio de la cinemática del pie, asumiendo el pie como un objeto multisegmento durante un análisis de marcha, con el objeto de optimizar el diagnóstico de ciertas patologías.

Siguiendo con este enfoque, se presentan dos trabajos sobre el desarrollo de dispositivos en bioingeniería. Por un lado, el diseño de una placa de compresión dinámica bajo la acción de distintos casos de carga, por el otro, el diseño de un fijador externo para muñeca; ambos conducen a consideraciones ejemplares en los diseños planteados. Otro tipo de dispositivo es el abordado por un grupo de autores, pero esta vez para la determinación cuantitativa de las fuerzas de mordida para evaluar la efectividad de tratamientos en odontología, como el prótesis o implantológico.

Otra aplicación interesante en el área de física médica, es la evaluación de modelos propuestos para el crecimiento tumoral. Tal como lo describen los autores, se realizan diversas simulaciones del crecimiento de tumores mediante la suposición de un modelo descrito por una ecuación diferencial de reacción-difusión o, en este contexto, proliferación-invasión. Los resultados del análisis por escalamiento de las simulaciones muestran una elevada concordancia con resultados provenientes de imágenes de resonancia magnética.

Entre los trabajos basados en modelos de biofluidos se cuenta con una revisión extensa de las aplicaciones de la teoría de los sistemas complejos no lineales, especialmente en el caso de las ecuaciones que describen movimientos de fluidos en sistemas biológicos y auto-organizados, considerando la gran complejidad respiratoria y comparando la dinámica respiratoria entre sueño y vigilia. También se presenta un estudio de la influencia de diversos factores hemodinámicos y estructurales en el proceso de apertura y cierre de las válvulas cardíacas, con la idea de caracterizar el flujo a través de dichas válvulas y optimizar futuros diseños.

En el área de gestión hospitalaria se proponen algunos lineamientos para el establecimiento de un Modelo de Gestión Tecnológica para el sector salud, a través de la implantación de protocolos en ingeniería clínica para mejorar el funcionamiento de las instituciones públicas de salud.

La siguiente contribución en ingeniería biomédica presenta un sistema reconocedor-seguidor en el cual redes neurales conectadas y entrenadas independientemente, colaboran para la detección y reconocimiento de patrones complejos en actividades sociales importantes mediante órganos captadores de imágenes.

Estamos seguros de que la lectura de éstos y otros trabajos será del agrado de lectores curiosos y ávidos de nuevos conocimientos, contribuyendo a estimular y afianzar diversos e importantes aspectos tales como: el interés de la comunidad científico-tecnológica nacional por la Bioingeniería, el impacto de la simulación numérica en áreas tan sensibles como las ciencias médicas y las tecnologías en salud, el alto grado de convocatoria para académicos y profesionales especialistas y, finalmente, la consolidación de espacios de divulgación y discusión en campos estratégicos para nuestra sociedad venezolana, derivados de nuestro deseo inapelable de tener un país mejor.

Los Editores Invitados desean agradecer el éxito de este número especial a todos los autores que decidieron contribuir con este proyecto, al Instituto Nacional de Bioingeniería UCV y al Comité de la Revista de la Facultad de Ingeniería, sin hacerse solidarios necesariamente de las opiniones y conceptos emitidos por los autores.

CONTENIDO Vol. 28 No. 4 2013

Editorial

Bioingeniería: Tecnología Al Servicio De La Salud/ Bioengineering: Advances In Healthcare Technologies	4
--	---

ARTÍCULOS

BIOINGENIERÍA

Aplicación biofluidica del análisis complejo del sistema respiratorio / Application of Biofluid Complex Analysis in Respiratory System Carlos González, Kleydis Suárez, Gustavo Sánchez	7
¿Cómo afecta la viscoelasticidad de los polímeros a la lubricación de las prótesis de rodilla? Predicciones desde un modelo de prótesis autolubricada / How does the Viscoelasticity of Polimers Affect to the Lubrication of Knee Prostheses? Predictions Extracted from a Model of a Self-Lubricated Prótesis Marcelo E. Berli, Diego M. Campana, Sebastián Ubal, José Di Paolo	15
Simulación y análisis computacional del conducto medular del fémur en presencia de una prótesis de cadera / Simulation and Computational Analysis of a Femur Medullar Canal, in the Presence of a Non-Cemented Hip Prosthesis Marcelo A. Alfonzo-González, Miguel Cerrolaza	25
Desarrollo de una interfaz bioelectrónica para establecer comunicación eléctrica con poblaciones neuronales / Bioelectronic Interface Development to Establish Communication with Electric Neuronal Populations Ricardo J. Silva, Juan J. Gárate	35
Detección de objetos complejos usando redes neurales y micro temblor ocular / Detection of Complex Objects by Using Neural Networks and Ocular Microtremor Oscar G. Chang	49
Diseño de un fijador externo para muñeca / Design of an External Fixator for Wrist David Ojeda, Pedro Hernández, Brizeida Gámez	57
Diseño de una placa de compresión dinámica para antebrazo / Osteosynthesis Device Desing using Elastostatics Numerical Analysis Brizeida Gámez, David Ojeda, Richard Blanco	65
Diseño y construcción de dispositivo para medición dinámica de fuerzas oclusales dentales durante la masticación humana / Design and Construction of a Device to Measure Oclusal Force Alejandra Gutiérrez, Iván Sánchez, Gladys Uzcátegui, Leonardo Fermín	73
Geometría del crecimiento de lesiones tumorales en cerebro / Geometry of Tumor Growth in Brain Miguel Martín-Landrove, Francisco Torres-Hoyos	79
Influencia de factores hidrodinámicos y estructurales en el comportamiento de las válvulas cardíacas / Influence of Fluid Dynamics and Structural Factors in the Heart Valves Behavior Javier Del Río, Miguel Cerrolaza	89
La gestión tecnológica como parte integrante de la atención en salud (Profesionalización de la Ingeniería Clínica en Venezuela) / Technology Management as Integral Part of the Health Care System (Professionalization of Clinical Engineering in Venezuela) Luis O. Lara	101
Modelado numérico del anillo fibroso: Revisión del estado del arte / Numerical Modeling of the Annulus Fibrosus: Review State of Art Lilibeth Zambrano, Adriana Lammardo, Carmen Müller-Karger	117
Modelado piezoeléctrico del hueso por el método de los elementos de contorno / Piezoelectric Bone Modeling by using the Boundary Element Method Vannessa Duarte, Miguel Cerrolaza	131
Propuesta de modelo multisegmento del pie para el análisis de marcha / Proposal of Multisegment Foot Model for Gait Analysis Lucia Martino, Yomar González, César González, Marcel Rupcich	143

INSTRUCTIVOS

Para la elaboración de los artículos / For the preparation of articles	159
Normas para los árbitros / Peer reviewer norms	164

¿CÓMO AFECTA LA VISCOELASTICIDAD DE LOS POLÍMEROS A LA LUBRICACIÓN DE LAS PRÓTESIS DE RODILLA? PREDICCIONES DESDE UN MODELO DE PRÓTESIS AUTOLUBRICADA

MARCELO E. BERLI ¹, DIEGO M. CAMPANA ^{1,2}, SEBASTIÁN UBAL ^{1,2}, JOSÉ DI PAOLO ¹

¹ Grupo de Biomecánica Computacional, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Entre Ríos, Ruta 1, Km 10, C.C. 47 - Suc. 3 - 3100, Oro Verde, Entre Ríos, Argentina, jdipaolo@bioingenieria.edu.ar, <http://www.bioingenieria.edu.ar/grupos/biomecompu/index.html>

² Grupo Flujo de Fluidos con Superficies Libres y Dinámica Interfacial, INTEC, CONICET, Güemes 3450, 3100, Santa Fe, Argentina

Recibido: febrero 2013

Recibido en forma final revisado: octubre 2013

RESUMEN

El desgaste del polietileno de las prótesis de rodilla, es reconocido como el principal problema limitante en la duración de estos implantes. La dificultad de realizar mediciones in vivo de las variables que influyen sobre el desgaste en la zona de contacto, motivó el estudio numérico de modelos teóricos. Trabajos anteriores se centraron en el estudio de las variables hidrodinámicas mostrando una optimización en la lubricación de la junta ante la presencia de un material elástico de baja rigidez. No obstante, los materiales poliméricos actualmente utilizados o en etapa de investigación son viscoelásticos, pudiendo esta característica modificar las predicciones previas. En este trabajo se presenta un modelo de lubricación de una prótesis de rodilla compuesta por un componente femoral metálico y un componente tibial conteniendo en su superficie un material viscoelástico lineal. Los resultados muestran que los espesores lubricantes sufren modificaciones de considerable magnitud al comparar los resultados de modelos elásticos previos con el propuesto en este trabajo. Luego, se extraen conclusiones dirigidas a la optimización de la lubricación del implante a través de una hipotética capacidad de exudación del material adherido al componente tibial.

Palabras clave: Prótesis de rodilla, Viscoelasticidad, Elementos finitos, Desgaste, Polímero poroso.

HOW DOES THE VISCOELASTICITY OF POLIMERS AFFECT TO THE LUBRICATION OF KNEE PROSTHESES? PREDICTIONS EXTRACTED FROM A MODEL OF A SELF-LUBRICATED PRÓTESIS

ABSTRACT

Polyethylene wear of the tibial component is recognized as the main problem limiting the duration of these implants. The difficulty of in vivo measurements of the variables that influence wear, has motivated the numerical study of theoretical models. Previous works focused on studying the lubricant film thickness, the pressure field and friction coefficient in the contact zone of the prosthesis, showing an optimization of the joint lubrication with the presence of a low rigidity elastic material. However, polymeric materials currently used or under investigation are viscoelastic. This feature can modify previous predictions and consequently the design proposals. This paper presents a model of lubrication of a knee prosthesis comprising a metal femoral component and a tibial component containing a linear viscoelastic material on the articular surface. The results obtained by a numerical technique based on finite elements, show that film thicknesses are considerably affected by viscoelasticity when comparing the results of this work with previous elastic models predictions. Then, conclusions are drawn directed to the optimization of lubrication through the material properties of the polymer and a exudation capacity of a hypothetical material adhered to the tibial component.

Keywords: Knee prostheses, Viscoelasticity, Finite element, Wear, Porous polymer.

INTRODUCCION

Cuando la articulación de la rodilla se desgasta o se destruye severamente, hay que recurrir a una sustitución de la superficie afectada para devolverle al paciente la movilidad con un mínimo de restricciones. En la actualidad, esto se soluciona reemplazando la articulación dañada por una prótesis de rodilla, que consta de un componente femoral metálico y un componente tibial de base metálica y superficie polimérica (polietileno de ultra alto peso molecular (PUAPEM)) (imágenes disponibles en referencias electrónicas). No obstante, el beneficio de los implantes articulares y la vida útil de los mismos no supera los 15 años (Comín, 1999; Di Paolo & Berli, 2006). En personas jóvenes y/o con un alto grado de actividad, esto puede devenir en nuevas intervenciones para sustituir el reemplazo deteriorado, lo cual deriva en padecimientos psico-físicos de importancia. Entre las causas más importantes de la falla a largo plazo se encuentran el desgaste del PUAPEM, cuyas partículas permanecen en la articulación desencadenando un proceso inmunológico que repercute en el aflojamiento de los componentes (Comín, 1999; Flannery *et al.* 2008; Zhao *et al.* 2008; Kurtz *et al.* 1999; Schole *et al.* 2007; Dowson, 1990). Adicionalmente, en las últimas dos décadas se registró un gran incremento a nivel mundial en la colocación de prótesis totales de rodilla. Como ejemplo se puede citar que la cifra anual de reemplazos en Estados Unidos supera las 500.000 prótesis (Brandi & Tarum, 2009). Es fundamental entonces que se puedan desarrollar nuevos materiales u optimizar los ya existentes para que las prótesis de las que forman parte sean más duraderas.

Los primeros antecedentes de estudios teóricos de articulaciones humanas fueron presentados por Dowson (1990) y Dowson & Jin (1992), quienes aplicaron la teoría de lubricación al análisis de los espesores lubricantes (distancia que separa las superficies lubricadas, ocupada por fluido) y las presiones del fluido en la zona de contacto de una junta sinovial. El modelo se basa en la teoría de lubricación elastohidrodinámica para la cual los cartílagos articulares fueron considerados como sólido elásticos lineales y el líquido sinovial como fluido Newtoniano. Sus resultados muestran que los materiales elastoméricos favorecen la formación de una película de fluido lubricante de suficiente espesor como para evitar el contacto directo entre los materiales.

En posteriores trabajos, Corvalán *et al.* (1999) analizaron el problema de lubricación elastohidrodinámica de una junta sinovial con fluido Newtoniano y material poro-elástico. Estos trabajos mostraron que la capacidad

del cartílago articular para exudar y absorber fluido a través de una estructura porosa, constituye una de las principales causas de los bajos coeficientes de fricción de las articulaciones naturales. Posteriormente, mediante un modelo computacional de lubricación con fluido sinovial no Newtoniano (pseudoplástico) aplicado a prótesis de rodilla, Di Paolo & Berli (2006) mostraron que la característica no Newtoniana del líquido sinovial (Halaváček, 1993) contribuye a reducir el coeficiente de fricción sobre el componente tibial ante un estrechamiento de la película lubricante. El mismo trabajo predice que un material de baja rigidez y poroso reduciría las tensiones sobre el componente tibial (causantes de la fatiga) y aumentaría los espesores de la película lubricante alejando la posibilidad de un contacto directo. Si bien se concluye que estas ventajas no pueden ser aprovechadas con la utilización del PUAPEM por su elevada rigidez y su carencia de porosidad, las propuestas de modificación del material o de su reemplazo mediante nuevos materiales que imiten el comportamiento del cartílago natural (Stammen *et al.* 2001), requieren una descripción más cercana de la naturaleza viscoelástica de estos polímeros.

En el presente trabajo se presenta un modelo de lubricación visco-elastohidrodinámico de contacto lineal lubricado con fluido pseudoplástico aplicado a prótesis de rodilla, considerando un material viscoelástico lineal que responde al modelo de Voigt (para el caso del PUAPEM) y al sólido estándar lineal (para el caso de los hidrogeles), con capacidad de exudar y absorber líquido.

Los resultados se obtienen implementando una técnica numérica basada en elementos finitos, y están orientados a investigar dos aspectos:

- Las diferencias entre el presente modelo con material viscoelástico y los resultados de trabajos previos que consideran al material deformable como elástico.
- Los beneficios que un polímero con capacidad de exudación podría conferir a las prótesis actuales.

MODELO DE ECUACIONES

El modelo propuesto corresponde a una prótesis supuesta, constituida por un elemento femoral metálico y un elemento tibial recubierto con un material viscoelástico poroso sin rugosidades. Se asume un movimiento en estado estacionario en el cual la junta está sujeta a la máxima carga registrada en la fase de apoyo de la marcha (tres veces el peso de una persona de 75 Kg; Di Paolo & Berli, 2006). Se supone, además, que la curvatura en sentido del eje del movimiento principal (extensión y flexión) es pequeña, lo

cual se adapta a varios implantes del mercado. Bajo esta última hipótesis, el modelo equivalente está representado por un cilindro en contacto longitudinal con una superficie plana (Figura 1) (Dowson, 1990). Las ecuaciones que deben ser resueltas surgen de los principios de conservación aplicados al esquema de la Figura 1.

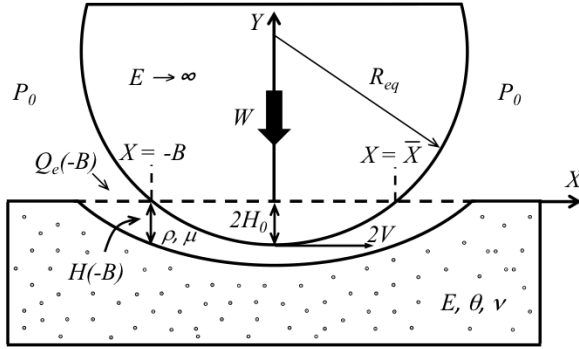


Figura 1. Ilustración de la geometría del modelo equivalente

Para ello, se asumen las siguientes hipótesis simplificatorias: 1)-Aproximación de lubricación ($H(-B) \ll B$) y fluido incompresible. 2)-Fluido no newtoniano (pseudoplástico) modelado como ley de potencia. 3)- Flujo estacionario, unidireccional, laminar y Couette dominante. 4)- Componente femoral indeformable. 5)- Componente tibial viscoelástico lineal en estado de deformación plana y con capacidad de exudar o absorber fluido por compactación o expansión. 6)- Flujos internos despreciables en el material deformable. 7)- Zona de carga ($\approx 2B$) mucho mayor que el espesor del material (L). 8)- Rugosidad superficial despreciable. 9)- Temperatura constante.

Las ecuaciones de conservación junto con las hipótesis 1), 2) y 3) aplicadas al fluido, conducen a una ecuación de lubricación de Reynolds modificada, obtenida a través de un procedimiento de perturbación (Wang & Zhang, 1987). En forma integral, dicha ecuación es la siguiente (Di Paolo & Berli, 2006):

$$P(X) = 12n\mu_0 \int_{-B}^X \left[\left[\frac{H(-B)}{H(X)} \right]^{n-1} \right] \frac{VH(X) - Q_e(X)}{H(X)^3} dX \quad (1)$$

donde: $P(X)$ es la presión, $H(X)$ y $Q_e(X)$ son la separación de las superficies y el caudal en cada sección del canal respectivamente, V la velocidad promediada entre la velocidad tangencial del componente femoral y el tibial y n el exponente de la ley de potencia para el fluido sinovial.

Las condiciones de contorno impuestas en la ecuación (1) son las siguientes:

$$X = -B, \quad P = 0 \quad (2)$$

$$X = \bar{X}, \quad P = dP/dX = 0$$

donde: \bar{X} es la ubicación a la salida del canal, cuya localización es desconocida y constituye una frontera libre del problema.

El espesor de la película lubricante es generado por la geometría indeformada de los elementos, más la deformación del material polimérico. Dicho espesor puede calcularse a través de la ecuación del canal de lubricación, la cual de acuerdo a lo expuesto resulta (Di Paolo & Berli, 2006):

$$H(X) = -2H_0 + \frac{X^2}{R_{eq}} + D(X) \quad (3)$$

donde: $2H_0$ es el entrecruzamiento entre los elementos en estado indeformado, R_{eq} el radio equivalente tal que $1/R_{eq}$ es igual a la diferencia entre la inversa de los radios de curvatura de los componentes femoral y tibial y $D(X)$ es el desplazamiento de la superficie tibial debido a la deformación del material en cada punto del canal. Este último ($D(X)$), considerando las hipótesis 4), 5), 7), 8) y 9) es proporcional la carga actuante en cada punto (presión local) y, al ser un material viscoelástico, a la historia de cargas a la que cada punto estuvo expuesto conforme se desarrolla el movimiento. Mediante la implementación del principio de correspondencia elástico-viscoelástico (Christensen, 1977), el cual permite partir de un modelo elástico previo, se puede relacionar la dependencia temporal de la deformación con la posición de cada punto de la superficie del material. Considerando el sólido estándar lineal cuyo modelo en parámetros concentrados consta de un resorte (de módulo E_1) en serie con un paralelo entre otro resorte (de módulo E_2) y un amortiguador (con viscosidad η) (Figura 2), y partiendo del modelo elástico de deformación de columna (Di Paolo & Berli, 2006, Berli *et al.* 2009), mediante la aplicación del principio de correspondencia surge la siguiente expresión (Berli, 2010):

$$D(X) = L \left[P(X) \left(\frac{1}{E_1''} + \frac{1}{E_2''} \right) \right] - \int_{-B}^X DPS dS \quad (4)$$

$$DPS = \frac{1}{E_2''} e^{-\frac{E_2''}{\eta} (X-S)} \frac{dP(S)}{dS}$$

donde: L es el espesor del componente tibial, $\eta'' = (4/3) \eta$ (η : viscosidad interna del material), y $E'' = (1-\nu)E / [(1-2\nu)(1+\nu)]$. En esta última expresión, E y ν son el módulo elástico y el coeficiente de Poisson, respectivamente. Debido a que el objetivo del trabajo es explorar el efecto de la viscosidad

interna del material respecto de su equivalente elástico y no la determinación de valores específicos, los resultados se exponen en función de la variación de un parámetro viscoelástico adimensional ND , cuya expresión surge de adimensionalizar el exponente de la función exponencial de la ecuación (4) (Berli, 2010):

$$ND = \frac{\alpha V n''}{LE''(RL)^{0.5}} \quad (5)$$

donde: α es una constante que relaciona la velocidad tangencial media entre los componentes de la prótesis y la velocidad relativa del componente tibial respecto del componente femoral. En la ecuación (5), una modificación de ND implicará solamente variaciones de la viscosidad del material, ya que los otros parámetros permanecerán constantes. Puede notarse que para $ND=0,00$, la ecuación (4) se transforma en el modelo elástico de deformación de columna (Dowson, 1990; Di Paolo & Berli, 2006). Por otro lado, para el caso de $E_f \rightarrow \infty$, la ecuación (4) se transforma en el modelo viscoelástico de Voigt, utilizado en este trabajo para representar la deformación del PUAPEM.

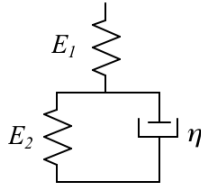


Figura 2. Esquema que muestra el modelo Sólido Estándar Lineal de parámetros concentrados

La capacidad del material para exudar o absorber fluido, influirá sobre el caudal circulante por el canal de lubricación, lo cual se expresa de la siguiente manera (Di Paolo & Berli, 2006):

$$Q_e(X) = Q_e(-B) + 2V\theta D(X) \quad (6)$$

donde: θ es denominado factor de exudación, y mide el volumen de fluido exudado-absorbido por unidad de volumen deformado del material.

La distribución de presión en el fluido soporta la carga W evitando el contacto directo entre los sólidos; aspecto que se expresa de la siguiente manera:

$$W = \int_{-B}^{\bar{X}} P(X) dX \quad (7)$$

La fuerza de fricción sobre cada superficie lubricada se obtiene integrando en todo el dominio los esfuerzos de corte actuantes en cada punto de las superficies:

$$F_{0,H} = \int_{-B}^{\bar{X}} \tau_{0,H} dX \quad (8)$$

donde: el subíndice 0 representa la superficie en $Y=0$ (superficie articular del elemento tibial) y H , la superficie en $Y=H$ (superficie articular del elemento femoral).

Finalmente, el coeficiente de fricción hidrodinámico en cada superficie, se define como:

$$\phi_{0,H} = \frac{F_{0,H}}{W} \quad (9)$$

TÉCNICA DE SOLUCIÓN

El fuerte acoplamiento que existe entre la presión del fluido y la deformación, y el desconocimiento del dominio donde las ecuaciones deben ser resueltas, son las principales dificultades para resolver analíticamente las ecuaciones. En este trabajo se utilizó una técnica computacional basada en:

- Discretización de las ecuaciones por el método de Elementos Finitos a través de la formulación de Galerkin, utilizando funciones de forma lineales (Corvalán *et al.* 1999).
- Solución simultánea de las ecuaciones por el método iterativo de Newton-Raphson, involucrando la determinación del dominio del problema en cada iteración.
- Discretización adaptable en función de cada nueva posición de la frontera libre y de la distribución nodal inicial (Figura 3).
- Proceso de continuación paramétrica con control del paso del parámetro.

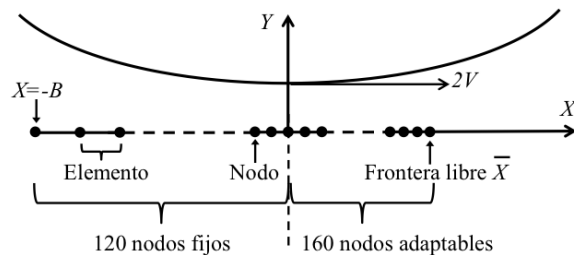


Figura 3. Esquema de la discretización del dominio

Para el manejo de la frontera libre y de la discretización nodal se utilizó una aplicación unidimensional del método de los spines creado para la localización de superficies libres. El algoritmo computacional fue programado en lenguaje FORTRAN y puede ser ejecutado eficientemente en computadoras personales (Di Paolo & Berli, 2006). El mismo fue preparado de manera que las únicas

incógnitas a resolver fueran: la presión en cada nodo, el entrecruzamiento ($-2H_0$), el caudal de ingreso al canal ($Q_e(-B)$) y la posición de la frontera libre; es decir que para NN nodos seleccionados en el dominio de solución, habrá $NN+3$ incógnitas a resolver.

Generalmente, hasta alcanzar el valor de carga deseado, es necesario realizar varios procesos de continuación paramétrica ya que a medida de que aumenta la carga las superficies se acercan cada vez más, las dimensiones del canal se tornan muy pequeñas y el programa se detiene por falta de convergencia. Esto se debe a que en la ecuación de Reynolds hay una dependencia con $1/H^3(X)$ y esto perjudica a la convergencia para valores de $H(X) \ll 1$. Similares dificultades se han encontrado al variar el parámetro viscoelástico ND , ya que como se verá en los resultados, los canales se tornan muy estrechos comprometiendo la convergencia del programa, motivo por el cual para algunos casos no se pudieron obtener resultados para valores elevados de ND . El método numérico fue validado previamente en el trabajo de Di Paolo & Berli (2006).

El valor del exponente de viscosidad n de 0,60 fue seleccionado sobre la base de trabajos anteriores (Di Paolo & Berli, 2006), y puede representar el comportamiento reológico del fluido sinovial extraído de una articulación con osteoartritis (Dowson, 1990). Por otro lado, al estudiar la respuesta de la junta artificial para el sólido estándar lineal, surge el inconveniente de que el modelo contiene 3 parámetros que deben determinarse (Figura 2), lo cual dificulta la elección de los mismos al carecer de datos experimentales. Para el caso del modelo de Voigt, debido a que $E_1 \rightarrow \infty$, se puede fijar el valor del módulo elástico E_2 y dejar como parámetro en el proceso de continuación paramétrica la viscosidad del material (a través del parámetro ND). Para el caso del modelo SEL, se puede fijar el valor del módulo elástico de un solo resorte (por ejemplo E_1), quedando otros dos parámetros para ser explorados mediante continuación paramétrica, lo cual arrojaría un volumen de resultados de poca utilidad para las aplicaciones prácticas que se intentan dar a estos resultados. En este trabajo se seleccionará el módulo elástico de ambos resortes (E_1 y E_2) de manera tal que cuando el amortiguador tenga viscosidad cero, el módulo elástico equivalente del conjunto (E_{eq}) definido como $1/E_{eq} = 1/E_1 + 1/E_2$, sea el valor que hemos considerado en el trabajo para el material de baja rigidez (20,0 MPa).

En todo el rango de variación del parámetro ND , para $\eta''=0,00$ ($ND=0,00$), actúan los dos resortes en serie con un módulo elástico aparente de valor E_{eq} , el cual se asemeja al modelo elástico de columna, mientras que para $E_2'' \rightarrow \infty$ (ND

$\rightarrow \infty$), actúa solamente el resorte individual (resorte con módulo E_1), en cuyo caso también se recuperaría un modelo elástico con módulo E_1 . De esta manera, para que E_{eq} sea por ejemplo 20,0 MPa cuando $ND=0,00$, una combinación posible de módulos elásticos sería $E_1=E_2=40,0$ MPa. Cabe aclarar que la denominación de resorte se utiliza para una ilustración gráfica de parámetros concentrados.

Tabla 1. Parámetros físicos y operativos de una prótesis de rodilla implantada

<i>Denominación</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Magnitud</i>
Radio del cilindro equivalente	R_{eq}	0,700 m
Velo. tangencial media de las superficies en contacto	V	$1,91 \times 10^{-2}$ m/s
Viscosidad del fluido sinovial a la entrada del canal	$\mu(-B) = \mu_o$	1,00 Pa s
Coef. de Poisson del material deformable	ν	0,40
Espesor del material deformable	L	$1,00 \times 10^{-3}$ m
Posición de ingreso a la zona de contacto lubricado	B	$3,97 \times 10^{-2}$ m
Carga sobre el contacto	W	$7,36 \times 10^4$ N/m

Para el análisis de los resultados, se tuvo en cuenta el acabado superficial de los componentes de las prótesis actuales. La superficie articular del polímero puede presentar rugosidades que varían entre 20 μm y 36 μm , mientras que se pueden lograr acabados superficiales del metal con rugosidades de 0,02 μm (Pappas *et al.* 1987). Se considera que hay contacto cuando los espesores lubricantes (distancia entre los sólidos) son menores a la suma algebraica de las rugosidades mencionadas. Estos datos serán utilizados para predecir si el implante puede funcionar libre de contacto directo (lubricación de película completa), o en régimen de lubricación mixta, que consta de zonas de contacto directo y zonas con fluido interpuesto entre las superficies. Los valores de las magnitudes características fueron tomados de los parámetros físicos y operativos de una rodilla normal y se listan en la Tabla 1 (Di Paolo & Berli, 2006).

A continuación se expondrán los resultados. En la siguiente sección, se considerará un módulo elástico de 20,0 MPa debido a que esta baja rigidez permite visualizar más claramente las modificaciones que experimentan los resultados para un modelo viscoelástico respecto de los modelos elásticos anteriores (ambos con mismo módulo

elástico). Luego, para representar al PUAPEM de las prótesis actuales, se considera el mínimo módulo elástico de este polímero encontrado en la bibliografía (500 MPa).

COMPARACIONES ENTRE MODELO DE DEFORMACIÓN ELÁSTICO ($ND=0,00$) CON MODELO VISCOELÁSTICO, PARA UN MATERIAL CON $E_1 \rightarrow \infty$ Y $E_2=20,0$ MPa

La deformación del modelo viscoelástico (Ec. 4) está íntimamente relacionada con el gradiente de presiones del fluido, ya que para un punto sobre el material dicho gradiente se traduce en la velocidad de aplicación de la carga puntual conforme se desarrolla el movimiento de la articulación. Si obtenemos el gradiente de presiones de la Figura 4 para el modelo elástico (Ec. 4) para $ND=0,00$ con $E_2=20,0$ MPa, podemos ver que el inicio y el fin del canal son los puntos donde el gradiente de presiones alcanza los valores más elevados (en valor absoluto). La diferencia entre estos puntos es que a la entrada ($X \approx -10$ mm), el gradiente es positivo indicando que el material estaría sujeto a una abrupta compresión y es la ubicación donde el fenómeno elastohidrodinámico tiene su inicio, mientras que a la salida ($X \approx 10$ mm) el gradiente es negativo, significando que el material experimenta la descompresión y es el lugar donde finaliza la zona de lubricación. De este análisis para el caso elástico, se puede inferir que dichas zonas (entrada y salida del canal) serán las más comprometidas para la deformación del material viscoelástico ya que son los puntos en los cuales el efecto viscoso del sólido tendrá mayor actuación dependiendo del valor del parámetro ND .

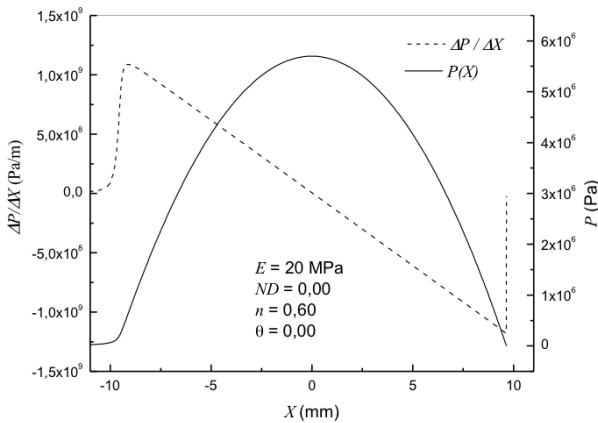


Figura 4. Gradiente de presiones superpuesto a la distribución de presiones correspondiente a un material elástico de módulo $E_1 \rightarrow \infty$ y $E_2=20,0$ MPa

Los efectos sobre el material predichos al analizar la Figura 4, se reflejan en los canales de lubricación mostrados en la Figura 5. El aumento en la viscosidad del material (ND en este caso) disminuye su capacidad

de deformarse instantáneamente ante la aplicación de una tensión, retardando la deformación en la compresión y la recuperación en la descompresión. De esta manera, a la entrada del canal de lubricación, el espesor disminuye respecto al caso elástico y luego, hacia la desembocadura del canal, el material retorna más lentamente a su estado original, dando como resultado canales más planos y estrechos a medida de que aumenta ND . Por ello, el efecto benéfico que confiere la baja rigidez de un material elástico ($ND=0,00$) sobre el espesor del lubricante (espesor mínimo: $H_{min}=0,90$ μm), puede revertirse si el material utilizado responde al modelo viscoelástico de Voigt. Por ejemplo, para $ND=0,04$ el espesor mínimo de la película lubricante es de $0,15$ μm , valor inferior a la suma de las rugosidades superficiales de los materiales, para lo cual no puede asegurarse una lubricación de película de fluido completa.

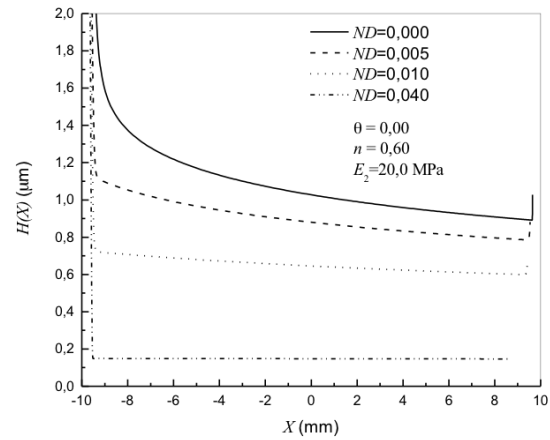


Figura 5. Espesor del canal de lubricación para un material con módulo $E_2=20,0$ MPa, variando el parámetro viscoelástico ND

COMPARACIONES ENTRE MODELO DE DEFORMACIÓN ELÁSTICO ($ND=0,00$) CON MODELO VISCOELÁSTICO, PARA MATERIAL CON $E_1 \rightarrow \infty$ Y $E_2=500$ MPa

La Figura 6 muestra la evolución del canal de lubricación conforme aumenta el parámetro ND . El rango de variación de ND para este caso ha sido menor que para el material con $E_2=20,0$ MPa ya ante espesores del canal de lubricación mucho más pequeños que los reportados en la sección anterior, la convergencia del programa se compromete.

La tendencia en los canales de la Figura 6 muestra que para un material viscoelástico de Voigt con un módulo de Young $E_2=500$ MPa, los canales presentan modificaciones que elevan la posibilidad de contacto sólido-sólido ante aumentos de ND respecto de su equivalente elástico ($ND=0,00$), generando por ejemplo canales con espesores

del orden de los $0,06 \mu\text{m}$ para $ND=0,02$. Evidentemente, la hipótesis de lubricación por película completa que da sustento al modelo, no puede asegurarse para este caso al arrojar valores de canal que se acercan al tamaño de las asperezas del metal. Este resultado indicaría que un material viscoelástico cuyo comportamiento se asemeje a un modelo de Voigt de elevada rigidez con una viscosidad elevada, no podría generar condiciones de lubricación de película completa de fluido, favoreciendo el fenómeno de abrasión. Este podría ser el caso del PUAPEM, para el cual es necesario encontrar alternativas de diseño o su reemplazo por nuevos materiales que alejen la posibilidad de un desgaste abrasivo. En este sentido, basado en estudios anteriores (Di Paolo & Berli, 2006; Berli *et al.* 2009), se estudian las alternativas de los siguientes incisos.

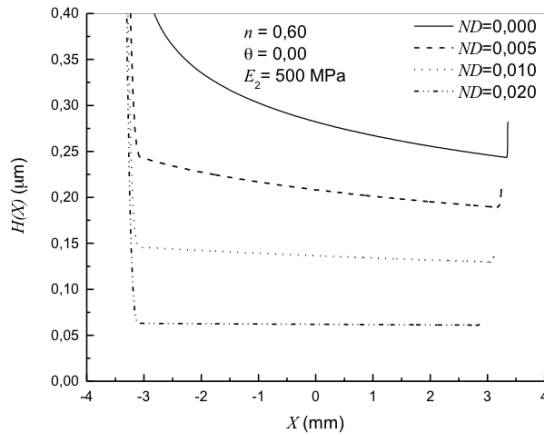


Figura 6. Canales de lubricación para un material viscoelástico de módulo $E_2 = 500 \text{ MPa}$ y cuatro valores de ND

SÓLIDO ESTÁNDAR LINEAL (SEL) DE BAJA RIGIDEZ. MATERIAL CON $E_{eq} = 20,0 \text{ MPa}$

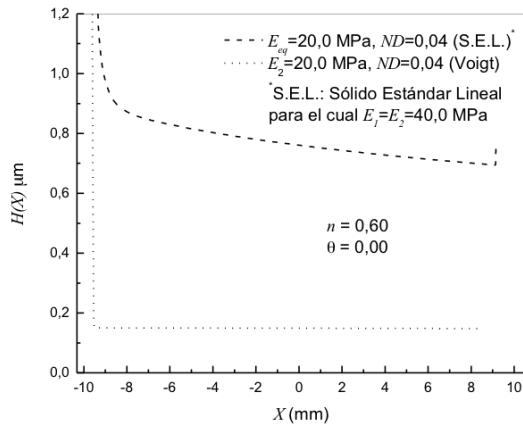


Figura 7. Espesores del canal de lubricación para materiales viscoelásticos de VG ($E_2 = 20,0 \text{ MPa}$ y $ND=0,04$) y SEL ($E_{eq} = 20,0 \text{ MPa}$ y $ND=0,04$).

Para el sólido estándar lineal, la diferencia con el modelo VG radica en que el resorte en serie con el elemento de Voigt (Figura 2) aportará una deformación elástica que depende solo del valor puntual de la presión y no de su gradiente. Por este motivo, si E_1 tiene un módulo elástico bajo, su deformación a la entrada y salida del canal atenuará los efectos de la viscosidad del material respecto a los resultados obtenidos con el modelo de VG. Esto puede observarse en la Figura 7, en la cual se comparan los canales de lubricación de dos materiales viscoelásticos con $ND=0,04$ que responden a un modelo VG con $E_2 = 20,0 \text{ MPa}$ y un modelo SEL con $E_{eq} = 20,0 \text{ MPa}$ (para este último, $E_1 = E_2 = 40,0 \text{ MPa}$). Puede notarse una marcada diferencia entre los valores de los canales obtenidos para el modelo VG y para el modelo SEL. Mientras que para el primero hemos visto que el canal de lubricación adquiere espesores menores a la suma de las rugosidades, el segundo (modelo SEL) muestra un espesor mayor a $0,69 \mu\text{m}$, sugiriendo que para los valores de los parámetros seleccionados, el modelo SEL puede favorecer un régimen de lubricación de película completa.

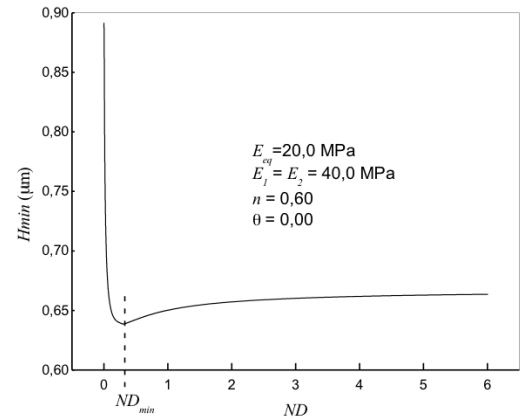


Figura 8. Mínimo espesor del lubricante (H_{min}) en función del parámetro ND para un material SEL cuyos valores elásticos se muestran

Al observar los valores de mínimo espesor del lubricante (H_{min}) en función del parámetro ND en la Figura 8, puede notarse que el valor más pequeño de H_{min} es mayor a $0,64 \mu\text{m}$ (para ND mayores, el canal tiende al H_{min} correspondiente a un material elástico con $E=40,0 \text{ MPa}$. Berli, 2010), indicando que independientemente de su viscosidad, si bien los resultados de este modelo dependerán de la elección de los E_1 y E_2 (Berli, 2010), se presentan alternativas de este tipo de materiales que pueden lograr un régimen de lubricación de película completa. Existen ciertos hidrogeles en actual estudio cuyo comportamiento podría ajustarse a estas predicciones, constituyéndose como materiales promisorios para reemplazar al PUAPEM.

MATERIALES POROSOS. CASOS DE SEL CON $E_{eq}=20,0$ MPa Y VG CON $E_2=500$ MPa

La Figura 9 muestra la evolución del coeficiente de fricción conforme el factor de exudación crece para el material viscoelástico SEL del inciso anterior, con un valor de $ND=3,06 \times 10^{-1}$ (ND_{min} en la Figura 8). El coeficiente de fricción hidrodinámico (ϕ) disminuye con el aumento de θ hasta un valor θ_{min} mas allá del cual ϕ comienza a crecer. Estas tendencias indicarían que la capacidad de exudación de este material genera beneficios solamente en un rango acotado de θ .

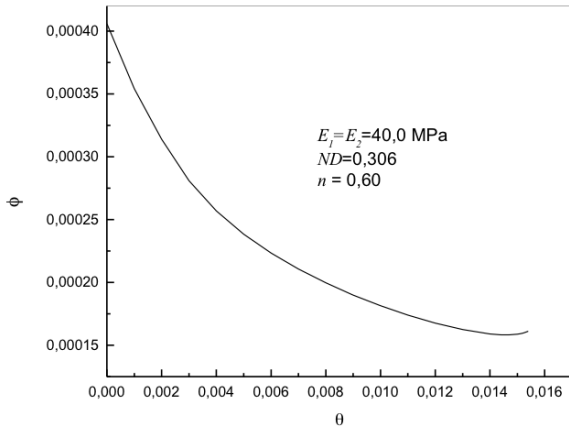


Figura 9. Coeficiente de fricción ϕ en función del factor de exudación θ , para un material SEL con módulo $E_{eq}=20,0$ MPa y $ND=3,06 \times 10^{-1}$

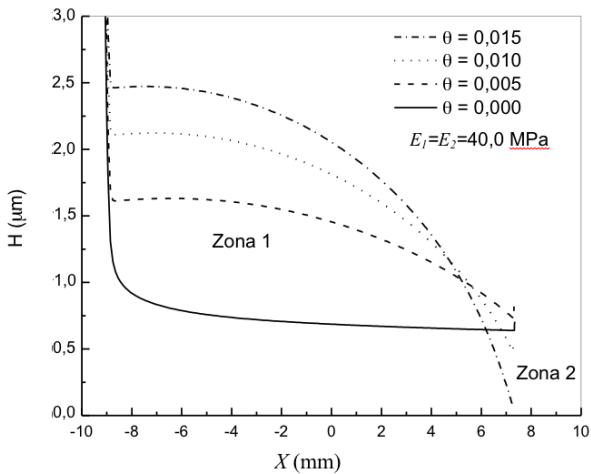


Figura 10. Canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación θ , para un material viscoelástico SEL con módulo $E_{eq}=20,0$ MPa y $ND=3,06 \times 10^{-1}$

En la zona $0 < \theta < \theta_{min}$, el coeficiente de fricción disminuye debido principalmente a que el espesor lubricante debe crecer en la mayor parte de la extensión del canal para alojar el caudal adicional de fluido, como muestra la Figura 10. Por ejemplo, para un valor $\theta=0,005$, el canal de lubricación

experimenta un crecimiento en toda la zona de lubricación, con una elevación en el centro del contacto de un 70 % respecto del canal obtenido para $\theta=0,00$ y con una reducción del coeficiente de fricción del 40%. No obstante, para un valor $\theta > \theta_{min}$, por ejemplo $\theta=0,015$, el canal experimenta un aumento del 100 % promediado en el 90 % de su extensión (zona 1), pero se reduce en más de un 80% en el otro 10% de dicha extensión (zona 2), pudiendo el estrechamiento del canal en esta última zona ser la causa de que el coeficiente de fricción comience a crecer.

Por otro lado, la Figura 11 muestra la evolución del coeficiente de fricción conforme crece el parámetro de exudación θ para un material VG de módulo $E_2=500$ MPa, con $ND=0,01$ (último valor para el cual el programa no experimenta problemas de convergencia). En todo el rango explorado de θ , el coeficiente de fricción disminuye aproximadamente un 60%. Como se observa en la Figura 12, esta disminución es acompañada de un crecimiento del caudal circulante respecto al material sin esta capacidad a través del aporte de líquido contenido en su estructura, observando además que el material con capacidad de exudación requiere de un menor aporte de fluido externo al contacto para lubricar a la junta (autolubricación).

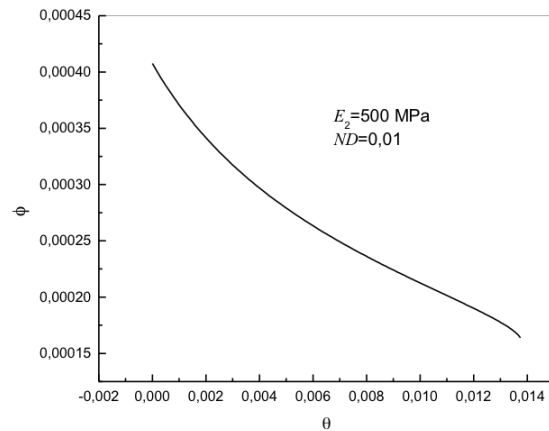


Figura 11. Coeficiente de fricción ϕ en función del factor de exudación θ , para un material VG con módulo $E_2=500$ MPa y $ND=0,01$

Al igual que para el caso del modelo SEL, la Figura 13 muestra que existe un crecimiento en el canal que deviene del proceso de exudación tal que el espesor lubricante puede adquirir a valores que superen la suma de las rugosidades superficiales en la mayor parte de la extensión del canal. Estos resultados indican que la inclusión de una estructura con la capacidad de exudación en el PUAPEM, podría reducir la posibilidad de contacto directo y por lo tanto de abrasión, pudiendo lograr un implante actual más eficiente con un mínimo de modificaciones.

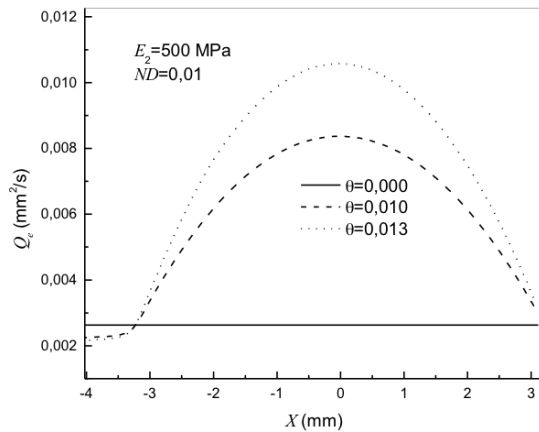


Figura 12. Caudal circulante por el canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación. Notar la reducción en el caudal de entrada ($X=-4\text{mm}$) para los casos de material con capacidad de exudación respecto del material sin esta capacidad

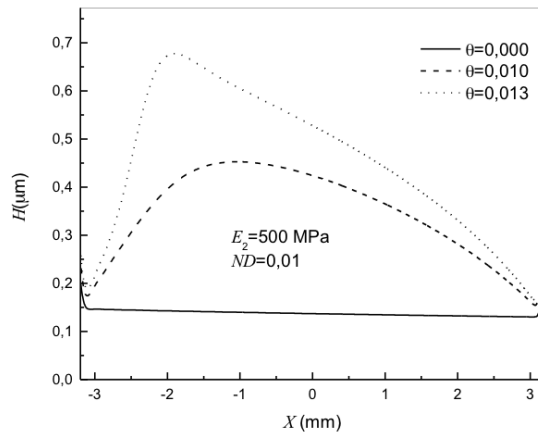


Figura 13. Espesor del canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación, para un material viscoelástico VG con módulo $E_2=500\text{ MPa}$ y $ND=0,01$.

CONCLUSIONES

En este trabajo se resolvió numéricamente un modelo de lubricación visco-elastohidrodinámico de contacto lineal aplicado a prótesis de rodilla. Las principales conclusiones extraídas de los resultados son las siguientes:

- La viscoelasticidad del material influye en forma negativa sobre los canales de lubricación. Esto se manifiesta principalmente en el caso de un material VG, para el cual ante ciertos valores del componente viscoso del modelo que lo representa, los canales se reducen hasta valores que indicarían un contacto directo.
- Para los valores en los parámetros que caracterizan al modelo SEL utilizado en este trabajo, se concluye que

un material que responda a este modelo (con posible aplicación a ciertos hidrogeles) puede mantener un film lubricante superior a la suma de las rugosidades, independientemente del valor de su viscosidad.

- Un polímero viscoelástico como el PUAPEM actual, podría mejorar la lubricación de la junta mediante la inclusión de cierta capacidad de exudación en su estructura. Esta capacidad influiría sobre los canales elevando su espesor a valores que podrían evitar el contacto. Para el modelo SEL, los resultados indican que estas afirmaciones deberían restringirse a un rango acotado del parámetro de exudación.

Estos resultados pueden ser útiles como herramienta predictiva para dirigir el diseño de posibles modificaciones en el material del componente tibial actual o de nuevos materiales en desarrollo.

REFERENCIAS

- BERLI, M. E., CAMPANA, D. M., UBAL, S., DI PAOLO J. (2009). Lubrication model of a knee prosthesis, with non Newtonian fluid and porous rough material. *Latin American Applied Research*, 39 (2): p.105 -111.
- BERLI, M. E. (2010). Estudio Numérico de un modelo visco-elastohidrodinámico aplicado a prótesis de rodilla. Tesis de Maestría. Facultad de Ing. Química, Universidad Nacional del Litoral. Arg.
- BRANDI, C. & TARUM, G. (2009). Knee implants – Review of models and biomechanics. *Materials and Design*. Elsevier, 30 (2): p.398 – 413.
- CHRISTENSEN, R. M. (1999). Theory of viscoelasticity. An introduction. Academic Press, Inc.
- COMÍN, M. (1999). ¿Cómo aumentar la vida media de las prótesis de rodilla? Implantes. Instituto de Biomecánica de Valencia, 2: p.35 – 45.
- CORVALÁN, C. M., DI PAOLO, J., SAITA, F. A. (1999). Elastohydrodynamic of porous substrates. Application to synovial joint analysis. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Taylor & Francis, 2: p.309 – 320.
- DI PAOLO, J. & BERLI, M. (2006). Numerical analysis of the effects of material parameters on the lubrication mechanism for knee prosthesis. *Computer methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Taylor & Francis, 9 (2): p.79 – 89.

- DOWSON, D. & JIN, Z. M. (1992). Microelastohydrodynamic lubrication of low-elastic-modulus solid on rigid substrates. *Journal of Physics. D: Appl. Physiology*, 25: p.A116 - A123.
- DOWSON, D. (1990). Bio-Tribology of natural and replacement synovial joints. Mow V. C., Ratckiffe A. and Woo S. L. Y. *Biomechanics of Diarthrodial Joints*. Vol. II. Chapter 29: p.305 – 345.
- FLANNERYA, M., JONESB. E., BIRKINSHAWA, C. (2008). Analysis of wear and friction of total knee replacements part II: Friction and lubrication as a function of wear. *Wear. Elsevier*, 265 (7): p.1009 -1016.
- HALAVÁČEK, M. (1993). The role of synovial fluid filtration by cartilage in lubrication of synovial joints- I Mixture model of synovial fluid, *Journal Biomechanics*, 26, N° 10, 1145-1150.
- KURTZ, S. M., MURATOGLU, O. K., EVANS, M., EDIDIN A. A. (1999). Advances in the processing, sterilization and crosslinking of ultra-high molecular weight polyethylene for total join arthroplasty. *Biomaterials. Elsevier*, 20 (18): p.1659 -1688.
- PAPPAS, M. J., MAKRIS, G., BUECHEL, F. F. (1987). Evaluation of contact stress in metal-plastic total knee replacement. *Biomaterials and Clinical Applications. Advances in Biomat. Elsevier*, 7: p.259 – 264.
- SCHOLES, S. C., UNSWORTH, A., JONES, E. (2007). Polyurethane unicondylar knee prostheses: simulator wear tests and lubrication studies. *Physics in Medicine and Biology. Institute of Physics Publishing*, 52 (1): p.197 – 212.
- STAMMEN, J. A., WILLIAMS, S., KU, D. N., GULDBERG, R. E. (2001). Mechanical properties of a novel PVA hydrogel in shear and unconfined compression. *Biomaterials. Elsevier*. 22: p.799 – 806.
- WANG, S. H. & ZHANG, H. H. (1987). Combined effects of thermal and non-Newtonian character of lubricant on pressure, film profile, temperature rise, and shear stress in E.H.L., *Journal of Tribology*, N° 109, 666-670.
- ZHAO, D., SAKODA, H., SAWYER, W. G., BANKS, S. A., FREGLY, B. J. (2008). Predicting knee replacement damage in a simulator machine using a computational model with a consistent wear factor. *Journal of Biomechanical Engineering. ASME*, 130 (1): p.1 -10.

REFERENCIAS ELECTRÓNICAS

- <http://www.orthopaedics.com.sg/treatments/total-knee-replacement>.
- http://www.orthosports.com.au/content_common/pg-total-knee-replacement.seo.